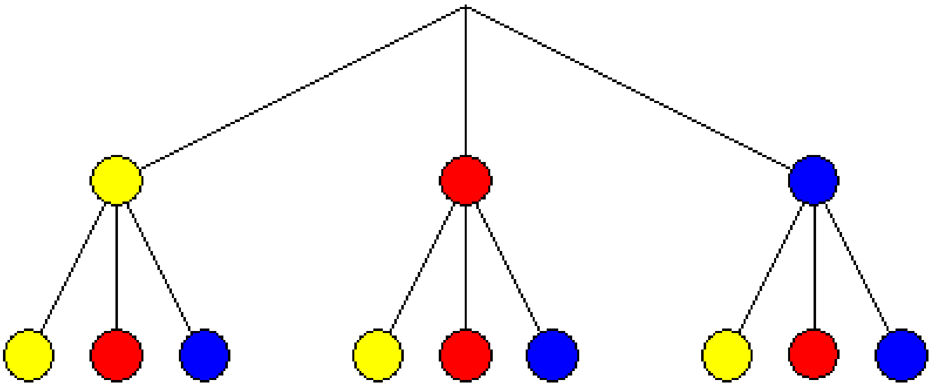
احتمالوالي شميرنه



ليکونکی: برينکمن(له برينکمن ن ج څخه)

ژباړونکی. ډاکټر [illegible] خان ([illegible]یری) شنواری

Ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

په دې هيله، چې په دې ليکنو او ژباړو به مې زموږ د بې وزلي او له پوهې پاتې ملت - په ما د پوهنې لپاره د لګښت - لپاره د پوهنې په لور داسې لږ ونډه اخستې وي.

د کتاب پيژند

د کتاب نوم   احتمالوالي شميرنه

ليکونکی: پروفيسر برينکمن

ژباړی   :   ډاکتر ماخان ميرزي شينواری

shinwari@Hotmail.de

د خپريدو لړی

خپرندوی :   د افغانستان کلتوري ودې ټولنه

جرمني

چاپ نېټه   جولای   ۲۰۱۲

چاپځای   دانش کتابتون

د چاپ حقوق خپرندوي ټولنې ليکونکي يا ژباړي سره خوندي دي.

پښتو مو ژبه او شميرپوهنه پرې ساده ده

(c) ketabton.com: The Digital Library

د خپرندوی ټولنې یادښت

له هغې مودې را په دې خوا، چې د افغانستان د کلتوري ودې ټولنې د علمي، ساینسي او طبي اثرو د خپرولو لړۍ پیل کړې، تراوسه یې په دې لړ کې مهم اثار خپلو هیواولو ته وړاندې کړې دي.

موږ باور لرو، چې پښتو ژبه هغه وخت په یوه مهمه غني ژبه بدلیدلای شي، چې د پوهې په ګڼانه سمبال شي او په علمي او اکاډمیکو اثارو غني شي.

اوس چې زموږ ملي سراسري ژبه د بیلابیلوګواښونو او چلنجونو سره مخامخ ده، پر موږ ټولو ده، چې د دغه ګواښونو په وړاندې به په نره ودرېږو او د علم او قلم په ژبه به ځواب ورته ووایو.

د اتحادیي له حوا د ډاکتر ماخان شینواري تراوسه زیاتو چاپ شویو اثارو په څنګ کې، د ده د پنځه وېښت شمیر پوهنې نویو ژباړو او لیکنو او دوه ټولنیزو لیکنو تر منځ، دغه اثر په همدې لړ کې ځکه د ارزښت وړ دی، چې د علمي، ساینسي اثارو د خپراوي په لړ کې د یوه مهم ګام په توګه ګڼل کیدای شي او هیله ده، چې د دې برخې مینه وال لوستوال، زده کوونکي او د پوهنتو زده کړې کڼه ترې واخستلی شي.

په درناوي

د افغانستان کلتوري ودې ټولنه

۲۰۰۱۲ ز ک

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ژباړي مننه

د هر څه له مخه د هغو لیکونکو پروفیسرانو څخه زیاته مننه، چې د لیکنو څخه یې زما د ژباړې لپاره تفاهم لري. ماته د دوي د لیکنو د ژباړې په هیڅ ډول مادي ګټه نه شته او دا کار مې یوازې په یوه د پوهنې توانمندي ، مګر وروسته پاتې ژبې ویونکي ولس ته وړاندې دی، دا دې د دې پروفیسرانو له خوا په پوهنیزه اړخ کې زموږ په دې اړخ کې هم مرستې ته اړ ولس سره مرسته وي.

همدا ډول زموږ،، د افغانسان کلتورې ودې ټولنه،، جرمنې، د غړو، مرستندویانو او په تیره بیا د مشر تابه څخه زیاته مننه کوم، چې پرته له خپرندوې ټولنې په توګه یې د دې لیکنو زیاته اقتصادي ونډه هم په غاړه اخستې.

دې لاندې زما کلیوالو ملګرو او ملګرو د دې کتابونو په چاپ کې د توان سره سمه اقتصادي ونډه اخستې، چې زه ترې زیاته مننه کوم:

د ښاغلي دپلوم انجنیر ریحان الدین حساس، ښاغلي دپلوم انجنیر محمد اکبر نور، ښاغلی ډاکتر سردار ګانه وال، ښاغلی ډاکترماموګل ګانه وال، ښاغلي ټولنپوه محمدعارف بیان، ښاغلي دپلوم انجنیرمحمد ایوب بیان، همداسې زما د ملګري اروابناد ډاکتر حاجي محمد سلطانزي د ځوي ښاغلي ډاکتر صالح محمد سلطانزي ، ډپلوم انجنیر او دپلوم اقتصاد پوه رحمت الله فتحي او نه اخر زما د لور ډاکتر څانګې شینواري او زما د ځوي اقتصاد پوه او ټولنساپوه اباسین شینواري.

نه د ټولو په اخر کې زما له میرمن ښاپرۍ څخه ډېره زیاته مننه، چې زما د لیکنو- نه دا چې مخه یې نه ده نیولې- پوره ملاتړ کړي.

بیا هم له دوي څخه د زړه له کومې مننه کوم او لوي ښتن دې ورته اجرونه ورکړي، چې داسې مرستو ته دوام ورکړي.

په مننه : ستاسو ماخان شینواری

جرمني د بن ښار

۲۰۱۲ ز ک نیولیک

(c) ketabton.com: The Digital Library

نیولیک

احتمالوالي شميرنه ۱

تصادفي يا توكلي پيښې ۱

تصادفي يا توكلي تجربې ۲

د يوه سترگيز يا سترگيز مكعب غورځول ۲

ډېرپړيزه تصادفي تجربې ۴

دويم: په احتمالوالي شميرنه كې پيښې ۱۳

دريم: په احتمالوالي شميرنه كې د پيښو ترڼه ۱۸

د ډېريو يا سټونو A او B ټولنه يا اتحاد ۲۱

د دوه ډېريو A او B كمښت -ياكموندډېرۍ (باقي سټ) ۲۲

ټولو پيښو ته بيلګې ۲۲

څلورم: د نسبي ډېروالي څخه و احتمالوالي ته ۳۲

نسبي ډېروالی ۳۲

د احتمالوالي تعريف: ۳۳

د لاپلاس تجربه ۴۰

پنځم - دډېرپوړيز تصادفي ازماېښتونو احتمالوالی ۵۷

شپږ م – په احتمالوالي شميرنه كې د مرتبان مودل ۸۰

د مرتبان مودل ۸۰

اوم - د ټړلو پيښو سره احتمالوالی ۸۶

اتم - شرطيز احتمالوالی ۹۴

(c) ketabton.com: The Digital Library

د پیینو خپلواکوالی ۱۰۰

نهم - د احتمالوالیو تاکنه د ګڼلو(شمیرلو) ۱۳۳

د مرتبان مودل سره مودل کول ۱۴۲

لسم – تصادفي واریابلې، احتمالوالي ۱۷۷

توکلي متحولي یا تصادفي متحوله...... ۱۷۹

د احتمالوالي وېشنه یا ښه یې توټه ۱۸۹

د احتمالوالي وېشنه یا په برخو توټه کونه: ۱۸۱

د یوه احتمالوالي برختوټه ونې انتظارارزښت ۱۸۲

د X د انتظار ارزښت ۱۸۴

یوولسم - د برنولي – ازماېښت ۲۲۱

د یوه تار لباره دk بریاوو سره احتمالوالی ۲۲۴

دولسم - انتظار ارزښت

او معیارې په ځنګ کیدنې ۲۷۶

بینومیال وېشل شوې تصادفي لویه ۲۷۶

دیارلسم: د چاپیریال احتمالوالی ۲۸۳

څوارلسم - د بینومیالوېشنې اپروکسمیشن ۲۹۲

د نورمالوېشنې یا - پاشنې له لارې ۲۹۲

پنځلسم - چاپیریال احتمالوالي شمیرنه ۲۹۸

شپاړسم:د هیوپوتیزې ازماېښت ۳۰۶

اووه لسم – هیپوتیزې ازمایښت ته بنستونه ۳۳۲

(c) ketabton.com: The Digital Library

جدول ارزښتونه ۳۷۳

د نورمالتیوتیه کونې تصادفي متحولې ۳۷۷

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ژباړي سریزه

ګرانو لوستونکو!

د برینکمن د لیکنو لړۍ د شمیرپوهنې په څانګه کې د ښوونځیو لپاره له درې لومړنیو کتابونو پرته نوره هم پسې غزېدلې، چې ما هغه د ګرانو لوستونکو لپاره رازباړلي.

دا احصایه یا ستاتیستک دی او د احتمالوالي شمیرنه ده. دا دواړه کتابونه، چې دلته یې تاسو ته ژباړه وړاندېکیږي، هم په زیاتو تمرینونو، اود دوی په اوبیونو یا حلونو سره سمبال ده.

زما په اند، داسې لیکنه په پښتو کې د لومړي ځل لپاره کیږي، چې نومه ونې به دلته هم څه ناڅه ګرانو لوستونوکو ته نابلدې وي، خو پرې پوهیدنه شونې ده. هر څه په روښانه توګه ورکړل شوي.

ګرانو هیوادوالو!

داچې ما یوځای یا نوره هم ښه په یوه وار ډېر کار را ونیوه، یعنې یوځای د ډېرو کتابونو لیکنه او ژباړه پیل کړه، نو هرومرو به ناتیکاوي زما له خوا په کې رامنځ ته شوې وي، خو دا به داسې ناتیکاوي نه وي، چې شمیرپوهنیزې ستونځې رامنځ ته کړي. له دې کبله له تاسو څخه زما په ستونځو پوهیدلو له امله زیاته مننه.

په دې هیله ، چې زما په غوښتنو او ستونځو به و پوهیږي په دې لیکنو او ژباړه کې ما ته هیڅ مادي ګټه نه شته. دا دې په ما زموږ د بې وزلي ولس د ډېر مصرف(لګښت) په هکله د یوې کوچنۍ پیرزوېنې په حیث وړاندې وي

له هر څه د مخه د دې لکچرونو لیکنو لیکونکو شمیرپوهانو څخه زیاته مننه، چې کتابونه به یې د افغانستان زده کړو لپاره هم د شمیر پوهنې په څانګه کې پوره مرسته وي.

 په همدې ډول په المان کې د افغانستان کلتوري وړدې ټولنې څخه هم زیاته مننه، چې له خوا یې او په ډېر لګښت د ا کتابونه چاپیږي.

ستاسو ماخان ،، میرې،، شینواری

(c) ketabton.com: The Digital Library

احتمالوالی شمیرنه

لومړی- . توکلي یا تصادفي تجربه

احتمالوالي شمیرنه :

د بختلوبو سره د د مشغولیت ځخه د احتمالوالی تیوري وده وکړه. نن هم د اختمالوالي پوهیدنه په بختلوبو کې کارول کیږي. د بختلوبو ته ورته په طبیعي علومو، اقتصاد، ټولنیزو علومو پیښیدنې وړاندوییني او پلانکوني متودونه د تصادفونو په واک کې دي. د احتمالوالي شمیرنې دنده په دې کې ده، چې پیښې تز ځیړنې لاندې ونیسي د تصادفي پیښیدو(وتون) سره چې د ممکنه قانونمندۍ سره دا وړاندوییني د ممکنه حلونو رامنځ ته کیدو ته ورسوي.

تصادفي- یا توکلي تجربه

د دانې(شپږ.سترګۍ) یا د لوبو مکعب غورځولو سترګۍعدد(-ګڼ) د تصادف یا توکل په واک کې دی. دا دانه او هر بل د بختلوبې په خوښه زیات واره تکرار کیدونکي عملیې دي، چې د هغو سره د سترګیو عدد د مخه نه شی اټکل کیدی. داسي تجربې تصادفي تجربې بلل کیږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

تصادفي-توکلي تحربې:

یوه تصادفي تجربه یوه تجربه ده د لاندې خویونو(خواصو) سره:

- د برابرو شرایطو لاندې په خوښه زیات تکرارولی ده.

- لږ تر لږه دوه ممکنې پایلې (لاس ته راوړنې) شتون لري.

- پایله مخ له مخه کتنولی (لیدولی) نه ده.

بیلګه :

د یوه سترګیز یا سترګیز مکعب غورځول:

- په خوښه زیات تکرارولی دی.

-لږ تر لږه دوه ممکنه لاس ته راړنې شتون لري.

- پایله مخ له مخه لیدولی نه ده.

یو پوړیزې تصادفي تجربې:

یو پوړیزې تصادفي تجربې:

که یوه تصادفي پیښه یوځل منځ ته راوړل شوه ، نو د یوه یو پوړیزې تصادفي پیښې غږیږو یا دا یو پوړیزه تصادفي پیښه بولو.

بیلګه:

	ممکنه نتیجې
یو ځل د یوې داني یا لوبو مکعب غورځول.	۴
یو ځل د یوې پیسې ِغورځول	عدد (نه محراب ممبر)
د فوټبال په لوبې بایلونې باندې یو ځلې شرط.	بریا

(c) ketabton.com: The Digital Library

غوره په ياد لرنه: افغانی چې دوه مخه لري يوه مخ يې چې عدد (ګڼ) وربانديې کښلی دی په Z سره ښايو (له الماني چې   عدد يا ګڼ ته وايي) او بل مخ يې چې محراب ممبر پرې کښل شوی ، د W سره ښايو (چې د الماني   څخه رانيول شوی او بيرغ ته وايي. هيله ده چې دا ستونځې به غبرګې سره ګالو).

نتيجه:

د تصادفي پيښې پايله د پايلي يا نتيجې په نامه بولو.

بيلګې:

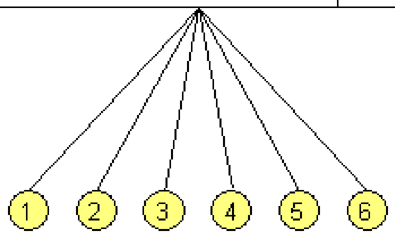
تصادفی تجربه	نتيجه ستې(- ډېرى)
د يوه سترګيز مکعب يو ځل غورځونه	S = {1; 2; 3; 4; 5; 6}
د يوې پيسې يوځل غورځونه	S={ عدد، محراب ممبر]
د بوسبال ولبې بای باندې يوځلې شرط	S={وړنه، مساوي، بايلنه }

تمرين:

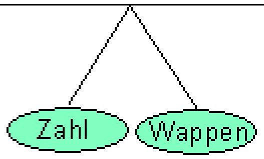
درې نورې د تصادفتجربې د هغو د پېښنو ستې سره ورکړى.

د يوې تصادفي تجربې   د نتيجو ډېرئ(- ستې) انځورونه

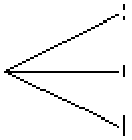
د نتيجو ستې کيدی شي د ستې ليکدود په ډول يا د ونې دياګرام په توګه هم انځور شي.

د ستې ليکدود په ډول انځورونه	د ونې دياګرام په توګه انځورونه
د يوه ګڼونو يا اعدادو مکعب (سترګيزې دانې) يو ځل غورځونه S = {1; 2; 3; 4; 5; 6} پېښنه ډېرئ يا ـ ستې	

(c) ketabton.com: The Digital Library

یا یوې پیسې یو ځل غورځونه پیښه ډیرئ(- سټ): S= { د پیسې مخ(عدد)، - څټ(ممبرنښان}	 ممبرنښان عدد

د فوټبال د لوبې پای باندې یو خل شرط

پیښه ډیرئ(- سټ): S= {بریا ، برابر، بایلنه}	بریا، برابر بایلنه	

نتیجه او نتیجه سټ:

د تصادفي تجربې نتیجه د ډېرو وتون امکاناتو یو ګونی یا یو ځل وتون دی.

د ټولو ممکنه نتیجو ټولګه د نتیجو سټ (نتیجه -ډېرئ) بلل کیږي.

$$S = \{e_1; e_2; e_3; \ldots; e_n\}$$

ډېر پوړیزه تصادفي تجربې

تصادفي تجربې چې له ریاتو یو په بل پسې یو پوړیزو تجربو ټوګه وي ، ډېر پوړیزې تصادفي تجربې بلل کیږي.

بیلګه:

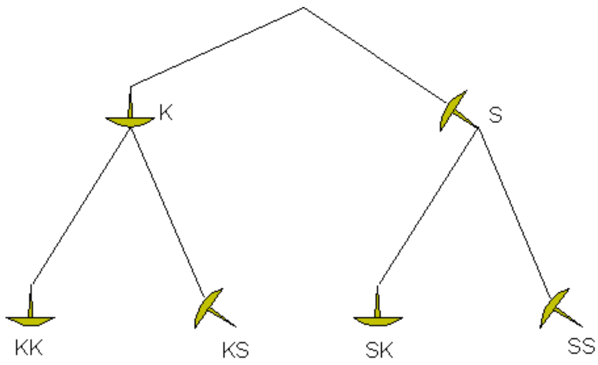
دوه واره د یوه کاغذي مېخ یا کاغذ ستن غورځولو نتیجه ډېرئ(-سټ) د یوپوړیزې تجربې سره:

د یوپوړیزه تجربې نتیجه ډېرئ(-سټ)

S= {څوکه، سر } په لنډه بڼه: $S = \{S; K\}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ونې دياګرام له لارې انځورونه:



نتيجه د ونې دياګرام څخه ساده لوستل کيږي:

$S = \{(KK); (KS); (SK); (SS)\}$

څلور ممکنه نتيجې لرو. په ونه دياګرام کې مو هر تار يوې نتجې ته لارښودوي،

تمرين: په يوه مرتبان کې 2 شنه (g) او يوه اسمانرنګه غونداري(کرې) (b) پراته دی.
دوه غونداري د لاندې قانون له مخې راباسو:

يو په بل پسې په هر ځل يو غونداری اوستل کيږي بې له بېرته وراچونې. ونه دياګرام
وکاږئ او نتيجه سټ (- ډېری) جوړه کړئ.

ځواب:

ايا د فوټبال لوبې وتون)(يعنې پايونې) باندې شرط اېښوونه يو ه احتمالي تجربه ده؟

شرط په خوښه زيات تکرارور دی.

درې ممکنه نتيجې شتون لري(برايليتوب، برابر پاتې کيدنه، بايلودنه)

نتيجه وړاندوييتوړ نه ده(يعنې وړاند وييته نه پرې کيږي)

پس د فوټبال لوبې پايونې باندې شرط اېښوونه يوه احتمالی تجربه ده.

حل: درې نورې تصادفي تجربې ورکړئ د هر يوه د نتيجې سټ سره

(c) ketabton.com: The Digital Library

پورته ته:

د بخت ډولکی: S= {بایلښت، ګټنه}

کتابچه میخ: S = {څوکه، سر}

د بخت څرخی

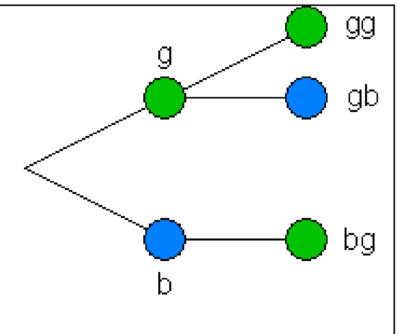
د 8 برخو سره: S= 1,2,3,4,5,6,7,8}

حل: په یوه مرتبان کې *2* شنه غونډاري (غونډوسکې) *(g)* او یو اسمانرنګه غونداري (غنډوسکې) *(b)* پراته دي .

دوه غونډاری(که غواړئ: کرې) د لاندې قانون سره راوبستل کيږي:

یو په بل پسې دوه ځله هر ځل یو غونډاری بې له بېرته ایښونې یا بې له بېرته د وراچونې سره راوبستل کيږي..

ونه دیاګرام وکاږئ او نتیجه ست(-ډېرئ) جوړه کړئ.



نتیجه- سټ

$S = \{(gg);(gb);(bg)\}$

حل:

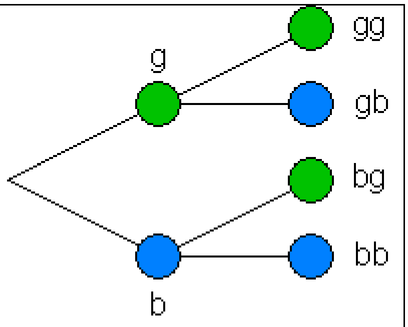
په یوه مرتبان کې *2* شنه غونډاري (غونډوسکې) *(g)* او یو اسمانرنګه غونداری (غنډوسکې) *(b)* پراته دي .

دوه غونډاری د لاندې قانون سره راوبستل کيږي:

یو په بل پسې دوه ځله هر ځل یو غونډاری له بیرته ایښونې یا له بیرته د وراچونې سره راوبستل کيږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

ونه دیاګرام وکاږی او نتیجه ست(-ډېرى) جوړه کړی.

	نتیجه – ست S = {(gg); (gb); (bg); (bb)}

پوښتني

تصادفي تجربې، ونه دیاګرام، نتیجې ستـ(-ډېرى) I

اول – د یوه تصادفي تجربې لاندې څه پوهیږی؟ غوره خویونه یې وښایی.

دویم: څلور تصادفي پیښې د هغو د خویونو سره ورکړی یا په ګوته کی

دریم - د میوو یوه کارتن کې 10 سره باتینکر او 20 زیړ باتینکر د همغه لویوالي سره پراته دي. د کارتن څخه په پټو سترګو یو په بل پسې باتینکر راوېستل کیږي(بې له بیرته اینوولو سره) ونه دیاګرام وکاږی او د نتیجو ستـ(ډېرى) S یې سم کړی.

څلورم – په یوه بوتل کې 5زیړ ، 3سره او4 شنه د ښیښو باغکي پرتي دي. د بوتل څخه یو په بل پسي باغکي راوېستل کیږي(بې له بیرته اینسولو) ونه دیاګرام وکاږی او د نتیجو ستـ(ډېرى) S یې سم کړی.

پنځم-

دوه زده کوونکي A او B یو د بل مخامخ یا که غواړی مقابل د پولوبیلارد لوبې کوي، وړونکی هغه دی، چې به لومړي ځل دوه لوبې وګټي.

ونه دیاګرام وکاږی او د نتیجو ستـ(ډېرى) S یې سم کړی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

شپږم-

یو کوتۍ 2سره او4 تور غونداري یا غونډوسکې (کرې) لري (یا په کوتۍ کې ... پراته دي). له کوتۍ څخه به پټو سترګو یو په بل پسې غونډوسکې راوستل کیږي(بې له بیرته اینوولو یا بیرته وراچول)

ونه دیاګرام وکاږۍ او د نتیجو سټ(ډېرۍ) S یې سم کړۍ.

اوم- په یوه خلته کې 7 چکلیټ پراته دي، چې له دې څخه 2 زېړ او 5 سره دي. له خلتې څخه یو په بل پسې 3 چکلیټ راوستل کیږي (بې له بیرته اینوولو).

څومره شتونوالۍ شتون لرۍ، چې دا چکلیټ له خلتې څخه راوه وېستل شي؟
اتم - یو د ګڼونو (اعدادو) یعنې نمره یې قلف له درې څرخونو جوړ دۍ، چې له 1تر 9ګڼونه یا اعداد لري . یو کس دا ګڼې یا نمرې پیژني، خو په خواشینۍ باید وویل شي، چې د نمروو ترتیب یې له یاده وتلې.

څومره امکانات شتون لري، ونه دیاګرام رسم کړۍ. ؛بونه یا اعداد7 ,3 او9 دي.
نهم - دوه بخت څرخونه یا تېرونه یا کړۍ له درې برابرو برخو (Segments) څخه چې سرو(r) ، اسماني (b) او شنو(g) دۍ جوړ دي. دواړه څرخونه یو له بل خپلواک به همغه وخت کې څرخول کیږي او په عین وخت کې درول کیږي هم.

بختڅرخونه په نخښه کړۍ. د شرایطو سره یې نتیجې (r , b)ورکړۍ، چې نتیجه د (b , r)سره برابره نه وي. که د نتیجې سټ(ډېرۍ) لپاره برېکړه شوې وي، که څرخونه په برابروخت کې و څرخول او ودرول شي؟ ځواب یې په دلیلونو سمبال کړۍ.
د یوه مسلکي ښوونځي 3 نارینه 2 ښځینه زده کوونکو څخه جوړه ده. پچه اچولکیږي، چې څوک به دې کال کې د شورا مشر او څوک یې مرستیال شي. لومړۍ ریس او بیا پسې مرستیال ټاکل کیږي.

یو ونه دیاګرام وکاږۍ او نتیجې S یې ورکړۍ.

حلونه (اوبیونې)

تصادفي تجربې، ونه دیاګرام، نتیجې I

(c) ketabton.com: The Digital Library

مفصل حلونه:

اول : مفصل حل

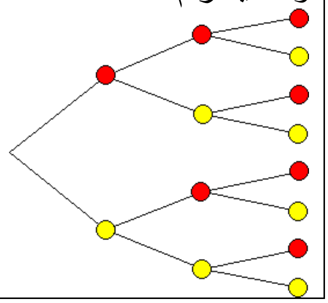
یوه تصادفی تجربه لاندې خویونه لري:

- د برابرو شرایطو سره په خوښه زیات تکرار کیدونکي دي.
- لږ ترلږه دوه ممکنه نتیجې شتون لري.
- نتیجه له وړاندې نه شي ویل کیدی.

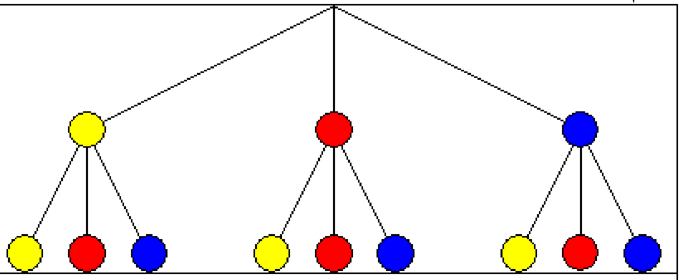
دویم:

تجربه	د حل سټ یا ډېری
الف – د داني یو وار غورځول	$S = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$
ب – د پیسي یو وار غورځول	$S = \{Z; W\}$
پ – د یوه بخت څرخ د 5برخو سره چې له 1 تر 5 بورې ګڼه یا نمره لرى یو وار څرخول	$S = \{1; 2; 3; 4; 5\}$
ت – د یوه مرتبان څخه د2 غونډوسکو یا غونډارو راوېستل چې سره اوتور غونداری دي.	$S = \{rr; rs; sr; ss\}$

دریم : مفصل حل (اوبی)

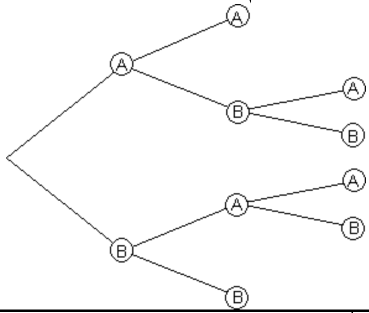
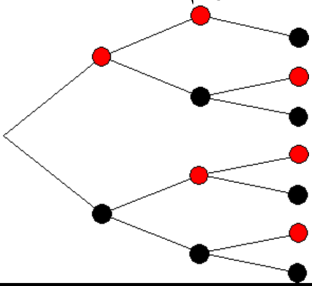
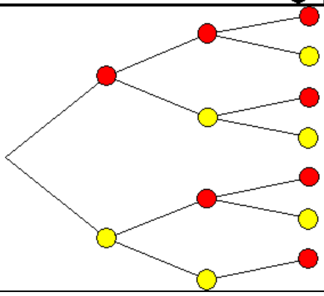
ونه دیاګرام	نتیجې:
	$S = \{rrr; rrg; rgr; rgg; grr; grg; ggr; ggg\}$

څلورم :



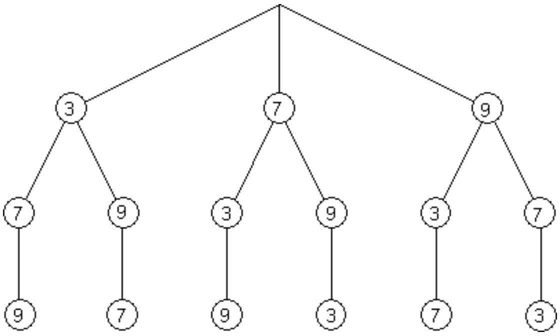
$S = \{gg; gr; gb; rg; rr; rb; bg; br; bb\}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

پنځم : مفصل حل نتیجې: $S = \{AA; ABA; ABB; BAA; BAB; BB\}$	ونه یاګرام 
شپږم : مفصل حل نتیجې $S = \{rrs; rsr; rss; srr; srs; ssr; sss\}$	ونه یاګرام 
اوم : مفصل حل نتیجې $S = \{rrr; rrg; rgr; rgg; grr; grg; gg\}$ پس اوه امکانات شتون لي، چې له خلتې چکلیټ راوباسو	

اتم:مفصل حل

ونه دیاګرام



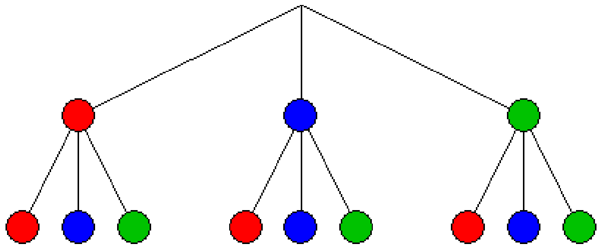
$S = \{379; 397; 739; 793; 937; 973\}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ټول 6 امکانات شتون لري.

نهم: مفصل حل

ونه یاګرام

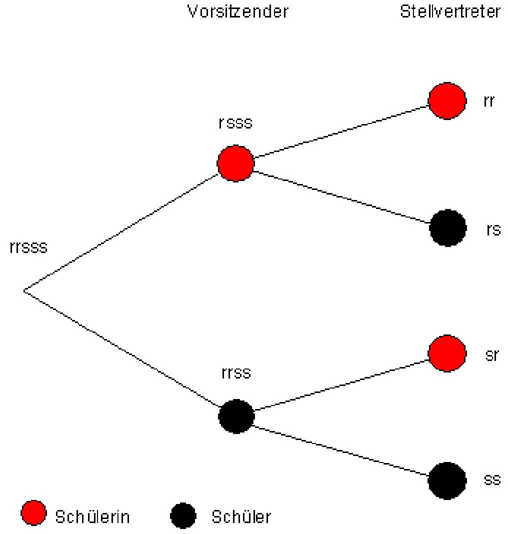


S = {rr; rb; rg; br; bb; bb; gr; gb; gg} .

دا چې دواړه څرخونه یو له بل خپلواک څرخي، به یو – یا همغه وخت کې څرخول او درول نتیجه کې کوم رول نه لوبوی. سړی کړی شي چې یو څرخ پرلپسې دوه واره و څرخوی.

لسم: ونه یاګرام

مرستیال ریس



ښی یا تور : نارینه ز. کین یا سور: ښځینه ز.

(c) ketabton.com: The Digital Library

نتیجه : $S = \{ww; wm; mw; mm\}$

دلته w ښځینه او m نارینه زده کوونکي دي.

دویم - په احتمالوالي شمیرنه کې پیښې

پیښې

د یوه تصادفی تجربې نتیجه کېدی شي د پیښو په توګه را یوځای شي.

مورږ دانې دا یو ځل غورځول په پام کې نیسو.

نتیجه سټ یا نتیجه ډېرئ له 6 ممکنه نتیجو څخه جوړه ده: $S = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$

د نتیجې په توګه A تعریفوو: غورځول شوی عدد یا ګڼ جوړه یا جفت دی.

نتیجه ډېرئ له 3 ممکنه نتیجو جوړه ده: $A = \{2; 4; 6\}$

دا د نتیجې ډېرئ برخډېرئ ده . د دې لپاره لیکو: $A \subset S$

پایله : د یوې تصادفي تجربې نتیجه سټ S هره برخسټ A, B, C, ... پیښه بلل کیږي.

د دې لپاره لیکو: $A \subset S; B \subset S; C \subset S; ...$

بیلګه:

یوه پیسه یو په بل پسې پرلپسې غورځول کیږي.

د ونه دیاګرام له لارې نتیجه سټ یا د نتیجې ډېرئ S پیداکیږي.

$$S = \{(ZZZ); (ZZW); (ZWZ); (ZWW); (WZZ); (WZW); (WWZ); (WWW)\}$$

A دې پایله (نتیجه) وي ، داسې چې دوه واره W ولویږي :. ست A څنګه ده ؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

$A=\{(ZZZ);(ZZW);(ZWZ);(WZZ)\} \quad A\subset S$

تمرین :

B دې پیښه وي، چې Z را ښکاره نه شي. د B سټ څنګه ده ؟

تمرین:

C دې نتیجه وی، چې زیات له زیاته یو ځل Z ښکاره شي. د C سټ کوم دی؟

د پیښنو ډولونه چې په یوه څرخ سر، چې 8 برخې (قطاع) لري ، ه رامنځ ته کیږي .

نتیجه سټ (د نتیجو ډېرى) : $S=\{1;2;3;4;5;6;7;8\}$

پیښه A : عدد له 9 ګوچنی دی:

$\Rightarrow \quad A=\{1;2;3;4;5;6;7;8\}$

نتیجه A د هرې تصادفي پیښې سره پیښیږي یا رامنځ ته کیږي ، دا متمأنه پیښه بلل کیږي: A = S.

نتیجه B: عدد له 7لوي دی:: $B=\{8\} \quad \Rightarrow$:

نتیجه B فقط یو توکی لري. دا ساده یا بنسټ پیښه بلل کیږي.

پیښه C : عدد له 1 کوچنی دی: لاس ته راځي $C=\{\ \}$ همداسې $C=\varnothing$.

نتیجه $C=\varnothing$ هیڅ وخت نه پیښیږي دا یوه نا ممکنه پیښه ده.

نتیجه D : عدد له 6 لوي دی. . پایله نتیجه $\bar{D}$: عدد کوچنی یا برابر 6 دی. پایله	$\Rightarrow \quad D=\{7;8\}$ $\Rightarrow \quad \bar{D}=\{1;2;3;4;5;6\}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

Dد$\bar{D}$ مخامخ یا معکوسه پیښه ده.

د نتیجه سټ(-ډېرۍ) هغه توکي خوندي لري، کوم چې په کې خوندي نه دي.

سټ - یا ډېرۍ ډوله لیکنه: $\bar{D} = S \setminus D$ ، $\bar{D}$ سټ یا ډېرۍ ده fچې له D .

د پیښي او معکوس پیښې ټولنه یا اتحاد نتیجه سټ (- ډېرۍ) $D \cup \bar{D} = S$ ده .

مخامخ یا په څټ یا معکوس پیښې ته بیلګې :

پېښه	معکوس پیښه
A: څلور موټر زیانمن (خراب) دی	$\bar{A}$ لږ تر لږه 5موټر خراب دی
B:لږ تر لږه 2 موبایل (ملفونه) غلا شوي	$\bar{B}$: لږ تر لږه یو موبیل غلا شوی، دا په دې معنا چې هیڅ یا یو موبایل
C: کوم موټر شین نه دی	$\bar{C}$ لږ تر لږه یو موټر شین دی
D: له درې منو څخه تیک یوه خوټا ده.	$\bar{D}$ I : هیڅ یا دوه یا درې منې خوټا دي.

به یاد لرنه: د دې لپاره چې یوې پیښې ته معکوس پیښه ومومو په لاندې ډول مخ ته ځو:

اول – نتیجه سټ S وټاکی.
دویم : پیښه ډېرۍ یا پیښه سټ و ټاکی

دریم : د پاتې – یا باقي سټ جوړښت څخه معکوس پیښې ډېرۍ جوړې کړی.

حل امکانات د ،،زیات له زیاته 4 موټرونه زیانمن دي،، .
د ساده کونې له امله له خورا زیات 6 موټرو څخه مخ ته ځو. ټول د کمبینیشنونو امکانات د جوړ (H) او خراب (D) د پیښو ډېرۍS جوړوي..

(c) ketabton.com: The Digital Library

$S = \left\{ \begin{matrix} \left. \begin{matrix} HHHHHH \\ DHHHHH \\ DDHHHH \\ DDDHHH \\ DDDDHH \end{matrix} \right\} = A \\ \left. \begin{matrix} DDDDDH \\ DDDDDD \end{matrix} \right\} = \bar{A} \end{matrix} \right.$	د زیات له زیات ځلور خرابیو شتونوالی شته د لږ تر لږه پنځه خرېبو شتونوال شتون لري

د حل امکانات ،، لږ .تر لږه 2 ملفونونه غلا شوي،،.
د ساده کوني له امله له خورا زیات 4 موبایلونه غلا شوي مخ ته ځو. ټول د کمبینیشنونو امکانات د غلا شوو(G) او نه غلا شوو (N) د پیینو ډېرۍS جوړوي..

$S = \left\{ \begin{matrix} \left. \begin{matrix} GGGG \\ GGGN \\ GGNN \end{matrix} \right\} = B \\ \left. \begin{matrix} GNNN \\ NNNN \end{matrix} \right\} = \bar{B} \end{matrix} \right.$	لږ ترلږه د دوه ملفونونو د غلا امکانات شته د لږ تر لږه یوه ملفون غلا امکانات

دوه د حل امکانات د ،، کوم موټر اسماني رنګه نه دی،، لپاره.
د ساده کوني له امله له خورا زیات 4 موټرونو مخ ته ځو. ټول د کمبینیشنونو امکانات (B) او نه اسمانینګه (N) د پیینو ډېرۍS جوړوي..

$S = \left\{ \begin{matrix} \{NNNN\} = C \\ \left. \begin{matrix} BNNN \\ BBNN \\ BBBN \\ BBBB \end{matrix} \right\} = \bar{C} \end{matrix} \right.$	امکانات چې هیڅ موټر شین نه دی اکانات چې لږ تر لږه یو موټر شین دی

د حل امکانات د ،، له درې منو څخه تیک یوه منه خوسا ده،، لپاره.
مونږ له درې منو څخه پیل کوو. د کمبینښن ټول امکانات د خوسا (F) او نه خوسا (N) یوه نتیجه ډیرئ (-سټ) S جوړوي..

(c) ketabton.com: The Digital Library

د یوې منې لپاره امکانات چې خوسا ده امکانات چې یوه، دوه یا هیڅ منه خوسا نه ده.	$S = \left\{ \begin{array}{l} \{FNN\} = D \\ FFN \\ FFF \\ NNN \end{array} \right\} = \bar{D}$

تمرین: B دې نتیجه وي، چې عدد نه را وځي. د B ډېرۍ څنګه ده یا کومه ده؟

حل : $B = \{(WWW)\} \quad B \subset S$

یادونه : دا چې د B سټ تیک یو توکی لري، په دې حالت کې له یوې ساده – یا بنسټیزې پیښې عبارت دی.

تمرین : C دې نتیجه وي، چې خورا زیات یو ځل عدد را ښکاریږي. د C سټ کوم دی؟

حل :

$C = \{(ZWW);\ (WZW);(WWZ);(WWW)\} \quad C \subset S$

دریم - په احتمالوالي شمیرنه کې د پیښو ترنه

د پیښو ترنه

یوه دانه یو ځل غورځول کیږي. لاندې دوه پیښې منځ ته راځي.

A : د سترګو عدد (ګڼ) له 3 لوی دی.

B : د سترګو تعداد جوړه (جفت) عدد دی.

یوه نوې پیښه لکه چې ګورو لاس ته راځي :

C : د سترګیو تعداد له 3 لوې دی او د سترګیو تعداد یو جوړه عدد دی.

نتیجه C یوه له A او B جوړه د او-ترنه ده.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د پیښې C ډېرۍ یا سټ څنګه ده؟

حل: $A=\{4;5;6\} \quad B=\{2;4;6\} \Rightarrow C=\{4;6\}$

د سټ یا ډېرۍ لیکدود له مخې دا په دې معنا دی

د A او B د اوترنه = د A او B غوڅډېرۍ یا قطاع = $C = A \cap B$

تمرین :

یوه نوې پیښه، لکه چې ګورو رامنځ ته کیږي:

D : د سترګیو تعداد یا ګڼون له 3 لوې دی یا د سترګیو عدد (ښه یې تعداد) یو جوړه عدد دی.

دا د پیښه د A اوB څخه یوه د یا – ترنه ده . دD پیښه څنګه لیکلی شو؟

د دې لپاره چې د پېښو ترنې یا عملیې جوړې کړو اړین دی، چې د سټتیوري (ډېرۍ پوهنه) باندې یو ځغلند نظر واچوو:

د ډېرۍ پوهنې یا سټ تیوري لنډیزا

د اعدادو(ګڼونو) سټ: د اعدادو سټ د یو له بل کره توپیروړ اعدادو ټولګه ده.

سټونه په لویو لاتین تورو په نخښه کیږي.

بیلګه:

M= {2,4,6,8,10}

2 د M توکی دی	$2 \in M$
6 د M توکی دی	$6 \in M$
3 د M توکی نه دی	$3 \notin M$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د سټونو لپاره ليکندود

ګڼنيزه (د اعدادو له لارې) انځورونه $A=\{1;2;3;4;5\}$

تشريحي انځورونه

په لغاتو يا نوره هم ښه کلمو: A د ټول x سټ دی، کوم لپاره چې باور لري، x له 1 تر 5 پورې يو طبيعي عدد دی.

تش سټ(تشدېرۍ)

تشسټ کوم توکي نه لري.

سومبول

د تشسټ لپاره برابر ارزښته وييني يا ا فادې.

د او په معنا دی

د ډېريو يا سټونو لپاره ليکدود

شمېرنيزه انځورونه $A = \{1; 2; 3; 4; 5\}$

تشريحي انځورونه $A = \{x | 1 \le x \le 5\}_{\mathbb{N}}$

په کلمو: Aد ټولو x سټونو ډېرۍ ده، د کومو لپاره چې باور لري

x يو طبيعي عدد دی له 1 تر 5 پورې

تشدېرۍ يا تش سټ $B = \{x | x \in A \wedge x > 5\} = \{\ \}$

تش سټ کوم توکي نه لری

سومبول $\{\ \} = \varnothing$ د تش سټ دليکلو لپاره برابرارزښته ليکندود دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

په ستونو کې عمليې (د ډېريو ترنې)

د A او B د تقاطع سټ (د او غوځېدېرى)

B = { e; f; g; h; i; j }	A = { a; b; c; d; e; f; g }
$C = A \cap B = \{e; f; g\}$	د A او B د تقاطع سټ يا غوڅېدېرئ $A \cap B$ (A قطعه شوي له B سره)
$A \cap B = \{x \mid x \in A \wedge x \in B\}$	$A \cap B$ ټول هغه توکي لري، چې په A کې او همدې وخت کې په B کې هم پراته وي.
د تقاطع سټ د دوه ستونو ترمنځ يوه د او ــترنه يا عمليه ده.	$x \in A \cap B$ په دې معنا چې x په A او B کې پروت دی يا د A او B توکی دی.

د ډېريو يا ستونو A او B تولنه يا اتحاد

$B = \{ 2; 4; 6 \}$	$A = \{ -4; -2; 1 \}$
$A \cup B = \{ -4; -2; 1; 2; 4; 6 \}$ $A \cup B = \{x \mid x \in A \vee x \in B\}$	$A \cup B$ د A او B ټول توکي خوندي لري
د اتحاد سټ يا تولنډېرى د ستونو ترمنځ د يا-ترنه يا عمليه ده	$x \in A \cup B$ بلل کيږي: x په A يا B کې پروت دی يا x په دواړو ډېريو کې پروتدی

د ستونو نخښې، د منطق نخښې

د ستونو يا ډېريو نخښې د دوه ډېريو يا ستونو ترمنځ	غوڅ – يا قطع شوی	$\cap$
	تولنه يا اتحاد	$\cup$
د دوه ډېريو يا ستونو ترمنځ منطقی نخښې	منطقی او	$\wedge$
	منطقی يا	$\vee$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د A برخډېرى يا سب سټ

ورکړ شوي ډېرىB د A يوه برخډېرى ده، څکه چې د B هر توکى د A توکى هم دى.	$A=\{1;2;3;4;5;6\}$ $B=\{2;4;6\}$ $B\subset A$ په دې معنا چې B د A برخډېرى ده

د دوه ډېريو A او B کمبنت -ياکمونډېرى (باقي سټ)

د A او B کمبنتډېرى دA ټول هغه توکي لري، چې په B کې نه وي پراته. ليکنه يې: \ لوستنه يې. A بې له B	$A=\{1;4;9\}$ $B=\{0;2;4;6\}$ $A\setminus B=\{1;9\}$ $A\setminus B=\{x \mid x\in A \wedge x\notin B\}$ \ : په دې معنا چې ،،بې،،

$x\in A\setminus B$ په دې معنا چې : x پهA کې پروت دى، مګر نه په B کې

ترلو پيښو ته بيلګي

سترګى مکعب بيا غورځول کيږي. لاندې پيښې کره کيږي:

A: د سترګيو ګڼون يا تعداد يې له څلورو کم دى.

B : د سترګيو تعداد يې يو ناجوړه (طاق) عدد(ګڼ) دى.

C : [4 ; 5]

$A\cap B$ جوړ يا تشکيل کړى او ډېرى يا سټ په لغاتو وليکى.

حل(اوبى):

$A=\{1;2;3\}$ $B=\{1;3;5\}$ $\Rightarrow A\cap B=\{1;3\}$

$A\cap B$: د سترګيو تعداد له څلورو کوچنى او يو ناجوره يا طاق عدد دى..

(c) ketabton.com: The Digital Library

$A \cup B$ جوړ کړی او ډیری په لغاتو کې تشریح کړی.

ځواب :

$A = \{1; 2; 3\} \qquad B = \{1; 3; 5\} \qquad \Rightarrow A \cup B = \{1; 2; 3; 5\}$

$A \cup B$: د سترګیو تعداد له ۴ کوچنی دی او یا یو ناجوړه یا طاق عدد.

$\overline{A} \cap B$ تشکیل کړی او ډیری په لغاتو کې تشریح کړی.

ځواب:

د سترګیو تعداد له ۳ لوي دی	$A = \{1; 2; 3\} \Rightarrow \overline{A} = \{4; 5; 6\}$
د سترګیو تداد یو ناجوړه عدد دی	$B = \{1; 3; 5\}$

$\overline{A} \cap B = 5$ د سترګیو تعداد له ۳ لوی او یو ناجوړه یا طاق عدد دی.

$A \cap B$ جوړ کړی او ډیری په لغاتو سره تشریح کړی.

ځواب: $A = \{1; 2; 3\} \qquad C = \{4; 5\} \qquad \Rightarrow A \cap C = \{\ \} = \varnothing$

$A \cap B$: د سترګیو تعدا له ۴ کوچنی او ۴ یا ۵ دی

داسې یوه پیښه نازغموړ یا بې قرارداده پیښه بلل کیږي.

نا زغم وړې پیښې:

د دوه پیښو A او B د او –ترنه نازغموړ بلل کیږي .که عوڅډیری یا د تقاطع سټ یې تشه وي، یعنې $A \cap B = \varnothing$.

د A او $\overline{A}$ د او- ترنه تل نازغوړ ده، څکه چې باور لري: $A \cap \overline{A} = \varnothing$

پام : تل باور لري:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$E \cup \bar{E} = S \qquad E \cap \bar{E} = \varnothing$$
$$E \cup S = S \qquad E \cap S = E$$

حل (اوبی) :

یوه نوي پيښه ، لکه چې کره کيږي يا ځرګند کتل کيږي، منځ ته راځي:

D : د سترګيو تعداد له ۳ لوي يا د سترګيو تعداد يو جوړه يا جفت عدد دی.

دا پيښه D يو د او-ترنه ده له A او B .

پيښه دېرى D ځنګه ښکاريږي؟

$$A = \{4; 5; 6\} \quad B = \{2; 4; 6\} \Rightarrow D = \{2; 4; 5; 6\}$$

دا دېرى په ليکندود داسي برېښي

$D = A \cup B$ د A او B تولندېرى = له A او B د يا- ترنه .

پوښتني

پيښي او د پيښو ترنه I

لومړی – يوه دانه يو ځل غورځول کيږي.لاندې پيښي په ګڼلووالي ليکنډل ورکړئ.

الف – د سترګيو تعداد له ۳ لوی دی. ب - د سترګيو زياتون جوړه دی. پ – د ب مخامخ يا معکوس پيښه. ت – نه څلور .

دويم:يوه دانه پرلپسي دوه واره غورځول کيږي. لاندې پيښي په شميرلي ډول يا د ګڼونو په ډول انځور کړئ.

الف – د سترګيو زياتون يا جمعه ۵ ده. ب – د سترګيو جمعه جوړه ده او له ۶ لويه. ب – د سترګيو جمعه زيات له زياته ۴ ده. ت – د سترګيو ضرب ۱۰ دی.

دريم: يو مرتبان ۲ تور او ۴ سره غونداري خوني لري. د مرتبان څخه پرلپسي غونداري راوستل کيږي. غونداري بيرته مرتبان ته نه اجول کيږي. لاندې پيښي تعريفيږي:

الف- لومړی دواړه راوستل شوي غونداري همغه رنګ لري.

ب- لومړی او اخرنی راوستل شوی غونداری مختلف رانګونه لري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ – وروسته له وروسته له دريمې روستنې ټول سره غونډاري راوستل شوي دي.

ت- له دويمې راوستنې لا يو تور غونډارى په مرتبان کې شته.

يو- ونه دياګرام وکاږئ او نتيجه يې ورکړئ

دوه- ټولې پيښې په شمېرنيز يا زياتيدوني ډول سره ورکړي

درې -هرې پيښې ته هغه مخامخ يا معکوس پيښه ورکړئ په ګڼنيز –يا زياتيدوني ډول.

څلورم: يو زده کوونکى په څلور د شميرپوهنې(رياضي) په سوالونو کار کوي. ښوونکى کار داسي اصلاح کوي، چې په ترتيب د هرې پوښتنې په پاى کې r د ټيک او f د ناټيک لپاره ليکي. لاندې پيښې تعريفيږي:

الف- دريمه پوښتنه ناټيک ده.

ب – لږ تر لږه ۳ پوښتنې ټيک دي.

پ – ټيک درې پوښتنې ټيک دي.

يو- ونه دياګرام وکاږئ او نتيجې يې ورکړئ.

دوه- ټولې پيښې په شميرلي(زياتيدوني) ډول ورکړئ

پنځم –

د يوه غونډاري د نتيجو ډېرئ ده:$S=\{1,2,3,4,5,6\}$

لاندېS برخډيرئ کره کيږي:

$A=\{1,2,3\}$, $B = \{1,2,5,6\}$, $C = \{2,4\}$

الف - وټاکئ $B \cap A$همداسې $A \cap C; B \cap C$ اوى

ب - $\overline{A}$ وټاکي همداسې $\overline{A \cap C}$ او $S \setminus B$.

پ - يوه پيښه $D \subset S$ ورکړئ، داسې چې پيښې A او D نازغموږ دي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

ځوابونه

پیښې او د پیښو ترڼه ا

مفصل ځوابونه :

لومړی :

د نتیجو ډېرى $S=\{1;2;3;4;5;6\}$:

الف - $A=\{4;5;6\}$ ب - $B=\{2;4;6\}$

پ - $C=\overline{B}=S\setminus B=\{1;3;5\}$ ت - $D=\{1;2;3;5;6\}$

دویم -

$$S=\{(1|1);(1|2);(1|3);(1|4);(1|5);(1|6);(2|1);(2|2);(2|3);(2|4);(2|5);(2|6)\}$$
$$\cup\ \{(3|1);(3|2);(3|3);(3|4);(3|5);(3|6);(4|1);(4|2);(4|3);(4|4);(4|5);(4|6)\}$$
$$\cup\ \{(5|1);(5|2);(5|3);(5|4);(5|5);(5|6);(6|1);(6|2);(6|3);(6|4);(6|5);(6|6)\}$$

الف –

$$A=\{(1|4);(2|3);(3|2);(4|1)\}$$

ب –

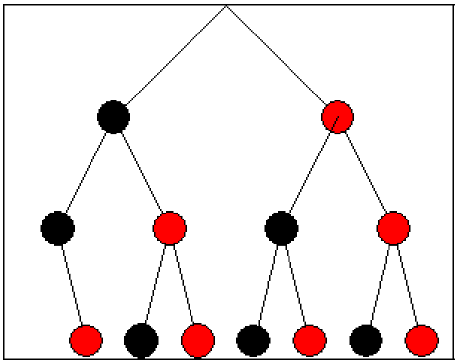
$$B=\{(2|6);(3|5);(4|4);(4|6);(5|3);(5|5);(6|2);(6|4);(6|6)\}$$

پ - $C=\{(1|1);(1|2);(1|3);(2|1);(2|2);(3|1)\}$

ت - $D=\{(2|5);(5|2)\}$

دریم - الف- نتیجه ډېرئ یا –سټ: سور=r ، تور=s ,

$S=\{ssr;srs;srr;rss;rsr;rrs;rrr\}$



(c) ketabton.com: The Digital Library

ب-

$A=\{ssr;rrs;rrr\}$ $\quad B=\{ssr;srr;rss;rrs\}$

$C=\{ssr;srs;rss\}$ $\quad D=\{srs;srr;rss;rsr\}$

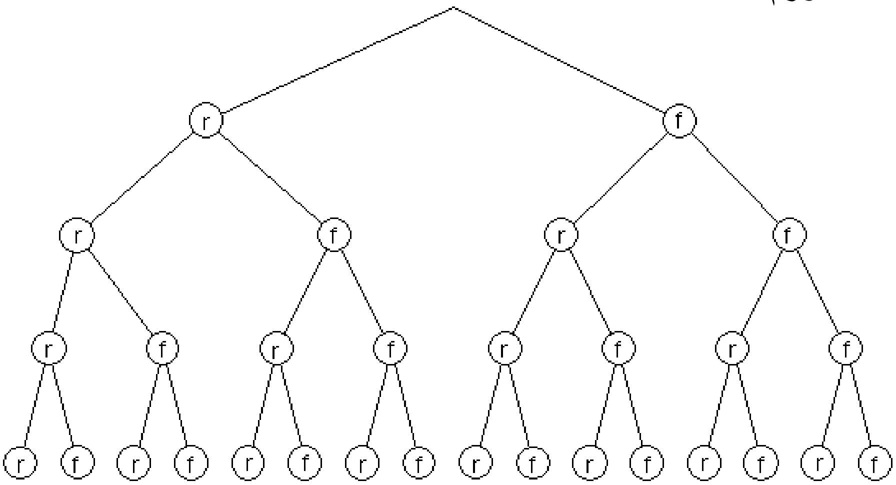
پ-

$S=\{ssr;srs;srr;rss;rsr;rrs;rrr\}$

$\overline{A}=S\setminus A=\{srs;srr;rss;rsr\}$ $\quad \overline{B}=S\setminus B=\{srs;rsr;rrr\}$

$\overline{C}=S\setminus C=\{srr;rsr;rrs;rrr\}$ $\quad \overline{D}=S\setminus C=\{ssr;rrs;rrr\}$

خلورم: مفصل حل الف-



$S=\{rrrr;rrrf;rrfr;rrff;rfrr;rfrf;rffr;rfff;frrr;frrf;frfr;frff;ffrr;ffrf;fffr;ffff\}$

ب-

$A=\{rrfr;rrff;rffr;rfff;frfr;frff;fffr;ffff\}$ $\quad B=\{rrrr;rrrf;rrfr;rfrr;frrr\}$

$C=\{rrrf;rrfr;rfrr;frrr\}$ $\quad D=\{rrrr;rrrf;rrfr;rrff\}$

پنځم مفصل ځواب:

الف- $B\cup C=\{1;2;4;5;6\}$. $\quad A\cap C=\{2;4\}$ $\quad A\cap B=\{1;2\}$

ب -

$S\setminus B=\overline{B}=\{3;4\}$ $\quad \overline{A\cap C}=S\setminus A\cap C=\{1;3;5;6\}$ $\quad \overline{A}=S\setminus A=\{3;5;6\}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ- او ناز غموړ دي، که باور ولري:

او ناز غموړ دي، که باور ولري: $A \cap D = \varnothing$

بيلګه:

$$D = \{3; 6\} \Rightarrow A \cap D = \varnothing$$

پوښتنې

پيښې او د پيښو ترڼه II

لومړی – يوه سترګۍ يو ځل غورځول کيږي. لاندې پيښې تعريفيږي:

A : غورځول شوی عدد يا ګڼ له ۴ کوچنی دی.

B : غورځول شوی عدد ناجوړه –يا ټاق عدد دی.

لاندې پيښې په شميرلشوې بڼه وټاکئ:

الف - $A \cup B$ ب - $A \cap B$ پ - $\bar{A} \cap \bar{B}$

ت - $\overline{A \cap B}$ ټ - $A \cap \bar{B}$ ث - $\overline{A \cup B}$

دويم – يو مرتبان درې سره او پنځه تور غونډاري(کرې) لري. د مرتبا څخه يوپه بل پسې درې غونډاري راوستل کيږي، بې له بيرته وراچونې څخه. لاندې پيښې تعريفيږي.:

A:لومړي دوه غونډارې بيلبيل رنګونه لري.

B : لومړئ او په پای کې ويستل شوي غونډاري همغه يا برابر رنګ لري.

الف: ونه دياګرام وکاږئ او نتيجه ډېرئ يا ست يې ورکړئ.

ب- لاندې پيښې په شميرنيزه بڼه ورکړئ.

$$A; B; A \cap B; \bar{A}; A \cup \bar{B}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دریم – په لاتري ډول کې 15 لترې پرتې دي، له دې څخه 10 لاترې بیلونکې دي. د لاترې ډول څخه بو په بل پسې دوه لاترې راوستلکیږي. لانمدې پیښې تعریفیږي یا راښوول کیږي:
: فقط بایلونکې راوستل کیږي.
: ټیک ګټونکې لاترې راوځي.
:دا اخر راوستله شوې لاترې بایلونکې ده.
الف- ونه زیاګرام وکاږئ او نتجیه ډیرئ یې ورکړئ.
ب- لاندې پیښې واکئ: $D=\overline{A\cup B}$ ؛ او $E=B\cap\overline{C}$.
څلورم – له دوه پیښوA او B څخه پوهیږدو، چې $A\cup B=S$ او $A\cap B=\varnothing$ دي.
د پیښې A او B په هکله څه ویلای شو؟

پنځم - د یوه مرتبان د 100 برابرډوله ، له 1 تر 100 په ګڼه شوییا په شمیره شوي غونډارو (یا کرو) څخه یو غونډاری راوستل کیږي.
لاندې پیښې تعریفیږي:
A : تعداد یا ګڼوڼ په ۸ وېشوړ (قابل تقسیم) دی.
B: تعداد یا ګڼوڼ په 15 وېشوړ (قابل تقسیم) دی
C : تعداد یا ګڼوڼ په ۸ یا ۹ وېشوړ (قابل تقسیم) دی
D : تعداد یا ګڼوڼ په ۹ یا ۱۵ وېشوړ (قابل تقسیم) دی
E: تعداد یا ګڼوڼ په ۱۲ یا ۱۵ وېشوړ (قابل تقسیم) دی
F : تعداد یا ګڼوڼ په ۱۲ یا ۱۷ وېشوړ (قابل تقسیم) دی
G : تعداد یا ګڼوڼ په ۸ وېشوړ (قابل تقسیم) دی
H : تعداد یا ګڼوڼ په ۱۲ مګرنه په ۸ وېشوړ (قابل تقسیم) دی.
نتیجه ډیرئ په شمیرنیزه توګه(چې ټول د ډیرئ توکي وګڼل شي) ټاکئ.

ځوابونه

د پیښو پیښې او د پیښو ترنه یا نښلونه॥

مفصل ځوابونه:
لومړی:
الف- $B=\{1;3;5\}$ $A=\{1;2;3\}$ $S=\{1;2;3;4;5;6\}$
ب - $A\cup B=\{1;2;3;5\}$
$A\cap B=\{1;3\}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ - $\overline{A}=S\setminus A=\{1;4;6\}$ $\quad \overline{B}=S\setminus B=\{2;4;6\} \Rightarrow \overline{A}\cap\overline{B}=\{4;6\}$

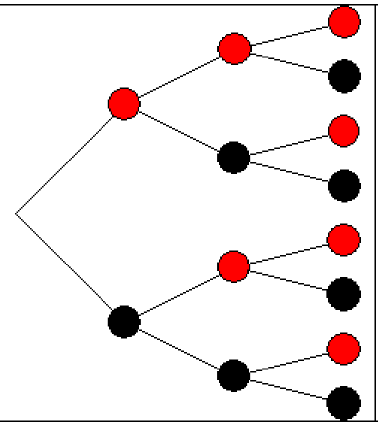
ت- $A\cap B=\{1;3\} \Rightarrow \overline{A\cap B}=S\setminus A\cap B=\{2;4;5;6\}$

ټ- $\overline{B}=\{2;4;6\} \Rightarrow A\cap\overline{B}=\{2\}$

ث - $\overline{A\cup B}=S\setminus A\cup B=\{4;6\}$

دویم:

الف-



د پیښو دېرئ یا سټ

$S=\{rrr;rrs;rsr;rss;srr;srs;ssr;sss\}$

ب-

$S=\{rrr;rrs;rsr;rss;srr;srs;ssr;sss\}$

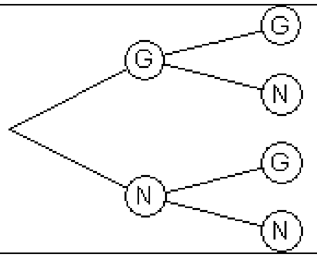
$A=\{rsr;rss;srr;srs\}$ $\quad B=\{rrr;rsr;srs;sss\}$

$A\cap B=\{rsr;srs\}$ $\quad \overline{A}=S\setminus A=\{rrr;rrs;ssr;sss\}$

$\overline{B}=S\setminus B=\{rrs;rss;srr;ssr\} \Rightarrow A\cup\overline{B}=\{rsr;rss;srr;srs;rrs;ssr\}$

دریم:

الف-



نتیجې:

$S=\{GG;GN;NG;NN\}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب-

$$S = \{GG; GN; NG; NN\}$$

$$A = \{NN\} \qquad B = \{GN; NG\} \qquad C = \{GN; NN\}$$

$$A \cup B = \{NN; GN; NG\} \qquad D = \overline{A \cup B} = S \setminus A \cup B = \{GG\}$$

$$\overline{C} = S \setminus C = \{GG; NG\} \qquad E = B \cap \overline{C} = \{NG\}$$

څلورم: A او B ناز غمونږ دي. B <= A = S\B د A مخامخ (په څټ یا معکوس) پېښه ده.

پنځم:

S = { 1; 2; ..... 99; 100}
A = { 8; 16; 24; 32; 40; 48; 56; 54; 72; 80; 88; 96 }
B = { 15; 30; 45; 60; 75; 90 }
C = { 8; 9; 16; 18; 24; 27; 32; 36; 40; 45; 48; 54; 56; 63; 64; 72; 80; 81; 88; 90; 96; 99 }
D = { 9; 15; 18; 27; 30; 36; 45; 54; 60; 63; 72; 75; 81; 90; 99 }
E = { 12; 15; 24; 30; 36; 45; 48; 60; 72; 75; 84; 90; 96 }
F = { 12; 17; 24; 34; 36; 48; 51; 60; 68; 72; 84; 85; 96 }
G = { 8; 16; 32; 40; 56; 64; 80; 88 }
H = { 12; 36; 60; 84 }

څلورم: د نسبي ډېروالي څخه و احتمالوالي ته

نسبي ډېروالی

120 زده کوونکي پوښتل کيږي، چې ايا دوي يو ملفون لري. د دې پوښتنې پايله ده: له 120 زده کوونکو څخه 99 زده کوونکي يو ملفون لري.

پېښه E : زده کوونکی ملفون لري

په دې حالت کې د پېښې E مطلق ډېروالی H 99 دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

دا د حالتونو تعداد یا ګڼون دی، چې پېښې E په کې رامنځ ته کېږي یا پېښېږي.

د نمونه ازمايښت پراخوال يا غيږ په دې حالت کې 120 دی.

د E نسبي ډېروالی د دې لارې ورکړشوی دی: $h(E) = \frac{H(E)}{n} = \frac{99}{120} = 0{,}825$

په ټوليزه توګه باور لري؛

د نمونه ازماېښت څومره والی/د يوې پېښې مطلق ډيروالی= د يوې پېښې ډېروالی

فورمال: $h(E) = \frac{H}{n}$

تمرين: د په څټ – يا معکوس پېښې $\bar{E}$ نسبي ډېروالی وټاکئ او له $h(E)$ او $h(\bar{E})$
څخه جمعه يا زياتون جوړ کړئ.

ځواب وروسته.

يادونه: د پېښې E او د هغې معکوس پېښې $\bar{E}$ لپاره باور لري:

$\bar{E}$ gilt: $h(E) + h(\bar{E}) = 1$

د احتمالوالي تعريف:

د احتمالوالي تعريف کې سرې کلاسيکې احتمالوالي تعريف او ستاتيستيکي احتمالوالي تعريف ترمنځ توپير کوي.

کلاسيکي يا ټولګيز احتمالوالی د يوې بيلګې په بنسټ:

د يوه ايديال يا ډېر ټيک غورځووني يا سترګي(چې شپږ سترګې لري) څخه سرې داسې مخ ته ځي، چې د 1 او 6ترمنځ هر عدد يا ګڼ د رامنځ ته کيدو لپاره برابر چانس شتون لري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

موړ پیښنه E تعریفوو: غورځول شوی عدد 6 دی.

د دې عدد د رامنځ ته کیدو لپاره په لاندې توګه تفریف ورکوو:

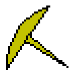
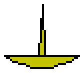
د ټولو ممکنه پیښنو تعداد/په Eپوري اړونده پیښنو تعداد=p=P(E)

تمرین: د یوه جوړه عدد لپاره چې له دوه لوی دی په یو ځل غوروځولو سره احتماوالی وشمیرئ.

حل وروسته راځي.

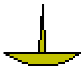
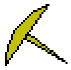
ستاتیستیکي احتمالوالی د بیلګې په توګه د یوه کاغذ ستن غوروځولو لپاره:

که څوک د کاغذ یوه ستن وغوروځوي، نو دا یا په شا یا په اړخ لویږیدلې پاتیږي.

سړی له دې مخ ته نه شي تللی، چې دلته دې چانس برابر وي. د دې اغیزوالی د کاغذمیخ په جوړیدښه کې پروت دی. کیدی شيچې دا د کاغذ ستن برابرډوله یا لړ برابرډوله جوړه شوې ده. د دې لپاره چې دلته په احتمالوالي وینا وکړی شو، باید تجربې وکړو.

یوه د کاغذ ستن سل واره غوروځول کیږي، نسبي ډیروالی شمیرل کیږي.

نتیجه			جمعهn
مطلق ډیروالیn_i	44	56	100
نسبي ډیروالی			

$$h(e_i)=\frac{n_i}{n} \quad \frac{44}{100}=0,44 \quad \frac{56}{100}=0,56 \quad \frac{100}{100}=1$$

نسبي ډیروالی په %کې،	44%	56%	100%

(c) ketabton.com: The Digital Library

تجربې ښايي، چې د جګيدونکو تجربو د تعداد سره پای ارزښت ته سره نږدې کيږي، دا سره ور نږدې(pendelt يا ټال خوري)کيږي.

دا پای ارزښتونه ستاتيستيکي ارزښتونه بلل کيږي.

د دې لپاره چې زموږ د تجربو لپاره يوه د منلو وړ وينا وکړای شو، بايد دا تجربه زياته تکرار شي.

لکه په سترګي يا غورځووني کې ډېروټاکل شي، نو د نسبي ډېروالي خوريدنه د يوه ټاکلي سترګی تعداد رامنځ ته کيدو لپاره په يوه ټاکلي ارزښت رامنځ ته کيدو باندې را تنګيږي يا را ټوليږي، په غورځوني يا سترګئ کې په   1/6 ارزښت. له دې امله ستاتيستيکي احتمالوالی د پولې ارزښت په حيث تعريفيږي، د ازماېښتونو تعداد د ناپای خواته ځي:

$$p = P(E) = \lim_{n \to \infty} \frac{H(E)}{n}$$

د n سره دتجربو د تعداد په حيث او د H(E) سره د مطلق ډېروالي په حيث.

يادونه: د توکلي ازماېښت د ټاکلو پيښنو احتمالوالی د منتظره نسبي ډېروالي لپاره خوراښه وړاندوييښه يا فرضيه ده.

يوه تجربه دې واضح کړي، چې دپيښنو نسبي ډيروالی په يوه ټاکلي ارزښت خوزي يا حرکت کوي، که د ازماېښتونو تعدادپوره ستر وي.

ازماېښت: لس د کاغذ ستنې په همغه يا يوه وخت کې وغورځوئ او د پيښنو تعداد په پام کې ولرئ.

E :د کاغذ ستنې په شا پرتې دي.

دا تجربه په ټوليزه توګه لس واره تکرار کړئ.
دا د تجربې کړنه دې داسې وګڼل شي، چې ګوندې يو د کاغذ ستن دې سل واره غورځول شوې وي.دا راټول مطلقه ارزښت دې په يوه جدول کې وکاروئ او نسبي ډېروالی بيا وشميرئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

ازماېښت نمره	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ni	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
H(E)راټول شوي	5	9	11	14	18	25	28	42	37	44
$h(E)=\frac{H(E)}{n_i}$	0,5	0,45	0,37	0,35	0,36	0,42	0,4	0,4	0,41	0,44

پورته کې د الماني پښتو په ترتیب: د تجربې نمره، راټول.

که دا تجربه یا ازماېښت له ډېرو کسانو له خوا د برابرو شرایطو لاندې وشي، نو کیدی شي د د تجربو د ډېروالي سره و ارزښتول شي.

دا د بیلګې په توګه د 10 تجربه کسانو د تجربو زیاتوالی یا جمعه کیدنه و 1000 تجربو ته د تعداد جګوالي سره په برابره معنا دی.

دلته هم نسبي ډېروالی وشمیرئ.

په لاندې د الماني پ: د کسانو ګڼه(نمره) ، راټول(ګڼوالی یا زیاتوالی.

د شخص ګڼهNi (Nr)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	100	200	300	400	500	600	700	800	900	1000
راټول H(E) H(E)	44	38	42	49	50	48	51	47	42	44
	44	82	124	173	223	271	322	369	411	455
$h(E)=\frac{H(E)}{n_i}$	0,44	0,41	0,413	0,433	0,446	0,452	0,46	0,461	0,457	0,455

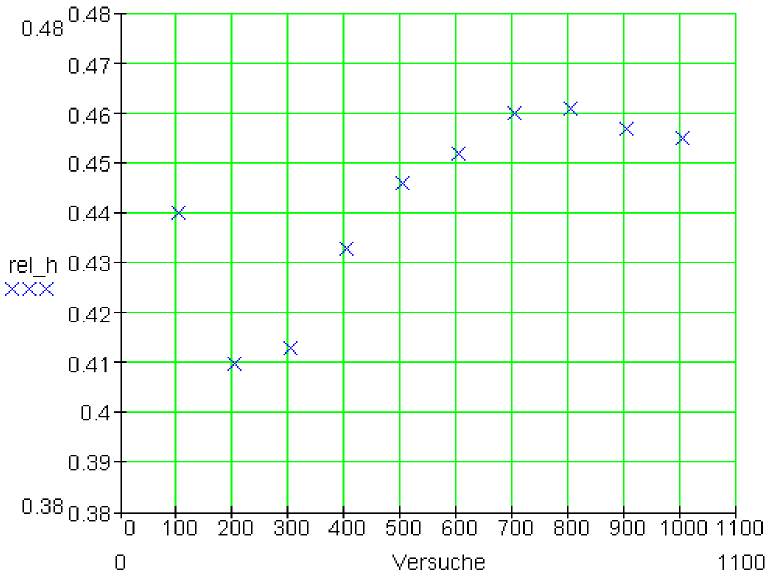
د پورته کېن په ترتیب

نسبي ډیروالی په یوه دیاګرام کې ولیکئ او د نسبي ډېروالي وده تر څیړنې لاندې ونیسئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

يو انتروال ورکړئ، په کوم کې چې نسبي ډېروالی خوزي یاټال خوري.

د تجربي وتنه باندې کومنتار ورکړئ یا تشریح کړئ.



پورته کېنږ: نسبي ډېروالی، لندې یا کته: ازماېښت
داسې لیدل کیږي، چې نسبي ډېروالی په انتروال [0,45;0,46]=اکې کښته پروته ځغلي یا ټال خوري یا خوزي.

دا تجربه واضح کوي، چې د تجربو د لړ تعداد سره نسبي ډېروالی قوي په یوه ټاکلي عدد ځانګې یا ټال خوري یاور نږدې کیږي.

هر څومره چې د جربو تعداد زیات شي نو دا ارزښت د یوه نسبي ډېروالي یوه ټاکلي ارزښت ته ور نږدې کیږي.

دا ارزښت کیدی شي د ستاتیستیکي احتمالوالي په حیث د پیښې E د پیښیدو لپاره په ګوته شي یا وټاکل شي.

دا زموږ د بیلګي لپاره په دې معنا دی، چې د دې لپاره احتمالوالی چې دکاغذ ستنې په شاپرتې دي د ازښتونو 0,45 او 0,46ترمنځ خوزي یا ټالئ خوري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د معکوس یا په څټ پیښې لپاره(د کاغذ ستنې په اړخ پرتې دي) احتمالوال د 0,54 او0,55 تر منځ پروت دی.

داپه دې معنا، چې دا استعمال شوې د کاغذستنې د دواړو پیښو رامنځ ته کیدو لپاره(په شا یاپه اړخ) نابرابر احتمالوالی لري.

بیلګه: دا په ځنګ کې د بخت څرخ شپږ برخې لري، ځنې د مختلف لویوالي سره .

نتیجه ډېرئ یا ـــسټ په دې معنا چې S ممکنه پیښې:

S={1,2,3,4,5,6}

موږ دوه پیښې تعریفوو:

A : ګڼه یا نمره جوړه (جفت)ده. لهدې لاس ته راځي:A={2,4,6}

B : ګڼه ناجوړه(طاق) ده له دې لاس ته راځي:B={1,3,5}

که چیرې دا د بختڅرخ په برخو 2, 4 او 6 دریږي، نو وایو، چې پیښه A رامنځ ته شوې یاپیښه شوې ده.

که دا ښودونکی په برخو 1, 3 او 5ودریده، نو پیښه B رامنځ ته کیږي.

لومړی د ساده پیښو احتمالوالی تر څیرنې لاندې نیسو

$$P(1)=P(3)=\frac{1}{8} \qquad P(2)=\frac{1}{4} \qquad P(4)=P(5)=P(6)=\frac{1}{6}$$

د A پیښې د پیښدو لپاره احتمالوالی په لاندې ډول شمیرل کیدی شي:

$$P(A)=P(\{2;4;6\})=P(2)+P(4)+P(6)=\frac{1}{4}+\frac{1}{6}+\frac{1}{6}=\frac{7}{12}$$

د B پیښې د پیښدو لپاره احتمالوالی په لاندې ډول شمیرل کیدی شي:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P(B) = P(\{1;3;5\}) = P(1) + P(3) + P(5) = \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{6} = \frac{5}{12}$$

تمرين: د A د معکوس – ياپه ښت پيښې لپاره احتمالوالی وشميرئ.

ځواب وروسته راځي:

دA د معکوس پيښې $\overline{A}$ يو بل د حل امکانات:

$$P(\overline{A}) = 1 - P(A) = 1 - \frac{7}{12} = \frac{5}{12}$$

د پيښې S لپار احتمالوالی تل 1 دی، نو P(S)=1.

دا فوراً روښانه ده، ځکه چې ياده پيښې تل رامنځ ته کيږي، د بيلګې په توګه د يوه سترګي غورځولو سره تل يو عدد رامنځ ته کيږي.

د ساده پيښو ټولګه:

$S = \{e_1; e_2; e_3; \ldots; e_n\}$ د يوه توکلي تجربې پيښه ډېرئ يا ـــسټ دی.

$e_1; e_2; e_3; \ldots; e_n$ (د هغې ساده پيښې دي، د بيلګې په توګه د غورځوني يا سترګي سره اعداد 1,2,3,4,5 او6 .

نو د احتمالوالي P لپاره باور $0 \leq P(e_i) \leq 1$ لري د ټولو i لپاره د 1 تر n پورې.

دا په د ې معنا، چې د يوې پيښې احتمالوالی تل د 0او 1 ترمنځ پروت دی او ناکميز يا نامنفي دی.

$P(S) = P(e_1) + P(e_2) + P(e_3) + \ldots + P(e_i) = 1$ د جمعې يا زياتون ساده لار.

د A د معکوس پيښې لپاره، يعنې د $\overline{A}$ لپاره تل باور لري:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P\left(\overline{A}\right) = 1 - P(A)$$

د يوې ناشونې پيښې لپاره، د بيلګې په توګه په شپږيزسترګي(۶ سترګي مکعب يا غورځوونکي) سره چې يو ۷ وغورځول شي باور لري:

$$P(\varnothing) = 0$$

تمرين: يو سترګی يووار غورځول کيږي. لاندې پيښې کره کيږي.

A : د سترګيو عدد له 4 لوي دی.

B : د سترګيو ګڼ يا عدد ناجوړه يا طاق عدد دی.

C : [4 ; 5]

الف: $E_1 = A \cap B$

$P(E_1)$ وټاکئ او E_1 د کلمو يا لغاتو سره تشريح کړئ.

ب- $E_2 = A \cup B$

$P(E_2)$ وټاکئ او E_2 د کلمو يا لغاتو سره تشريح کړئ.

پ- $E_3 = \overline{A} \cap B$

$P(E_3)$ وټاکئ او E_3 د کلمو يا لغاتو سره تشريح کړئ.

ت- $E_4 = A \cap C$

$P(E_4)$ وټاکئ او E_4 د کلمو يا لغاتو سره تشريح کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

ځوابونه وروسته:

د لاپلاس تجربه Laplace- Experimente

موږ تر اوسه د توکلي تجربو دوه مختلف ډولونه وپیژندل.

۱ – داسې له دوه برابر احتمالي وېش سره.

۲ – داسې له نابرابر احتمالوالي وېش سره.

لومړي ګروپ پورې اړه لري:

- د یوه (شپږ) سترګي غورځول.
- د یوې پیسې غورځول.
- د یوه بخت څرخي څرخول د برابر لویو برخو یا توتوSegmenten سر.

په دویم ګروپ پورې اړه لري:

- د یوه کاغذستن غورځول.
- د یوه بخت څرخ ګرځول د نابرابر لویو برخو سره.

د لاپلاس تجربه:

که د یوې توکلي یا تصادفي تجربې ټولې ممکنه نتیجې(لومړی ګروپ) برابر احتمالوالی لري، نو سړی د لاپلاس تجرې څخه غږیږي یا دا د لاپلاس تجربه بولي.

نو که سړی هره نتیجه د احتمالوالي (د ټولو ممکنه نتیجو تعداد / p=1) سره تنظیم کړي، نو دا د یو مودل -نیونه یا -- فرضیه (لاپلاس – مودل) ده.

د لاپلاس د تجربي سره د یوې نتیجې د احتمالوالي (P(E لپاره باور لري:

د ټولوممکنه نتیجو تعداد / په E پورې اړونده نتیجه=P(E)

تمرین: یو د بخت څرخ لس برابرې برخې لري.

E : ښوونی یا ښوونستن په یوه په درې وېشوړ عدد باندې دریدلی پاتیږي.

P(E) وټاکئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دې لپاره احتمالوای ځومره لوي دی، چې ښوونی په یوه عدد ودریږي، چې په درې وېشوړ نه دی.

حل وروسته:

تمرین:

په یوه مرتبان کې دوه او درې سره غونډاري شتون لري. یو ځل راوستل کیږي.
الف- د کوم احتمالوالي سره راوستل شوی غونډاری تور دی؟
دوریم: ځومره تر غونډاري باید په مرتبا کې پراته وي، د تور غونډاري د راوستلو لپاره احتمالوالی له 0,7 ځخه لوی وي؟

تمرین: د په ځت – یا معکوس پیښې $\bar{E}$ نسبي ډېروالی وټاکئ او له $h(E)$ او $h(\bar{E})$ ځخه جمعه یا زیاتون جوړ کړئ.

ځواب: دا مخامخ –یا معکوس پیښه $\bar{E}$ ده. زده کوونکی ملفون(موبایل) نه لري.

له دې سره د $\bar{E}$ نسبي ډېروالی دی:

$$h(\bar{E}) = \frac{H(\bar{E})}{n} = \frac{21}{120} = 0{,}175$$

جمعه یا زیاتون:

$$h(E) + h(\bar{E}) = 0{,}825 + 0{,}175 = 1$$

تمرین: د یوه جوړه عدد لپاره چې له دوه لوی دی په یو ځل غوروځولو سره احتماوالی وشمیرئ.

ځواب:

نتیجه ډېرئ له ۶ ممکنه پیښنو جوړه ده: $S = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

پیښنه ډېرئ له ۲ ممکنه نتیجو جوړه ده: $E = \{4; 6\}$

له دې سره، چې یو جوړه عدد له ۲ څخه لوي وغورځول شي، د احتمالوالي لپاره باور لري:

$$p = P(E) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} = 0,\overline{3}$$

تمرین: د A د معکوس – یاپه څټ پیښې لپاره احتمالوالی وشمیرئ.

ځواب: نتیجه ډېرئ یا –سټ S له عددونو 5 ,4 ,3 ,2 ,1 او 6 جوړه ده.

پیښې A پورې جوړه عددونه 2, 4 او 6 اړه لري. د A سره معکوس پیښه د کمبنتډېرئ یا تفریق سټ له لارې میدل کیږي.

$$\overline{A} = S \setminus A = \{1; 3; 5\}$$

په تصادفي ډول B دا همدا اوس پیښنه سټ یا –ډېرئ ده، چې ارزښت $P(B) = \frac{5}{12}$ یې شمیرل شوی دی.

تمرین: یو سترګی یووار غورځول کیږي. لاندې پیښې کره کیږي.

A : د سترګیو عدد له 4 لوي دی.

B : د سترګیو ګڼ یا عدد ناجوړه یا طاق عدد دی.

C : [4 ; 5]

الف: $E_1 = A \cap B$

$P(E_1)$ وټاکئ او E_1 د کلمو یا لغاتو سره تشریح کړئ.

ب- $E_2 = A \cup B$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$P(E_2)$ وټاکئ او E_2 د کلمو یا لغاتو سره تشریح کړئ.

پ- $E_3 = \overline{A} \cap B$

$P(E_3)$ وټاکئ او E_3 د کلمو یا لغاتو سره تشریح کړئ.

ت- $E_4 = A \cap C$

$P(E_4)$ وټاکئ او E_4 د کلمو یا لغاتو سره تشریح کړئ.

ځواب: الف-

$$A = \{1;2;3\} \qquad B = \{1;3;5\} \qquad \Rightarrow E_1 = A \cap B = \{1;3\}$$

$$P(E_1) = P(1) + P(3) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{1}{3}$$

E_1: د سترګئ عدد له ۴ لوي او يو ناجوړه(طاق) عدد دی؟

ب-

$$A = \{1;2;3\} \qquad B = \{1;3;5\} \qquad \Rightarrow E_2 = A \cup B = \{1;2;3;5\}$$

$$P(E_2) = P(1) + P(2) + P(3) + P(5) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{2}{3}$$

E_2: تعداد له ۴ لوی دی یا یو ناجوړه (طاق) عدد دی.

پ –

دسترګیو تعداد له ۳ لوی دی. د سترګیو تعداد يو ناجوړه یا طاق عدد دی	$A = \{1;2;3\} \Rightarrow \overline{A} = \{4;5;6\}$ $B = \{1;3;5\}$ $E_3 = \overline{A} \cap B = \{5\}$ $P(E_3) = P(5) = \frac{1}{6}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

E_3: د سترګيو تعداد له ۳ لو دی او يو ناجوړه عدد دی.

ت-

$$A = \{1;2;3\} \qquad C = \{4;5\} \qquad \Rightarrow E_4 = A \cap C = \{\ \} = \varnothing$$
$$P(E_4) = P(\varnothing) = 0$$

E_4: د سترګيو تعداد له۴ کوچنی دی او۴ يا ۵ دی.

داسې يوه پيښه نامناسب بې مصلحته يا ناغوښتونې يا که غواړئ نازغموړ بلل کيږي له دې امله د E_4 د رامنځ ته کيدو احتمالوالی صفر دی.

تمرين: يو د بخت څرخ لس برابرې برخې لري.

E : ښوونی يا ښوونستن په يوه په درې وېشوړ عدد باندې دريدلی پاتيږي.

P(E) وټاکئ.

د دې لپاره احتمالوای څومره لوي دی، چې ښوونی په يوه عدد ودريږي، چې په درې وېشوړ نه دی.

ځواب:

$$S = \{1;2;3;4;5;6;7;8;9;10\} \qquad E = \{3;6;9\} \quad \Rightarrow P(E) = \frac{3}{10} = 0,3$$
$$P(\bar{E}) = 1 - P(E) = 1 - 0,3 = 0,7$$

تمرين: په يوه مرتبان کې دوه او درې سره غونداري شتون لري. يو ځل راوستل کيږي.

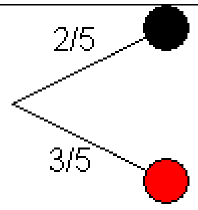
الف- د کوم احتمالوالي سره راوستل شوی غونداری تور دی؟

دوريم: څومره تر غونداري بايد په مرتبا کې پراته وي، د تور غونداري د راوستلو لپاره احتمالوالی له 0,7 څخه لوی وي؟

ځواب-

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف-

د ونې دیاګرام له لارې حل. احتملوال چې تور غونډارى راووستل شي 2/5 دى، يو سور چې راووستل شي 3/5 دى. احتمالوالى په اړونده تار ليكل كيږي.	

ب- په مرتبان كې x تور او 3 سره غونډاري پراته دي.

په مرتبان كې ټول x + 3 غونډاري شتون لري.

E :راوستلى غونډارى تور دى.

اينبوونه: $P(E) > 0{,}7$

$$P(E) = \frac{x}{x+3} \quad \Rightarrow \frac{x}{x+3} > 0{,}7$$

$$\Leftrightarrow x > (x+3)\cdot 0{,}7 = 0{,}7x + 2{,}1 | -0{,}7x$$

$$\Leftrightarrow 0{,}3x > 2{,}1 | : 0{,}3$$

$$\Leftrightarrow x > 7$$

بايد په مرتبانكې لږ ترلږه ۸ تور غونډاري شتون ولري چې له دې سره داسي لږ ترلږه د 0,7 احتمالوالي سره يو غونډارى راووستل شي

پوښتنې

نسبي ډېروالى، احتمالوالى

لومړى:

په ليكني بيالوژي ازموينه كې لاندې نمرې وركړ شوي دي:

(c) ketabton.com: The Digital Library

یادونه: په المان کې نمري له ۱ تر ۵ پورې ورکول کیږي، چې په ۵نمرو سړی ناکام دی

3; 4; 3; 2; 3; 1; 5; 5; 4; 3; 3; 2; 1; 4; 2; 5; 4; 2; 4; 3

الف- یو د ډېروالي جدول جوړ کړئ او نسبي ډېروالی وشمرئ.

ب- وېشنه په یوه ګردۍ- یا دایروي دیاګرام انځور کړئ.

پ-یو د ازموینې کاندید تصادفي ټاکل کیږي. د کوم احتمالوالي سره هغه یوه ۱ اخستې؟

ت- یو د ازموینې کاندید تصادفي ټاکل کیږي. د کوم احتمالوالي سره هغه یو ۲ یا ۳ لیکلې یا اخستې؟

دویم: د یوې توکلي یا تصادفي ازماېښت نتیجې لپاره احتمالوالي 0,73 = p دی. دا نتیجه به څومره واره رامنځ ته شي، که دا ازماېښت 350 ځله سرته ورسول شي.

دریم: د یوه مسلکي کالج د زده کوونکو ستاتیستیک یا احسایه د په څلور پتیز- یا ساحوي تختو کې په لیست شوې داتا څخه را اخستل کیږي.

	M	$\bar{M}$	Summe
F		1200	1680
$\bar{F}$	672		1812
Summe	1152		3492

M معنا: زده کوونکی نارینه دی. د F معنا: د FORپه حیث د زده کوونکو وتون استعداد. Summe =زیاتون.

الف- دا پاتې یا باقي ډېروالی وشمیرئ او دا په یوه څلور سطحیزتخته باندې ولیکئ.

ب - نسبي ډېروالی و ټاکئ او دا په یوه څلورپتي یا سطحیزه تخه ولیکئ.

پ- یو نفر تصادفي ټاکل کیږي.

اول. دا د کوم احتمالوالي سره نارینه دی؟

دوه. د کوم احتمالوالي سره دا د FOR د ننوتنې(داخیلدو)اجازه لري؟

درې: د کوم حتمالوالي سره دا کس ښځینه دی. او FOR نه لري؟

څلور: د کوم احتمالوالي سره دا کس نارینه او FOR لري؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

څلورم:په یوه مسلکي ښوونځي کې 2680 زده کړي دي، له دې څخه 480 په یوه سپورت کلوب کې دي. احتمالوالی څومره لوي دی، چې هغه زدهکړی(نازینه یا ښځینه)، چې تفریحمیدانکي ورسره مخامخ کیږو، په کوم سپورت کلوب کې نه دی؟

پنځم: د لوبو سترګي یو ځل غورځولو کې د لاندې پیښو لپاره احتمالوالی څومره دی؟

A : لږ تر لږه ۳ . B: د ۱ او ۶ ترمنځ C: لومړنی عدد

D: د درې څو واره یا څو ـله. E : جوړه عدد له ۴ لوي F: ۱ یا ۶.

ځوابونه

نسبي ډېروالی، احتمالوالی I

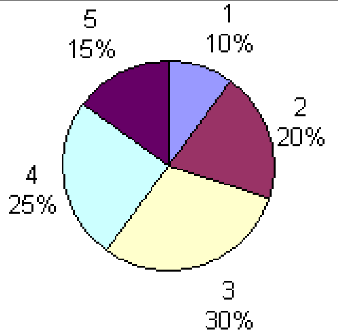
مفصل ځوابونه لومړی: الف-

	1	2	3	4	5	Summe
نمرې	1	2	3	4	5	Summe
مطلق ډېروالی	2	4	6	5	3	20

ب-

نمرې	1	2	3	4	5
نسبي ډېروالی	$\frac{2}{20}=0,1$	$\frac{4}{20}=0,2$	$\frac{6}{20}=0,3$	$\frac{5}{20}=0,25$	$\frac{3}{20}=0,1$

د نمرو وېشنه



(c) ketabton.com: The Digital Library

پ $P(1)=\frac{2}{20}=\frac{1}{10}=0,1$	$P(2 \vee 3)=P(2)+P(3)$ $=\frac{4}{20}+\frac{6}{20}=\frac{10}{20}=\frac{1}{2}=0,5$

دويم:

د احتمالوالي د ډېروالي تشريحکونه يا څرګنده ونه يا معنا .

که د يوې تصادفي پيښې ټاکلې نتيجې احتمالوالی p لري، نو بيا تشخيص کوو، چې د يوه ستر ګڼ يا عدد n تجربو کولو وروسته به نتيجه نږدې n.p-ځله رامنځ ته شي.

د p=0,73او n=350 سره به n.p=350.0,73=255,5~256 شي.

که هرڅومره د تجربو تعداد ډېر شي، په همغه کچه به وړاندوينه پوره وي.

دريم: الف-

	M	$\overline{M}$	Summe
F	$1152-672=480$	1200	1680
$\overline{F}$	672	$1812-672=1140$	1812
Summe	1152	$1200+1140=2340$	3492

ب-

	M	$\overline{M}$	Summe
F	$\frac{480}{3492}\approx 0,137$	$\frac{1200}{3492}\approx 0,344$	$\frac{1680}{3492}\approx 0,481$
$\overline{F}$	$\frac{672}{3492}\approx 0,192$	$\frac{1140}{3492}\approx 0,326$	$\frac{1812}{3492}\approx 0,519$
Summe	$\frac{1152}{3492}\approx 0,330$	$\frac{2340}{3492}\approx 0,670$	$\frac{3492}{3492}=1$

پ-

(c) ketabton.com: The Digital Library

P. O (لومړی کس)	$=\frac{1152}{3492}\approx 0{,}330$
p.۲ (کس FOR لري)	$=\frac{1680}{3492}\approx 0{,}481$
p.۳ (کس ښځینه دی او FOR لري)	$=\frac{1140}{3492}\approx 0{,}326$
p.۴ (کس نارینه او FOR لري)	$=\frac{480}{3492}\approx 0{,}137$

څلورم:

A : زده کوونکی په سپرت کلوب کې دی:

B: زده کوونی په سپورت کلوب کې نه دی.

$$P(B)=1-P(A)=1-\frac{480}{2680}\approx 0{,}82$$

احتمالوالی، چې یو زدهکوونکی سره د تفریح انګړ مخامخ شي، چې په سپورت کلوب کې نه دی نږدې 0,82 دی.

پنځم:

$$A=\{3;4;5;6\}\Rightarrow P(A)=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}=0{,}\overline{6} \qquad B=\{2;3;4;5\}\Rightarrow P(B)=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}=0{,}\overline{6}$$

$$C=\{2;3;5\}\Rightarrow P(C)=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}=0{,}5 \qquad D=\{6\}\Rightarrow P(D)=\frac{1}{6}=0{,}1\overline{6}$$

$$E=\{2\}\Rightarrow P(E)=\frac{1}{6}=0{,}1\overline{6} \qquad F=\{1;6\}\Rightarrow P(F)=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}=0{,}\overline{3}$$

پوښتنې

نسبي ډېروالی، احتمالوالی II

لومړی: د یوې لیسې د زده کوونکو یوځایوالي په هکله معلومات لرو.:

(c) ketabton.com: The Digital Library

په برخه I کې 340 هلکان او320 نجونه دي. په برخه II کې 150هلکان او 190 نجونه دي.

الف- یو څلورساحه یي جدول یا تخته وکاږه او نسبي ډېروالی وشیره.

ب-په کوم احتمالوالي یو توکلي ټاکلی زده ککونکی یا زده کوونکې د برخې I دی؟

پ- په کوم احتمالوالي سره یو توکلي تاکل شوی کس په برخه II کې او یوه نجلۍ ده؟

دویم: د ګټلو احتمالوالی او دګټلو چانس.

الف- په یوه تصادفي ازمايښت کې د ګټنې لپاره چانس:

(۱)۱ و ۳ ته (۲) ۱ و۱ ته (۳) ۲ و ۳ ته (۴) ۴ و۳ ته (۵)a و b ته

په نومولو حالتونو کې د ګټلو احتمالوالی څومره لوی دی؟

ب- د یوې ګټنې لپاره احتمالوالی دی:

$$(1)\ \frac{1}{3} \quad (2)\ 0{,}6 \quad (3)\ 40\% \quad (4)\ \frac{3}{4} \quad (5)\ \frac{c}{d}$$

په هر یوه یوګوني حالت کې د ګټلو چانس څومره دی.

دریم: په یوه مرتبان کې درې تور، اوه شنه او شپږ سره غونډاري شتون لري یا اچول شوي دي. سپین یو غونډاری راوباسي.

الف – د کوم احتمالوالي سره دا غونډاری سور دی؟

ب – دکوم احتمالوالي سره دا غونډاری تور دی؟

پ – د کوم احتمالولي سره دا غونډاری سور نه دی؟

څلورم: په یوه ښوونځي ټولټال له 1250 ښځینه زده کوونکو او نارینه زده کوونکود ټول پوښتنې نتیجه وه، چې 4,4 % د نجونو او 6,4% د هلکانو لمبیدونکي نه دي. په ټولیزه توګه دا ورکړل شوه، چې په ښوونځي کې 5,2% نه لمبیدونکي دي.

الف- د ورکړ شوو داتا په لاس لرلو سره د مطلق ارزښت او نسبي ارزښت سره یو څلورسطحیز تختې جدول پیدا کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب- د کوم احتمالي سره دا توکلي ټاکلی کس یوه نجلۍ ده؟

پ- د کوم احتمالي سره دا توکلي ټاکلی کس یو هلک دی چې لمبیدلای شي؟

ج- د کوم احتمالي سره دا توکلي ټاکلی کس یوه نجلۍ ده، چې لمبیدلای نه شي؟

پنځم: په یوه مرتبان کې 3 سره، 5شنه او 4 تور غونډاري پراته دي. یو غونډاری راوستل کیږي.

لاندې پیښې تعریف دي:

A : یو شین غونډاری راوستل کیږي.

B : یو سور غونډاری راوستل کیږی.

C : راوستل شوی غونډاری شین ن ه دی.

D : راوستل شوی غونډاری سور نه دی.

E : راوستل شوی غونډار ی نه شین او نه سور دی.

الف- د ټول پیښنو احتمالوالی وشمیرئ.

ب- د پیښنو A او Bد ,یا , احتمالوالی وشمیرئ، دا پیښه په متني لیکلې بڼه څنګه ده؟

پ- د F د معکوس یا پهڅټ پیښې احتمالوالی وشمیرئ. دا پیښه په متن څنګه لیکل کیږي؟

ځوابونه

نسبي ډېروالی، احتمالوالی II

مفصل ځوابونه

لومړی:

الف-

(c) ketabton.com: The Digital Library

	J	M	Summe
SI	340	320	660
SII	150	190	340
Summe	490	510	1000

	J	M	Summe
SI	0,340	0,320	0,660
SII	0,150	0,190	0,340
Summe	0,490	0,510	1

ب- p(زده کوومکي په برخهI کې)=0,66

پ- p (زده کوونکي په برخه IIکې او يوه نجلۍ)=0,19

دويم: الف- د ۱ و ۳ ته د د ګټي چانس کيدی شي سړی يو د مرتبان تجربه په خيال کې راوړي. په يوه مرتبان کې يو سور غونډاری(ګټنه) او ۳ تور غونډاري (بايلنه) پراته دي. فقط يو ځل راوستل کيږي. په دې حالت کې احتمالوالی چط يو سور غونډاری راووېستل شي 0,25 دی.

ب-

د ګټي چانس	
د ګټي چانس ۱ و ۲ ته	$(1)\quad p=\frac{1}{3}=\frac{1}{1+2}\Rightarrow$
د ګټي چانس ۳ و ۲ ته	$(2)\quad p=0{,}6=\frac{6}{10}=\frac{3}{5}=\frac{3}{3+2}\Rightarrow$
د ګټي چانس ۲ و ۳ ته	$(3)\quad p=40\%=0{,}4=\frac{4}{10}=\frac{2}{5}=\frac{2}{2+3}\Rightarrow$
د ګټي چانس ۳ و ۱ ته	$(4)\quad p=\frac{3}{4}=\frac{3}{3+1}\Rightarrow$
د ګټي چانس c و d-c ته	$(5)\quad p=\frac{c}{d}=\frac{c}{c+(d-c)}\Rightarrow$

دريم:

s تور، b شين، r سور له دې سره E={s,s,s,b,b,b,b,b,b,r,r,r,r,r}

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P(s)=\frac{3}{16} \qquad P(b)=\frac{7}{16} \qquad P(r)=\frac{6}{16}$$

الف-
$$P(r \vee b)=P(r)+P(b)=\frac{6}{16}+\frac{7}{16}=\frac{13}{16}=0,8125$$

ب-
$$P(s \vee r)=P(s)+P(r)=\frac{3}{16}+\frac{6}{16}=\frac{9}{16}=0,5625$$

پ-6/16 = P(r) نه سور په دې معنا، چې د سره مخمخ یا معکوس پیښنه

$$\bar{P}(r)=1-P(r)=1-\frac{6}{16}=\frac{10}{16}=\frac{5}{8}=0,625$$

څلورم: الف-

Summmeزیاتون یا جمعه J ځوانان M نجوني S لمبیدونکي Nنه لمبیدونکي	(see table below)

	M	J	Summe
S			
N			
Summe			1250

5,2% په ښوونځي کې نه لمبیدونکي په معنا چې

65 =1250.0,052نه لمبیدو ونکي ښوونځي کې شته دی.

له دې سره په ښوونځي کې 1250-65=1185 لمبید

لمبیدنکیونکي په ښوونځي کې شتون لري.

په ښوونځي کې دې د نارینه او ښځینه زده کوونکو تعداد دې وي:x+y=1250

له دې سره په ښوونځي کې د نه لمبیدونکو تعداد 0,044x+0,064=65 دی(دوه کرښیز مsاوات د دوه مجهولو یا ناپیژندونکوسره)

(c) ketabton.com: The Digital Library

x	y	
1	1	1250
$\frac{44}{1000}$	$\frac{64}{1000}$	$65 \mid \cdot 1000$
1	1	$1250 \mid \cdot 44$
44	64	65000
44	44	55000
44	64	$65000 \mid\mid - \mid$
44	44	55000
0	20	10000

$$20y = 10000 \mid : 20$$
$$\Leftrightarrow y = 500$$
$$44x + 44 \cdot 500 = 55000 \mid - 44 \cdot 500$$
$$\Leftrightarrow 44x = 33000 \mid : 44$$
$$\Leftrightarrow x = 750$$

په ښوونځي کې ۷۵۰ نجونې او ۵۰۰ هلکان شتون لري

د نجونو %4,4 نه شي لمبلی، دا نږدې 33=0,044 .750 دي، د هلکانو%6,4 نه شي لمبلی، دا 32=500.0,064 دي،

دا اوس د راته روښانه ارزښتونو سره به څلور تخته بيزه جدول پوره شي.

	M	J	Summe
S	717	468	1185
N	33	32	65
Summe	750	500	1250

	M	J	Summe
S	$\frac{717}{1250} = 0,5736$	$\frac{468}{1250} = 0,3744$	$\frac{1185}{1250} = 0,948$
N	$\frac{33}{1250} = 0,0264$	$\frac{32}{1250} = 0,0256$	$\frac{65}{1250} = 0,052$
Summe	$\frac{750}{1250} = 0,6$	$\frac{500}{1250} = 0,4$	$\frac{1250}{1250} = 1$

ب - د دې لپاره احتمالوالی P (A) = 0,6 دی، د يوه توکلي ټاکنې سره، چې يوه نجلۍ وټاکل شي.

پ- د دې لپاره احتمالوالی P (B) = 0,3744 دی، د يوه توکلي ټاکنې سره، چې يو هلک وټاکل شي، چې نه شي لمبيدی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

ت- د دې لپاره احتمالوالی P (C) = 0,0264دی، د یوه توکلي ټاکنې سره، چې یوه نجلۍ وټاکل شي، چې نه شي لمبیدی.

پنځم: الف- schwarz grün rotپه ترتیب له کیڼ ښي لور ته: سور، شین، تور

$$E=\left\{\underbrace{r;r;r;}_{3}\underbrace{g;g;g;g;g;}_{5}\underbrace{s;s;s;s}_{3}\right\}$$

$$P(A)=\frac{5}{12} \qquad P(B)=\frac{3}{12}=\frac{1}{4}$$

$$P(C)=1-P(\text{grün})=1-P(A)=1-\frac{5}{12}=\frac{7}{12}$$

$$P(D)=1-P(\text{rot})=1-P(B)=1-\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$$

$$P(E)=P(\text{schwarz})=\frac{4}{12}=\frac{1}{3}$$

ب-

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)=\frac{5}{12}+\frac{1}{4}=\frac{2}{3}$$

راوستلی غونداری شین یا سور دی.

پ-

$$P(\bar{E})=1-P(E)=1-\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$$

دپیښې متن: راوستلی غونداری تور نه دی.

پنځم - دډېرپوړیز تصادفي ازماېښتونو احتمالوالی

پنځم: ډېرپوړیز تصادفي ازماېښت

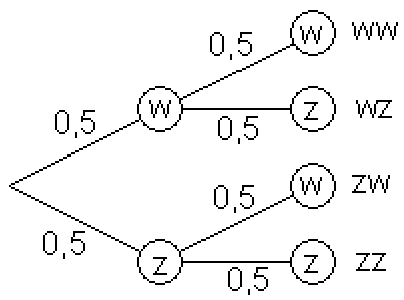
زیات وخت داسې تصادفي ازمایني کیږي، چې له یوه څخه زیاتو ازماېښتونو (تجربو)څخه منځ ته راغلې وي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

دا ازماېښتونه د زیاتو یو په بل پسې یو پوړیزو ازماینتونو رایوځای شوي دي.
بیلګه یې د سیکې یا پیسې غورځول:
په همغه یا عین وخت کې دوه پیسې غورځول کیږي، چې دواړه مخونو څخه یې ممبرنښان په w او ګڼ یا عدد یې په z سره په نخښه کوو. ټولې ممکنه(شونې) لاس ته راوړنې په لاسته راوړونډېرئ(په لاس ته راوړونست) کې رایوځای کیږي. S = { ww ; wz ; zw ; zz } .
احتمالوالی ساده ټاکل کیږي: (Laplace- Experiment د لاپلاس تجربه).

$$P(ww) = P(wz) = P(zw) = P(zz) = 0,25$$

اوس یوه پیسه پرلپسې اچول کیږي او ددې لپاره ونه دیاګرام کښل کیږي. احتمالوالی په همغه تار لیکل کیږي

لاس ته راوړنې:S = { ww ; wz ; zw ; zz } پیداېښتي یا طبیعي ده، چې همغه دي لکه په لومړۍ تجربه کې د یوګونو احتمالوالی د تار په اوږدو احتمالوالي ضریب څخه لاس ته راځي: $P(ww) = 0,5 \cdot 0,5 = 0,25$ $P(wz) = P(zw) = P(zz) = 0,25$	

د داسې لاسته راوړنو یا هم ونو دیاګرام په مرسته کېدی شي د پام وړ احتمالوالی د ډېر پوړیز تصادفي ازماینتونو په مرسته شوونی شي
بیلګه: د یوه مسلکې ښوونځې زده کوونکو شورا له درې نارینه ـ او دوه ښځینه زده کوونکو جوړه ده. پچه اچول کیږي، چې څوک په دې کال کې د شورا ریس او مرستیال کیدی شي. لومړی ریس او بیا مرستیال ټاکل کیږي، د پچې اچولو له لارې..

الف) د کوم احتمالوالي سره کیدی ښي چې یوه زده کوونکې ریسه او بله یې مرستیاله وټاکل شي؟

ب) د کوم احتمالوالي سره کېدی شي یوه زده کوونکې ریسه او زده کووونکی مرستیال وټاکل شي؟

پ) د کوم احتماوالي سره به یوه زده کوونکې مرستیاله وټاکل شي؟

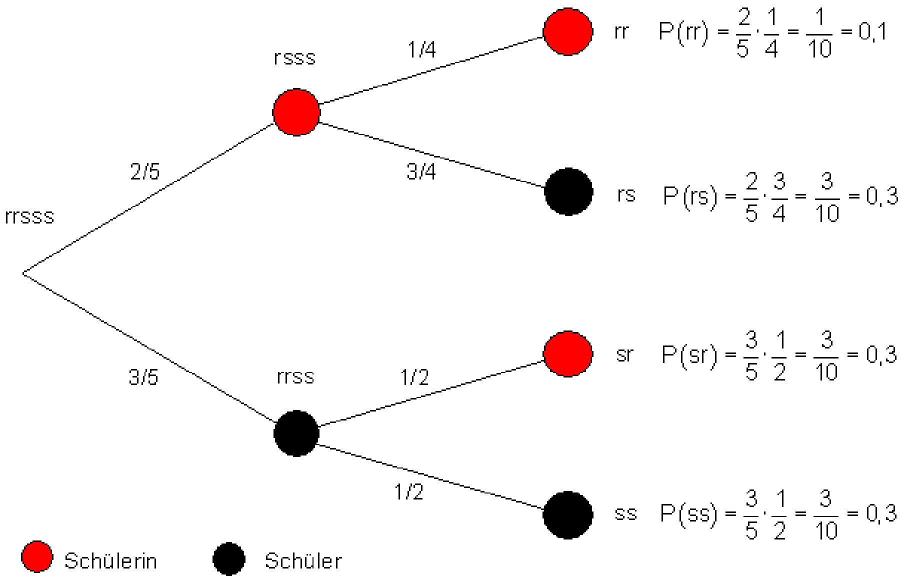
(c) ketabton.com: The Digital Library

دا یوه   دوه پوړیزه تصادفي تجربه ده، چې د یوې لاترۍ په څیر رامنځ ته کیږي.

په جام کې ۵ غونداري دي، ۲ سره د ښځینه زده کوونکو لپاه دي او ۳ تور د نارینه زده کوونکو لپاره

له جام څخه یو په بل پسې دوه غونداري راوستل کیږي(راوستنه بې له بیرته ایښوونې یا بیا وراچونې) .

دا حالت یو ونه ډیاګرام لیدوړ کوي.



یادونه : سور خال ښځینه زده کوونکې، تور خال نارینه زده کوونکي

الف)   : یوه زده کوونکې رییسه ده، بله مرستیا له

$$P(A)=P(rr)=0,1$$

ب)   : زده کوونکې رییسه ده او رده کوونکی مرستیال

$$P(B)=P(rs)=0,3$$

پ) زده کوونکې مرستیاله

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\Rightarrow C=\{rr;sr\}$$

$$P(C)=P(rr)+P(sr)=0,1+0,3=0,4$$

په بيلګه کې احتمالوالی د تار قانون په مرسته و ښودل شو.

١ . تارقاعده په يوه و نه دياګرام کې د يوې پيښې احتمالوالی د اړونده تار اوږدوالي د احتمالوالي د ضرب سره برابر دی.

٢ . تارقاعده : په ونه دياګرام کې د يو ې پيښې احتمالوالی ، په دې اړونده تار احتمالوالو زياتون (جمعه) دی

په ياد ولره:

په ونه دياګرام کې مو هر تار د يوې پيښې تصادف ازمايښت ته بيايي يا لارښوده وي..
د داسې يوې پيښې احتمالوالی ددې تار په اوږدوالي پراته برخه احتمالوالو ځل دی

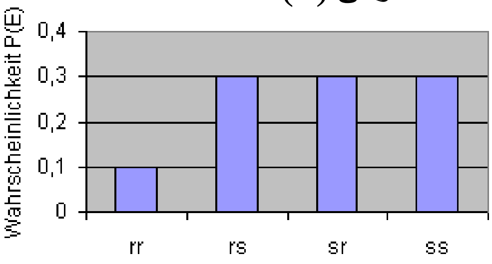
تارقاعده

کا د يوګونو تارونو احتمالوالی په يوه جدول کې سره راټول کړو، نو د احتمالوالي وېشنه په لاندې توګه لاس ته راځي

E	rr	rs	sr	ss
P(E)	0,1	0,3	0,3	0,3

دا کيدی شي د مټې يا ستن دياګرام په توګه هم انځو رشي. د ا حتمالوالو زياتون تل ١ ورکوي

احتمالوالی P(E)



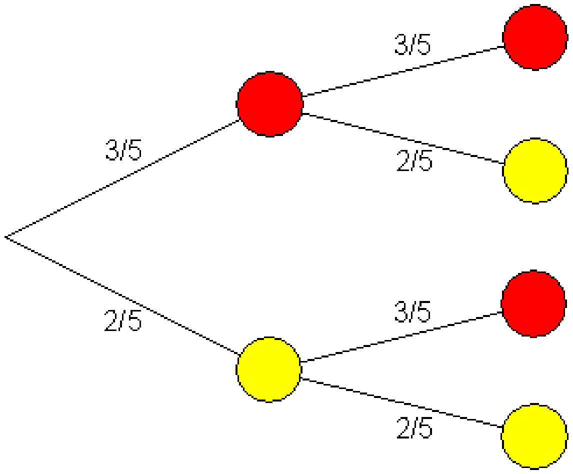
پيښنه E

کينۍ لور ته ولاړ هم: احتمالوالی P(E) دی

(c) ketabton.com: The Digital Library

بیلګه: په یوه مرتبان کې ۳ سره او ۲ زیړ عونډاري پراته دي یو په بل پسې ۲ غونډاري راوستل کیږي د بیرته وراچولو سره
الف) ونه دیاګرام او احتمالوالي وېشنه د جدولکوني دیاګرام په خیر وکاږی
ب) د پیښې A لپاره احتمالوالی وشمیری: راوستلي غونډاري نابرابر رنګ,نه لري
پ) د پیښې B لپاره احتمالوالی وشمیری:کم له کمه یو راوستل شوی غونډاری زیړ دی

ځوابونه   الف)



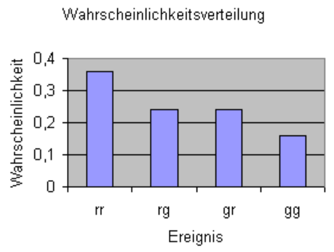
$$P(rr)=\frac{3}{5}\cdot\frac{3}{5}=\frac{9}{25}=0,36$$

$$P(rg)=\frac{3}{5}\cdot\frac{2}{5}=\frac{6}{25}=0,24$$

$$P(gr)=\frac{2}{5}\cdot\frac{3}{5}=\frac{6}{25}=0,24$$

$$P(gg)=\frac{2}{5}\cdot\frac{2}{5}=\frac{4}{25}=0,16$$

E	rr	rg	gr	gg
P(E)	0,36	0,24	0,24	0,16



په پورته کیڼ لور خیره کې د الماني ویو (لغاتونو) مانا:
Wahrsheinlichkeitsverteilug د احتمالوالي وېشته، Wahrscheinlichkeit
احتمالوالی، Ereignis   پیښه

ب)

$$A=\{rg;gr\}\Rightarrow P(A)=P(rg)+P(gr)=\frac{6}{25}+\frac{6}{25}=\frac{12}{25}=0,48$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ)

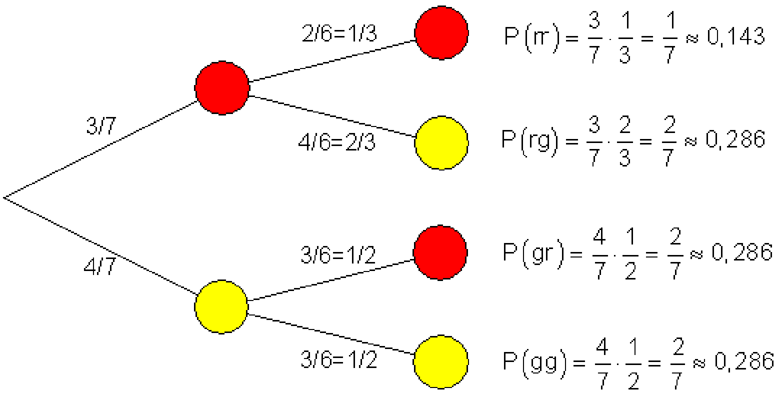
$$B=\{rg;gr;gg\}\Rightarrow P(A)=P(rg)+P(gr)+P(gg)=\frac{6}{25}+\frac{6}{25}+\frac{4}{25}=\frac{16}{25}=0,64$$

بیلګه: په یوه کوټی کې ۳ سره او ځلور زیړ غونډاري اچول شوي. له دې ځخه یو یو غونډاری راباسوو بې له بیرت اچوني..

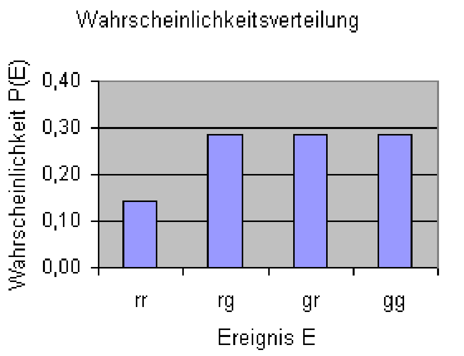
الف)ونه دیاګرام او احتمالوالی ویشنه د جدول او دیاګرام په څیر وکاږی.

ب) د پیښي A لپاره احتمالوالی وشمیرئ: دوم راوستلی غونډاری سور دی

پ) د پیښي B لپاره احتمالوالی وشمیرئ: دواړه غونډاري برابر رنګ لري



E	rr	rg	gr	gg
P(E)	$\frac{1}{7}\approx 0,143$	$\frac{2}{7}$	$\frac{2}{7}$	$\frac{2}{7}\approx 0,286$



ب)

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$A = \{rr; gr\} \Rightarrow P(A) = P(rr) + P(gr) = \frac{1}{7} + \frac{2}{7} = \frac{3}{7} \approx 0,429$$

پ)

$$B = \{rr; gg\} \Rightarrow P(A) = P(rr) + P(gg) = \frac{1}{7} + \frac{2}{7} = \frac{3}{7} \approx 0,429$$

یادونه : په راتلونکې کې به په دې هکله په زړه پورې پوښتنې او ځوابونه راوړل شي

پوښتنې

ډېر پوړیزې تصادفي ازماینې I

لومړی - یوه پیسه دوه واره غورځول کیږي. ونه دیاګرام یې وکاږئ او د لاندې پیښنو لپاره احتمالوالی و ټاکی.

الف -

A: ټیک یو ځل ممبرنښان (په W سره یې ښایو)

ب -

B : لږ تر لږه یو ځل ممبر نښان

پ – C: زیات له زیاته یو ځل ممبر نښان

دویم –

یو ه پیسه درې واره غورځول کیږي. ونه دیاکرام وکاږئ او د لاندې پیښنو لپاره احتمالوالی وټاکی.

الف –

A : له دوه ځله زیات ممبر نښان

ب –

B : زیات له زیاته دوه واره ممبرنښان

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ –

C: لږ ترلږه یو ځل ګڼ یا عدد (په Z سره یې ښایو)

ت –

D : ټیک یو ځل ممبرنښان:

دریم – یو مرتبان دوه2 سره 3 تور او5 زېړ غونډاري (غونډوسکې یا توپونه او یا باغکې(تشلې) او که غواړۍ کرې) لري. پرلپسې دوه غونډاري له مرتبان څخه وېستل کیږي، د بیرته وراچولو سره .ونه دیاګرام و کاږئ، د لاندې پېښو لپاره د احتماوالی وېشنه او احتمالوالی و ټاکئ:

A : دوړاه غونډاری همغه یا یو رنګ لري.

B : لومړی غونډوسکه سره ده او دویمه توره

C: دویمه غونډوسکه سره ده یا توره

D : دC مخامخ یا برعکس پېښه کومه ده او دا د کوم احتمالوالي سره پېښیږي؟

څلورم –

یوه ازموېښه له څلورو پوښتنو جوړه ده. د څلورو دې هرې پوښتنې ته درې ځوابونه ، چې له دې ټیک یو ځواب رښتیا دی ور کړ شوي دي. یو کس بې له چمتووالي ازموینې ته ځي او دا به په بخت چلیپا کوي.

احتمالوالی څومره لوي دی، چې دی په ازموینه کې بریالی شي، که لږ تر لږه باید درې پوښتنې رښتیا یا ټیک ځواب شوي وي.

پنځم –

پنځه ملګري له پولې اخوا ته مېلې ته ځي. د بیرته ستنېدو وخت کې باید د ګمرک څخه تیرشي. سره له دې چې دوی وایې هغوي د اجازې سره سم سګرټ له ځان سره لري، خو سره له دې هم سپین او نرنګ زیات سګرټ له ځانونو سره راوړي. د ګمرک مامور له دوي څخه دوه ټاکي، چې تالاشي یې کړي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف – د کوم احتمالوالي سره د ګمرک مامور قاچاق وړونکی نه شي بيدا کولی؟

ب – د کوم احتمالوالي سره د ګمرک مامور له دې دوه قاچقوړونکو څخه لږ تر لږه يو قاچاقوړونکی نيسي؟

شپږم –

د ليسې د ۱۲ -م ټولګي زده کوونکي دوه ټولګي جوړوي چې په ټوليزه توګه ۴۰ زده کوونکي لري. هر زده کوونکی د تياتر لپاره يوه يوه وړيا کارته تر لاسه کوي. زده کوونکو ته د احتمالوالي پرينځيپ يا اساساتو پر بنسټ له ۱ څخه تر ۴۰ پورې چوکی تنظيميږي. د کوم يو احتمالوالي سره په لومړيو شپږ ځايونو کې د يوه ټولګي زده کوونکي ځای نيسي؟ (لارښود: يو مناسب د مرتبان مودل و کاروی).

اوم – يو د بخت څرخ د څلورو برابرو ټوټو(قطعو) سره ، چې شين، سور، سپين او اسماني رنګونه لر ي څرخول کيږي. يوه لوبه پای کيږي که دا څرخ ودريږي. له دې څلورو څخه يو رنګ د يوه غشي سره په نخښه يا په ګوته کيږي. د يوې لوبې لړۍ له درې لوبو جوړه ده.

څومره د لوبې پرلپسې بايد لږ تر لږه وشي، چې د60% څخه زيات احتمالوالي سره لږ ترلږه يوه لوبه پرلپسې له درې ځله شنه سره لاس ته راوړو؟

ځوابونه

دېر پوړيزې تصادفي ازمايښ I

مفصل ځوابونه

لومړی – A : تيک يو ځل ممبر نښان

B : لږ تر لږه يو ځل ممبرنښان.

$$P(B)=P(\{WW;WZ;ZW\})=P(\{WW\})+P(\{WZ\})+P(\{ZW\})=3\cdot 0,25=\underline{0,75}$$

يا برعکس پېښې $\overline{B}$:سره: هيڅ ځل ممبر نښان

$$P(B)=1-P(\overline{B})=1-P(\{ZZ\})=1-0,25=\underline{\underline{0,75}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

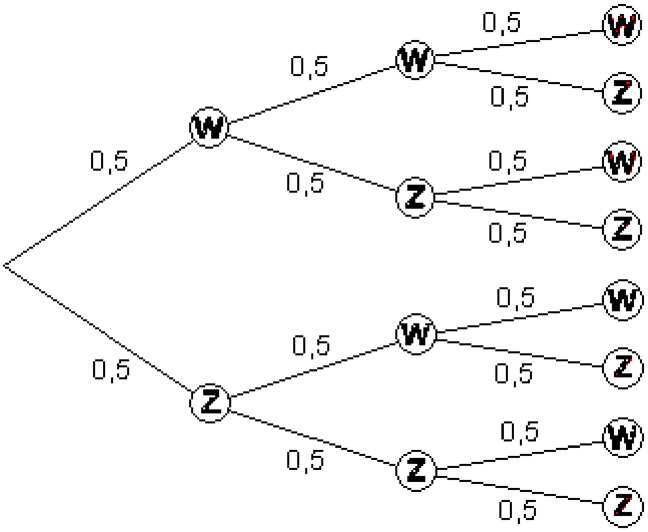
C : زيات له زياته يو ممبر نښان .

$$P(C)=P(\{WZ;ZW;ZZ\})=P(\{WZ\})+P(\{ZW\})+P(\{ZZ\})=3\cdot 0,25=\underline{\underline{0,75}}$$

يا د متضاد پيښي $\overline{C}$ سره : دوه ځله ممبر نشان

$$P(C)=1-P(\overline{C})=1-P(\{WW\})=1-0,25=\underline{\underline{0,75}}$$

دويم -



$$P(WWW)=0,5^3=0,125$$
$$P(WWZ)=0,5^3=0,125$$
$$P(WZW)=0,5^3=0,125$$
$$P(WZZ)=0,5^3=0,125$$
$$P(ZWW)=0,5^3=0,125$$
$$P(ZWZ)=0,5^3=0,125$$
$$P(ZZW)=0,5^3=0,125$$
$$P(ZZZ)=0,5^3=0,125$$

A : له دوه ځخه زيات ځله ممبر نشآن

$$P(A)=P(\{WWW\})=\frac{1}{8}=0,125$$

B : زيات له زياته دوه ځله ممبرنښان په دې معنا چې هېڅ ځل ، يو ځل يا دوه ځله ممبر نښان. د B برعکس پيښه : درې ځله ممبرنښان.

$$P(B)=1-P(\overline{B})=1-P(\{WWW\})=1-\frac{1}{8}=\frac{7}{8}=0,875$$

C : لږ تر لږه يو ځل عدد. لږ تر لږه يو ځل عدد په دې معنا دی، چې يو ځل، دوه ځله يا درز ځله عدد. د C برعکس پيښه د اسي ه: هيڅ حل عدد، دا مګردرې ځله ممبر دی.

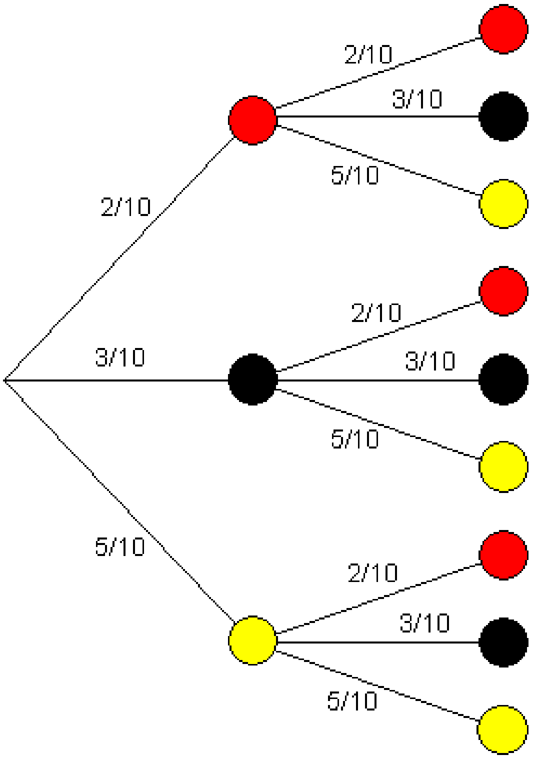
$$P(C)=1-P(\overline{C})=1-P(\{WWW\})=1-\frac{1}{8}=\frac{7}{8}=0,875$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ت – D : تيک يو ځل ممبرنښان

$$P(D) = P(\{WZZ; ZWZ; ZZW\})$$
$$= P(\{WZZ\}) + P(\{ZWZ\}) + P(\{ZZW\}) = 3 \cdot 0{,}125 = 0{,}375$$

دريم -



$P(rr) = \frac{2}{10} \cdot \frac{2}{10} = \frac{4}{100}$

$P(rs) = \frac{2}{10} \cdot \frac{3}{10} = \frac{6}{100}$

$P(rg) = \frac{2}{10} \cdot \frac{5}{10} = \frac{10}{100}$

$P(sr) = \frac{3}{10} \cdot \frac{2}{10} = \frac{6}{100}$

$P(ss) = \frac{3}{10} \cdot \frac{3}{10} = \frac{9}{100}$

$P(sg) = \frac{3}{10} \cdot \frac{5}{10} = \frac{15}{100}$

$P(gr) = \frac{5}{10} \cdot \frac{2}{10} = \frac{10}{100}$

$P(gs) = \frac{5}{10} \cdot \frac{3}{10} = \frac{15}{100}$

$P(gg) = \frac{5}{10} \cdot \frac{5}{10} = \frac{25}{100}$

e_i	rr	rs	rg	sr	ss	sg	gr	gs	gg
P	$\frac{4}{100}$	$\frac{6}{100}$	$\frac{10}{100}$	$\frac{6}{100}$	$\frac{9}{100}$	$\frac{15}{100}$	$\frac{10}{100}$	$\frac{15}{100}$	$\frac{25}{100}$

الف -

A : دواړه غونداري همغه رنګيز دي.

$$P(A) = P(\{rr\}) + P(\{ss\}) + P(\{gg\}) = \frac{4}{100} + \frac{9}{100} + \frac{25}{100} = \frac{38}{100} = \underline{\underline{0{,}38}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

B : لومړی غونډاری سور دی، او دویم تور دی.

$$P(B)=P(\{rs\})=\frac{6}{100}=\underline{\underline{0,06}}$$

C : دویم غونډاری سور یا تور دی.

$$P(C)=P(\{rr\})+P(\{rs\})+P(\{sr\})+P(\{ss\})+P(\{gr\})+P(\{gs\})$$

$$=\frac{4}{100}+\frac{6}{100}+\frac{6}{100}+\frac{9}{100}+\frac{10}{100}+\frac{15}{100}=\frac{50}{100}=\underline{\underline{0,5}}$$

ت - دC برعکس پیښنه څنګه ده او دا د کوم احتمالوالي سره رامنځ ته کيږي؟

$\overline{C}$: دویم غونډاری تور دی.

$$P(\overline{C})=1-P(C)=1-0,5=\underline{\underline{0,5}}$$

څلورم- دا څلورم پوړیزه تصادفي پیښنه ده (څلور پوښتنې) . د یوه ټیک ځواب لپاره احتمالوالی1/3 دی، او د ناټیک لپاره 2/3 .

په لاندې کې د المانې معنا: درې پوښتنې ټیک دي

$$P(3\ \text{Fragen richtig})=P(\{rrrr\})+P(\{rrrf\})+P(\{rrfr\})+P(\{rfrr\})+P(\{frrr\})$$

$$P(\{rrrr\})=\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3}=\left(\frac{1}{3}\right)^4$$

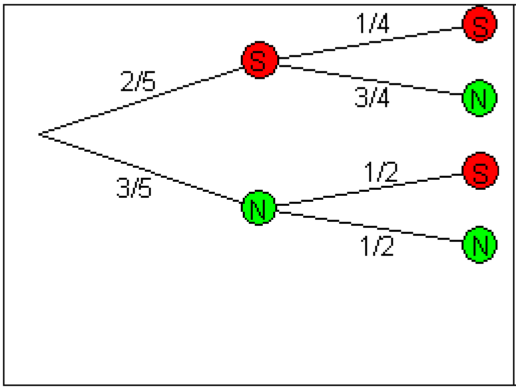
$$P(\{rrrf\})=P(\{rrfr\})=P(\{rfrr\})=P(\{frrr\})=\left(\frac{1}{3}\right)^3\cdot\frac{2}{3}$$

$$P(3\ \text{Fragen richtig})=4\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^3\cdot\frac{2}{3}+\left(\frac{1}{3}\right)^4=\frac{8}{3^4}+\frac{1}{3^4}=\frac{9}{3^4}=\underline{\underline{\frac{1}{9}\approx 0,11}}$$

پنځم -

مودل (Modell) : په یو ه مرتبان کې 3 شنه غونډاري (هیڅ - یا نه قا چاق وړونکی N) او 2 سره غونډاري(قاچاق وړونکی S). دوه واره غونډاری راوېستل کيږي بې له بيرته ور اچولو.

(c) ketabton.com: The Digital Library



$$P(SS)=\frac{2}{5}\cdot\frac{1}{4}=\frac{2}{20}=\frac{1}{10}=0{,}1$$

$$P(SN)=\frac{2}{5}\cdot\frac{3}{4}=\frac{6}{20}=\frac{3}{10}=0{,}3$$

$$P(NS)=\frac{3}{5}\cdot\frac{1}{2}=\frac{3}{10}=0{,}3$$

$$P(NN)=\frac{3}{5}\cdot\frac{1}{2}=\frac{3}{10}=0{,}3$$

الف – د کوم احتمالوالي سره د ګمرک مامور لخوا قاچاقوړونکی نه نیول کیږي؟

P (NN) = 0,3.

ب – د کوم احتمالوالي سره د ګمرک مامور له دې دواړو قاچاقوړونکو لږ تر لږه یو رانیسي؟

P(S لږ تر لږه یو)= P(SS) + P(SN) + P(NS) = 0,1 + 0,3 + 0,3 = 0,7.

شپږم – د مرتبان مودل :

20سره غونډاري (ټولکی 1) او 20 شنه غونډاري (ټولکی 2) شپږ ځله را وباسی بې له بیرته ور اچولو.

P = P({rrrrrr})+P({gggggg})

احتمالوالی د دواړو ټولکیو لپاره برابردی P({rrrrrr})=P({gggggg})

$$P(\{rrrrrr\})=\frac{20\cdot19\cdot18\cdot17\cdot16\cdot15}{40\cdot39\cdot38\cdot37\cdot36\cdot35}$$

را وېستل بې له بیرته ور اچوني.

$$P=P(\{rrrrrr\})+P(\{gggggg\})=2\cdot\frac{20\cdot19\cdot18\cdot17\cdot16\cdot15}{40\cdot39\cdot38\cdot37\cdot36\cdot35}=\underline{\underline{0{,}02}}$$

اوم-

A : د n لوبو پرلپسي کې لږ ترلږه یوه لوبه پرلپسي درې ځله شنو سره

(c) ketabton.com: The Digital Library

پـه یوه لوبه یو ځل شین $P(\{g\}) = \frac{1}{4}$

$$\Rightarrow P(\{ggg\}) = \frac{1}{4}\cdot\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{4} = \frac{1}{64}$$

د یوې لوبې پرلپسې سره درېواره شین د A برعکس یاپه څنګ پیښه ده:

$\overline{A}$: په n لوبو کې د لوبې پرلپسې د درېواره شنه سره نه شته

پـه یوه لوبه پرلپسې کې درېواره شین نه شته $P(\{\overline{ggg}\}) = 1 - P(\{ggg\}) = 1 - \frac{1}{64} = \frac{63}{64}$

$$P(\overline{A}) = \left(\frac{63}{64}\right)^n \Rightarrow P(A) = 1 - P(\overline{A}) = 1 - \left(\frac{63}{64}\right)^n$$

$$P(A) > 0,6 \Leftrightarrow 1 - \left(\frac{63}{64}\right)^n > 0,6 \,|\, -1$$

$$\Leftrightarrow -\left(\frac{63}{64}\right)^n > -0,4 \,|\, : (-1)$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{63}{64}\right)^n < 0,4 \,|\, \ln$$

$$\Leftrightarrow n \cdot \underbrace{\ln\left(\frac{63}{64}\right)}_{<1} < \ln(0,4) \,|\, : \ln\left(\frac{63}{64}\right)$$

$$\Leftrightarrow n > \frac{\ln(0,4)}{\ln\left(\frac{63}{64}\right)} \approx \underline{\underline{58,18}}$$

باید لږ ترلږه 59 ځله لوبه وشي، چې کم له کمه یوه لوبې پرلپسې کې درې ځله شنه راووېستل شي.

پوښتنې

(c) ketabton.com: The Digital Library

ډېر پوړيز تصادفي ازمايښتونه II
لومړی - په يوه لوښي کې 50 يو ډول غونډاري پراته دي، له دې څخه20 سره او 30 شنه دي. درې غونډاري راوېستل کيږي د بېرته وراچولو سره. دا پېښه کوم احتمالوالی لري؟

الف – A : ټول غونډاري شنه دي. . ب - B : يو غونډاری شين او دوه سره دي
پ - C : يو غونډاری سور او دوه شنه دي. .ت - D : زيات له زياته يو غونډاری سور دی
.
دويم – - په يوه لوښي کې 50 يو ډول غونډاري پراته دي، له دې څخه20 سره او 30 شنه دي. درې غونډاري راوېستل کيږي بې د بېرته وراچولو سره. دا پېښه کوم احتمالوالی لري؟

الف - A : ټول غونډاري شنه دي ب - : يو غونډاری شين او دوه سره دي
پ - C : يو غونډاری سور او دوه شنه دي. ت - D : زيات له زياته يو غونډاری سور دی.

دريم – د خټينو لوښو توليد کې د تجربې له مخې 20% زيانمن لوښي لرو.
الف – څومره احتمالوالی شته چې له څلورو لوښو توليد څخه ټيک درې د استعمال وړ وي؟
ب – – څومره احتمالوالی شته چې له څلورو لوښو توليد څخه ټيک دوه د استعمال وړ وي؟
پ –– څومره احتمالوالی شته چې له څلورو لوښو توليد څخه لږ ترلږه دوه د استعمال وړ وي؟
څلورم – د خټينو لوښو په په يوه زخيره کې 100 تازه جوړ شوي لوښی شتون لري. سړی پوهيږي، چې له دې څخه 20% ناټيکاوي لري. څلور لوښي ترې توکلي رانيول کيږي يا راوېستل کيږي.

الف –
څومره احتمالوالی شته چې څلور واړه لوښي جوړ يا بې ناټيکاوي دی؟
ب – څومره احتمالوالی شته چې له څلورو را نيولو لوښو توليد څخه ټيک درې بې له ناټيکاوي يا جوړ دي.؟

پ – څومره احتمالوالی شته چې له څلور رانيول شوو لوښو لږ تر لږه درې بې غلطی ؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

پنځم – د تولید کنترول سره د یوه ټاکلي ناټیکاوی 10% سترګو ته نه راځي.
له دې امله دا تولید لهدرې مختلو کنترول کوونکو کنترولیږي. د دې لپاره احتمالوالی
وټاکۍ چې یو بې کاره تولید
الف – خورا ناوخته یا وروسته د 2-م کنترول سره بې کاره و پیژندل شي.
ب- په دریم کنټرول سره بیکاره و پیژندل شي.
پ- د بې کاره په توګه ونه پیژندل شي.

شپږم – په یوه فابریکه کې ختین لوښي تولیدیږي. هر لوښی یو بل پسې په مختلفو
کنترولونو کې د بڼې، رنګ او د باندنۍ سطحې جوړښت په بنسټ ازمایل کیږي.
د تجربې سره سم 25% بڼه د تولید ناټیکاوي له مخې کنترولیږي. د فابریک کنترول
څخه 85% برخې بې له ناټیکاوي کنترول څخه تیریږي . په 20% کې ټولو
حالتونو د بورته سطحې منترول د لومړي انتخاب غوښتني (انتظار) نه پوره کوي. فقط
که ټول درې کتنر لونه بې د ناټیکاوي کنترول څخه تېر شوي وي، کېدی شي د لومړي
انتخاب به حیث یوه برخه و پرول شي. یوه برخه د دویم انتخاب په خیث، که
هځرنګوالی فقط په یوه کنترول کې بسیا ونه کړي. نور ټول پاتې لوښي زیانمن (د
غورځولو) تولید دی.
الف – ټول در ېواره کنترول په ونه دیاګرام کې انځور کړئ
ب – څومره احتمالوالی شته چې یوه برخه لومړی انتخاب وي؟.
پ – څومره احتمالوالی شته چې یوه برخه دویم انتخاب وي؟
ت – څومره احتمالوالی شته چې یوه برخه زیانمنه وي؟
اوم – په یوه لاتري A کې د 10000 لاتریو پانو لپاره 4500 ګټونکي شته ، په لاتري
B کې د15000 لاتریو لاندې 9500 ګټونکي شتون لري. یو کس د هرې لاتري څخه
یوه اخلي .
الف – اختمالوالی څومره لوی دی، چې په همغه وخت کې دواړه رانیول شوې لاترې
وګټي؟
E_1 : په دواړو لاتریو کې ګټنه.

ب- احتمالوالی څومره لوي دی، چې لاتري ونه کټي؟
E_2 : چې هیڅ لاتري نه کټي؟
پ – احتمالوالی څومره لوي دی،چې لږترلږه پهیوه لاتري کې وګټي؟
E_3 : وړل په لږترلږه یوه لاتري کې.
.

ځوابونه

(c) ketabton.com: The Digital Library

ډېر پوړيزې تصادفی تجربې II

مفصل ځوابونه

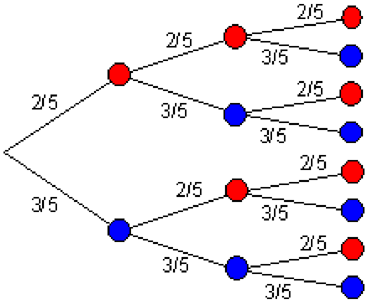
لومړی –

$$P(\{rrr\}) = \left(\frac{2}{5}\right)^3 = 0{,}064$$

$$P(\{rrb\}) = P(\{rbr\}) = P(\{brr\}) = \left(\frac{2}{5}\right)^2 \cdot \frac{3}{5} = 0{,}096$$

$$P(\{rbb\}) = P(\{brb\}) = P(\{bbr\}) = \frac{2}{5} \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^2 = 0{,}144$$

$$P(\{bbb\}) = \left(\frac{3}{5}\right)^3 = 0{,}216$$



الف -

A : ټول غونډاري شنه دي.

$$P(A) = P(\{bbb\}) = \underline{\underline{0{,}216}}$$

ب -

B: يو غونډاری شين او دوه سره دي.

$$P(B) = P(\{rrb\}) + P(\{rbr\}) + P(\{brr\}) = 3 \cdot 0{,}196 = \underline{\underline{0{,}288}}$$

پ –

C : يو غونډاری سور ، دوه شنه دي.

$$P(C) = P(\{rbb\}) + P(\{brb\}) + P(\{bbr\}) = 3 \cdot 0{,}144 = \underline{\underline{0{,}432}}$$

ت –

D : زيات له زياته يو غونډاری سور دی. دا په دې معنا چې هيڅ يا يو غونډاری.

$$P(D) = P(\{bbb\}) + P(\{bbr\}) + P(\{brb\}) + P(\{rbb\}) = 0{,}216 + 3 \cdot 0{,}144 = \underline{\underline{0{,}648}}$$

دويم –

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P(\{rrr\})=\frac{20}{50}\cdot\frac{19}{49}\cdot\frac{18}{48}$$

$$P(\{rrb\})=\frac{20}{50}\cdot\frac{19}{49}\cdot\frac{30}{48}=C$$

$$P(\{rbr\})=\frac{20}{50}\cdot\frac{30}{49}\cdot\frac{19}{48}=\frac{30\cdot20\cdot19}{50\cdot49\cdot48}$$

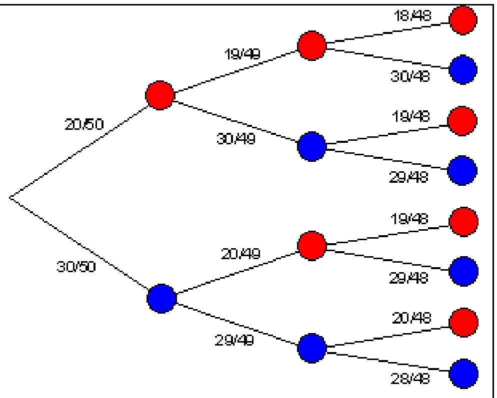
$$P(\{rbb\})=\frac{20}{50}\cdot\frac{30}{49}\cdot\frac{29}{48}=\frac{30\cdot29\cdot20}{50\cdot49\cdot48}$$

$$P(\{brr\})=\frac{30}{50}\cdot\frac{20}{49}\cdot\frac{19}{48}=\frac{30\cdot20\cdot19}{50\cdot49\cdot48}$$

$$P(\{brb\})=\frac{30}{50}\cdot\frac{20}{49}\cdot\frac{29}{48}=\frac{30\cdot29\cdot20}{50\cdot49\cdot48}$$

$$P(\{bbr\})=\frac{30}{50}\cdot\frac{29}{49}\cdot\frac{20}{48}=\frac{30\cdot29\cdot20}{50\cdot49\cdot48}$$

$$P(\{bbb\})=\frac{30}{50}\cdot\frac{29}{49}\cdot\frac{28}{48}$$



الف ـ

A : تول غونډاري شنه دي.

$$P(A)=P(\{bbb\})=\frac{30}{50}\cdot\frac{29}{49}\cdot\frac{28}{48}\approx\underline{\underline{0,207}}$$

ب –

B : يو غونډاری شين او دوه سره دي..

$$P(B)=P(\{rrb\})+P(\{rbr\})+P(\{brr\})=3\cdot\frac{30\cdot20\cdot19}{50\cdot49\cdot48}\approx\underline{\underline{0,291}}$$

پ –

C : يو غونډاری سور دی، دوه شنه دي..

$$P(C)=P(\{rbb\})+P(\{brb\})+P(\{bbr\})=3\cdot\frac{30\cdot29\cdot20}{50\cdot49\cdot48}\approx\underline{\underline{0,444}}$$

ت –

D : زيات له زياته يو غونډاری سور دی. دا په دي معنا چي هيخ يا فقط يو.

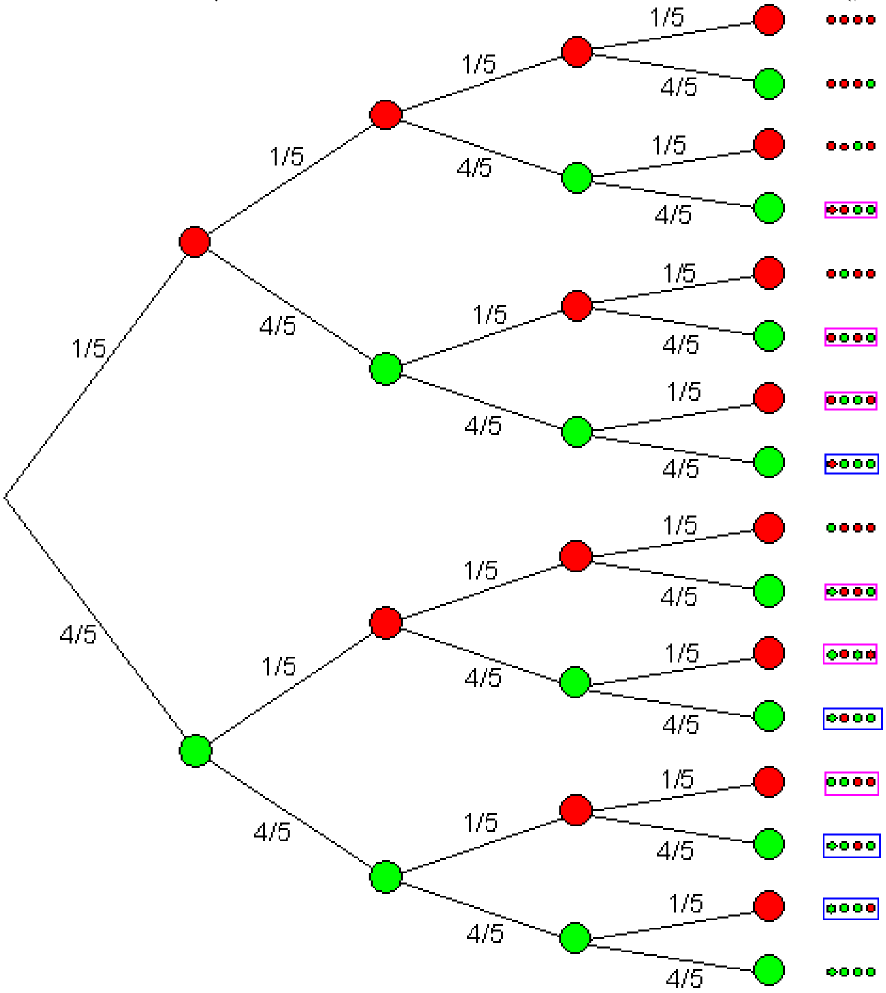
$$P(D)=P(\{bbb\})+P(\{bbr\})+P(\{brb\})+P(\{rbb\})$$

$$=\frac{30}{50}\cdot\frac{29}{49}\cdot\frac{28}{48}+3\cdot\frac{30\cdot29\cdot20}{50\cdot49\cdot48}\approx\underline{\underline{0,651}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دريم –

مودل : مرتبان له يوه سره(ناتيک توليد سره) او څلور شنه (بې له ناتيکاوي يعني تول سم) غونډارو سره. څلور واره وېستنه له بيرته ايښووني يا بيرته ور اچوني سره.



الف –

A : درې له څلورو د کاروړ دي. دا ونه دياګرام څلور تارونه لري، چې دA پيښې لپاره باوري relevant يا significant دي.

$$P(A) = 4 \cdot \frac{1}{5} \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^3 = 4 \cdot \frac{64}{625} = \underline{\underline{0,4096}}$$

ب –

: له څلورودوه د کاروړ دي. دا ونه دياګرام 6 تارونه لري، چې دB پيښې لپاره باوري يا د پوښتنې دي يعني پوښتنه کې راځي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P(B) = 6 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^2 \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^2 = 6 \cdot \frac{16}{625} = \underline{\underline{0,1536}}$$

پ –

C : لږ تر لږه درې له څلورو د کار وړ دي. داپه دې معنا چې درې یا زیات د کاروړ دي.

$$P(C) = P(A) + \left(\frac{4}{5}\right)^4 = 4 \cdot \frac{1}{5} \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^3 + \left(\frac{4}{5}\right)^4 = 4 \cdot \frac{64}{625} + \frac{256}{625} = \underline{\underline{0,8192}}$$

څلورم –

مودل Modell : مرتبان له 20 سرو سره (د زیان سره) او80 شنه (بې زیانه) غونډاري څلورواره وېستل بې له بېرته اینسووني یا بیرته ور اچوني سره. د لسمي پوښتني دیاګرام کیدی شي وکارول شي. مګر سره له دې دې هم په پام کې وي، چې د تارونو احتمالوالی تغیر خوري.

الف –

A : ټول څلور لوښي بې زیانه دي. دا ونه دیاګران یو تارلري، چې د هغې لپاره پیښه A رامنځ ته کیږي یا پیښیږي.

$$P(A) = \frac{80}{100} \cdot \frac{79}{99} \cdot \frac{78}{98} \cdot \frac{77}{97} \approx \underline{\underline{0,4033}}$$

ب –

B : دد رانیولو څلور لوښو څخه درې بې زیانه دي. دا ونه دیاګرام څلور تارونه لري، چې د پیښې B لپاره رلېوانت یا د باوروړ دي.

$$P(B) = 4 \cdot \frac{20 \cdot 78 \cdot 79 \cdot 80}{97 \cdot 98 \cdot 99 \cdot 100} \approx \underline{\underline{0,4191}}$$

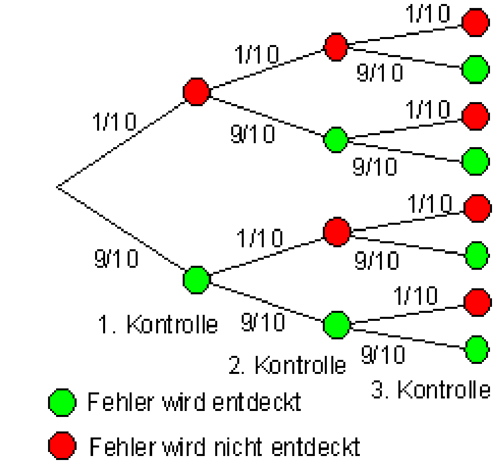
پ – یا زیات

C : لږتر لږه درې له دې څلور رانیولشوو لوښو بې زیانه دي. دا په دې معنا چې درې یا زیات بې زیانه دي.

$$P(C) = P(A) + P(B) = \frac{80}{100} \cdot \frac{79}{99} \cdot \frac{78}{98} \cdot \frac{77}{97} + 4 \cdot \frac{20 \cdot 78 \cdot 79 \cdot 80}{97 \cdot 98 \cdot 99 \cdot 100} \approx \underline{\underline{0,8224}}$$

پنځم -

(c) ketabton.com: The Digital Library



مودلModell : مرتبان یا جام د1سره (زیانمن) او 9 شنه (بې زیانه) غونډارو سره . درې واره وپستنه د بیرته ور اچونې سره .

د لیل د بیرته وراچونې لپاره : کنترول یو له بل خپلواک پېښیږي. وتون حالت د هر ځل وپستنې لپاره تل بیرته همغه یا برابر دی.(د زیان نه لیدنه 10%) مخامخ د الماني پېنتو له پورته وکښته لور ته: ۱ . کنترول،۲.کنترول، ۳.کنترول،شین:زیان کشف کیږي، سور:زیان نه کشفکیږي.

الف –

A : د دويم کنترول سره خورا وروسته پیژندل شوې ، په دې معنا چې زیان په لومړي او یا دويم کنترول کې پیژندل کیږي.

د لومړي کنترول سره پیژندل شوي: $P(1.) = \frac{9}{10} = 0{,}9$

د دويم کنترول سره پیژندل شوي: $P(2.) = \frac{1}{10}\cdot\frac{9}{10} = \frac{9}{100} = 0{,}09$

$$P(A) = \frac{9}{10} + \frac{9}{100} = \underline{\underline{0{,}99}}$$

ب –

B : په لومړي ځل په دریم کنترول کې پیژندل کیږي.

$$P(B) = \frac{1}{10}\cdot\frac{1}{10}\cdot\frac{9}{10} = \frac{9}{1000} = \underline{\underline{0{,}009}}$$

پ –

C : نه پیژندل کیږي..

$$P(C) = \frac{1}{10}\cdot\frac{1}{10}\cdot\frac{1}{10} = \frac{1}{1000} = \underline{\underline{0{,}001}}$$

شپږم –

الف – د لاندې پېنتو: له کیڼ کښته لور ته: بڼه، رنګ، پورته سطحه، کنترول کې بریالي، کنترول کې نابریالي. له ښي کښته لور ته:۱.انتخاب، ۲ .انتخاب،۲ . انتخاب،زیانمن (یعني د غوځولو)۲.انتخاب، زیانمن، زیانمن،زیانمن.

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی انتخاب:

$0,75 \cdot 0,85 \cdot 0,8 = \underline{\underline{0,51}}$

دویم انتخاب :

$0,75 \cdot 0,85 \cdot 0,2 = 0,1275$

$0,75 \cdot 0,15 \cdot 0,8 = 0,09$

$0,25 \cdot 0,85 \cdot 0,8 = 0,17$

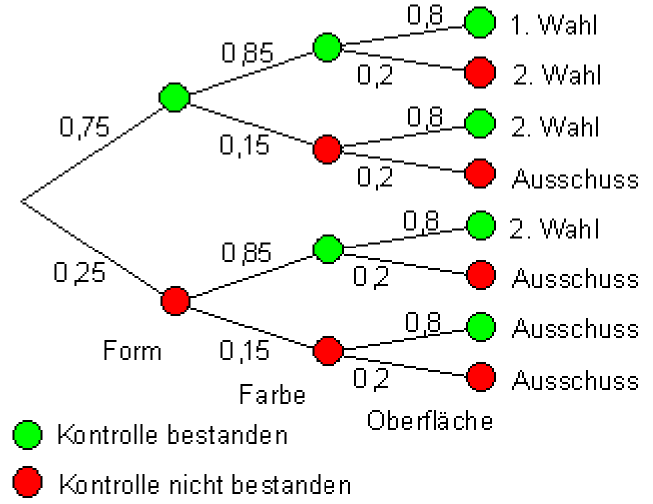
زیانمن:

$0,75 \cdot 0,15 \cdot 0,2 = 0,0225$

$0,25 \cdot 0,85 \cdot 0,2 = 0,0425$

$0,25 \cdot 0,15 \cdot 0,8 = 0,03$

$0,25 \cdot 0,15 \cdot 0,2 = 0,0075$



ب - $P(2.\text{Wahl}) = 0,1275 + 0,09 + 0,17 = \underline{\underline{0,3875}}$

پ- $P(1.\text{Wahl}) = \underline{\underline{0,51}}$

ت -

$P(\text{Ausschuss}) = 0,0225 + 0,0425 + 0,03 + 0,0075 = \underline{\underline{0,1025}}$

اوم –

الف -

$P(A) = \dfrac{4500}{10000} \qquad P(B) = \dfrac{9500}{15000}$

$P(E_1) = P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) = \dfrac{4500}{10000} \cdot \dfrac{9500}{15000} = \underline{\underline{0,285}}$

xx

ب – ګټه مخ ته نه لرو، که په لاټري A او لاټري B کې ونه ګټل شي.

دلته باورور لري: $\bar{A}$ په لاټري A کې بایلنه $\bar{B}$ په لاټري B کې بایلنه

$P(E_2) = P(\bar{A} \cap \bar{B}) = \dfrac{5500}{10000} \cdot \dfrac{5500}{15000} = \underline{\underline{0,202}}$

پ - E_3 د E_2 په څټ – یا برعکس پیښه

$P(E_3) = 1 - P(E_2) = 1 - 0,202 = \underline{\underline{0,798}}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

شپږ م – په احتمالوالي شمیرنه کې د مرتبان مودل

د مرتبان مودل

ډېرې تصادفي تجربې کیدی شي، دیوه لوښي څخه د مختلفو غونډارورواوستلو له لارې، چې مر تبان یا کټوری یې بولو مودل یې جوړې شي. په یوه کټوري کې n غونډاري پراته دي، چې له هغې څخه k راوستل کیږي.

راوستنه کیدی شي په دوه مختلفو ډولونو صورت ونیسي:

اول - یو غونډاری راوستل کیږي اوبیرته ور اچولکیږي.

داد مرتبان مودل(ډول) بلل کیږي د بیرته وراچونې سره.

دویم – له راوستنې وروسته غونډاری بیرته نه وراچول کیږي.

دا د متربان مودل(ډول) بلل کیږي نه د بېرته وراچونې سره

ډېرې تصادفی تجربې کېدی شي د مرتبان ډول باندې بېرته واړول شي. دا تصادفي پېښه په بام کې نیسو،، درې واره د پیسې غورځونه،، ، د دې په ځای کېدی شي د مرتبان څخه چې دوه مختلف غونډاري په کې پراته دي درې واره یو یو غونډاری راووستل شي، د بیرته وراچونې سره.

د مرتبان مودلونې (د روستنې ډول) سره تصادفي ازماېښت

یو څو بیلګې دې د متبان مودلګتې په ګوته کړي.

تصادفي تجربه	Urnenmodell د مرتبان مودل
د یوه سترګي (مکعب) د دوه واره غورځولو سر، چې شپږ را ووځي احتمالوالی څومره لوي دی؟	مرتبان له شپږو غونډارو سره له 1 تر 6 په ګڼه (نمره) شوي. دوه واره راوستنه د بېرته وراچونې سره. پلټونکی احتمالوالی:

(c) ketabton.com: The Digital Library

	$P(6\mid 6) = \frac{1}{6}\cdot\frac{1}{6} = \frac{1}{36} \approx 0{,}028$
دیوه ټولګي د 25 زده کوونکو څخه 10 زده کونکو د کور کار نه دی کړی. یو ښوونکی توکلي یو زده کوونکی کنترولوي. د کوم احتمالوالي سره هغه زدهک وونکی په لاس ورځي، چې کورنی کار يې نه دی کړی؟	مرتبان له 25 غونډارو سره. 15 سپین او10 تور . پلټونکی احتمالوالی: $P(s) = \frac{10}{25} = \frac{2}{5} = 0{,}4$
د لیسې په یوه ټولګي کې ۱۲۰ 120 زده کوونکي (نارینه اوښځینه) دالی شتون لري (د تعلیم او تربیې له څانګې) 15% نارینه دي. د یوې مسا بقې لپاره دوه زده کوونکي(ن ، ښ) راوېستل کیږي(د دوه وو لپاره پچه اچول کیږي). څومره احتمالوالی لري چې دا دوه زده کوونکي نارینه وي؟	مرتبان له 120 غونډارو سره. 102 سپین غونډاري(دښځینه وو لپاره او18 تور غونډاري (د نارینه ووو لپاره). دوه واره راوستنه د نه بېرته وراچونې سره. پلټونکی یا غوښتونکی احتمالوالی. $P(s\mid s) = \frac{18}{120}\cdot\frac{17}{119}$ $= \frac{306}{14280} = \frac{51}{2380} \approx 0{,}021$
یو د احسایي انسیتوت غواړي پیدا کړي، چې د ټولو زیږېدنو څخه 53% نارینه کوچنیان دي. احتمالوالی څومره لوی دی، که یوه مور په پر	مرتبان له 100 غونډاروسره. 53 شنه (د هلکانو لپاره) او 47 ګلابي (د نجونو لباره). دوه واره راوستنه د بیرته وراچونې سره. غوښتونکی احتمالوالی:

(c) ketabton.com: The Digital Library

بل پسې دوه هلکان دنیا ته راوړي؟	$P(b\mid b)=\frac{53}{100}\cdot\frac{53}{100}$ $=\frac{2809}{10000}\approx 0{,}2809$

ممکن ترلې روښانه نه وي، چې ولې تصاذفي تجربه د دوه واره روستنې له لارې د بيرته وراچونې له لارې سميولي (د سيستم تحليل تيوريتيکي يا د فرمولونو له لارې پيچلی وي) کېدی شي.

دا کيدی شي داسې په بام کې راولي، چې موراني تل د درې برابر احتمالوالي وښني سره کچنيان نړی ته راوړی شي. دا په دز معنا چې له زيږېدنې وروسته بېرته همغه وتون حالت حاکم دی. دا د غونډاروبيرته ور اچونې سره سمولي (دا په دې معنا چې د کوچنيانوپه ځای له غونډارو کار اخستل کيږي) کيدی شي.

يو بيخي بل ډول سيمولاېشن حاکم کيږي، که د بيلګې په توګه 100 نوي زيږېدلو کوچنيانو څخه مخ ته لاړ شو چې له هغو53% هلکان دي. تصادفي يا توکلي دوه کوچنيان ټاکو، نو د دې لپاره

احتمالوالی، چې سړي ټيک دوه هلکان ټاکلي ،دی:

$$P(j\mid j)=\frac{53}{100}\cdot\frac{52}{99}=\frac{53\cdot 13}{25\cdot 99}\approx 0{,}2784$$

دا به راوستنه وي، بې له بېرته وراچونې.

د ختينو لوښو څخه له دې مخ ته ځو چې 20% زيانمن يا ناسم توليديږي.

څومره احتمالوالی شته چې له درې لوښو څخه ټيک دوه د کار وړ وي؟

يادونه : په لاندې کېg د شنه لپاره او r د سره لپاره ځای په ځای شوي دي.

مودل: کټوری له 8 شنه غونډارو سره (د کاروړ) او2 سرو غونډارو سره (زيان من). درې وراه وېستنه له بيرته وراچونې سره:

پيښنه A - له دريو څخه دوه لوښي د کا وړ دي.

د ونې دياګرام په مرسته نتيجه ډېرۍ لاس ته راځي

(c) ketabton.com: The Digital Library

د راوستني نتيجه ډېرۍ ده : , S={ggg,ggr,grg; rgg,rrg;rgr;grr;rrr}

د پېښې ډېرۍ ده: A={ggr;grg;rgg}

$$P(g)=\frac{8}{10}=0{,}8 \qquad P(r)=\frac{2}{10}=0{,}2$$

$$P(gg)=0{,}8\cdot 0{,}8 \qquad P(ggr)=0{,}8\cdot 0{,}8\cdot 0{,}2$$

$$P(A)=P(ggr)+P(grg)+P(rgg)$$
$$=0{,}8^2\cdot 0{,}2+0{,}8\cdot 0{,}2\cdot 0{,}8+0{,}2\cdot 0{,}8^2=3\cdot 0{,}8^2\cdot 0{,}2=\underline{\underline{0{,}384}}$$

له څلورو کسانو، انګوره (A), ، بهیر (B), ، کابلۍ (C),، داغي (D) څخه دوه د لوبنو منځلو لپاره توکلي راووتل یا وټاکل شول، چې یو اوبه پرې تېروي یعنې یو یې غړوي او بل یې وچوي. د کوم احتمالوالي سره لومړی کابلۍ او پسې بهیر راوځي؟

مودل :

کټورۍ له څلورو غونډارو سره چې په لیکلي وي. A, B, C او D .

دوه واره راوستنه له بیرته وراچونې سره.
دلته د رواوستلو غونډارو د راوستنې لړۍ په پام کې نیول کیږي. د الف پیښه داسې ده:
لومړی کابلۍ بیا بهیر.

نتیجه ډېرۍ(سټ) د تورو A, B, C او D له ټولو دوه یزو کمبینیشنونو حوړه ده ، یعنې له

$$S=\{AB;AC;AD;BA;BC;BD;CA;CB;CD;DA;DB;DC\}$$
$$A=\{CB\}\Rightarrow P(A)=P(CB)=\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{3}=\frac{1}{12}=0{,}08\overline{3}$$

په موټرشمیرلو کې کره شول، چې 65% د تېرېدونکو موټرو شخصي موټر یعنې واړه موټرPkw او30% باروړونکي موټرLkw او5% نور خوزنده الات دي.
احتمالوالی څومره لوی دی، چې لومړی کوچنی موټرPkw پسې لاریLkw اوپسې دا بل خوزنده اله ده؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

مودل :

کټورى له غونډارو سره ،65 سره ګړندى (Pkw)، 30 تور لارئ (Lkw) او 5 سپين (نور څغلنده ماشينونه). د

درېواره وستنه د بيرته ور اچونې سره.

$$P(rsw) = \frac{65}{100} \cdot \frac{30}{100} \cdot \frac{5}{100} = 0{,}00975$$

غوښتونى احتمالوالى :

يو لوبه کوونکى(لوبغاړى) جوارګر به يې څکه نه بولو، چې په پيسو داسې لوبې حرامې دي)) د دې لپاره علاقه لري، چې سترګى لږ تر لږه څومره وغورځوي، چې د لږ تر لږه د 90% يوه احتمالوالي سره لږ ترلږه يو ځل 6 وغورځوي.

مودل :

کټورى له سرو غونډارو(بې له 6) او 1 شين غونډارى (شپږ غورځولى) n – ځله راوستنه د بيرته وراچونې سره. عددn ناڅرګند دى.

موږ پوهيږو، چې د د فکر برابر سره غونډاري غورځولو سره د6 راوتنې احتمالوالى 1/6 دى. احتمالوالى، چې 6شپږ ونه غورځول شي 5/6 دى. موږ د دې لپاره پېښې تعريفوو:

پېښه الف : يو شپږ غورځول، پېښه ب : شپږ نه غورځول کيږي (برعکس يا مخامخ پېښه).

د غورځونو سره احتمالوالى دى:

– په هر ه ه غورځونه کې چې يو 6 غورځولشي:

$$\underbrace{\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \ldots\ldots\ldots \cdot \frac{1}{6}}_{n\ mal} = \left(\frac{1}{6}\right)^n$$

- په هره غورځونه کې چې 6 ونه غور ځول شي:

$$\underbrace{\frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \ldots\ldots\ldots \cdot \frac{5}{6}}_{n\ mal} = \left(\frac{5}{6}\right)^n$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

برعکس د ،، په n –غورځولو کې، چې په هره غورځونه کې ونه غورځول شي،، په دې ډول ده چې ،، په n –غورځونو کې ټولټال یو 6 وغورځول شي،، بلکه ،، په n – غورځونو کې ټولوټال لږ تر لږه یو 6 وغورځول شي،،. موږ اوس دا پېښه E تعریفوو: په n –غورځونو کې ټولټال (په ټولیزه توګه) لږ تر لږه یو 6 غورځوي.

برعکس یې $\overline{E}$ دی: په n –غورځونو کې په ټولیزه توګه 6 نه غورځول کیږي.

د $\overline{E}$ احامالوالی همدا اوس پیژنو : $P(\overline{E})=\left(\frac{5}{6}\right)^n$

له دې سره د E احتمالوالی دی: $P(E)=1-P(\overline{E})=1-\left(\frac{5}{6}\right)^n$

په پوښتنه کونه کې غوښتل شوي ووچې $P(E)\geq 0{,}90$ باید وي.

$1-\left(\frac{5}{6}\right)^n \geq 0{,}90$ د n عدد غوښتل کیږي(د غورځولو تعداد)

حل یې د بڼه بدلو او لوګاریم نیونې له لارې .

$$1-\left(\frac{5}{6}\right)^n \geq 0{,}90 \,|-1$$

$$\Leftrightarrow -\left(\frac{5}{6}\right)^n \geq -0{,}1 \,|\cdot(-1)$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{5}{6}\right)^n \leq 0{,}1 \,|\ln$$

$$\Leftrightarrow n\cdot\ln\left(\frac{5}{6}\right) \leq \ln(0{,}1) \,|:\ln\left(\frac{5}{6}\right) \approx -0{,}18 < 0 \Rightarrow$$

اړیکي $\leq$ په ځنډ کړی یا وګرځوی

$$\Leftrightarrow n \geq \frac{\ln(0{,}1)}{\ln\left(\frac{5}{6}\right)} \approx 12{,}629$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

سړی باید سترګی لږ تر لږه 13 – ځله و غورځوي چې د لږ تر لږه 90% اطمنان سره لږ ترلږه 6 لاس ته راوړي. بل ډول يې افاده (وېينه): زه اجازه لرم چې ز يات له زياته د 100 څخه په 10 حالتونو کې په 12 –ځله غورځونه کې 6 لاس ته را نه وړم يا ونه غورځوم.

اوم - د تړلو پيښنو سره احتمالوالی

تړلې پيښې (چې په يوه عمليه کې سره راغلې وي)
تر اوسه يو ګونې پيښې تر پام نيول شوې وې. پيښې سره تړل کيږي هم.
پوښتنه: په يوه مسلکي ښوونځي کې100 زده کوونکي نارينه اوښځينه دي، چې له دوي څخه 87 هسپانوي ژبه (S) او 75 فرانسوي ژبه (F) زده کړې ، 70 په دواړو ژبو باندې واک لري (دلته يا په دې معنا چې فرانسوي، اسپانوي ياد واړه)

ب - يو زده کوونکی نارينه يا ښځينه توکلي و ټاکل شو.

احتمالوالی وشميری، چې هغه / هغې هسپانوي يا فرانسوي زده کړې.

(دلته يا په دې معنا چې هسپانوي، فرانسوي يا دواړه)

ځواب :

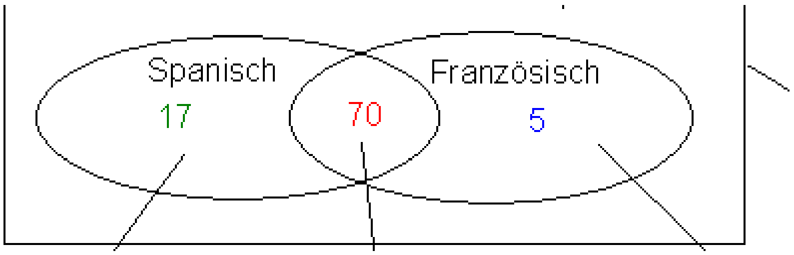
الف – همداسې په ساده ډول نه سي کيدی چې د سپانوي او فرانسوي لپاره عددونه سره جمعه کړي، ځکه چې بيا به د زده کوونکو په يوه تعداد 162 = 75 + 87 راغلي وی.

دا له دې امله ناټيک دی، ځکه چې هغه نارينه اوښځينه زده کوونکي چې سپانوي اوفرانسوي يې زده کړي دوه واره ګڼل (شميرل) کيږي.

75 زده کوونکي (نارينه \ ښځينه) د فرانسوي له دوي څخه 70د اسپانوي سره، پس 5 فقط له فرانسوي سره.	87 زده کوونکي (نارينه اوښځينه) د اسپانوي سره له دې څخه 70 د سپانوي او فرانسوي سره، پس فقط17 له سپانوي سره.

(c) ketabton.com: The Digital Library

له دوړو څخه کومه نه



فقط سپانوي — فرا نسوی او سپانوي — فقط فرانسوي

ټول نارینه او ښځینه زده کوونکي

دا 70 نارینه او ښځینه زده کوونکي د اسپانوي او فرانسوی ژبو سره په 87 سپانوي ژبو او هم په75 فرانسوي ژبو کې خوندي دي. که د نارینه او ښځینه زده کوونکو د (87) سپانوي تعداد د نارینه اوښځینه (75) فرانسوي تعداد سره جمعه یا زیات کړو، نو د اسپانوي او فرانسوي ژبو نارینه اوښځینه زده کوونکو تعداد دوه واره وګڼل یا وشمیرل شو. نو له دي امله باید 70 له زیاتون یا جمعي (162) څخه کم یا تفریق شي.

د ښځینه او نارینه زده کونکو تعداد د سپانوي یا فرانسوي سره:

$$87 + 75 - 70 = 92 \text{ bzw. } 17 + 70 + 5 = 92$$

دا په دي معنا چي، 8نارینه او ښځینه زده کوونکي په لیسه کې له دي دوه ژبو څخه کومه نه زده کوي(Spracherfüller in Sek I) .

ب – لومړی په لاندې توګه پیښي تعریفوو:

F: زده کوونکي فرانسوي لرووده — S: زده کوونکو سپانوي درلوده

احتمالوالی: $P(S \text{ oder } F) = \frac{87 + 75 - 70}{100} = 0{,}92$

د ترم بنه بدلون سره:

$$P(S \text{ oder } F) = \underbrace{\frac{87}{100}}_{P(S)} + \underbrace{\frac{75}{100}}_{P(F)} - \underbrace{\frac{70}{100}}_{P(S \text{ und } F)} = 0{,}87 + 0{,}75 - 0{,}70 = 0{,}92$$

odrد یا او und د او په معنا.

(c) ketabton.com: The Digital Library

له دې بیلګې څخه د جمعې یا زیاتون قانون پېژندل کیږي.

د جمعې یا زیاتون قانون:

که یوه پیښه E د پېښوA او B څخه رایوځای شي، چې دا سره غوڅولای هم شي، دا په دې معنا چې ګډې پیښې خوندي لرودی شي لکه په یوه یا- ترنه کې، نو باید داپه پامکې ونیل شي، چې دا ګډې پیښې نه دوه ځله په پام راوړل شي.

A او B پېښې دي او باور لري $E = A \cup B$ (د یا – پیښه)

نو د پیښې لپاره احتمالوالی دی

$$P(E) = P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

په لغاتو کې :

د یوه یا-پیښې احتمالوالی د دواړو پیښو د احتمالوالي جمعه ده، د او –پیښې په کمښت یا تفریق سره.

بیلګه:

یوه دانه (سترګیز مکعب) دوه واره ِ غورځول کیږي. دوه پیښې کره کیږي یا منځ ته ارځي:

A : د سترګیو عدد یا ګڼ له 3 لوی دی.

B : د سترګیو عدد یو جوړه عدد یا ګڼ دی.

یوه نوې پیښه په لاندې ډول پیښیږي:

C : د سترګیو عدد له 3 لوی یا د سترګیو عدد یو جوړه عدد دی.

پیښه C د A اوB یوه د یا - ترنه ده. د P (C) احتمالوالی و شمیرئ.

لومړی دA اوB پیښه- ډیرئ یا - – سټ جوړوو:

A={4,5,6} ; B = {2,4,6}

د جمعې یا زیاتون قاعدې له امله

$$P(C) = P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

شمیرل کیږي.

د دې لپاره د نتیجه ډیرئ ته اړکیږو

$A \cap B$. $A \cap B = \{4;6\}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ځانګړو پېښو احتمالوالي دي:

$$P(A)=\frac{1}{6}+\frac{1}{6}+\frac{1}{6}=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}\quad P(B)=\frac{1}{6}+\frac{1}{6}+\frac{1}{6}=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}\quad P(A\cap B)=\frac{1}{6}+\frac{1}{6}=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$$

له دې سره د C احتمالوالی لرو:

$$P(C)=P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}=1-\frac{1}{3}=\frac{3}{3}-\frac{1}{3}=\underline{\underline{\frac{2}{3}}}$$

د نتیجو ټیکاوی ساده ازمیل کېدی شي، داسې چې د $C=A\cup B$ نتیجه ډېری جوړه شي اود هغې احتمالوالی و ټاکل شي.

$$C=A\cup B=\{2;4;5;6\}\Rightarrow P(C)=P(A\cup B)=\frac{1}{6}+\frac{1}{6}+\frac{1}{6}+\frac{1}{6}=\frac{4}{6}=\underline{\underline{\frac{2}{3}}}$$

تمرین:

یوه دانه (سترګیز مکعب) دوه واره غورځول کیږي. دوه پیښې کره کیږي منځ ته ارځي:

A : د سترګیو عدد یا ګڼ له 3 لوی دی.

B : د سترګیو عدد یو جوړه عدد یا ګڼ دی.

یوه نوې پیښه په لاندې ډول پیښیږي:

C : د سترګیو عدد له 3 لوی یا د سترګیو عدد یو جوړه عدد دی.

پیښه C د A اوB یوه د یا - تړنه ده. د P (C) احتمالوالی و شمیری.

بیلګه :

یوه دانه (سترګیز مکعب) یو وار غورځول کیږي. دوه پیښې کره کیږي یا منځ ته ارځي:

A : د سترګیو عدد یا ګڼ له4 کوچنی دی.

B : د سترګیو عدد 4 یا 5 دی.

یوه نوې پیښه په لاندې ډول پیښیږي:

C : د سترګیو عدد له 4 کوچنی یا د سترګیو عدد 4 دی.

پیښه C د A اوB یوه د یا - تړنه ده.

د P (C) احتمالوالی و شمیری.

لومړی د A او B نتیجه- ډېری جوړوو.

(c) ketabton.com: The Digital Library

A = {1,2,3} ; B={4,5}

د زياتون قاعدې له مخې

$$P(C)=P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$$

شميرل کيږي.

د دې لپاره د $A\cap B$. نتيجه ډېرى $A\cap B=\{\ \}=\varnothing$ ته اړ يو.

د يوګونو پيښنو احتمالوالى دى:

$$P(A)=\frac{1}{6}+\frac{1}{6}+\frac{1}{6}=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}\quad P(B)=\frac{1}{6}+\frac{1}{6}=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}\quad P(A\cap B)=P(\varnothing)=($$

له دې سره به د احتمالوالى وي:

$$P(C)=P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)=\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-0=\frac{3}{6}+\frac{2}{6}=\underline{\frac{5}{6}}$$

ياودنه:

که $\varnothing=\{\ \}=A\cap B$ t نو باور لري $P(A\cup B)=P(A)+P(B)$.:

تمرين:

له لوب کارتو څخه چې 32 کارتې دي يو ه کارته راباسو(Skat).

دا لاندې پيښنه کوم احتمالوالى لري؟

E : راوېستلې کارتې د څېرې کارتې ده يا د پښې Kreuzkarte کارتې.

دا تراوسه پيژندل شوې د احتمالوالي شمېرنې قوانينو ټولګه:
S دې د تصادفي تجربې نتيجه ډېرۍ وي.
اول : د ټولو پېښنو E لپاره باور لري:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$0\leq P(E)\leq 1$، چې $P(\varnothing)=0$ او $P(S) = 1$ دي.
دا په دي معنا ، چې د یو ي منځ ته راتګ احتمالوالی تل د 0 او 1 ترمنځ پروت دی او کمیز یا منفي نه شي کېدی.
دویم : که، $E=\{e_1;e_2;\dots e_n\}$ وي، نو $P(E)=P(e_1)+P(e_2)+\dots+P(e_n)$ باورلري
(بیلګه دانه یا سترګیز مکعب)
دریم : د ټول A او B پیښو لپاره باور لري
$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$
څلورم : د ټول C پیښو لپاره باور لري: $P(\overline{C})=1-P(C)$ (ینبي او برعکس یا مخامخ پیښي)

دتمرینونو حل (اوبی):؟؟؟؟؟؟؟؟
یوه دانه (سترګیز مکعب) یو وار ِ غورځول کیږي. دوه پیښي کره کیږي یا منځ ته ارځي:
A : د سترګیو عدد یا ګڼ له4 لوی دی.
B : د سترګیو عدد له *1* لوی دی.
یوه نوي پیښه په لاندي ډول پیښیږي:
C : د سترګیو عدد له 4 لوی یا د سترګیو عدد ناجوړه او یا له *1* لوی دی.
پیښه C د A او B یوه د یا - ترنه ده.
د P (C) احتمالوالی و ټاکئ.

لومړی د A او B نتیجې جوړوو.
$A=\{5;6\}\quad B=\{3;5\}$
د جمعي قانو له مخي اوس شمېرو:
$$P(C)=P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$$
د دي لپاره د $A\cap B$ نتیجه ډېرى یا نتیجه سټ $A\cap B=\{5\}$ ته اړتیا لرو.

د یوګونو پیښو احتمالوالی دی:
$$P(A)=\frac{1}{6}+\frac{1}{6}=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}\quad P(B)=\frac{1}{6}+\frac{1}{6}=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}\quad P(A\cap B)=\frac{1}{6}$$
له دي سره د C احتماوالی دی:
$$P(C)=P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)=\frac{1}{3}+\frac{1}{3}-\frac{1}{6}=\frac{2}{6}+\frac{2}{6}-\frac{1}{6}=\frac{3}{6}=\underline{\underline{\frac{1}{2}}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د تمرین حل (اوبی) :
یوه دانه (سترګیز مکعب) یو وار، غورځول کیږي. دوه پیبښې کره کیږي یا منځ ته ارځي:
A : د سترګیو عدد یا ګڼ له4 کوچنی دی.
B : د سترګیو عدد 4 یا 5 دی.
یوه نوې پیښه په لاندې ډول پیښیږي:
C : د سترګیو عدد له 4 کوچنی یا د سترګیو عدد 4 دی.
پیښه C د A اوB یوه د یا - ترنه ده.
د P (C) احتمالوالی و شمیرئ.

تمرین:
یوه کارته له یوه لوبو کرتو څخه، چې ۳۲ کارتې لري راباسل کیږي(سکاټې) لاندې پیښه کوم احتمالوالی لري؟
E : راباسل شوې کارته یا څیره کارتې ده او یا یوه د پښې کارته.

د ا پیښه E یو د او-ترنه ده د پیښو څخه:
A : غوښتونکې کارته یو څیره کارته ده.
B : پلټونکې کارتې یوه د پښې کارته ده.
لومړی د A او B پیښو ممکنه تعداد ټاکو.
A : له ټولو32 کارتو څخه ۱۲ څیره کارتې دي.
B : له ټولو 32 کارتو څخه ۸ د پښې کارتې دي.
د زیاتون قاعدې یا د جمعې قاعدې له مخې شمېرل کیږي:

$$P(C) = P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

د دې لپاره د $A \cap B$. ممکنه پیښو ته اړتیا لرو.
$A \cap B$. : د پښې ۳ څیره کاتې شتون لري(غلام، ماتکه، پاچا)
د یوګونو پیښو احتمالوالی دی:

$$P(A) = \frac{12}{32} \quad P(B) = \frac{8}{32} \quad P(A \cap B) = \frac{3}{32}$$

له دې سره د C احتمالوالی دی:

$$P(C) = P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{12}{32} + \frac{8}{32} - \frac{3}{32} = \underline{\underline{\frac{17}{32}}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

اتم - شرطيز احتمالوالی

شرطيز احتمالوالی

د سترګي (سترګيز مکعب) په زيات-ځله غورځونې کې چې د1 او 6 ترمنځ يو ټاکلی عدد وغورځوي د پخوانۍ غورځونې په واک نې ده دی.

هره غورځونه د تېرې غورځونې خپلواکه ده. د دې برعکس يا په ځت که له يوه مرتبان ، چې د بېلګې په توګه د دوه رنګونو سره غونډاري په کې پراته وي يو په بل پسې يو غونډاری بې له بېرته وراجونې راووستل شي، نو د يوې ټاکلې پېښې احتمالوالی د تېرې پېښې په واک کې دی.

په دې حالت کې د شرطيز احتمالوالي څخه غږېږو.

پيل بيلګه:

په يوه مرتبان کې 100 غونډاري (غونډسکې) پراته دي.

70 غونډاري له له لرګيزو موادو جوړ دي او 30 غونډاري له مسنوعي موادو.

25 د لرګي غونډاري سره او 45 شنه دي .

10 له پلاستيک جوړ غونډاري سره دي او20 شنه.

لاندې پېښې تعرېيږي:

A : غونډاری له لرګي دی. $\overline{A}$: غونډاری له مصنوعي موادو جوړ دی.

B : غونډاری سور دی. $\overline{B}$: غونډاری شين دی.

غونډاري دوه نخښې لري د هر دوه ډولونو يا ارزښتونو سره

Merkmal I	Ausprägung	Merkmal II	Ausprägung
Material	A: Holz $\overline{A}$: Kunststoff	Farbe	B: rot $\overline{B}$: grün

(c) ketabton.com: The Digital Library

پورته له کيڼ پورته څخه کښته په ترتيب ښي لورته:

نخښه۱، مواد، په نخښه ونه يا نخښه وړنه، لرګی، مصنوعي مواد، نخښه ۲ رنګ، ښنه وړنه، سور ، شين.

دا شي حالت کيدی شي په يوه ډېرپټي ډوله يا ډېرمخيزه تخته انځور شي.
نور لغات له پورته واخلی او دا پاتې يې جمعه يا زياتون دی.

		Merkmal II (Farbe)		
		B: rot	$\bar{B}$: grün	Summe
Merkmal I Material	A: Holz	25	45	70
	$\bar{A}$: Kunststoff	10	20	30
	Summe	35	65	100

له مرتبان څخه يو غونډاری توکلي راوستل کيږی.

د تختې د داتا سره کيدی شي لاندې احتمالوالی سيده و شميرل شي:

$$P(A) = \frac{70}{100} = \frac{7}{10} = 0{,}7 \qquad P(\bar{A}) = \frac{30}{100} = \frac{3}{10} = 0{,}3$$

$$P(B) = \frac{35}{100} = \frac{7}{20} = 0{,}35 \qquad P(\bar{B}) = \frac{65}{100} = \frac{13}{20} = 0{,}65$$

$$P(A \cap B) = \frac{25}{100} = \frac{1}{4} = 0{,}25 \qquad P(A \cap \bar{B}) = \frac{45}{100} = \frac{9}{20} = 0{,}45$$

$$P(\bar{A} \cap B) = \frac{10}{100} = \frac{1}{10} = 0{,}1 \qquad P(\bar{A} \cap \bar{B}) = \frac{20}{100} = \frac{2}{10} = 0{,}2$$

اړونده ډېر مخيزه (ډېرساحه وي) تخته

(c) ketabton.com: The Digital Library

	B	$\bar{B}$	Summe
A	$P(A \cap B) = 0,25$	$P(A \cap \bar{B}) = 0,45$	$P(A) = 0,7$
$\bar{A}$	$P(\bar{A} \cap B) = 0,1$	$P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 0,2$	$P(\bar{A}) = 0,3$
Summe	$P(B) = 0,35$	$P(\bar{B}) = 0,65$	1

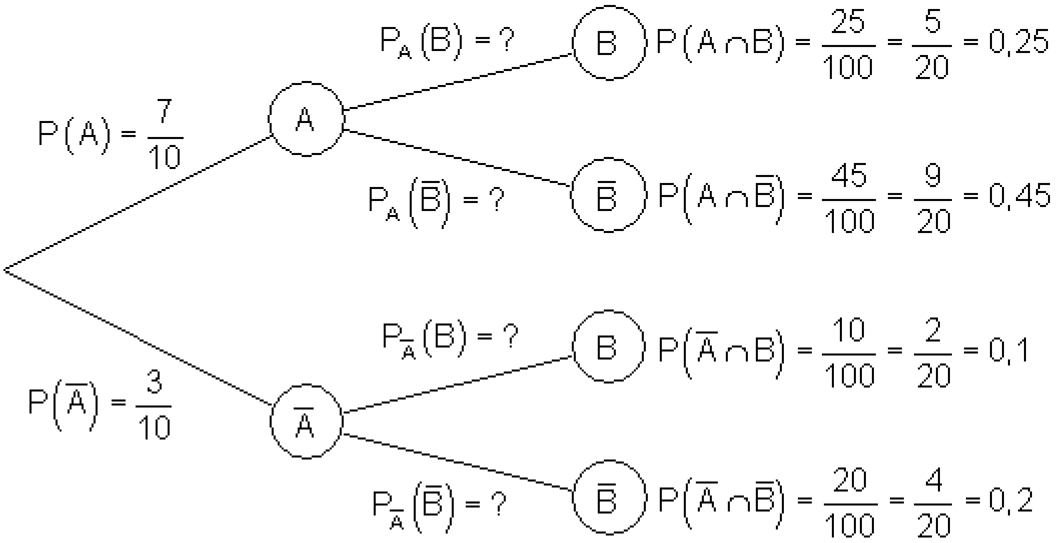
یو ځوک یو غونډاری را وباسي اوله لاس سره یې احساسوي، چې دا غونډاری له پلاستیک جوړ دی.

د دې لپاره احتمالوالی څومره لوي دی، چې د ده په لاس کې غونډاری شیندی؟

دا احتمالوالی نه دی، چې له هغې سره سړی له مرتبان څخه شین پلاستیکي غونډاری ر ا باسي.

له دېر تخته جوړ جدول څخه نه شي کېدی غوښتل شوی احتمالوالی وشمېرل شي.

د یوې پېښو ونې سره اوس کېدی شي دا احتمالوالی روښانه شي.



اړیکې $P_A(B)$ ، په دې معنا دي چې:

(c) ketabton.com: The Digital Library

د B احتمالوالی د شرایطو لاندې، چې A پېښه منځ ته راغلې ده.

دا احتمالوالی شرطیز احتمالوالی یا ،،احتمالوالی د شرط سره،، بولو.

نسبت پوښتنې کولو ته $P_{\bar{A}}(\bar{B})$ غوښتل کیږي.

په ویونو (لغاتو) : احتمالوالی څومره لوې د یوه شنه غونډارې د راوستنې لپاره، که سړی پوه شي چې راوستلی غونډاری د پلاستیک دی.

د یو ع احتمالوالې په لټه کې یو،چې دیوه شر ط په واک کې وي.

په دې حالت کې شرط دی؛ راوستلی غونډاری پلاستیک دی.
د دې لپاره چې په ونه دیاګرام کې پاتې احتمالوالی وشمېرلی شو، د تار ضرب قانون څخه مار اخلو:

$$P(A)\cdot P_A(B)=P(A\cap B)\Leftrightarrow P_A(B)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}$$

قانون، له هغه چې د شرط احتمالوالی شمېرل کیږي د انګرېزي شمېرپوه توماس بای Thomas Bayes (1702 – 1761) پسې ځې او له دې امله د بای- قانونBayes په نامه یادیږي او یا د بای جملې په نامه.

$$P_A(B)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}$$

که A اوB پېښې وي د $P(A)\neq 0$ سره، نو باور لري:

$$P_A(B)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}=\frac{5}{20}:\frac{7}{10}=\frac{5\cdot 10}{7\cdot 20}=\frac{5}{14}\approx 0{,}36$$

$$P_A(\bar{B})=\frac{P(A\cap \bar{B})}{P(A)}=\frac{9}{20}:\frac{7}{10}=\frac{9\cdot 10}{7\cdot 20}=\frac{9}{14}\approx 0{,}64$$

$$P_{\bar{A}}(B)=\frac{P(\bar{A}\cap B)}{P(\bar{A})}=\frac{2}{20}:\frac{3}{10}=\frac{2\cdot 10}{3\cdot 20}=\frac{1}{3}=0{,}\bar{3}$$

$$P_{\bar{A}}(\bar{B})=\frac{P(\bar{A}\cap \bar{B})}{P(\bar{A})}=\frac{4}{20}:\frac{3}{10}=\frac{4\cdot 10}{3\cdot 20}=\frac{2}{3}=0{,}\bar{6}$$

که څوک پوه وي، چې راوستلی غونډاری د پلاستیک جوړدی، نو د دی لپاره احتمالوالی ،

(c) ketabton.com: The Digital Library

چې شين رنګ راباسل شي،دی: 2/3. د دې برعکس ديوه شنه پلاسفيک غونډاري راوستل 0,2 دی.

يو بل ډول ورننوتنه:

يو مرتبان درې شنه او دوه سره ِغونډاري خوندي لري.

دوه غونډاري يو بل پسې بې له بېرته وراچولو روستل کيږي.

A : په لومړی راوستنه کې شين راوستل کيږي.

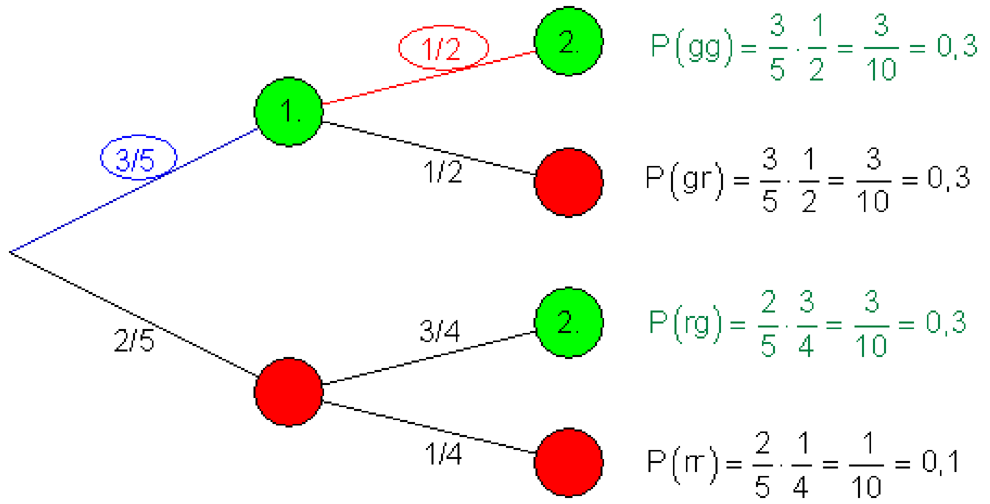
B : په دويمه راوستنه کې شين راوستل کيږي.

C: شين په لومړی او دويمه راوستنه کې شين راوستل کيږي.

D : شين په دويمه راوستنه کې له دې امله راوستل کيږي، چې شين په لومړي ځل تيار راوستل شوی وي.

د ټولو پېښنو احتمالوالی ټاکل کيږي.

د ونې دياګرام د تار احتمالوالي سره دا اړوندوالی روښانه کوي.



د ونه دياګرام څخه لاندې نتيجې لاس ته راځي:

(c) ketabton.com: The Digital Library

په لومړۍ راوستنه کې شین : $P(A)=3/5 = 0,6$ او

په دویمه راوستنه کې شین: $P(B) = \frac{3}{10} + \frac{3}{10} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5} = 0,6$

په لومړۍ ر اوستنه کې شین او دویمه راوستنه کې شنه لپاره د تار ضرب قانون له مخې لرو:

$$P(C) = P(A \cap B) = \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{10}$$

$P(D)= 1/2$ لوستل کیږي.

د $P(D)$ ارزښت مو په لاندې ډول لاس ته راوړ:

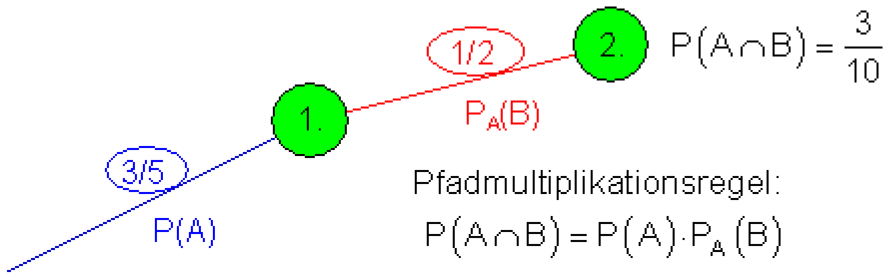
د نیونو (فرضیو) لاندې چې په لومړۍ راوستنه کې سپین راوه وستل شو، او نور دوه شنه او دوه سره غونډاري په مرتبان کې شتون لري.

د شنه راوستنې لپاره په دویمه راوستنه کې$1/2$ دی.

د D احتمالوالي لپاره (شین په دویمه راوستنه کې) د نیونو (فرضیو) (شین په لومړۍ راوستنه کې) چې A منځ ته راغلی، په نخښونه یا نخښه کونه .$P(D) = P_A(B)$ تاکل کیږي.

په انځور شوي حالتکې باور لري: $\left(\neq P(B) = \frac{3}{5}\right)$ $P_A(B) = \frac{1}{2}$

د پسې کتنې لپاره د تاردیاګرام د برخډېرۍ(قطاع) په جوړ کې ده، داسې چې $P_A(B)$ منځ ته راشي.



(c) ketabton.com: The Digital Library

پوښتنه د احتمالوالي $P_A(B)$ پسي کيږي، نو پورته مساوات په لاندې ډول بڼه بدلېدی شي:

$$P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \quad \text{für } P(A) \neq 0$$

$P_A(B)$ د B يو احتمالوالی دی د شرايطو لاندې، چې A تياره منځ ته ارغلی دی.

موږ دا قانون د مخ ته پرتې نتيجې سره ازمايو

$$P(A \cap B) = \frac{3}{10} \qquad P(A) = \frac{3}{5} \quad \Rightarrow \quad P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{3}{10}}{\frac{3}{5}} = \frac{3 \cdot 5}{3 \cdot 10} = \underline{\underline{\frac{1}{2}}}$$

د دې مرتبان تجربي څخه (ډېرواره راوستل بې له بېرته وراچوني) روښانه څرګنديږي، چې چې د هرو بلو يا نورو راوستنو احتمالوالی د مخه تيرې راوستني په واک کې دی. په داسي حالت کې سړی وايي، چې نتيجې يو د بل په واک کې دي(يو د بل تابع دي).

د پيښو خپلواکوالی

د يوه مرتبان تجربي سره(ډېرواره راوستنه د بيرته وراچوني سره)، بيل شرايط تل بېرته منځ ته راځي يا ساتل کيږي، چې د هرې پسي راوستني لپاره شرايط برابر پاتي کيږي، لکه د لومړی راوستني شرايط.

په داسي حالت کې سړی وايي، چې پيښي يو له بل خپلواکي دي.

يو مرتبان درې شنه او دوه سره غونډاري خوندي لري.

دوه غونډارۍ پرلپسي د بېرته اينوني يا وراچوني راوستل کيږي.

څلور پيښي تعريفيږي:

A : په لومړی راوستنه کې شين راوستل کيږي.

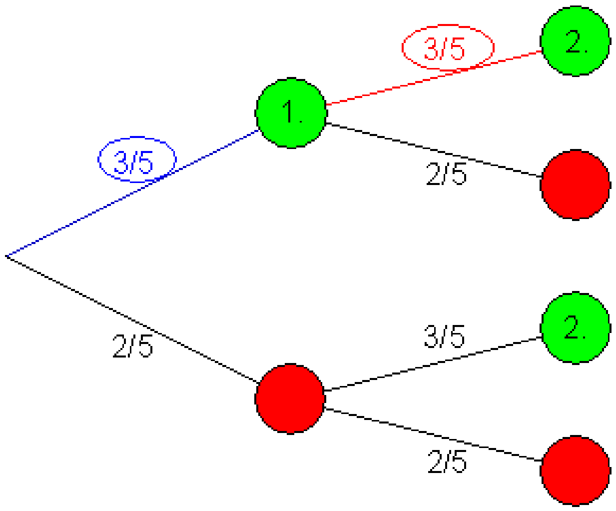
B : په دويمه راوستنه کې شين راوستل کيږی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

N: شین په لومړی او دویمه راوستنه کې راوستل کیږی.

D: شین په دویمه راوستنه کې راوستل کیږي، په دې شرط، چې ګرون هودا اوس په لومړی راوستنه کې راوستل شوی دی.

ونه دیاګراک د اړونده تارونو احتمالوالي سره :



$$P(gg) = \frac{3}{5}\cdot\frac{3}{5} = \frac{9}{25} = 0,36$$

$$P(gr) = \frac{3}{5}\cdot\frac{2}{5} = \frac{6}{25} = 0,24$$

$$P(rg) = \frac{2}{5}\cdot\frac{3}{5} = \frac{6}{25} = 0,24$$

$$P(rr) = \frac{2}{5}\cdot\frac{2}{5} = \frac{4}{25} = 0,16$$

له وني دیاګرام څخه لاس ته راځي:

په لومړی راوستنه کې شین: $P(A) = 3/5 = 0,6$

په دویمه راوستنه کې شین: $P(B) = \frac{9}{25} + \frac{6}{25} = \frac{15}{25} = \frac{3}{5} = 0,6$

د شنه لپاره په لومړی راوستنه کې او شین لپاره په دویمه راوستنه کې د تارضربقانون له مخې لاس ته راځی

$$P(C) = P(A \cap B) = \frac{3}{5}\cdot\frac{3}{5} = \frac{9}{25}$$

$P(D) = \frac{3}{5}$ لوستل کیږي.

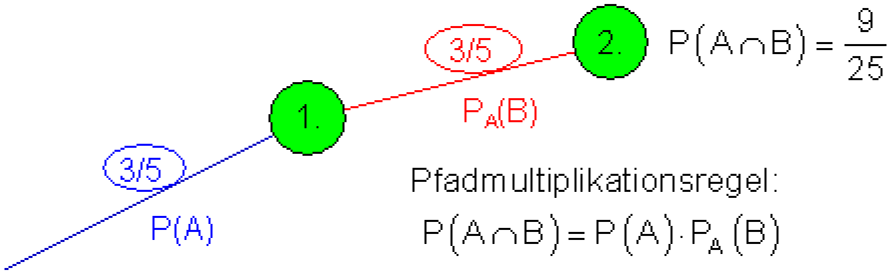
(c) ketabton.com: The Digital Library

احتمالوالی یو شین غونډاری چې راوباسو برابر پاتیږي، ځکه چې د غونډاري د بېرته وراچوني سره پیل حالت بېرته برقرارېږي.

د دویم ځل د شنه راوستنې لپاره همغه د لومړي ځا د راوستنې سره بېرته برابرېږي P(D) $= P_A(B)$ دی.

د ونې دیاګرام څخه یوه برخه:

په لاندي کې Pfadmultiplikaionsregel د تارضربقانون په معنا دی.



د نتیجو په لیستکونه راکوي:

$$P_A(B) = \frac{3}{5}$$

$$P(A) = \frac{3}{5}$$

$$P(B) = \frac{3}{5}$$

نو لرو:

$$P_A(B) = P(B)$$

له دې سره د تارضربقانون لپاره باور لري:

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

که ولرو $P_A(B) = P(B)$ ، نو د پېښې A پېښیدنه د B احتمالوالي باندې کومه اغیزه نه لري.

سړی وایي، چې پېښه A او B یو له بل خپلواکې دي.

خپلواکې پېښې:

(c) ketabton.com: The Digital Library

پېښنه B له پېښې A خپلواکه ده، که دA د پېښیدنې څخه دB دپېښیدنې لپاره احتمالوالی بې اغیزه وي (خپلواک).

باور لري: $P_A(B) = P(B)$ د $P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$ سره.

ب

یلګه : له مرتبان راوستنه د بیرته وراچونې سره.

په یاد ولرئ: د دوه پېښو A اوB پېښې د یو له بل خپلواکوالی ښوونې لپاره په لاندې توګه مخ ته ځو:

شمیرل کیږي $P(A); P(B)$ او $P(A \cap B)$

باور لري: $P_A(B) = P(B)$ د $P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$، سره .

نو پیښې A اوB یو له بل خپلواکې دي، په بل حالت کې یا پرته له دې پېښې A او B یو د بل په واک کې دي.
په ونه دیاګرام کې دپېښو خپلواکوالی له دې څخه پېژندل کیږي، داسې چې په دویمه پوړۍ کې د ونې دیاګرامونه برابر دي. که برعکس یاپه څټ دا یو له بل مختلف وي،نو پېښې بیا یو د بل په واک کې دي.

بیلګه ۱: د یوه ښه جوړ شوي (ideal)سترګیز(سترګیز مکعب) په لاندې توګه رنګه شوي دي.

دوه اړخونه دسره رنګ سره او دوه د شنه رنګ سره رنګین شوي. یوه اړخسطحه توره او بله اسماني رنګ شوي دي.

غونډارۍ دوه واره غورځول کیږي. لاندې پیښې تعریفیږي:

A : په لومړۍ اچونې سره رنګ سور یا تور لویږي یا منځ ته راځي.

B : په دویمه غورځونه کې رنګونه شین یا تور را څرګندیږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

و ځیری، چې پیښې A او B یو له بل خپلواکې دي؟

له مخه پام یا فکرکونه : P(r) = P (g) = 2/6 = 1/3 او P(s) = P(b) = 1/6

د P(A); P(B) او $P(A \cap B)$ شمېرنه

$A= \{(rx);(sx)\}$ د x=په خوښه => $P(A)=P(r) + P(s) =1/3 + 1/6 = 1/2$

$B = \{(xg);(xb)\}$ د x= په خوښه => $P(B)=P(g)+P(b)= 1/3 + 1/6 = ½$

$$A \cap B = \{(rg);(rb);(sg);(sb)\} \Rightarrow P(A \cap B) = P(rg)+P(rb)+P(sg)+P(sb)$$
$$= \frac{2}{6}\cdot\frac{2}{6}+\frac{2}{6}\cdot\frac{1}{6}+\frac{1}{6}\cdot\frac{2}{6}+\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{6} = \frac{4}{36}+\frac{2}{36}+\frac{2}{36}+\frac{1}{36} = \frac{9}{36} = \frac{1}{4}$$

نتیجه : $P(A) = \frac{1}{2}; P(B) = \frac{1}{2}; P(A \cap B) = \frac{1}{4}$

دوه پیښې A او B یو له بل خپلواکې دي، که باور ولري:

لاندې الماني: خپلواکوالی

$$P_A(B) = P(B) \quad \left| \begin{array}{l} P_A(B) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(A)} = \dfrac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{2}} = \dfrac{1}{2} \\ P(B) = \dfrac{1}{2} \end{array} \right| \begin{array}{l} \Rightarrow P_A(B) = P(B) = \dfrac{1}{2} \\ \text{Unabhängigkeit} \end{array}$$

نتیجې A او B یو له بل خپلواکې دي.

بیلګه ۲ : یو سترګی د یوه درېګوټي اهرام په بڼه څلور برابرې لویې سطحې لري د عدد 4 ;3 ; 2 ; 1 (څلوریزه یاڅلور اړخیزه سترګی) سره.

دا سترګی درېواره غورځول کیږي. لاندې پیښې تعریفیږي:

A : په لومړۍ غورځونه کې عدد ۱ یا ۲ راښکاره کیږي(راوځی) اوپه دویمه غورځونه کې 2 ; 1 یا 4.

(c) ketabton.com: The Digital Library

B : به د ويمه غورځونه کې بل عدد لکه په لومړۍ غروځونې کې.

و څېړۍ، چې ايا پېښې A او B يو له بل خپلواکې دي.

له مخه پام يا فکرکونه : P(1) = P(2) = P(3) = P(4) = 1/4

د P(A);P(B) او $P(A \cap B)$ شميرنه

$$A = \{(1|1);(1|2);(1|4);(2|1);(2|2);(2|4)\} \Rightarrow P(A) = 6 \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} = \frac{3}{8}$$

$$B = \{(1|2);(1|3);(1|4);(2|1);(2|3);(2|4);(3|1);(3|2);(3|4);(4|1);(4|2);(4|3)\}$$

$$\Rightarrow P(B) = 12 \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

$$A \cap B = \{(1|2);(1|4);(2|1);(2|4)\} \Rightarrow P(A \cap B) = 4 \cdot \frac{1}{16} = \frac{1}{4}$$

نتيجه: $: P(A) = \frac{3}{8}; P(B) = \frac{3}{4}; P(A \cap B) = \frac{1}{4}$

دوه پيښې A او B يو له بل خپلواکې دي، که باور ولري:

لاندې الماني: بلواکوالی

$$P_A(B) = P(B) \quad \left| \begin{array}{l} P_A(B) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(A)} = \dfrac{\frac{1}{4}}{\frac{3}{8}} = \dfrac{2}{3} \\ P(B) = \dfrac{3}{4} \end{array} \right| \begin{array}{l} \Rightarrow P_A(B) = \dfrac{2}{3} \neq P(B) = \dfrac{3}{4} \\ \text{Abhängigkeit} \end{array}$$

پيښې A او B يو د بل په واک کې دي.

بيلګه ۳: په يوه ښوونځي کې يوې ټول پوښتنې د زده کوونکو خوراک په هکله پوښتنې ځواب دا نتيجه ورکړې، چې د ټول زده کوونکې45% په مزه شګولاد خوري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ټولو زده کوونکو ځخه 55% نور خواږه غوره ګڼي.

د ټولو زده کوونکو ځخه 60% وویل چې خوینديږ ورونه لري.

د ټول زده کوونکو 27% د خویندو ورونو سره د زړه له کومې شکولاد خوري.

د شکولادو جوړونکی مینه یا علاقه لري، چې ایا زده کوونکي د خویندو ورونو سره د شکولادو د خوراک لپاره ځانګړی له مخه مینه لري .

واقعیت دی، چې خویندوو ورونو سره زده کوونکي ، د شکولادو خوراک سره د (مخه) مینې لرلو له امله اغیزه لري؟

د داتا منځ ته راتګ په یوه ځلور مخیزه تخته کې انځور کړي

	B	$\bar{B}$	Summe
A	$P(A\cap B)=0,27$	$P(A\cap\bar{B})=0,33$	$P(A)=0,6$
$\bar{A}$	$P(\bar{A}\cap B)=0,18$	$P(\bar{A}\cap\bar{B})=0,22$	$P(\bar{A})=0,4$
Summe	$P(B)=0,45$	$P(\bar{B})=0,55$	1

د پیښې اړونده نتیجې دي:

A : زده کوونکی خوینديږ ورونه لري.

B : زده کوونکی د زړه له کومې شکولاد خوري.

په بلواکوالي یې ازمايښت:

$$\left.\begin{aligned}P(A)&=0,6\\P(B)&=0,45\\P(A\cap B)&=0,27\end{aligned}\right|\Rightarrow P_A(B)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}=\frac{0,27}{0,6}=0,45=P(B)$$

پیښې یو له بل ځخه خپلواکې دي.

دا په دې معنا، چې که زده کوونکي خوینديږ-ورونه ولري که نه د شکولادو لپاره مخ دمخه مینه باندې اغیزه نه لري..

(c) ketabton.com: The Digital Library

بیلګه ۴:

د څلوراړخیزې تختې او ونې دیاګرام سره

یو مسلکې ښوونځی 1000 زده کوونکي لري. څلورمخیزه تخته په دې هکله معلومات ورکوي، چې پهزده کوونکې ملفونونه څنګهوېشل شوي دي.

	جمعه	$\bar{B}$: نارینه	B : ښځینه
A: یو ملفون لري :	807	397	410
$\bar{A}$: ملفون نه لري	193	79	114
جمعه	1000	476	524

الف – نسبي ډېروالی وشمیرئ او دا په یوه نوې څلورمخیزه تخته کې ولیکئ.

ب – د یوه څلور تخته یز جدول او ونې دیام ترمنځ اړیکو په ګټه اخستنې ونې رسم کړئ.

پ – ټول شرطیز احتمالوالي وشمیرئ او دا په ونه دیاګرام کې ولیکئ.

ت – د ټولو زده کوونکو د ټولګې څخه توکلی یو زده کوونکی داسې ټاکل کیږي.

یو – د کوم احتمالوالي سره دا کس ملفون نه لري؟.

دوه – د کوم احتمالوالي سره دا کس ښځینه دی؟

درې – که ټاکلی کس ملفون نه لري، د کوم احتمالوالي سره دا کس نارینه دی؟

څلور – که یو ټاکلی کس ښځینه وي، د کوم احتمالوالي سره دا یو ملفون لري؟

پنځه – ایا دنر- ښځیوالي (جنس) او ملفون ترمنځ اړیکې شتون لري؟

ځواب :

الف –

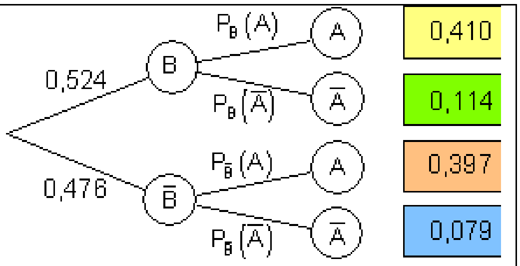
(c) ketabton.com: The Digital Library

	B ښځينه	$\bar{B}$: نارينه	جمعه
A: ملفون لري	0,410	0,397	0,807
$\bar{A}$: ملفون نه لري	0,114	0,079	0,193
جمعه (زياتون)	0,524	0,476	1

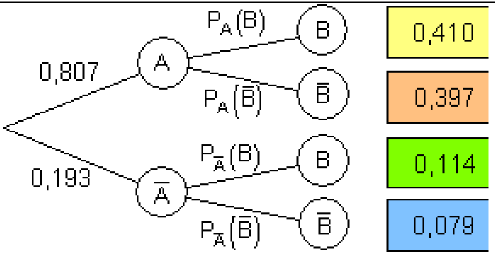
ب –

A : يو ملفون لري $\bar{A}$: يو ملفون نه لري

B : زده كوونكى ښځينه دى $\bar{B}$: زده كوونكى نارينه دى.



د تار ۲. نخبنه ۱.نخبنه:
احتمالوالى ملفون لري نر- ښځوالى



د تار ۲. نخبنه ۱.نخبنه:
احتمالوالى نر- ښځوالى ملفون
لري

پ –
د شرطيزو احتمالوالو شميرنه

احتمالوالي، چې له ځلورمخيز جدول ځخه لوستل كيږي او په پيښو تماميږي

	B	$\bar{B}$	
A	$P(A \cap B) = 0{,}410$	$P(A \cap \bar{B}) = 0{,}397$	$P(A) = 0{,}807$
$\bar{A}$	$P(\bar{A} \cap B) = 0{,}114$	$P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 0{,}079$	$P(\bar{A}) = 0{,}193$
	$P(B) = 0{,}524$	$P(\bar{B}) = 0{,}476$	

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P_A(B)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}=\frac{0,410}{0,807}\approx 0,508$$

$$P_A(\overline{B})=\frac{P(A\cap\overline{B})}{P(A)}=\frac{0,397}{0,807}\approx 0,492$$

$$P_{\overline{A}}(B)=\frac{P(\overline{A}\cap B)}{P(\overline{A})}=\frac{0,114}{0,193}\approx 0,591$$

$$P_{\overline{A}}(\overline{B})=\frac{P(\overline{A}\cap\overline{B})}{P(\overline{A})}=\frac{0,079}{0,193}\approx 0,409$$

$$P_B(A)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}=\frac{0,410}{0,524}\approx 0,782$$

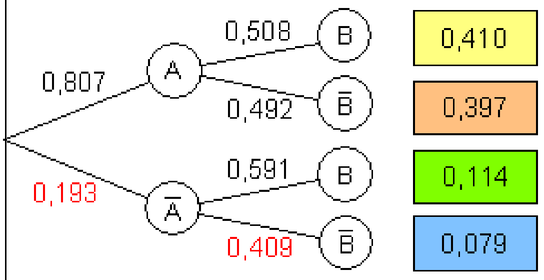
$$P_B(\overline{A})=\frac{P(\overline{A}\cap B)}{P(B)}=\frac{0,114}{0,524}\approx 0,218$$

$$P_{\overline{B}}(A)=\frac{P(A\cap\overline{B})}{P(\overline{B})}=\frac{0,397}{0,476}\approx 0,834$$

$$P_{\overline{B}}(\overline{A})=\frac{P(\overline{A}\cap\overline{B})}{P(\overline{B})}=\frac{0,079}{0,476}\approx 0,166$$

A : زده کوونکی ملفون لري

B : زده کوونکی ښځینه دی.

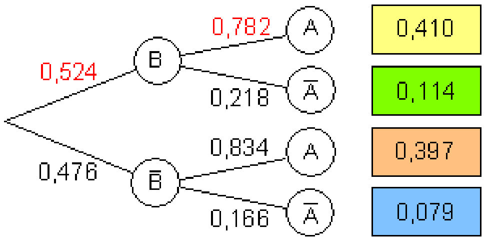


1. Merkmal: Handybesitz | 2. Merkmal: Geschlecht | Pfadwahr-scheinlich-keiten

۱.نخښه: ملفون لري | ۲. نخښه نرښځوالی | د تار احتمالوالی

$\overline{A}$: زده کوونکی ملفون نه لري

$\overline{B}$: زده کوونکی نارینه دی



1. Merkmal: Geschlecht | 2. Merkmal: Handybesitz | Pfadwahr-scheinlich-keiten

۱.نخښه: نرښځوالی | ۲. نخښه ملفون لري | د تار احتمالوالی

ت – غوښونکي یا پلټونکي احتمالوالی کیدی شي اوس سیده له ونې دیاګرامه ولوستل شي

۱ : $P(\overline{A})=0,193$

یو توکلي ټاکل شوی کس د 0,193 احتمالوالي سره یو ملفون نه لري.

۲ : $P(B)=0,524$

یو توکلي ټاکل شوی کس د 0,524 احتمالوالي سره یو ښځینه دی

۳ : $P_{\overline{A}}(\overline{B})=0,409$

(c) ketabton.com: The Digital Library

یو توکلي تاکل شوی کس، چې له هغه پوهیږو، هغه ملفون نه لري،، د 0,409 احتمالوالي سره نارینه دی.

۴ : $P_B(A) = 0{,}782$

یو توکلي تاکل شوی کس، چې پوهیږو چې ښځینه دی، د 0,782 احتمالوالي سره یو ملفون لري

۵ : د په واکوالي ازماېښت (د جنس او ملفون لرنې ترمنځ اړیکو کې)

پېښه B له پېښې A خپلواکه ده که باور ولري:

$$P_A(B) = P(B)$$

په بل حالت کې پېښې یو د بل په واک کې دي.

دا ترشوسه مخ ته پرتو نتیجو څخه کېدی شي و ښوول شي:

$$P_B(A) \approx 0{,}782 \neq P(A) = 0{,}807 \quad P_{\overline{B}}(A) \approx 0{,}834 \neq P(A) = 0{,}807$$

$$P_B(\overline{A}) \approx 0{,}218 \neq P(\overline{A}) = 0{,}193 \quad P_{\overline{B}}(\overline{A}) \approx 0{,}166 \neq P(\overline{A}) = 0{,}193$$

دا په دې معنا، چې په ټول حالتونوکي د جنس او ملفون لرنې تر منځ بلواکوالی شتون لري.

د ونې دیاګرام څخه کېدی شي د پېښو بلواکوالی سیده ولوستل شي، ځکه چې د دویمې پوړی ترخوني یو له بل مختلفې دي.

که د یوه څلوراړخیز جدول اړیکې مو د ونې دیاګرام سره درک کړې وي، نو کېدی شي داسې پوښتنې د لږ زیار سره هم حل کړوای شو.

دا به اوس لاندې بېلګه وښایي.

بیلګه ۵ :

د انترنت زیات کاروونکي د Spam- Mails څخه شکایت کوي یا ګېله من دي.

نیسو چې په 1% ښو او 40% سبم-مېل (برېښنا لیک)Spam- Mails کې لغات ,,Viagra" مخ ته راځي.

پرته له دې دې 10% برېښنالیکونه ښه او 90% دې سپم وي.

احتمالوالی څومره لو دی، چې یو برېښنا لیک، له هغه پوهیږو چې په هغه کې دا لغات ,,Viagra"،،ویاګرا،، مخ ته راځي، یو سپیم برېښنا لیک دی؟

پېښه:

A : برېښنا لیک لغات ،، ویاګرا،، لري

$\overline{A}$: برېښنا لیک لغات،، ویاګرا،، نه لري

(c) ketabton.com: The Digital Library

B : سپیم –برېښنا لیک　　　$\bar{B}$: ښه برېښنا لیک

د دې لرلو داتا سره د څلور مخیزجدول ایښول.

د% ارزښتونه نسبي ډېروالی په ګوته کوي(احتمالوالی)

د 90 % سپیم په دې معنا چې د سپیم جمعه = 0,9

10% ښه برېښنا لیکونه په دې معنا چې جمعه ښه برېښنا لیکونه = 0,1

40% سپیم برېښنا لیک د ویاګرا سره په دې معنا چې 0,9 x 0,4 = 0,36

10% ښه برېښنا لیکونه د ویاګرا سره په دې معنا چې

=0,1 x 0,01 = 0,001

سرې کړی شي دا پاتې ارزښتونه وشمیري، ځکه چې جمعه یې معلومه ده.

	د سپم-مایل Spam-Mail :	ښه مایل Gute Mail	جمعه Summe
د ویاګرا سر mit Viagra	0,36	0,001	
بې له ویاګرا			
Summeجمعه	0,9	0,1	1

سپیم بې له ویاګرا ښه برېښنا لیک بې ویاګرا	0,9 – 0,36 = 0,54 0,1 – 0,001 = 0,099

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ټولو ب ل جمعه له وياګرا د ټولو ب ل بې وياګرا	0,36 + 0,001 = 0,361 0,54 + 0,099 = 0,639

د دې ارزښتونو سره اوس ځلورمخيزه جدول پوره شو.

	سپيم-مايل B: Spam-Mail	ښه -مايل $\bar{B}$: Gute Mail	Summe جمعه
د وياګرا سره A: mit Viagra	0,36	0,001	0,361
بې له ويا ګرا	0,54	0,099	0,639
Summe جمعه	0,9	0,1	1

پوښتنکون په دې ډول ده:

احتمالوالی څومره لوي دی، چې يو برېښناليک، په کوم کې چې ،، وياګرا،، ده، سپيم دی؟

نو غوښتونکی د B احتمالوالی دی د شرايطو لاندې، چې A رامنځ ته شوې وي.

$$P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

$$\text{mit } P(A \cap B) = 0{,}36 \text{ und } P(A) = 0{,}361 \text{ ist } P_A(B) = \frac{0{,}36}{0{,}361} \approx \underline{\underline{0{,}997}}$$

د $P(A \cap B) = 0{,}36$ او $P(A) = 0{,}361$ سره دی $P_A(B) = \frac{0{,}36}{0{,}361} \approx \underline{\underline{0{,}997}}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دا په دي معنا چې په 99,7% ټولو حالتونو کې ، په کوم کې چې ویاګرا منځ ته راغلي یو سپیم -مایل دی.

تمرین :

جدول د یوې فیرما میرمنې شو سرې ښایي، چې په (سګرټ) سکونکو او نه سکونکو وېشل شوې.

	B : ښځینه	$\bar{B}$: نارینه	جمعه
A:سکوونکی	200	800	1000
$\bar{A}$:نه سکوونکی	300	200	500
جمعه	500	1000	1500

الف –احتمالوالی وشمیرئ، چې یو کس سره مخامخ شي، چې سکوونکی دی

ب –احتمالوالی وشمیرئ، چې د یوې ښځې سره مخامخ شي،

پ – احتمالوالی وشمیرئ، چې د یوې سکوونې سره مخامخشي.

ت –دوی د یوې ښځې سره مخامخ کیږي، د کوم احتمالوالي سره دا سکوونکې ده؟

ټ – و ازمایئ، چې ایا پیښې A او B یو د بل په واک کې دي؟

ټولګه:

د B پیښې د رامنځ ته کیدو د احتمالوالی رامنځ ته کیدو لپاره د شرایطو لاندې، چې پیښه A همدا اوس رامنځ ته شوې ده، باور لري:

$$P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

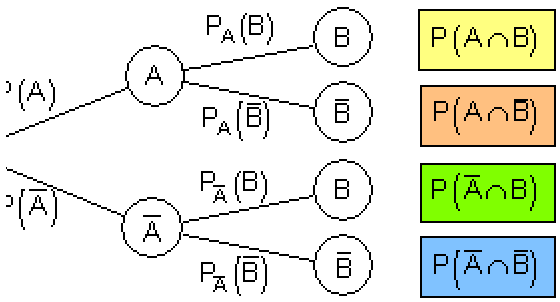
خپلواکې پیښې : پیښه B له پیښې A خپلواک بلل کیږي، که د A رامنځ ته کیدو له امله د B د رامنځ ته کیدو لپاره احتمالوالی نه اغیزمن کیږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

باور لري: $P_A(B)=P(B)$ د $P_A(B)=\dfrac{P(A\cap B)}{P(A)}$ سره.

د ځلور تخته يیز جدول او ونې دیاګرام ترمنځ اړیکې:

ونه دیاګرام



ځلور پټی(تخته يي) جدول

	B	$\bar{B}$	Σ
A	$P(A\cap B)$	$P(A\cap\bar{B})$	$P(A)$
$\bar{A}$	$P(\bar{A}\cap B)$	$P(\bar{A}\cap\bar{B})$	$P(\bar{A})$
Σ	$P(B)$	$P(\bar{B})$	1

که په یوه ونه دیاګرام کې د راوړل شوو پېښو دلړی پرلپسې بدل شیو نو سرې په څټ یا برعکس ونه دیاګ رام لاس ته راوړي . په دو اړو حالتونو کې احتمالوالی ان تر لړی پرلپسې پورې تار ونه یو له بل سره همغیز دی.

د تار احتمالوالی او له دې سره شر طیز احتمالوالی هم په تولیزه توګه یو له بل توپیر لري. دوی د مختلفو پېښو لاس ته راځي او له دې امله په مختلفو برختولوالي. مګر په پام کې ولرئ:

تل باور لري: $P(A\cap B)=P(B\cap A)$

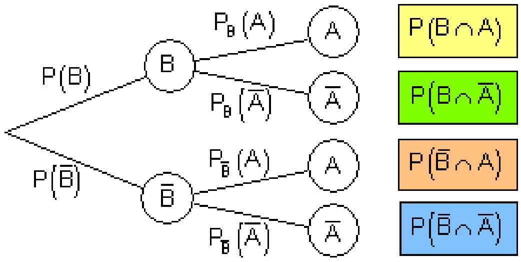
په څټ یا برعکس ونه دیاګرام

برعکس یا په څټ ځلور تخه يي جدول

	A	$\bar{A}$	Σ

(c) ketabton.com: The Digital Library

B	$P(B\cap A)$	$P(B\cap \bar{A})$	$P(B)$
$\bar{B}$	$P(\bar{B}\cap A)$	$P(\bar{B}\cap \bar{A})$	$P(\bar{B})$
$\sum$	$P(A)$	$P(\bar{A})$	1



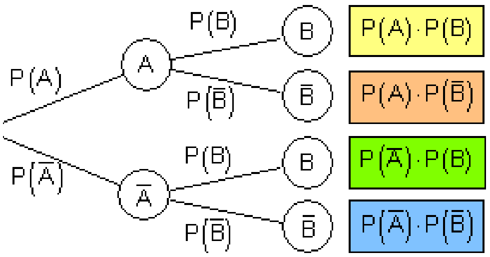
ځلورتخته ییز جدول او ونه دیاګرام په ستوښاستیکی خپلواکوالي کې د ستوښاستیکي خپلواکي پېښې A او B ځلور تخته جدول په لومړي تخته کې د $P(A\cap B)$ لپاره دا ضرب $P(A)\cdot P(B)$: راځي.

د نورو تختو (پټیو) لپاره د یوه ضربجدول ته په ورته توګه باور لري.

په ونه دیاګرام کې د پېښو یو له بل څخه خپلواکوالي په دې پېژندل کیږي، چې په دویمه پوړی کې برخه ونې (د ونو برخې) برابرې دي.

ونه دیاګرام　　　　　　　　　　ځلورتخته جدول

	B	$\bar{B}$	$\sum$
A	$P(A)\cdot P(B)$	$P(A)\cdot P(\bar{B})$	$P(A)$
$\bar{A}$	$P(\bar{A})\cdot P(B)$	$P(\bar{A})\cdot P(\bar{B})$	$P(\bar{A})$
$\sum$	$P(B)$	$P(\bar{B})$	1



حل (اوبی):

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دې لپاره چې احتمالوالی وشمېرلی شو، د نتیجو دسبې زیاتوالي ته اړیو. په تیره بیلګه کې د راګردولو ناتیکاوي شتون درلود. د دې لپاره چې د امکان په حال کې د دې مخه ونیسو، اید سړی نسبي ډېر والی او د دې اړونده احتومالوالی په ماتبڼه(کسري بڼه) انځور کړو.

د الماني له کیڼ کښته ښی لور ته: سکونکی، نه سکونکی، جمعه، ښځینه، نارینه، جمعه

	B: Frauen	$\overline{B}$: Männer	Summe
A: Raucher	$\frac{200}{1500}=\frac{2}{15}$	$\frac{800}{1500}=\frac{8}{15}$	$\frac{1000}{1500}=\frac{10}{15}=\frac{2}{3}$
$\overline{A}$: Nichtraucher	$\frac{300}{1500}=\frac{3}{15}$	$\frac{200}{1500}=\frac{2}{15}$	$\frac{500}{1500}=\frac{5}{15}=\frac{1}{3}$
Summe	$\frac{500}{1500}=\frac{5}{15}$	$\frac{1000}{1500}=\frac{10}{15}$	$\frac{1500}{1500}=\frac{15}{15}=1$

الف – د دې لپاره احتمالوالی، چې یوه سړي سره مخامخ شي ، چې سګرټسګوي، دی:

$$P(A)=\frac{2}{3}\approx 0{,}666$$

ب – د دې لپاره احتمالوالی، چې د یوې ښځې سره مخامخ شي، دی:

$$P(B)=\frac{5}{15}=\frac{1}{3}\approx 0{,}333$$

پ – د دې لپاره احتمالوالی، چې یوې ښځې سره مخامخ شي ، چې سګرټسګوي، دی:

$$P(A\cap B)=\frac{2}{15}\approx 0{,}133$$

ت –د دې لپاره احتمالوالی، چې ورسره مخامخ شوې ښځه سګرټ سګوي، دی:

$$P_B(A)=\frac{P(B\cap A)}{P(B)}=\frac{\frac{2}{15}}{\frac{5}{15}}=\frac{2}{5}=0{,}4$$

ټ – دوه پیښې A او B یو له بل خپلواکې دي، که باړر ړلري:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P_A(B) = P(B) \quad \left| \begin{array}{l} P_A(B) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(A)} = \dfrac{\frac{2}{15}}{\frac{2}{3}} = \dfrac{1}{5} \\ P(B) = \dfrac{1}{3} \end{array} \right| \Rightarrow P_A(B) = \frac{1}{5} \neq P(B) = \frac{1}{3}$$

Abhängigkeit

الماني په پښتو: بلواکوالی

پورته پېښې A او B يو د بل په واک کې دي.

پوښتنې

شرطيز احتمالوالی I

لومړی -

په يوه لوی ازمايښت کې يوه دوا ازمايل کيږي. پيښې په يوه جدول کې ځا په ځای ښوي. په دې معنا: M : دوا نيولې(اچولې) $\bar{M}$: پلاسيبو اچولې G : روغ شوی. $\bar{G}$: نه دی روغ شوی.	<table><tr><th></th><th>G</th><th>$\bar{G}$</th><th>Summe</th></tr><tr><td>M</td><td>6312</td><td>87</td><td>6399</td></tr><tr><td>$\bar{M}$</td><td>312</td><td>4390</td><td>4702</td></tr><tr><td>Summe</td><td>6624</td><td>4477</td><td>11101</td></tr></table>

الف – نسبي ډېروالی په خلور تخته يي جدول کې انځور کړئ او د دې سره اړوند ونه دياګرام رسم کړئ.
ب – احتمالوالی څومره لوي دی، چې د دوا نيولو وروسته روغ شوی وي.؟
پ – احتمالوالی څومره لوي دی، چې د پلاسدو د نيولو وروسته روغ شوی نه وي.؟
دويم – د يوه 900 کسانو يوې ډلې څخه 600 د يخنې په مقابل کې ايمپف کړی. د يوه ټاکلي وخت څخه د ډلې هر غړی و پوښتل شو، چې څوک په ريږش ناروغ شوی. نتيجه به يې په يوه څلور تخته ييز جدول کې انځور شوی وي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

گروپ	Bباکتریا	$\bar{B}$: نه ناروغه	جمعه
Aدایمپف سره	60	540	600
$\bar{A}$: بې له ا يمپف	120	180	300
جمعه	180	720	900

نتیجه A دې وي،، سړی د مقاومت پېچکاري شوی،، اودB تنیجه : ، سړی ناروغ شوی،، وشمېرئ:

$P(A)$	$P(B)$	$P(A\cap B)$	$P_A(B)$	$P_B(A)$	$P(\bar{A}\cap B)$	$P_{\bar{A}}(B)$

یوګوني نتیجې څه معنا لري؟

دریم – ډېرې نجونې د متورا ولا نسبت ومتورا هلکانو ته:

52,4% د 244600 ځوانانو (ن،ښ)، چې په مخ ته ښونېحې کال کې یې ښونځی د ډېتولیز پوهنتون داخلېدو لپاره له ښوونځي وتلي، ښحې وي. په ختیحو ولایتونوکې د کابل په شمول د ښځو ونډه 59,1% څرګنده جګه وه نسبت غربې ولایتونو ته (50,8%).

الف – یو څلور تخته ییز جدول وکاږئ، چې ددې شیانو اړیکې تشریح کړای شي.
ب – یو ونه دیاګرام وکاږئ د لومړۍ نخښې ،، راتلنځای،، (ختیز، لودیز) او دویمه نخښه ،و جنس،، (نارینه ، ښځینه). پ – یو ونه دیاګرام وکاږئ د لومړۍ نخښې ،و جنس،، (نارینه ، ښځینه) او دویمه نخښه. ،، راتلنځای،، (ختیز، لوېدیز)

ت – د اړونده کال د دې ټولو متورا والو (نارینه،ښځینه) د ټولګې څخه یو کس توکلي ټاکل شوی.
یو – د کوم احتمالوالي سره دا ټاکل شوی کس د ختیز المان دی؟

دوه – د کوم احتمالوالي سره دا ټاکل شوی کس یوه ښځه ده؟

درې – که چیرې یو کس له شرقه راځي، د کوم احتمالوالي سره د ایو سړی دي؟

څلور – که دا شخص یوه ښځه وي، د کوم احتمالوالي سره دا له لوېدیزه راځي؟

ځوابونه

(c) ketabton.com: The Digital Library

شرطيز احتمالوالى I

مفصل ځوابونه

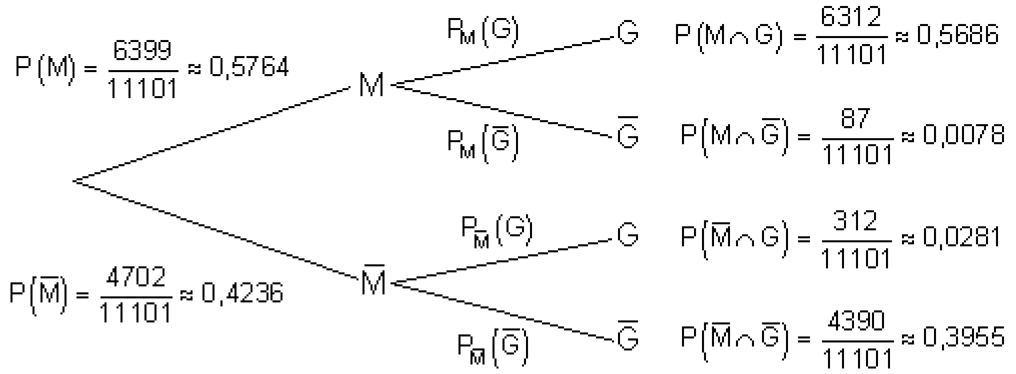
لومړی – الف – څلور- تخته جدول:

M : دوايي نيولي $\overline{M}$: پلاسيبو يي نيولي

G : روغ شوی $\overline{G}$: روغ شوی نه دی.

	G	$\overline{G}$	
M	$\frac{6312}{11101} \approx 0{,}5686$	$\frac{87}{11101} \approx 0{,}0078$	$\frac{6399}{11101} \approx 0{,}5764$
$\overline{M}$	$\frac{312}{11101} \approx 0{,}0281$	$\frac{4390}{11101} \approx 0{,}3955$	$\frac{4702}{11101} \approx 0{,}4236$
	$\frac{6624}{11101} \approx 0{,}5967$	$\frac{4477}{11101} \approx 0{,}4033$	$\frac{11101}{11101} = 1$

ونه دياګرام:



$$P_M(G) = \frac{P(M \cap G)}{P(M)} = \frac{\frac{6312}{11101}}{\frac{6399}{11101}} = \frac{6312}{6399} \approx 0{,}9864$$

ب –

د يوه کس ، چې له هغه پوهيږو چې دوا يا دارو نيسي، احتمالوالى 0,9864 دی، چې هغه روغ شوی دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P_{\overline{M}}\left(\overline{G}\right)=\frac{P\left(\overline{M}\cap\overline{G}\right)}{P\left(\overline{M}\right)}=\frac{\frac{4390}{11101}}{\frac{4702}{11101}}=\frac{4390}{4702}\approx 0,9336$$

پ –

د یوه کس ، چې له هغه پوهیږو چې هغه پلاسیبو Placebo نیولې، احتمالوالی 0,9336 دی، چې هغه نه ده روغه شوي.

دویم –

A : کس واکسین شوی $\overline{A}$: کس نه دی واکسین شوی

B : کس ناروغه دی $\overline{B}$: کس ناروغه شوی نه دی.

$P(A)=\frac{600}{900}=0,\overline{6}$	د یوه کس د توکلي ټاکلی کس سره د دې لپاره احتمالوالی، چې یو واکسین شوی کس پیدا کړو 0,666... دي.
$P(B)=\frac{180}{900}=0,2$	د یوه کس د توکلي ټاکلی کس سره د دې لپاره احتمالوالی، چې سره د Impfung یو ناروغ شوی کس پیدا کړو .0,2 دي.
$P(A\cap B)=\frac{60}{900}=0,0\overline{6}$	د یوه کس د توکلي ټاکلی کس سره د دې لپاره احتمالوالی، سره له واکسین یو ناروغ شوی کس پیدا کړو 0,06666.... دي.
$P_A(B)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}=\frac{\frac{60}{900}}{\frac{600}{900}}=\frac{60}{600}=0,1$	یو څوک، چې له هغې پوهیږو، چې هغه واکسین شوې ده د یوه 0,1 احتمالوالي سره بیاهم ناروغه شوې.
$P_B(A)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}=\frac{\frac{60}{900}}{\frac{180}{900}}=\frac{60}{180}=0,\overline{3}$	یو څوک، چې له هغې پوهیږو، چې هغه ناروغه شوې د 0,333.. یوه احتمالوالي سره واکسین شوې
$P\left(\overline{A}\cap B\right)=\frac{120}{900}=0,1\overline{3}$	دیوه چا د توکلي ټاکنې سره، د دې لپاره احتمالوالی، چې نه

(c) ketabton.com: The Digital Library

واکسین شوي او ناروغه شوی څوک چې پیدا کړو...0,1333 دی.	
یو څوک، چې پوهیږو هغه نه ده واکسین شوې د یوه احتمالوالي 0,4 سره ناروغه شوې هم ده.	$P_{\overline{A}}(B)=\frac{P(\overline{A}\cap B)}{P(\overline{A})}=\frac{\frac{120}{900}}{\frac{300}{900}}=\frac{120}{300}=0,4$

د پورته جدول لوستل له کینې ښي لورته.

دریم –

الف -

A : څوک چې له پخواني ایلاتو لوېدیز څخه راغلی

$\overline{A}$: څوک چې له نوو ایالاتو ختیز اڅخه راغلی.

B : چې ښځینه دی.

$\overline{B}$: چې نارینه دی

جمعه ښځینه: $0,524\cdot 244600=128170,4\approx 128170$

جمعه نارینه: $244600-128170=116430$

x : د ټولو له غرب څخه متورا والو ټولګه

244600-x: د ټولو له ختیز څخه متوراوالو ټولګه

د لودیز څخه د متواراوالو 50,8% له x

د ختیز څخه د متوراوالو تعداد 59,1% له (244600-x) .

(c) ketabton.com: The Digital Library

په لاندې کې له کېڼ وښي لرو ته: ښځينه لوديز   ښځينه ختيز ټول (جمعه) ښځينه

$$\underbrace{0{,}508\cdot x}_{\text{weiblich West}} + \underbrace{0{,}591\cdot(244600-x)}_{\text{weiblich Ost}} = \underbrace{128170}_{\text{Summe weiblich}}$$

$$0{,}508x + 0{,}591\cdot 244600 - 0{,}591x = 128170 \,|\, -0{,}591\cdot 244600$$

$$\Leftrightarrow -0{,}083x = -16388{,}6 \,|\, :(-0{,}083)$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-16388{,}6}{-0{,}083} = 197453{,}012 \approx 197453$$

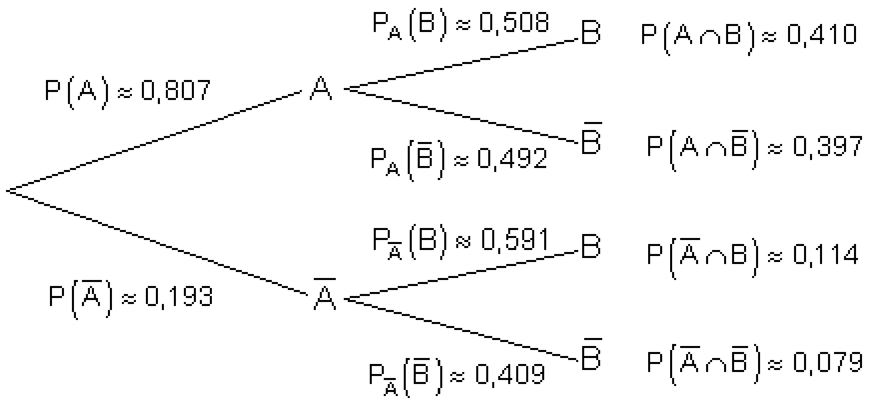
د ټولو له

د لوديز ځخه متوراوالو(هغه زده کوونکي، چط له ۱۲ يا پخوا له ۱۳ ټولګي ځخه وزي) ټولګه.

ښځينه لوديز:	$0{,}508\cdot x = 0{,}508\cdot 197453 = 100306{,}124 \approx 100306$
ښځينه ختيز:	$128170 - 100306 = 27864$
نارينه لوديز:	$197453 - 100306 = 97147$
نارينه ختيز:	$116430 - 97147 = 19283$

ځلور تختيز جدول:

	B ښځينه	$\overline{B}$ (نارينه)	
لوديزA	100306	97147	197453
ختيزB	27864	19283	47147
	128170	116430	244600



ب –

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ونې لپاره باوري ټولو احتمالواليو شميرنه

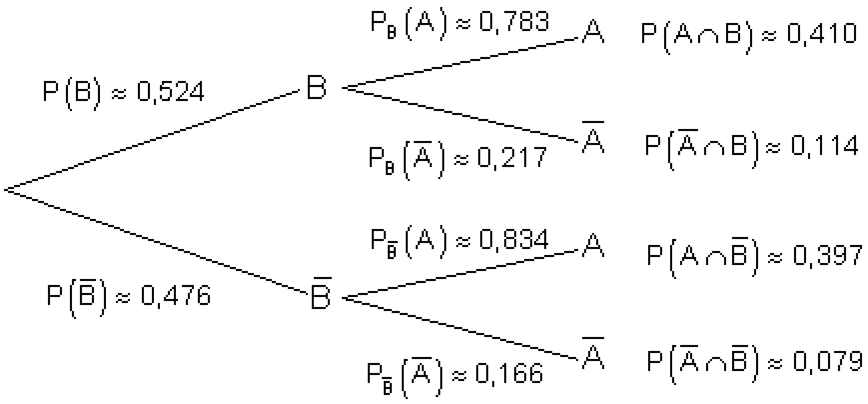
$$P(A)=\frac{197453}{244600}\approx 0{,}807 \qquad P(\overline{A})=\frac{47147}{244600}\approx 0{,}193$$

$$P(A\cap B)=\frac{100306}{244600}\approx 0{,}410 \qquad P(A\cap\overline{B})=\frac{97147}{244600}\approx 0{,}397$$

$$P(\overline{A}\cap B)=\frac{27864}{244600}\approx 0{,}114 \qquad P(\overline{A}\cap\overline{B})=\frac{19283}{244600}\approx 0{,}079$$

$$P_A(B)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}=\frac{100306}{197453}\approx 0{,}508 \qquad P_A(\overline{B})=\frac{P(A\cap\overline{B})}{P(A)}=\frac{97147}{197453}\approx 0{,}492$$

$$P_{\overline{A}}(B)=\frac{P(\overline{A}\cap B)}{P(\overline{A})}=\frac{27864}{47147}\approx 0{,}591 \qquad P_{\overline{A}}(\overline{B})=\frac{P(\overline{A}\cap\overline{B})}{P(\overline{A})}=\frac{19283}{47147}\approx 0{,}409$$



پ –

ونې لپاره باوري ټولواحتمالواليو شميرنه

$$P(B)=\frac{128170}{244600}\approx 0{,}524 \qquad P(\overline{B})=\frac{116430}{244600}\approx 0{,}476$$

$$P_B(A)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}=\frac{100306}{128170}\approx 0{,}783 \qquad P_B(\overline{A})=\frac{P(\overline{A}\cap B)}{P(B)}=\frac{27864}{128170}\approx 0{,}217$$

$$P_{\overline{B}}(A)=\frac{P(A\cap\overline{B})}{P(\overline{B})}=\frac{97147}{116430}\approx 0{,}834 \qquad P_{\overline{B}}(\overline{A})=\frac{P(\overline{A}\cap\overline{B})}{P(\overline{B})}=\frac{19283}{116430}\approx 0{,}166$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ت -

یو	$P(\overline{A}) \approx 0,193$	توکلي تاکل شوی کسان د19,3% یوه احتمالوالي سره له ختیزو ایالاتو څخه دي
دوه	$P(B) \approx 0,524$	توکلي تاکل شوی کس د 52,4% یوه احتمالوالي سره ښځینه دی.
درې	$P_{\overline{A}}(\overline{B}) \approx 0,409$	که پوهیږو، چې دا توکلي تاکل شوی کس له ختیز څخه راځي، نو دا د 40,9% یوه احتمالوالي سره نارینه دی.
څلور	$P_B(A) \approx 0,783$	که پوهیږو، چې دا توکلي تاکل شوی کس ښځینه دی، نو دا د78,3% احتمالوالي سره له لودیزه راځي.

پوښتنې

شرطیز احتمالوالی II

لومړی –

د یوه تلویزیون ګرانښت دې ازمایل شوی وي. یوه چټکه تولپوښتنه لاندې نتیجې ورکوي:

دلیدونکو 30%، چې خپرونه یې لیدلې ده، 25کلن او له دې ځوان وو. له دو څخه 50% او له پاتو لیدونکو (له 25کالوجګ) څخه 80% مثبت نظر لروده.

الف - د شی اړیکي په یوه څلور-تخته ییز جدول کې انځوز کړئ. پیښې وکاروئ (د هغو د برعکس پیښو سره):

A : کتونکی 25 کلو او ځوان دی.

B: کتونکی د پروګرام څخه مثبت نظر لري

ب – ونه دیاګرام ووکاړئ او معکوسه یا سرچپه ونه.

د ټولو تارونو احتمالوالی وټاکئ.
پ – څورمه % لیدونکي، چې له هغوپوهیږو، چې دوی د خپروني په هکله مثبت نظر لري، له 25 کلنو زاړه وو؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

ت – څو په % لیدونکي، چې له هغوپوهیږو، چې له 25 کلنو زاړه دي ، د خپرونې مثبت نظر نه لروده؟

ټ – د شمېرنې له لارې و ازمايې چې ايا پېښه B له پېښې A خپلواکه ده.

دویم – د دریمې نړۍ په یوه هیواد کې 1% وګړي په یوه ټاکلي ساري ناروغتیا ناروغ دي. یو ازمایښت په ریښتونی ناروغ شوي ناروغتیا ټیک 98% ښايې. متأسفانه چې ازمایښت 3% روغ ناروِ غ ښايي.

الف – دا شي اړیکې په یوه څلورتخته یز جدول کې انځور مړی. پېښې وکاروی(د هغو د برعکس پیښو سره):

K: ازمایښت شوی کس ناروغ دی

T: ازمایښت نتیچه مثبت ده (کس ناروغ و ازمایل شو).

ب – ونه دیاګرام رسم کړی او د هغهپه څټ یا برعکسونه.

ټول تار احتمالوالي وشمیری.

پ – په څومره احتمالوالي سره د یو توکلي تاکلي کس تست مثبته (زیاتیزه) نتیجه ښايي؟

ت – د کوم احتمالوالي سره یو د مثبت ازمایښت په حیث کس په رښتیا هم ناروغ دی؟

دې نتیجه باندې کمنتار ورکړی.

ټ – د کوم احتمالوالي سره یو منفی ازماښت په حیث کس روغ دی؟

دې نتیجه باندې کمنتار ورکړی

دریم - په یو ه مسلکي ښونځي کې ټول 674 زده کوونکي (ن،ښ) پوښتل کیږي چې ایا دوی سګرټیان دي، که نه. د پوښتنو نتیجه په لاندې ډول ده:

82 دټولو 293 زده کوونکو(نارینه) څخه وویل چې سګرټ سکوونکي دي.

250 زده کوونکو (ښځینه) وویل چې دوی سګرټ نه سکوي..

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف – د شیاړیکې په یوه څلور-تختخ ییز جدول کې انځور کړی. پېښې وښایۍ(د برعکس پېښو سره):

A : کس نارینه دیی

B : کس سګرټ سکوي.

ب – د کوم احتمالوالي سره یو توکلي ټاکلی کس ښځینه او سګرټ نه سکوونکی دی.

پ – یو د ښوونځي مشر په تمځای خونه کې یوه زده کوونکې وینې. دکوم احتمالوالي سره دا زده کوونکې سګرټ نه سکوونکې ده؟

ت – و څیړی، چې ایا دا نتیجه،، نارینه،، او دانتیجه،، سګرټ سکوونکي،، یو د بل په واک کې نتیجې دي.

ځوابونه

شرطیز احتمالوالی II

مفصل ځوابونه

لومړی - الف –

A : لیدونکی $25 \le$ کالونه عمر لري

A‘ : لیدونکی $25<$ کاله عمر لري.

B : د خپروني څخه مثبت عقیده یا نظر نه لري.

B‘ : لیدونکی له خپرونې منفي نظر لري.

د% 30 لیدنکو چې له ۲۵ کم عمر لري. لاس ته راځي یا

$$\Rightarrow P(A) = 0,3$$

د%70 لیدونکو کاله عمر لري له دې لاس ته راځي یا

$$\Rightarrow P(\overline{A}) = 0,7$$

د ۲۵ کاله څخه کم د لیدونکو څخه 50% له خپروني مثبت نظر لري

$$\Rightarrow P(A \cap B) = 0,5 \cdot 0,3 = 0,15$$

د ۲۵ کاله څخ کم د لیدونکو څخه 50% له خپرونې منفي نظر لري

$$\Rightarrow P(A \cap \overline{B}) = 0,5 \cdot 0,3 = 0,15$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ۲۵ کاله څخه ستر د ليدونکو څخه 80% له خپروني مثبت نظر لري

$$\Rightarrow P\left(\overline{A}\cap B\right) = 0,8\cdot 0,7 = 0,56$$

د څلور تخته ييز جدول دا پاتې(باقي) کيدى شي له دا تراوسه شمېرل شوو ارزښتونو څخه وشمېرل شي.

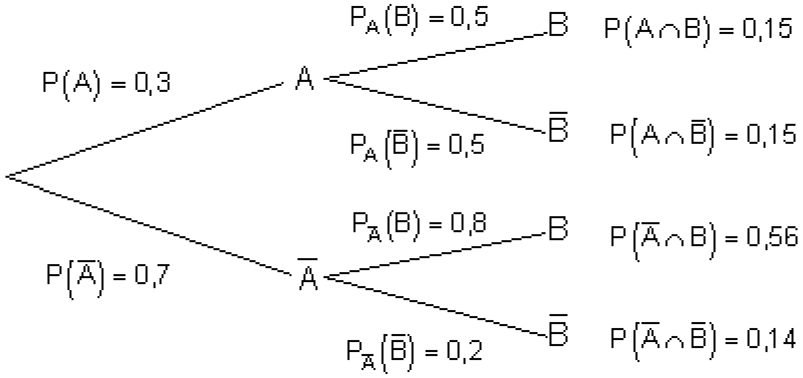
$$P\left(B\right) = 0,15 + 0,56 = 0,71$$
$$P\left(\overline{B}\right) = 1 - 0,71 = 0,29$$
$$P\left(\overline{A}\cap\overline{B}\right) = 0,29 - 0,15 = 0,14$$

څلور تخته ييز جدول

	B (Meinung positiv)	$\overline{B}$ (Meinung negativ)	
$A(\le 25)$	0,15	0,15	0,3
$\overline{A}(> 25)$	0,56	0,14	0,7
	0,71	0,29	1

د پورته پښتو له کينې: نظر مثبت دى، نظر منفي دى

ب – ونه ديا گرام



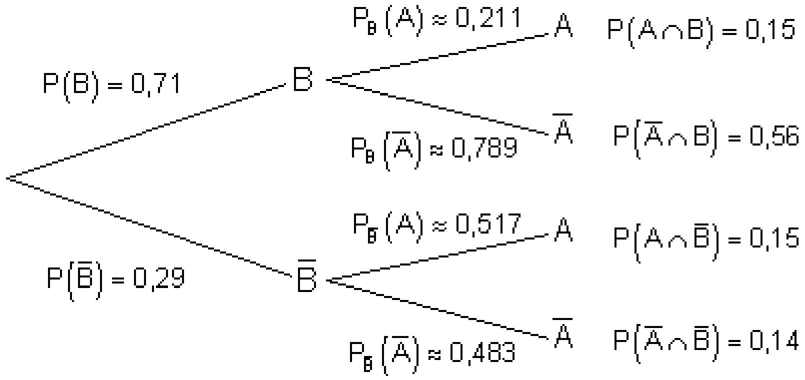
د ټولو غوره احتمالواليو لپاره شمdرنه.

$$P_A\left(B\right) = \frac{P\left(A\cap B\right)}{P\left(A\right)} = \frac{0,15}{0,3} = 0,5 \qquad P_A\left(\overline{B}\right) = \frac{P\left(A\cap\overline{B}\right)}{P\left(A\right)} = \frac{0,15}{0,3} = 0,5$$

$$P_{\overline{A}}\left(B\right) = \frac{P\left(\overline{A}\cap B\right)}{P\left(\overline{A}\right)} = \frac{0,56}{0,7} = 0,8 \qquad P_{\overline{A}}\left(\overline{B}\right) = \frac{P\left(\overline{A}\cap\overline{B}\right)}{P\left(\overline{A}\right)} = \frac{0,14}{0,7} = 0,2$$

په ښت يا برعکس ونه :

(c) ketabton.com: The Digital Library



د ټولو غوره احتمالواليو لپاره شميرنه.

$$P_B\left(\bar{A}\right) = \frac{P\left(\bar{A}\cap B\right)}{P(B)} = \frac{0,56}{0,71} \approx 0,789 \quad P_B(A) = \frac{P(A\cap B)}{P(B)} = \frac{0,15}{0,71} \approx 0,211$$

$$P_{\bar{B}}\left(\bar{A}\right) = \frac{P\left(\bar{A}\cap \bar{B}\right)}{P\left(\bar{B}\right)} = \frac{0,14}{0,29} \approx 0,483 \quad P_{\bar{B}}(A) = \frac{P\left(A\cap \bar{B}\right)}{P\left(\bar{B}\right)} = \frac{0,15}{0,29} \approx 0,517$$

ث	$P_B\left(\bar{A}\right) \approx 0,789$	له ټولو ليدونکو څخه،له کومو چې پوهيږو چې د خپروني په هکله مثبت نظر لري ، 78,9% له 25 کاله زاړه وو.
ت	$P_{\bar{A}}\left(\bar{B}\right) = 0,2$	له ټولو ليدونکو څخه،له کومو چې پوهيږو چې د له 25 کاله زاړه دي. 20% د خپرو نې په هکله منفي نظر لري .

ټ - B له A خپلواکه ده، که $P_B(A) = P(A)$ باور ولري

$$\left.\begin{array}{l} P_B(A) \approx 0,211 \\ P(A) = 0,3 \end{array}\right\} \Rightarrow P_B(A) \neq P(A) \Rightarrow$$

له دې لاس ته راځي، چې: نا خپلواکوالی يا طابعيت.
د B نتيجه د A له نتيجې څخه خپل واکه ده. دا په دې معنا چې د تلويزيون خپرونې په هکله وثبت نظر د ليدونکو د عمر په واک دی.

دويم –

الف –

K : ازمايل شوی کس ناروغه دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$\overline{K}$: ازمایل شوی کس روغ دی.

T : د ازماېښت نتیجه مثبت ده (کس د ناروغ په څیر و ازمایل شو).

$\overline{T}$: دزامايينت نتيجه منفي ده(کس د روغ په څیر وازمایل شو).

1% انسانان ناروغه دي => P(K) = 0,01 .

انسانان روغ دي $P(\overline{K})=0,99$.

ازماېښت ښايي نارغتيا دِ 98% ريښتوني ناروغانو لپاره تيک ده.

$$\Rightarrow P(K \cap T) = 0,98 \cdot 0,01 = 0,0098$$

ازماېښتِ د3% روغ همِ ناروغ ښايي

$$\Rightarrow P(\overline{K} \cap T) = 0,03 \cdot 0,99 = 0,0297$$

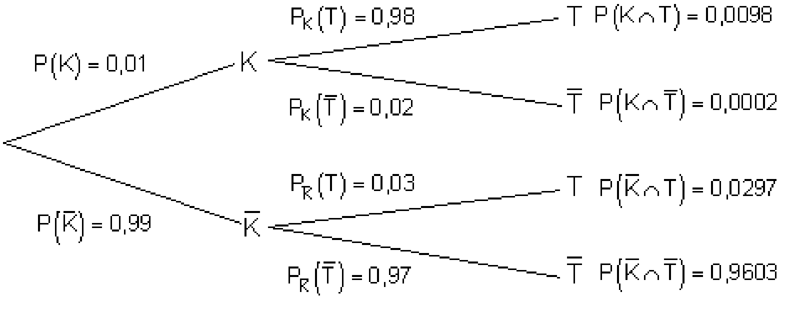
د څلورتخته ييز جدول پاتې ارزښتونه کيدی شي دا تراوسه لاس ته راغلو ارزښتونووشميرل شي.

$$P(T) = 0,0098 + 0,0297 = 0,0395$$
$$P(K \cap \overline{T}) = 0,01 - 0,0098 = 0,0002$$
$$P(\overline{K} \cap \overline{T}) = 0,99 - 0,0297 = 0,9603$$
$$P(\overline{T}) = 1 - 0,0395 = 0,9605$$

څلور تخته ييزه جدول:

	T (positiv)	$\overline{T}$ (negativ)	
K (krank)	0,0098	0,0002	0,01
$\overline{K}$ (gesund)	0,0297	0,9603	0,99
	0,0395	0,9605	1

د پورته پېښتو ، له کېن کښته ښي لورته: ناروغ، روغ، مثبت، منفي ب – ونه دياګزام



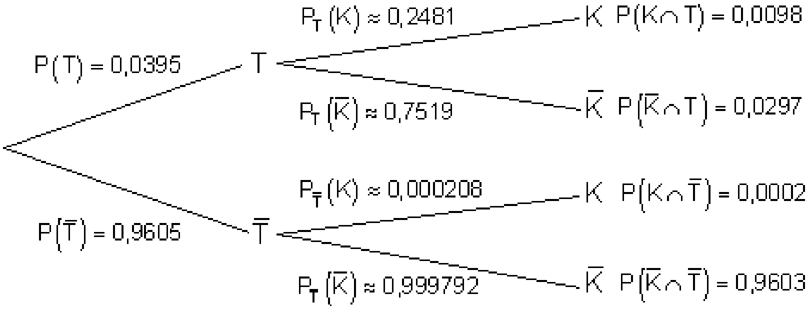
(c) ketabton.com: The Digital Library

د ونه دياكرام لپاره د ټولو غوره احتمالوالو شميرنه.

$$P_K\left(\overline{T}\right)=\frac{P\left(K\cap\overline{T}\right)}{P(K)}=\frac{0,0002}{0,01}=0,02 \quad P_K(T)=\frac{P(K\cap T)}{P(K)}=\frac{0,0098}{0,01}=0,98$$

$$P_{\overline{K}}\left(\overline{T}\right)=\frac{P\left(\overline{K}\cap\overline{T}\right)}{P\left(\overline{K}\right)}=\frac{0,9603}{0,99}=0,97 \quad P_{\overline{K}}(T)=\frac{P\left(\overline{K}\cap T\right)}{P\left(\overline{K}\right)}=\frac{0,0297}{0,99}=0,03$$

په څټ يا برعكس ونه:



ونه دياكرام لپاره د ټولو غوره احتمالوالو شميرنه

$$P_T(K)=\frac{P(K\cap T)}{P(T)}=\frac{0,0098}{0,0395}\approx 0,2481$$

$$P_T\left(\overline{K}\right)=\frac{P\left(\overline{K}\cap T\right)}{P(T)}=\frac{0,0297}{0,0395}\approx 0,7519$$

$$P_{\overline{T}}(K)=\frac{P\left(K\cap\overline{T}\right)}{P\left(\overline{T}\right)}=\frac{0,0002}{0,9605}\approx 0,000208$$

$$P_{\overline{T}}\left(\overline{K}\right)=\frac{P\left(\overline{K}\cap\overline{T}\right)}{P\left(\overline{T}\right)}=\frac{0,9603}{0,9605}\approx 0,999792$$

پ –

پ	$P(T)=0,0395$	د يوه توكلي ټاكلي كس ازماپښت د0,0395 يوه احتمالوالي سره يوه مثبته نتيجه ښايي.
ت	$P_T(K)\approx 0,2481$	يو كس چې له هغه پوهيږو، مثبت ازمايل شوی د 0,2481 يوه احتمالوالي سره په ريښتوني هم ناروغ دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

		کومنتار: د نړدې 25% نتیجه کفایت بخښوني نه ده. فقط 25% ټول مثبت ازمایل شوي په ریښتیني ناروغ دي. داپه دې معناچې نږدې 75% کسان مثبت ازمایل شوي روغ دي. هیله به داوي، چې ازمایینت ښه شي.
ټ	$P_{\overline{T}}(\overline{K}) \approx 0,999792$	یو کس(ښ) چې له هغه پوهیږو منفی ازمایله شوې 0,999792یو احتمالوالی دی په ریښتوني هم روغه ده. کومنتار: په دې حالت کې دا نږدې 99,98% نتیجه پوره دقناعت وړ ده. فقط نږدې 0,02% منفي ازمایلشوي کسان په رېښتونې ناروغ دي.

دریم -

الف – A : کسان نارینه دي.

$\overline{A}$: کسان ښځینه دي.

B : کسان سګرټ سکوونکي دي.

$\overline{B}$: کسان سګرټ نه سکوي.

څلورتخته ییزه جدول

	B (Raucher)	$\overline{B}$ (Nichtraucher)	
A (männlich)	$\frac{82}{674}$	$\frac{211}{674}$	$\frac{293}{674}$
$\overline{A}$ (weiblich)	$\frac{131}{674}$	$\frac{250}{674}$	$\frac{381}{674}$
	$\frac{213}{674}$	$\frac{461}{674}$	$\frac{674}{674} = 1$

ب –

ب	$P(\overline{A} \cap \overline{B}) = \frac{250}{674} \approx 0,371$	یو توکلي ټاکلی کس د 0,371 یوه احتمالوالي سره ښځینه او سګرټ نه سکوي.
پ	$P_{\overline{A}}(\overline{B}) = \frac{P(\overline{A} \cap \overline{B})}{P(\overline{A})} = \frac{\frac{250}{674}}{\frac{381}{674}} = \frac{250}{381} \approx 0,656$	یو کس، له کوم چې پوهیږو ، هغه ښځینه دی، د 0,656 یوه احتمالوالي سره سګرټ نه سکوي.

ت - که باور ولري: $P_A(B) \neq P(B) \Rightarrow A$ نو د B په واک کې ده.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P_A(B)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}=\frac{\frac{82}{674}}{\frac{293}{674}}=\frac{82}{293}\approx 0{,}28 \quad \Rightarrow \quad P_A(B)\neq P(B)$$

$$P(B)=\frac{213}{674}\approx 0{,}316$$

نتیجه A : ،، نارینه،، او B : ،، ښځینه،، یو د بل په واک کې دي.

نهم - د احتمالوالیو ټاکنه د ګڼلو(شمیرلو) ستراتیژي له لارې

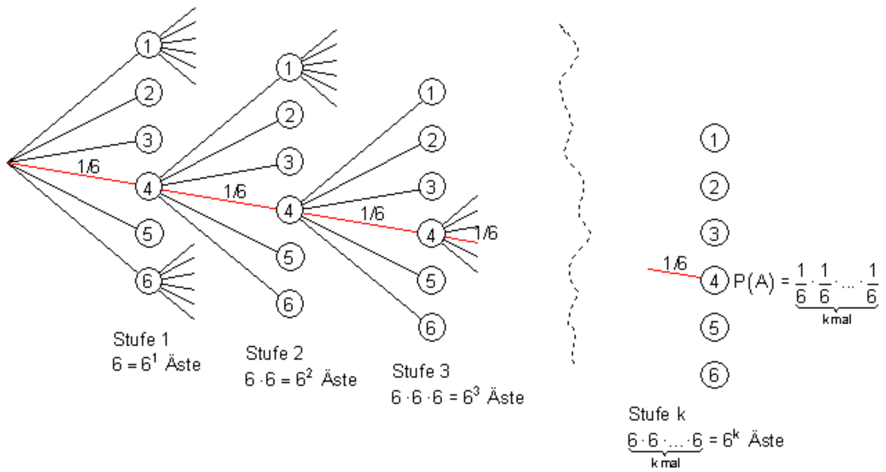
دا تراوسه د احتمالوالي شمیرنو دندې په څرګنده توګه داسې په د لېدنېزو نتیجه ونو کې وکارول شوې یا استعمال شوې. مګر دا متود یا د کار ډول خپلې پولې لري.
دا همدا اوس ځانله د یوه سترګېز مکعب څو واره غورځولو بېلګه په ګوته کوي.
بیلګه : یو سترګیز مکعب k - ځله غورځول کیږي. د مرتبانمودل له مخې دا په دې معنا دی، د یوه مرتبان څخه چې 6 غونډاري چې له ۱ تر ۶ نومونه خوندي لري k -ځله د بیرته اچولو سره یو غونډاری راو وسل شي.

A : د هر ځل د مکعب ګوزارولو سره یو 4ځلور لاس ته راځي.

الف – د هر k غورولو سره احتمالوالی څومره لوی چې یو4 را ووځې؟

ب - نتیجه ډیری(-سټ) څومره توکي لري(د ټول امکاناتو تعداد یا ګڼون)

حل (اوبی)



(c) ketabton.com: The Digital Library

الف-   دا چي دا تجربه یوه د لاپلاس – تجربه ده، چېرته چي د ټولو نتیجو لپاره برابر احتمالوالی نیول کېدی شي (یا فرض کېدی شي)، د احتمالوالي لپاره باور لري چي د هر ې پوړۍ سره یو 4 لا راشي:

$$P(A) = \underbrace{\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{6}\cdot\ldots\cdot\frac{1}{6}}_{k\ mal} = \left(\frac{1}{6}\right)^k = \frac{1}{6^k}$$

ب – په ونه دیاګرام کي د ښاخونو تعداد به هر ه پوړۍ سره شپږ واره کیږي، نو د k - پوړیو لپاره لاس ته راځي:

$$\underbrace{6\cdot 6\cdot\ldots\cdot 6}_{k\ mal} = 6^k$$

ښاخونه دا ټیک د ټول احتمالوالو امکانات دي.

دا د امکاناتو تعداد کېدی شي د یوګونو پېښو نتیجو له لارې بیدا کړو. د دې یوګونو نتیجو لپاره باور لري: $P(e_i) = \frac{1}{6^k}$

دا چي د ټولو پېښو د احتمالوالو جمعه باید ۱ وي، له دې څخه کېدی شي د ټولو امکاناتو تعداد و شمېرلی شو:

$$x\cdot\frac{1}{6^k} = 1 \,|\cdot 6^k \Leftrightarrow \underline{\underline{x = 6^k}}$$

که دا قانونیت داسې ټولیز شي، چي سړی وایي:

په یوه مرتبان کي   همډوله n غونډاري (غونډوسکي)پراته دي د ګڼو(شمېرو) 1, 2, ..., n   سره، چي k ځله د بېرته ور اچولو سره راوستل کیږی، نو د امکاناتو تعداد n^k دی.

جمله : د یوې ډېری دn مختلفو توکو څخه دk - ځله را وستلو سره

$$\underbrace{n\cdot n\cdot\ldots\cdot n}_{k-mal} = n^k \quad (n,k\in N^*)$$

منظم نمونه ازمايينت د بیرته وراچولو سره لاس ته راځي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

بیلګه : د فوټبال شرط (توتو) اېښووني پاڼدې د یوې اونۍ اخر کې باید د 11 لوبو لپاره وړانویېنه وشي، چې د کور ټیم ګټي (Tipp: 1) یا میلمه ټیم (Tipp: 2) یا دواړه ټیمونه مساوي پاتیږی (Tipp: 0) .

الف – د یوې توتو(شرط) پاڼې ډکولو لپاره څو امکانات شته دی؟

ب – د یوه ټیپ د 11 ټیکو راوستلو لپاره احتمالوالی څومره لوي دی؟

حل (اوبی): الف – د مرتبانمودل سره Modellierung کونه:

یو مرتبان درې غونداري یا غودوسکي لري د درې ګڼو یا نمرو 1 ;0 او 2 سره. یولس ځله د بېرته اېښوونې سرا راوستل کیږي.

n = 3 نتیجه ډېری (نتیجه سټ) د یوې وستنې لپاره : E= {0,1,2}

K =11 دا تصادفي تجربه 11- پوړیزه ده.

د ممکنه نتیجو تعداد: $x = n^{11} = 3^{11} = 177147$

ب - دا چې د ټیکو یا رښتیا 11 سره فقط یو امکان شتون لري، نو د دې لپاره احتمالوالی دی: $\frac{1}{177147}$

تمرین :

د یوه بایسکل قلف (د عددونو قلف) له څلورو خپلواک یو له بل خوزنده کړیو ، چې هر یو 6 ارزښت ځایونه لري (له 1 تر 6). دا قلف د د یوه کره ټاکلي اعدادو کمبینېشن سره وازیږي. څومره ځایونه (د اعدادو کمبینېشن) دا د بایسکل قلف اري او احتمالوالی یې څومره لوي دی، چې د لومړي ځای په ځای کونې یا وازولو ازماېښت سره قلف واز کړي؟
حل (اوبی)
تمرین: له الماني (انګریزي؟) البا 26 تورو په پټو سترګو یو په بل پسې درېواره توري راوستل کیږي. څومره احتمالوالی شتون لري چې همغه یو توری درې واره راوه وستل شي؟

حل (اوبی) منظم نمونه ازماېښت بې له بیرته وراچولو

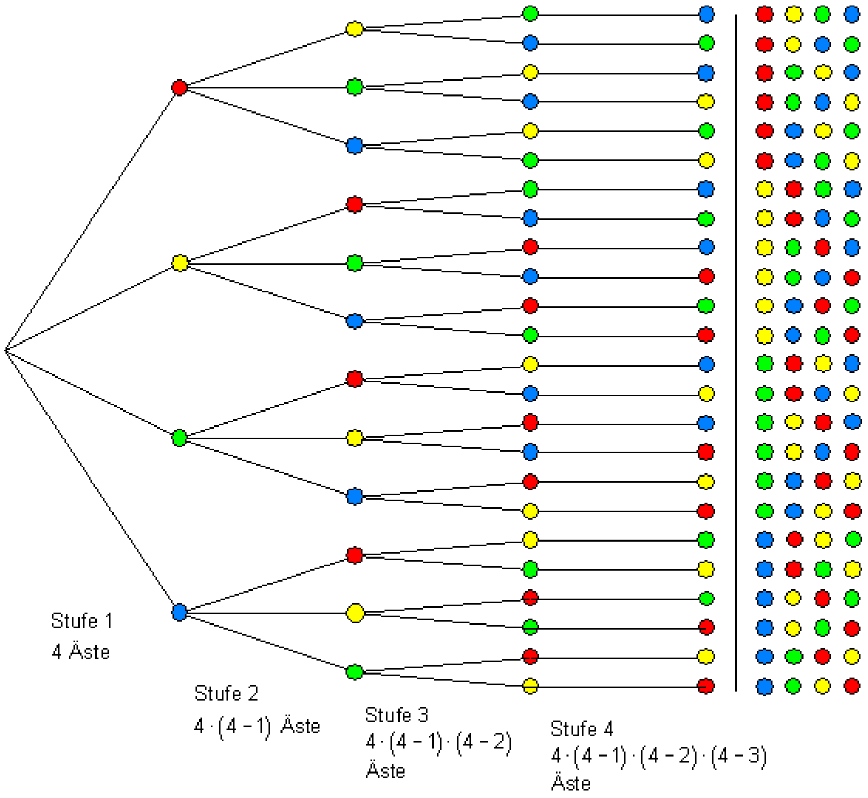
(c) ketabton.com: The Digital Library

بېلګه : په يوه مرتبان کې 4 غونداري د څلورو رنګونو سره و زېړ، شين او اسماني سره پراته دي.

يو غونړارى راوستل کېږى او ګڼه يې ليکل کېږي، غونداری څنګ ته ږدي او دابرسه تکراريږي.

ټوليز څلور 4 راوستنې ممکن دي.

نتيجه ډېرى يا ــسټ څومره توکي خوندي لري (د ټولو امکاناتو تعداد)؟



لکه د ونې دياګرام څخه چې په ساده توګه ليدل کېږي، له يوې پوړى څخه و بلې پوړى ته د ښخونو تعداد په 1کميږى.

د امکاناتو تعداد دى: $\cdot(4-1)\cdot(4-2)\cdot(4-3) = 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1 = \underline{\underline{24}}$

دا دونې دياګرام څخه ليدلې قانونمندي کېدى شي توليزه شي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

که یو مرتبان د n غونډارو سره په پام کې ونیول شي په ګنه شوي (نمره شوي) له1 تر n پورې او k راوستنې سرته و رسوي بې له بېرته وراچونې، نو د امکاناتو د تعداد لپاره باور لري:

$$n\cdot(n-1)\cdot(n-2)\cdot(n-3)\cdot\ldots\cdot(n-k+1)$$

یو ضرب (حل) ، کوم کې چې هر پرلپسي ضریب (ځلوونی یا ځلکېدونی) ، نو دا فاکولتې یا فاکتوریل بلل کیږی.

که ولرو .4.3.2.1 ، نو 4- فاکلتې یا 4 - فاکتوریل بلل او دسې یې لیکو: !4 .

له دې امله د عددn لپاره باور لري:

$$n!= n.(n-1).(n-2)....3.2.1$$

(!nلوستل n - فکلتې یا n -ضریبونه)

او یا په لنډّ بنه $(n.k)!=n-k).(n-k-1).(n-k-2).(n-k-3). ... .3.2.1$

$$(n-k)!=(n-k)....3.2.1$$

دا افاده یا ویینه $n.(n-1).(n-2)...(n-k+1)$ کېدی شي په لاندې توګه بنه بدل کړو:

$$\frac{n\cdot(n-1)\cdot(n-2)\cdot(n-3)\cdot\ldots\cdot(n-k+1)\cdot(n-k)\cdot\ldots\cdot3\cdot2\cdot1}{(n-k)\cdot\ldots\cdot3\cdot2\cdot1}=\frac{n!}{(n-k)!}$$

جمله :

د یوې ډېرۍ د n مختلفوتوکو څخه د k - واره راوستنو له لارې لاس ته راځي:

$$(n-1)\cdot(n-2)\cdot(n-3)\cdot\ldots\cdot(n-k+1)=\frac{n!}{(n-k)!}$$

منظمه نمونه ازماېښت بې لهبېررته ور اچونې.

کره کېدنه: 1 =!0 او 1=!1

بیلګه :

یو د شمېروني یا کمپیوتر پروګرام ي یوه باس وورت سره ساتلی دی. دا له 4 مختلفو تورو څخه جوړ دی.

الف – څومره پاس وورتونه ممکن دي؟

ب – د کوم احتمالوالي سره کېدی شي دا کود واز شي؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

حل (اوبی):

الف – ټول د البا26 توري ټيک يو ځل په اختيار کې لرو. د و وورت د لومړي توري لپاره ټول 26 توري په پوښتنه کې راځي، د دويم ځل لپاره فقط 25 توري په پوښتنه کې راځي اوداسې نور يا داسې پسې. دا يوه منظمه نمونه ازماېښت دی بې له بېرته وراچونې څخه. له 26 = n تورو 4 = k توري راوستل کيږي.

د امکاناتو تعداد:

$$\frac{n!}{(n-k)!} = \frac{26!}{22!} = 26 \cdot 25 \cdot 24 \cdot 23 = \underline{\underline{358800}}$$

ب – دا چې ټيک يو رښتونی يا ټيک کود شتون لري، نو لاس ته راوړی احتمالوالی پسې ترلی شمېرل کيږی:

$$P(A) = \frac{1}{358800} \approx 0{,}000002787 \approx \underline{\underline{3 \cdot 10^{-6}}}$$

تمرين :

په يوه لاترۍ لوبنې کې لاتري ټکټونه له ګڼې 1 تر 6 شتون لري. يو لوبه کوونی يو په بل پسې درې ټکټونه راباسي. که پرلپسې په ترتيب د ګڼو 2, 4 او6 ټکټونه وکاږي، نو ګټلې يې ده. د يوې ګټنې لپاره احتمالات وشمېری.

حل:

نا منظم نمونه ازماېښت بې له بيرته وراچونې

بېلګه

د لوتري عددونو وستلو کې په ټولزه توګه له 49 عددونو څخه 6 عددونه راوستل کيږي. دا د نه بېرته وراچونې ر اوستنه ده.

د منظم نمونه ازمايښت د امکاناتو تعداد دی: $\frac{n!}{(n-k)!} = \frac{49!}{43!}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دا چې په دې راوستنه کې د راوستل شوي په لړۍ پرلپسې پورې اړتیا نه شته، په هغه برخه امکانات کمیږي، چې دا راوستلی عدد په څومره اندازه یا څومره زیات تنظمیږي.

که د بېلګې په توګه عددونه 36 ,22 ,17 ,12 ,3 او 41 راووستل شي، نو کېدی شي دا په 36 ,3 ,41 ,22 ,17 او12 په بڼه هم تنطیم کړي. دا د ګټنې لپاره پې معنا دی. د دې لپاره چې د لوتو لپاره ممکنه تعداد را پیداکړو، باید د 6 عددونو د ممکنه بدلونونو امکاناتو تعداد پیدا کړو. یا په ډول افاده کړي (ویېلی)، موږ باید یېداکړو، چې په څومره مختلفو ډولونو دا 6 عددونه تنطمیدی شي.

حل یا اوبی یې د مرتبان تجربې له لارې ساده پیدا کیږي.

پهیوه مرتبان کې n = 6 توپونه یا غونډاري پراته دي د ګڼې1 تر6 پورې. که اوس په پرلپسې په ترتیب(بې له بېرته وراچونې) k = 6 ځله راوباسي، تر هغې چې مرتبان تش شي، حکه چې ټول امکانات میدل شوي دي، چې 6 عددونه منظم شي.

$$\frac{n!}{(n-k)!} = \frac{6!}{(6-6)!} = \frac{6!}{0!} = \frac{6!}{1} = \underline{\underline{6!}}$$

د یوه مرتبا څخه د ټولو n توکو را وستل تر هغې دوام لري(بې له بېرته وراچونې)، تر هغې چې مرتبان تش شي، نو بیا د یوه منظم د ،،پوره راپورته کونې یا ،، پوره پورته کونې،، Vollerhebung څخه غږیږو. په دې حالت کېn = k دی.

د n مختلفو توکو لپاره پوره نظم n! Vollerhebungen. شتون لري. په نورو کلمو: یوه ډېرۍ د n مختلفو توکو سره کېدی شي چې ځان په n! مختلفو ډولونو ترتیب کړي.

بیرته زموږ د لوتو بېلګې ته راځو:

تر اوسه مو د څېړنې لاندې نیولي وو، چې که 49 عددونو څخه 6 عددونه راوباسو، نو څو امکانات به شتون ولري

دا چې په ارزونه کې د راوستل شوو اعدادو د پرلپسې لړۍ په پام کې نه نیول کیږي، نو باید دا ممکنه تعداد په 6! ووېشل شي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دې سره به په لوتو کې چې6 تیک عددونه ولرو د ممکنه تعداد امکانات وي:

$$\frac{n!}{k!\cdot(n-k)!} = \frac{49!}{6!\cdot 43!} = \frac{49\cdot 48\cdot 47\cdot 46\cdot 45\cdot 44}{6\cdot 5\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1} = \underline{\underline{13.983.816}}$$

بیلګه: د کارتو لوبو کې د 32 کارتو څخه4 کارتې راوستل کیږي. د دې لپاره امکانات څومره پراخه دي، چې دا څلورواړه راوستل شوې کارتې څلور غلامان وي؟

نامنظم نمونه ازمايښت نه د بیرته اینوولو سره

n=32; k=4 له دې لاس ته راځي چې د امکاناتو تعداد دی:

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!\cdot(n-k)!} = \frac{32!}{4!\cdot 28!} = \frac{32\cdot 31\cdot 30\cdot 29}{4\cdot 3\cdot 2\cdot 1} = 35960$$

$$P(A) = \frac{1}{35960} \approx \underline{\underline{0,000028}}$$

تمرین :

د یوه 32کارتو لوبه کې 8 کارتې راوستل کیږي.
د دې لپاره احتمالالی څومره لوي دی، چې 8 ــواړه د پشي کاتې دي؟
د دې غوره غوښتنو لپاره یو جبشمپرونی شته چې د پورته فرمولونو لپاره تکمې لري،
دا شمپرونی داسې شمپرعملیې ډیرې ساده کوي:
د تکساس الې یا جبشمپرې د تکمو TI - 30 eco RS لپاره د بیلګې په تکه باور لري:

بیلګه	ځانګړی	تولیز	
2^8	2 yˣ 8 = 256	n^k	n yˣ k = ...
$\frac{26!}{(26-4)!}$	26 2nd nPr 4 = 258800	$\frac{n!}{(n-k)!}$	n 2nd nPr k = ...
$\binom{32}{4}$	32 2nd nCr 4 = 35960	$\binom{n}{k}$	n 2nd nCr k = ...
$4!$	4 x! = 24	$n!$	n x! = ...

(c) ketabton.com: The Digital Library

ټولګه:

د k توکو نظم : د امکاناتو تعداد: $k!$

منظمې نمونه ازماېښت دبیرته اېښوونې سره یا بېرته وراچونې سره:

د امکاناتو تعداد : n^k (k -ځله وباسی)

منظمه نمونه ازماېښت بې له بېرته وراچونې سره:

د امکاناتو تعداد: $\frac{n!}{(n-k)!}$ (k- ځله وېستل)

نا منظمه نمونه ازماېښت بې له بېرته وراچونې سره:

د امکاناتو تعداد: $\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$ (k -ځله راوېستنه)

باور لري : $o!=1!=1$ او $\binom{0}{0} = \binom{n}{0} = \binom{n}{n} = 1$ مګر $\binom{n}{1} = n$

حل : د یوه بایکسکل قلف(د عددونو قلف یا کلپ) له څلور یو له بل خپلواک څرخېدونو څرخونو څخه جوړ دی، چې هر یو یې شپږ څیفرونه یا عددونه(له۱ - ۶) لري(څیفر : بنسټعددونه له ۰ تر ۹ پورې).دا قلف فقط په یوه ټاکلي عددکمبینیشن وازېدی شي. څومره ځایونه(د اعدادو کمبینیشن) دا د بایسلکل قلف لري او احتمالوالی یې څومره لوې دی، چې په لومړي ځل ځای اېښوونه کې دا قلف واز شي؟

د مرتبان مودل سره مودل کول Modellierung:

یو مرتبان $n = 6$ غونډارې (غوږوسکې یا باغکې یا تشلې) لري د 1 څخه تر 6ګڼو. $k = 4$ ـځله راوستل کیږي د بیرته وراچونې سره.

د اعدادو کمبینیشن کولو تعداد دی: $n^k = 6^4 = \underline{\underline{1296}}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د یوه ازماېښت سره احتمالوالی.

ټیک کمبینیشن چې پیدا کړي دی:

$$\frac{1}{1296} \approx \underline{\underline{0,00077}}$$

تمرین: له ۲۶ تورو(لاتین یا چرمني؟؟؟، خو تري ۲۶ دي) څخه په پټو سترګو یو بل پسې درې توري راباسو. احتمالوالی څومره لوی دی، چې درېواره همغه توری راوباسو؟

حل : د مرتبان مودل سره مودله کونه:

یو مرتبان $n = 26$ غونډاري خوندي لري له تورو A تر Z پورې .

اوس $k = 3$ ځله راوېستل کیږي له بېرته وراچوني سره.

د اعدادو (ګڼونو) کمبینیشن تعداد دی: $n^k = 26^3 = 17576$

د درې راوستنو لپاره احتمالوالی د بیلګې په توګه ۳ واره توکی A دی:

$$\frac{1}{17576}$$

که درې ځله B همداسې c یا یو بل توری وېستل کیږي. نو احتمالوالی یې برابر دی.

د الفبا د26 تورو سره په ټولیزه توګه 26 مساعد حالتونه لرو.

له دې سره احتملوالی چې درې برابر تورو راوباسو دی:

$$\frac{26}{17576} \approx 0,00148$$

تمرین:
د شرط په یوه مرتبان کې شپږ لاټري شتون لري ، چې له ۱ تر ۶ نمره شوي دي. یو لوبه کوونکی یا شرط ایښونکی درې نمرې په پرلپسې توګه راباسي، چې نمره ۲و۴و او ۶ لري، نو ده په دې توګه وګټله. د یوې ګټنې لپاره احتمالوالی وشمیرئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی د امکاناتو تعداد شمیرل کیږي، له دې څخه فقط یو شتون لري، چې وړلو یا ګټلو ته مو بیایي، دا په نامه د عددونو پرلپسې6 ,4 ,2 . دایوه منظمه نمونه- ازماېښت دی بې له بېرته اچولو. له 6 = nعددونو څخه k = 3 عددونه راوېستل کیږي.

د امکاناتو تعداد :

$$\frac{n!}{(n-k)!} = \frac{6!}{3!} = \frac{6\cdot 5\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}{3\cdot 2\cdot 1} = 6\cdot 5\cdot 4 = \underline{\underline{120}}$$

$$P(A) = \frac{1}{120} \approx \underline{\underline{0{,}0083}}$$

حل :

تمرین: د ۳۲ لوبو کارتو څخه ۸ کارتې راباسو.

د دې لپاره احتمالوالی څومره لوي دی، چې ۸ واړه د پښې کارتې راووستل شي؟

له دې څخه د امکاناتو تعداد لاس ته راځي: n=32 ; k=8

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!\cdot(n-k)!} = \frac{32!}{8!\cdot 24!} = \frac{32\cdot 31\cdot 30\cdot 29\cdot 28\cdot 27\cdot 26\cdot 25}{8\cdot 7\cdot 6\cdot 5\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1} = 10.518.300$$

$$P(A) = \frac{1}{\underline{\underline{10.518.300}}}$$

پوښتنې

نمونه ازماېښت او د ګټلو ستراتیژيI

لومړی -

یو تصدفي جنرېرونه(دکود پیداکوونکی) یو له بل خپلواک له 0 تر 9 پورې 4 عددنخښې(Ziffern) تولیدوي یعنې د کود نمره.

دا د –ځایز عدد په څیر په نښه ځای Display کې څرګندیږي. د لاندې پېښو لپاره احتمالوالی څومره لوي دی؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

A : ټول اعداد ناجوړه) طاق) دي

B : فقط اعداد0 او 1 منځ ته راځي.

C : عدد يو ،،هندارونکی،، عدد دی ، دا په دې معنا چې لومړی اواخر او همداسې دويم او دريم عددونه مساوي دي.

دويم-

په يوه مرتباکې ۶ سره او ۴ سپين غونډاري (کېډی شي دا باغکې (تشلې)و بولی) براته دي. يو په بل پسې ۵ غونډاري راوستل کيږي بې له بېرته وراچونې. د لاندې پېښو احتمالوالی څومره لوي دی؟

: فقط سره غونډاري راوستل کيږي.

: لومړی ټول سپين او بيا ور پسې يوه سور غونډاری.

: لومړی غونډاری سپين دی.

: په بدله توکه توګه سپين او سره غونډاري راوستل کيږي.

دريم – په يوه مرتبان کې په ګڼه (نمرو)سمبال 25 توپونه شتون لري (عددونه له 1 تر 25). له مرتبان څخه څلور برابر ډوله غونډاري راوستل کيږي. د لاندې پېښو لپاره احتمالوالی څومره لوي دی؟

: ټول عددونه په5 وېشوړ دي.

: د څلورو عددونو زياتون يا جمعه له 12 کوچنی ده.

: د 4 عددونو ضرب 12 دی.

څلورم – څلور ملګري سينماته ځي. دوی په يوه قطار کې يو د بل تر څنګ 4 نمره شوي يا په ګڼه شوي ځايونه لري او تصادفي کاتونه وېشي. د لاندې پېښو احتمالوالی څومره لوي دی؟

: تور د دوه ملګرو تر منځ کښيني.

(c) ketabton.com: The Digital Library

: تور او برګ غاړو (دباندې) ته کښيني.

: تور او برګ يو د بل تر څنګ کښېني.

پنځم - د 3 ,4 ,5 ,6 ټيکو لپاره په لوټو کې 6 له 49 څخه احتمالوالی وټاکی او ستاسو تګلار تشريح کړی.

: په لوتو کې 6 ټيک .

: په لوتو کې 5 ټيک.

: په لوتو کې 4 ټيک.

: په لوتو کې 3 ټيک يا صحيح.

شپږم – د يوې غاړکی د پيرلو لپاره سرې، اسماني او شنې مرغلرې په واک کې لرو. شپږ مرغلري پيرل کيږي. د لاندې پېښنو پاره احتمالوالی څومره لوي دی،ګه رنګونه په خوښه وټاکل شي؟

: سره مرغلره منځ ته نه راځي.

: دا لومنی درې مرقلرې شنې دي.

: يوپه بل پسې تل سرې او شنې مرغلرې راځي.

اوم -
د زوکړې مېله کې د 10 نجونو رمنځ يو ، يو او درجې تحفې وېشل کيږي. د لاندې پېښنو احتمالوالی څومره لوي دی؟
: ځانګه دا1 لښته 2 او زرغونه 3 دريمه درجه جايزې ګټي.
: ځانګه، لښته او زرغونه هره يوه يو ه جايزه ګټي.
: ځانګه جايزه نه ګټي.
: دا درې نجونې ځانګه، لښته اوزرغونه جايزه ه نه ګټي.

اتم – په يوه کورس کې په هلکانو او نجونو ازادې (مفتې) کارتې وېشل کيږي. د دې لپاره د دې نارينه او ښحينه زدهکوونکو نومونه ليکل کيږی او پاڼې توکلي راوستل کيږي. د کوم احتمالوالي سره (0 ,1 ,2 ,3 ,4) , 5 ازادې کارتې نجونو (هلکانو) ته راوځي؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

: نجوني 5 ازادي کارتي لاس ته راوړي.
: نجوني 4 ازادي کارتي لاس ته راوړي.
: نجوني3 ازادي کارتي لاس ته راوړي.
: نجوني2 ازادي کارتي لاس ته راوړي.
: نجوني1 ازادي کارتي لاس ته راوړي.
: نجوني هيڅ ازادي کارتي لاس ته راوړي.

نهم - د ازمايني په 10 ممکنه موضوعاتو باندې بريکړه شي. له دې درې په ازموينه کې پوښتل کيږي. يو ازمايښتی (هغه زده کونکی/ې چې ازمايل کيږي) فقط 6 له 10 موضوعاتو زده کوي. د لاندې پېښو لپاره احتمالوالی څومره لوي دی؟

A : ازمايښتي له درې تاکل شوو موضوعاتو ته چمتوالی نه دی کړی(ځان نه دی چمتو کړی)

B : ازمايښتی له دې درې ټاکلو موضاتو څخه يوې ته جمتووالی نيولی.

C : : ازمايښتی له دې درې ټاکلو موضاتو څخه دوه وو ته چمتووالی نيولی.

D : ازمايښتی ټولو درې ټاکلو موضواتو ته چمتووالی نيولی.

حلونه (اوبيوني)

نمونه ازمايښت او د ګټلو ستراتيژي I

مفصل حلونه

لومړی –

مودل : منظم نمونه ازمايښت د بېرته ور اچوني سره

د ټول امکاناتو تعداد:

د هرو 4 ځايونو لپاره 10 ممکنه عددونه (0 تر9) شته. له دې سره 10.000 عددونه انځوربدلای شي.

- ټول عد ونه ناجوړه (طاق) { 9 ; 7 ; 5 ; 3 ; 1 } دي. د A لپاره دامکاناتو تعداد5^4 دی.

له دې سره دی :

$$\text{Damit ist } P(A) = \frac{5^4}{10^4} = \frac{1}{16} = 0{,}0625$$

د دې لپاره احتمالوالی چې ټول عدونه ناجوړه (طاق)دي.

- فقط عددونه 0 او1 مخ ته راځي. { 1 ; 0 } دB لپاره د ممکنه تعداد2^4 دی

(c) ketabton.com: The Digital Library

له دې سره دی: $P(B) = \frac{2^4}{10^4} = \frac{1}{625} = 0,0016$

د دې لپاره احتمالوالی چې فقط 0 او 1 منځ ته راځي.

– فقط هنداروني اعداد منځ ته ارځي يعنې [xy|yx] . لومړی او دويم عدد ازاد يا خپلواک ټاکل کيږي، له دې څخه نور دوه لاس ته راځي. د C لپاره د امکاناتو عداد 10^2 دی.

له دې سره دی: $P(C) = \frac{10^2}{10^4} = \frac{1}{100} = 0,01$

د دې لپاره احتمالوالی، چې په نښه شوېيا ښوول شوی عدد هنداره شوی عدد دی.

دويم –

مودل : منظم نمونه ازماېښت بې له بېرته اچولو سره

6 سره او4 سپين غونډاري n = 10 غونډاري راکوی.، k = 5 ځله وستل کيږي بې له بېرته اېښونې.

له دې سره د امکاناتو تعداد دی: $\frac{n!}{(n-k)!} = \frac{10!}{5!} = 30.240$

- فقط سره غونډاری راوستل کيږي

د لپاره د امکاناتو تعداد دی: $\frac{6!}{1!} = 720$

له دې سره دی: $P(A) = \frac{720}{30.240} = \frac{1}{42} \approx 0,0238$

د دې لپاره امکانات چې فقط سره غونډاري راو وستل شي.

- لومړی ټول سپين غونډاري اوبيا يو سور.

د ټولو امکاناتو تعداد دی : $\frac{4!}{0!} \cdot \frac{6!}{5!} = 4! \cdot 6 = 144$

له دې سره دي : $P(B) = \frac{144}{30.240} = \frac{1}{210} \approx 0,00476$

د دې لپاره احتمالوالی، چې لومړی ټول سپين او بيا ي، سور غونډاری راووستل شي.

- لومړی غونډاری سپين دی (داپه دې معنا چې 4 ,.3 ,.2 او5 په خوښه دي.

د C لپاره د امکاناتو تعداد دی:4.9.8.7.6 = 12096

له دې سره دی: $P(C) = \frac{12.096}{30.240} = \frac{2}{5} = 0,4$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دې لپاره احتماوالی، چې په لومړۍ راوستنه سپین غونډاری راو وستل شي.

- رد بدل سپین او سور راوستل کیږي. (wrwrw) یا (rwrwr) . (د سپین لپاره w او سره لپاره r توري ځای په ځای کیږي).

د D لپاره دامکاناتو تعداد دی: 4.6.3.5.2+6.4.5.3.4=2160

$$P(D) = \frac{2160}{30.240} = \frac{1}{14} \approx 0{,}0714$$

له دې سره دی:

د دې لپاره احتمالوالی، چې ردبدل سپین او سره غونډاري راووستل شي.

دریم –

مودل : نامنظم نمونه ازمايښتونه بې له بېرته وراچونې سره اویا په یو ځل راوستل:

دا د په 5 وشوړ عددونه دي: 5, 10, 15, 20, 25

د 25 غونډارو څخه چې 4 غونډاري راوباسو د امکاناتو تعداد دی:

$$\binom{25}{4} = \frac{25 \cdot 24 \cdot 23 \cdot 22}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 25 \cdot 23 \cdot 22 = 12.650$$

دا د ټولو امکاناتو تعداد دی.

–
- ټول اعداد په 5 وېشوړ دي.
- د په 5 وېوړ اعدادو تعداد5 دی.

له دې څخه چې 4 وټاکل شي د امکاناتو تعداد یې دی.

$$\binom{5}{4} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 5$$

دا دA منځ ته راتګ د امکاناتو تعداد دی. له دې سره دی:

$$P(A) = \frac{\binom{5}{4}}{\binom{25}{4}} = \frac{5}{12650} = \frac{1}{2530} \approx 0{,}000.395$$

د دې لپاره اد حتمالوالي تعداد چې هغه 4 راووستل شي چې په 5 وېشوړ وي.

- ټول عددونه جوړه دي.

جوړه یا جفت اعداد دي: 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24

د جوړه اعداد تعداد 12 دی.

د دې لپاره امکانات چې له دې څخه 4 وټاکو دی:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\binom{12}{4} = \frac{12\cdot 11\cdot 10\cdot 9}{4\cdot 3\cdot 2\cdot 1} = 495$$

دا د B د رامنځ ته کېدو لپاره دامکاناتو تعداد دی. له دې سره

$$P(B) = \frac{\binom{12}{4}}{\binom{25}{4}} = \frac{495}{12650} = \frac{99}{2530} \approx 0{,}0391$$

د دې لپاره احتمالوالی دی چې 4 جوړه اعداد را و وستل شي.

– د4 اعداد جمعه له 12 کوجنی ده.

$1 + 2 + 3 + 4 = 10 < 12$

$1 + 2 + 3 + 5 = 11 < 12$

د پېښې C لپاره فقط 2 امکانات شته . له دې سره

$$P(C) = \frac{2}{\binom{25}{4}} = \frac{2}{12650} = \frac{1}{6325} \approx 0{,}000.158$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې 4عددونه راوه وستل شي چې جمعه يې له 12 کوچنی ده.

- د دې 4 عددونو ضرب 12 دی.

د D لپاره دامکاناتو عتداد دی:

4.6.3.5.2.+6.4.3.4=2160

له دې سره

$$P(D) = \frac{2160}{30.240} = \frac{1}{14} \approx 0{,}0714$$

د دې لپاره احتمالوالی دی چې 4 عددونه راوستل کيږي، چې ضرب يې12 دی.

څلورم - مودل : دk توکو نظم

د امکاناتو تعداد چې 4کسان په 4 ځايونو ځای په ځای کړو!4 دی.

- س د دوه ملګرو تر منځ دی.

هغه دوه امکاناتلري : xSxx يا xxSx (دويمه چوکی يا دريمه)

دا درې نور ملګري !3 امکانات لري.

له دې سره د A لپاره د امکاناتو تعداد 12= !2.3 دی.

له

$$t\,P(A) = \frac{12}{24} = \frac{1}{2} = 0{,}5$$

سره . د دې لپاره احتمالوالی دی، چې س د دوه ملګرو ترمنځ کښيني.

(c) ketabton.com: The Digital Library

- س او ک دباندې لور ته کښېني.
یا س او ک دوه امکانات لري، دا نور دوه ملګري هم.
له دې سره د B لپاره دامکاناتو تعداد 4 = 2.2 دی.
له

$$t\,P(B)=\frac{4}{24}=\frac{1}{6}=0{,}1\overline{6}$$

سره د دې لپاره احتمالوالی دی، چې س او ک دباندې لور یا څنګونو ته کښېني.
- س او ک ترڅنګ کښېني.
یعني SKxx KSxx xSKx xKSx xxSK xxKS دا 6 امکانات دي.
د دواړو نورو لپاره 2 امکانات شته.
د C لپاره د امکاناتو تعداد 12=6.2 دی.
له دې سره

$$P(C)=\frac{12}{24}=\frac{1}{2}=0{,}5$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې س او ک څن؛ تر څنګ کښيني

پنځم – مودل : نامنظم نمونه ازماېښت بې له بېرته وراچولو.
یا په یو ځل راوستل.
د امکاناتو تعداد6 عددونه له ټول 49 عددونو څخه چې چلیپا کړو دی:

$$\binom{49}{6}=\frac{49\cdot48\cdot47\cdot46\cdot45\cdot44}{6\cdot5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1}=13.983.816$$

- په لوتو کې 6 ټیک یا ربښتیا.
د امکاناتو تعداد 6 عددونه د ټول 6ګټونکو عددونو چې چلیپا شي او 0 عددونه له 43 نا کټونکي عددونو دی:

$$\binom{6}{6}\cdot\binom{43}{0}=1\cdot1=1$$

دا د A ننوتنې لپاره د امکاناتو تعداد دی.
له دې سره دی

$$P(A)=\frac{\binom{6}{6}\cdot\binom{43}{0}}{\binom{49}{6}}=\frac{1}{13.983.816}\approx0{,}000.000.072$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې 6 ګټوني عددونه چلیپا شوي دي(ټیک 6)
- په لوتو کې 5ټیک

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ټولو 6 ګټونکو عددونو څخه د امکاناتو تعداد چې 5 عددونه چلیبا شي دی او 1 عدد له 43 عددونو څخه د ناګټلو عدد دی:

$$\binom{6}{5}\cdot\binom{43}{1} = 6\cdot 43 = 258$$

دا د B د رامنځ ته کېدنې لپاره د امکاناتو تعداد دی.
له دې سره

$$P(B) = \frac{\binom{6}{5}\cdot\binom{43}{1}}{\binom{49}{6}} = \frac{258}{13.983.816} \approx 0{,}000.0185$$

د دې لپاره احتمالوالی دی،چې 5 ګټونکي عددونه چلیپا شوي(5ټیک یا صحیح دی)
- په لوتو کې 4 ټیک یا صحیح

د ټولو 6 ګټونکو عددونو څخه د امکاناتو تعداد چې 4 عددونه چلیبا شي او 2 عدد له 43 عددونو څخه د ناګټلو عدد وي، دی:

$$\binom{6}{4}\cdot\binom{43}{2} = \frac{6\cdot 5\cdot 4\cdot 3}{4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}\cdot\frac{43\cdot 42}{2\cdot 1} = 13545$$

د C د منځ ته راتګ لپاره دامکاناتو تعداد دی.
دا

$$P(C) = \frac{\binom{6}{4}\cdot\binom{43}{2}}{\binom{49}{6}} = \frac{13545}{13.983.816} \approx 0{,}000.969$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، 4 ګټونکي عددونه چلیپا شوي دي (4 ټیک)
- په لوتو کې 3 ټیک
د امکاناتو تعداد 3 عددونه د ټول 6ګټونکو عددونو چې چلیپا شي او 3 عددونه له 43 نا کټونکو عددونو دی:

$$\binom{6}{3}\cdot\binom{43}{3} = \frac{6\cdot 5\cdot 4}{3\cdot 2\cdot 1}\cdot\frac{43\cdot 42\cdot 41}{3\cdot 2\cdot 1} = 246.820$$

د D د منځ ته راتلو لپاره دا د امکاناتو تعداد دس.
له دې سره

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P(D)=\frac{\binom{6}{3}\cdot\binom{43}{3}}{\binom{49}{6}}=\frac{246.820}{13.983.816}\approx 0,0177$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې 3 ګټونکي عددونه چليپا شوي دي(3 تيک) شپږم –
مودل : منظم نمونه ازمايښت د بيرته ور اچونې سره.
د رنګ ټاکنه تصادفي ده، دا په دې معنا چې ، هر رنګ برابر احتمال لري.
د مرغلرو لپاره درې رنګونه په اختيار کې لرو ،
له دې سره د ټولو امکاناتو تعداد $3^6 = 729$ دی.
- سور رنګ نه رمنځ ته کيږي. دا چې فقط دوه رنګونه راوتل کيږي، نو د امکاناتو تعداد $2^6 = 64$ دی.
د A لپاره امکانات دي : $2^6 = 64$
له دې سره لرو:

$$t\,P(A)=\frac{64}{729}\approx 0,0878$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې کومه مرغلره سره نه ده.
- لومړي درې ازمايښتونه شنه دي.
له دې سره اخرني درې په خوښه ټاکل کيدای شي.
يعنې يو امکان د ggg لپاره او 3^3 امکانات د نورو دريو لپاره.
د B لپاره د امکاناتو تعداد دی: $1.3^3 = 27$
له دې سره

$$P(B)=\frac{27}{729}=\frac{1}{27}\approx 0,0370$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې لومړۍ درې مرغلرې شنې دي.
- مرغلرې تبديلی سرې او شنې دي.
د دې لپاره دوه مکانات شتون لري: rgrgrg يا grgrgr.
د C لپاره امکانات دي:2
له دې سره

$$P(C)=\frac{2}{729}\approx 0,00274$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې مرغلرې يوبل پسې سرې او شنې دي.
اوم – مودل : منظم نمونه ازمايښتونه بې د بېرته ور اچونې سره .

(c) ketabton.com: The Digital Library

د امکاناتو تعداد دی: 720 =10.9.8
- ځانګه (لومړی جایزه) لښته (دویمه جایزه)، زرغونه(دریمه جایزه)
د لپاره د امکاناتو تعداد دی : 1
له دې سره

$$P(A)=\frac{1}{720}\approx 0{,}00139$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ځانګې 1-جایزه، لښتې 2.جایزه او زرغونې 3-مه جایزه لاس ته راوړې.
-ځانګه، لښته او زرغونه هر یوه یوه جایزه ګټي
د B لپاره د امکاناتو تعداد دی: 6 = !3
له دې سره

$$t\,P(B)=\frac{6}{720}=\frac{1}{120}\approx 0{,}00833$$

د دې لپاره احتمالوالی ی، چې لښته او زرغونه هر ه یوه یوه جایزه ګټي او ځانګه جایزه نه ګټي.
- ځانګه جایزه نه ګټي.
د C لپاره د امکاناتو تعداد دی:9.8.7
د دې سره

$$P(C)=\frac{9\cdot 8\cdot 7}{720}=\frac{7}{10}=0{,}7$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ځانګه جایزه نه ګټي.
D - له دې دزې نجونو څخه یوه هم جایزه نه ګټي.
د D لپاره احتمالوالی دی:210 = 7.6.5
له دې سره

$$t\,P(D)=\frac{210}{720}=\frac{7}{24}=0{,}293$$

احتمالوالی دی، چې هېڅ یوه له دې درې نجونو جایزه نه ګټي.:
اتم – مودل : نامنظم نمونه ازماېښت بې له بېرته وراچونې سره.
یا د یوه وار سره راوستنه.
د ټولو 25 پاڼو څخه د 5 پاڼو راوستلو امکاناتو تعداد دی:

$$\binom{25}{5}=\frac{25\cdot 24\cdot 23\cdot 22\cdot 21}{5\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}=53.130$$

A - 5 پاڼې د نجونو دي (0د هلکانو).
له ټول ۱۳ پاڼو څخه چې ۵ پاڼې د نجونو نومونو سره او له ۱۲ پاڼو څخه چې 0 پاڼې

(c) ketabton.com: The Digital Library

د هلکانو نومونو سره راوستل شي د امکاناتو تعدد دی:

$$\binom{13}{5}\cdot\binom{12}{0}=\frac{13\cdot12\cdot11\cdot10\cdot9}{5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1}\cdot1=1287$$

دا د A د منځ ته راتګ لپاره د امکاناتو تعداد دی. له دې سره

$$P(A)=\frac{\binom{13}{5}\cdot\binom{12}{0}}{\binom{25}{5}}=\frac{1287}{53130}\approx0,0242$$

د دې لپاره امکاناتو تعداد دی، چې ټولې5 مفتې کارتې دنجونو ته ځي.

B - 4پاڼې نجونو ته ځي(1 پاڼه هلکانو ته).

د دې لپاره د امکاناتو تعداد چې له 13 پاڼو څخه 4 د نجونو په نامه او 1 پاڼه له 12 پاڼو څخه د هلکانو په نامه راوه وستل شي د امکاناتو تعداد دی:

$$\binom{13}{4}\cdot\binom{12}{1}=\frac{13\cdot12\cdot11\cdot10}{4\cdot3\cdot2\cdot1}\cdot12=8580$$

دا دB د رامنځ ته کېدو لپاره د امکاناتو تعداد دی.

له دې سره

$$P(A)=\frac{\binom{13}{4}\cdot\binom{12}{1}}{\binom{25}{5}}=\frac{8580}{53130}\approx0,161$$

د دې

احتمالوالی دی، چې څلور ازاده یا مفت کارتې نجونو ته او یوه ازاده یا مفت کارته هلکانو ته رسیږي.

C - 3پاڼې نجونو ته ځي(2 پاڼه هلکانو ته).

د دې لپاره د امکاناتو تعداد چې له 13 پاڼو څخه 3 د نجونو په نامه او 2 پاڼه له 12 پاڼو څخه د هلکانو په نامه راوه وستل شي د امکاناتو تعداد دی:

$$\binom{13}{3}\cdot\binom{12}{2}=\frac{13\cdot12\cdot11}{3\cdot2\cdot1}\cdot\frac{12\cdot11}{2\cdot1}=18867$$

دا دC د رامنځ ته کېدو لپاره د امکاناتو تعداد دی.

له دې سره

$$P(C)=\frac{\binom{13}{3}\cdot\binom{12}{2}}{\binom{25}{5}}=\frac{18876}{53130}\approx0,355$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دې احتمالوالی دی، چې درې ازاده یا مفت کارتې نجونو ته او دوه ازاده یا مفت کارته هلکانو ته رسیږي.

B - 4پاڼې نجونو ته ځي(1 پاڼه هلکانو ته).

د دې لپاره د امکاناتو تعداد چې له 13 پاڼو څخه 4 د نجونو په نامه او 1 پاڼه له 12 پاڼو څخه د هلکانو په نامه راوه وستل شي د امکاناتو تعداد دی:

$$\binom{13}{4}\cdot\binom{12}{1}=\frac{13\cdot12\cdot11\cdot10}{4\cdot3\cdot2\cdot1}\cdot12=8580$$

دا دB د رامنځ ته کېدو لپاره د امکاناتو تعداد دی.

له دې سره

$$P(A)=\frac{\binom{13}{4}\cdot\binom{12}{1}}{\binom{25}{5}}=\frac{8580}{53130}\approx0{,}161$$

د دې احتمالوالی دی، چې څلور ازاده یا مفت کارتې نجونو ته او یوه ازاده یا مفت کارته هلکانو ته رسیږي.

D - 2پاڼې نجونو ته ځي(3 پاڼه هلکانو ته).

د دې لپاره د امکاناتو تعداد چې له 13 پاڼو څخه 2 د نجونو په نامه او 3 پاڼه له 12 پاڼو څخه د هلکانو په نامه راوه وستل شي د امکاناتو تعداد دی:

$$\binom{13}{2}\cdot\binom{12}{3}=\frac{13\cdot12}{2\cdot1}\cdot\frac{12\cdot11\cdot10}{3\cdot2\cdot1}=17160$$

دا دD د رامنځ ته کېدو لپاره د امکاناتو تعداد دی.

له دې سره

$$P(D)=\frac{\binom{13}{2}\cdot\binom{12}{3}}{\binom{25}{5}}=\frac{17160}{53130}\approx0{,}323$$

د دې احتمالوالی دی، چې دوه ازاده یا مفت کارتې نجونو ته او درې ازاده یا مفت کارته هلکانو ته رسیږي.

E -1پاڼه نجونو ته ځي(4 پاڼې هلکانو ته).

د دې لپاره د امکاناتو تعداد چې له 13 پاڼو څخه 1 د نجونو په نامه او 4 پاڼه له 12 پاڼو څخه د هلکانو په نامه راوه وستل شي د امکاناتو تعداد دی:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\binom{13}{1}\cdot\binom{12}{4} = 13\cdot\frac{12\cdot 11\cdot 10\cdot 9}{4\cdot 3\cdot 2\cdot 1} = 6435$$

دا دE د رامنځ ته کېدو لپاره د امکاناتو تعداد دی.
له دې سره

$$P(E) = \frac{\binom{13}{1}\cdot\binom{12}{4}}{\binom{25}{5}} = \frac{6435}{53130} \approx 0{,}121$$

د دې احتمالوالی دی، چې یوه ازاده یا مفت کارتې نجونو ته او څلور ازاده یا مفت کارته هلکانو ته رسیږي.
F -0پاڼې نجونو ته ځي(5 پاڼه هلکانو ته).
د دې لپاره د امکاناتو تعداد چې له 13 پاڼو څخه 0 د نجونو په نامه او 5 پاڼه له 12 پاڼو څخه د هلکانو په نامه راوه وستل شي د امکاناتو تعداد دی:

$$\binom{13}{0}\cdot\binom{12}{5} = 1\cdot\frac{12\cdot 11\cdot 10\cdot 9\cdot 8}{5\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1} = 792$$

دا دF د رامنځ ته کېدو لپاره د امکاناتو تعداد دی.
له دې سره

$$P(F) = \frac{\binom{13}{0}\cdot\binom{12}{5}}{\binom{25}{5}} = \frac{792}{53130} \approx 0{,}0149$$

د دې احتمالوالی دی، چې 0 ازاده یا مفت کارتې نجونو ته او 5 ازاده یا مفت کارته هلکانو ته رسیږي.
نهم –
مودل : نامنظم نمونه ازماېښت بې له بېرته وراچونې سره.
یا په یوه ځل راوستنه.
د 10 ممکنه موضوعاتو، درې پوښتل کیږي، ازماېښتی د امکاناتو تعداد 6لپاره زده کوي. له 10موضوعاتو چې 3 وټاکل شي دی:

$$\binom{10}{3} = \frac{10\cdot 9\cdot 8}{3\cdot 2\cdot 1} = 120$$

- زده کړي د ي درې ټاکلو موضوعاتو څخه د کومې لپاره ځان نه دی چمتو کړی . له 4 موضوګانو څخه چې ازماېښتي ورته ځان نه دی چمتو کړی درې پوښتنې ټاکل کیږي

(c) ketabton.com: The Digital Library

د $P(A)$ لپاره د امکاناتو تعداد دی:

$$\binom{4}{3} = 4$$

له دې سره

$$: P(A) = \frac{4}{120} = \frac{1}{30} = 0{,}0\bar{3}$$

د دې لپاره احتمالوال دی، چې زده کړې د هیڅ پوښتنې لپاره ځان نه دی چمتو کړی.

B - زده کړې د ې درې ټاکلو موضوعاتو څخه د یوې لپاره ځان چمتو کړی . له 4 موضوګانو څخه چې ازماېښتې ورته ځان نه دی چمتو کړی دوه پوښتنې ټاکل کیږي، له 6 موضوعاتو څخه ده ورته ځان جمتو کړی یوه ټاکل کیږي

دB لپاره د امکاناتو عداد دی:

$$\binom{4}{2} \cdot \binom{6}{1} = \frac{4 \cdot 3}{2 \cdot 1} \cdot \frac{6}{1} = 36$$

له دې سره

$$: P(B) = \frac{36}{120} = \frac{3}{10} = 0{,}3$$

د دې لپاره احتمالوال دی، چې زده کړې د یوې پوښتنې لپاره ځان چمتو کړی.

C - زده کړې د ې درې ټاکلو موضوعاتو څخه د دوه موضوعاتو لپاره ځان چمتو کړی . له 4 موضوګانو څخه چې ازماېښت کیدونکې ورته ځان نه دی چمتو کړی یوه پوښتنه ټاکل کیږي، له 6 موضوعاتو څخه ده ورته ځان جمتو کړی2 موضوعات ټاکل کیږي. دC لپاره د امکاناتو عداد دی:

$$\binom{4}{1} \cdot \binom{6}{2} = \frac{4}{1} \cdot \frac{6 \cdot 5}{2 \cdot 1} = 60$$

له دې سره

$$P(C) = \frac{60}{120} = \frac{1}{2} = 0{,}5$$

د دې لپاره احتمالوال دی، چې زده کړې د دوه پوښتن, لپاره ځان چمتو کړی.

- زده کړې د ې درې ټاکلو موضوعاتو څخه ټولو درې موضوعاتو لپاره ځان چمتو کړی . له 4 موضوګانو څخه چې ازماېښتې ورته ځان نه دی چمتو کړی 0 پوښتنې ټاکل کیږي، له 6 موضوعاتو څخه ده ورته ځان جمتو کړی3 موضوعات ټاکل کیږي

دC لپاره د امکاناتو عداد دی:

$$\binom{4}{0} \cdot \binom{6}{3} = 1 \cdot \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 20$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

له دې سره

$$P(C) = \frac{20}{120} = \frac{1}{6} \approx 0,1\overline{6}$$

د دې لپاره احتمالوال دی، چې ازمویني د درې پوښتنو لپاره ځانونه چمتو کړی.

پوښتنې

نمونه ازماېښت او د ګڼلو ستراتیژي II

لومړی – د تورو اوسپینو ښنتو څخه برجونه جوړيږي، چې تل اته تیږي یوپه بل ایښوول کیږي. د لاندې پېښو لپاره احتمالوالی څومره لوي دی، که رنګونه توکلي وټاکل شي؟

ټولې تیګې همغه رنګ لري

- فقط یوه تیګه سپینې ده.

- اخرنی او اولنۍ تیګه همغه ر نګ لري

دویم - په یوه خلته کې یو سور، دوه شنه او درې زېړ او څلور اسماني غونډاري پرته دي. یو کس درې غړنډاري راباسي. د لاندې پېښو لپاره احتمالوالی څومره لوي دی؟

A – ټیک یو شین غونډاری راوستل کیږي

د ریم – د یوې خیریه غونډې لپاره پنځه نمرې په واک کې لرو، له دې څخه یوه Jongliernummer نمره.د پروګرام لړی ټاکل کیږي. . د لاندې پیښو لپاره احتمالوالی څومره لوي دی؟

- جونګلوېر د پروګرام په دریم ځای کې نوبت لري؟

- ژونګلوېرنمر (نوبت یا وار) Die Jongliernummer په اخر کې نه دی؟

څلورم - په یوه کارتون Packung کې 10 د برق ګروبونه دي، لهدې دوه زیانمن. د لاندې پېښو لپاره احتمالوالی څومره لوي دی، که د رېښنا ګروبونه په پټو ستر ګو را و وستل شي؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

- ټول درې ګروپونه جوړ دي.

- ټیک یو ګروپ زیانمن دی.

- ټیک دوه ګروپونه زیانمن دي.

پنځ- اختمالوالی څومره لوي دی، چې له اته کسانو لږ تر لږه دووه په همغه میاشت کې زیږیدلي وي؟ په نزدې (تقریبي) توګه ونیسی(فرض کړی) چې ټولې میاشتي برابرې اوږدې دي.

- لږ ترلږه له اته کسانو دوه په همغه مشات کې د زیږیدو ورځ لري.

شپږم – په یوه مرتبان کې شپږ سره ، ۵ شنه او څلور اسماني غونډاري بارته دي. ۳ غونډاري په یوه ځل راوستل کیږي، د لاندې پیښنو لپاره احتمالوالی څومره لوي دی؟

-دوه شنه غونډاري راوستل کیږي.

-د ر وستل شوو غوندارو تر منځ شین غونډاری نه شته.

اوم – په یوه لوبه،، هرات ته سفر،، کې په هره دوره کې یو کس له منځه وځي. په لوبه کې اته کسان ونډه لري. د لاندې پیښنو احتمالوالی وشمېری؛

- لرغونی اخر ته پاتیږي.

ابا انا او وږمه په اخره لوبه کې باتیږي.

اتم – په Multiple-Choice-Test ازموینه کې10 پوښتنې راځي، هره د درې ځابونو سره، چې له هغو ټیک یو ټیک (صحیح) دی. یو مس د تصادف پرینځیپ له مخې ، د هرې پوښتنې یو ځواب چلیپا کوي. د اندې پیښنو احتمالوالی څومره لوي دی؟

- ټول ځوابونه نا ټیک دي.

- لومړي پنځه ټیک دي، اخرني ۵ ناټیک چلیپا شوي.

د ځوابونو ټیک نیمایي ټیک دي.

D - 4ځوابونه ټیک دي، 6 ناټیک.

(c) ketabton.com: The Digital Library

نهم - دANANAS لغات توري سره ګډېږي او نوې ترتيبيږي. دلاندې پېښو احتمالوالی څومره لوي دی؟

- لغات ANANAS بيرته منځ ته راځئ.

- د تورو کمبينېشن چې د AAA سره پيیل کيږي.

- کمبينېشن ، چې دريواره A سملاسي يو په بل پسې راځي.

حلونه

نمونه ازماېښت II

مفصل حلونه يا اوبيونې

لومړی -

مودل : منظم نمونه رازمشيېښت د بېرته وراچونې سره.

د هرو اته تيګو لپاره يو رنګ په اختيار کي لرو. (اته واره راوستنه د بېرته ور اچونې سره).

د ټولو رنګه کمبينېشن امکانات دي : $2^8 = 256$.

ټولې اته تيګې همغه يا يو رنګ لري. دايه دې معنا چې ټولې اته تيګې يا تورې دي يا سپينې.
د A لپاره امکان 2 دی :

له دې سره لرو: $P(A) = \frac{2}{256} = \frac{1}{128} \approx 0,00781$

د دې لپاره احتمالوالی، چې ټولې تيګې همغه رنګ لري.

- فقط يوه تيګه سپينه ده. دا چې دا تيګه په هر ځاي کې، چې ټول8ځايونه دي اېښول کيدی شي، د دې لپاره 8 امکانات شته.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د B لپاره امکانات دي:8

له دې سره لرو: $P(B) = \frac{8}{256} = \frac{1}{32} = 0,03125$

د دې لپاره احتمالوالی، چې له 8 تیګو څخه فقط یوه سپینه ده.

لومړنۍ او اخرنۍ تیګه یو یا همغه رنګ لري. د لومړنۍ او اخرنۍ تیګو لپاره ۲ امکانات شتون لري. یا دواړه سپینې یا دواړه تورې دي.

د پاتې 6 تیګو لپاره 26 امکانات شتون لري.

د C لپاره امکانات دي: $2 \cdot 2^6 = 2^7 = 128$

له دې سره دی: $P(C) = \frac{128}{256} = \frac{1}{2} = 0,5$

د دې لپاره احتمالوالی، چې لومړۍ او اخرنۍ تیګه همغه رنګ لري.
دویم – مودل : نامنظم نمونه ازمایښت بې له بېرته وراچونې سره.

یا د یو حل اخستنې سره.

د دې لپاره امکانات چې له خلتې درې غونداري له ټولیزه لس غونډارو څخه را وه وستل شي دی:

$$\binom{10}{3} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 120$$

- چې ټیک یو شین غونډاری د ټولو دوه غونډارو څخه راوه وستل شي او دوه غونډاري د دې نورو اته غونډارو څخه ر وه وستل شي دی:

$$\binom{2}{1} \cdot \binom{8}{2} = 2 \cdot \frac{8 \cdot 7}{2 \cdot 1} = 56$$

داد امکاناتو تعداد دی، د A د رامنځته کېدو لپاره.

(c) ketabton.com: The Digital Library

له دې سره

$$P(A)=\frac{\binom{2}{1}\cdot\binom{8}{2}}{\binom{10}{3}}=\frac{56}{120}=\frac{7}{15}\approx 0,467$$

احتمالوالی دی، چې ټیک یو شین غونډاری را وه وستل شي.

دریم – - ژونګلوېر په درې ځایونو ولاړدی۵ په ګڼه یانمره شوي.

xxJxx د هر ې راوستنې سره کېدی شي په هر خوښه ځای کې رامنځ ته شي.

مودل : مرتبان د ۵ غونډار و سره له ۱ تر ۵ نمره شوي.

عدددونه ځایوه روکوي په هغه کې چې ژونګلوېر پروګرام لري. یو ځل وستنه په پروګرام کې ځای ټاکي، په کوم کې چې ژونګلوېر راځي.

له دې سره دی

$$P(A)=\frac{1}{5}=0,2$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ژونګلوېر   په دریم ځای کې راځي. په همدې احتمالوالي سره به دا په یوه خوښه ځای کې هم راشي.

- ژونګلوېر په بای کې نه راځي. دا په دې معنا چې هغه په 3 ,.2 ,.1   او 4 ځای کې ولاړ وی. د احتمالوالي لپاره دد جمعي جملې له مخې باور لري:

له دې سره دی:

$$P(B)=\frac{1}{5}+\frac{1}{5}+\frac{1}{5}+\frac{1}{5}=\frac{4}{5}=0,8$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ژونګلوېر په اخر ځای کې نه راځي.

څلورم - مودل : نامنظم نمونه ازماېښت نه بېرته اېښوولو سره .

(c) ketabton.com: The Digital Library

n = 10 برېښنا ګروپونه، له دې څخه 2 زيانمنې او درې تصادفي راوستل کيږي. د يوه پ څخه چې له لسو ګروپونو څخه تصادفي درې راوستل کيږي د دی:

$$\binom{10}{3} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 120$$

- ټول درې ګروپونه سالم يا ټيک دي. له اتو سالمو څخه ګروپونو څخه درې وټاکو درې له اتو دی.

له دې سره د A لپاره امکانات دي :

$$\binom{8}{3} = 56$$

له دې سره دی:

$$P(A) = \frac{56}{120} = \frac{7}{15} \approx 0{,}4\overline{6}$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې درې سالم ګروپونه وټاکو..

- ټيک يو ناسالم دی. د اتو سالمو ګروپونو څخه دوه او له دوه ناسالمو ګروپونو څخه يو راوستل کيږي.

د لپاره امکانات دي:

$$\binom{8}{2} \cdot \binom{2}{1} = \frac{8 \cdot 7}{2 \cdot 1} \cdot 2 = 56$$

له دې سره دی:

$$P(B) = \frac{56}{120} = \frac{7}{15} \approx 0{,}4\overline{6}$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې له درې ټاکلو څخه يو ناسالم دی.

- ټيک دوه ګروپونه ناسالم دي. د اتو سالمو ګروپونو څخه يو او له دوه ناسالمو څخه دوه راوستل کيږي.

د C لپاره د امکاناتو تعداد دی:

$$\binom{8}{1} \cdot \binom{2}{2} = 8 \cdot 1 = 8$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

له دې سره دی: $P(C)=\frac{8}{120}=\frac{1}{15}\approx 0{,}0\overline{6}$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې له درې ټاکلو ګروپونو څخه دزوه ناسالم دي.

xx-

پنځم – مودل : منظم نمونه ازماېښت د بیرته ور اچونې سره.

د دې لپاره امکانات چې اته کسانو په 12 میاشتو ووېشو 12^8 دی.(له مرتبان څخه ۱۲ مختلف غونډارو راوستنه د بیرته وراچونې سره).

- له اته کسانو څخه لږ تر لږه دوه کسان په همغه میات کې زیږېدلي یا د زیږېداورځ لري. د برعکس یا په څټ پېښنه ده، چې ټول اته کسان په بېلا بېلو ورځ کې د زیږېدنې نېټه لري. اوس اته کسان په دولسو داسې وېشل کیږي، چې دوه وارتیا په کې منځ ته نه راځي.

له دې سره د $\overline{A}$ لپاره د امکاناتو تعداد دی:

$$\overline{A} = 12.11.10.9.8.7.6.5$$

له دې سره

$$P(\overline{A})=\frac{12\cdot 11\cdot 10\cdot 9\cdot 8\cdot 7\cdot 6\cdot 5}{12^8}\approx 0{,}0464$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ټول اته کسان په مختلفو میاشتوکې زیږېدلي دي.

$$P(A)=1-P(\overline{A})=1-\frac{12\cdot 11\cdot 10\cdot 9\cdot 8\cdot 7\cdot 6\cdot 5}{12^8}\approx 0{,}954$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې له اته کسانو څخه دوه په همغه میاشت کې د زیږدنې نېټه لري.

شپږم – مودل : نامنظم نمونه ازماېښت د نه بیرته اچونې سره

یا د یوځل سره وېستنه

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دې لپاره امکانات چې له ټولو ۱۵ غونډارو څخه چې په مرتبان کې دي درې راووستل شي دي:

$$\binom{15}{3} = \frac{15 \cdot 14 \cdot 13}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 455$$

- ټیک دوه شنه غونډاري راوستل کيږي.

د دې لپاره امکانات چې ۲ شنه غونډاري له ټول ۴ غوندارو څخه اویوه د نورو ټول ۱۱ غونډارو دنورو رنګونو راووستل شي دی:

$$\binom{4}{2} \cdot \binom{11}{1} = \frac{4 \cdot 3}{2 \cdot 1} \cdot 11 = 66$$

د دA د رامنځ ته کېدو لپاره احتمالوالی تعداد دی.

له دې سره

$$P(A) = \frac{\binom{4}{2} \cdot \binom{11}{1}}{\binom{15}{3}} = \frac{66}{455} \approx 0{,}145$$

د دې لپاره احتمالوالی دی،چې ټیک دوه شنه غونډاري راوستل کيږي.

- هیڅ شین غونډاری راوستل کيږي یا کوم شینغوډاری نه روستلکيږي..

د دې لپارهامکانات چې له ټول ۴ غونډارو څخه 0 غونډاری اودرې د نورو رنګونو د ټولو ۱۱ غونډارو څخه راوه سوتل شي دی:

$$\binom{4}{0} \cdot \binom{11}{3} = 1 \cdot \frac{11 \cdot 10 \cdot 9}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 165$$

د دا د پيښېدو لپاره دامکانتو تعداد دی.

له دې سره

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P(B)=\frac{\binom{4}{0}\cdot\binom{11}{3}}{\binom{15}{3}}=\frac{165}{455}\approx 0,363$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې شین غونډاری نه راستل کیږي.

اوم - په لوبه کې اته کسانونډه اخلي. له هر واره وروسته یو وحي. له لومړي وار وروسته اته امکانات شتون لري، د دویم وروسته اوه امکانات او همداسې ورپسې، چې یو له ونډې وځي. له دې سره د امکاناتو تعداد دی:

$$8\cdot7\cdot6\cdot5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1=8!=40.320$$

- لاروی اخر پاتېدي.

xxxxxxxL د امکاناتوتعداددی، اوه کسان په اوه ځایونو ووېشو او لاروی اخر ځای ونیسي !7 دی.

د دې سره دA لپاره ا د امکاناتو تعداد دی:7!.1

له دې سره

$$P(A)=\frac{7!\cdot1}{8!}=\frac{1}{8}=0,125$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې لاروی اخر ته پاتیږي.

- ا انا او وارثه په اخر نوبت کې سره پاتې دي.

xxxxxxxAV یا xxxxxxVA

د دې لپاره د امکاناتوتعداد چې شپږ کسان په شپږو ځایونواو دوه کسان په دوه ځایونو ووېشو!6 ضرب !2 دی.

د B لپاره د امکاناتو تعداد دی :!2 . !6.
له دې سره دی:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P(B) = \frac{6! \cdot 2!}{8!} = \frac{2}{8 \cdot 7} = \frac{1}{28} \approx 0,0357$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې انا او وارثه اخر وار په مقابله کې وي..

اتم – 10 پوښتنې د درې ممکنه ځوابونو سره.

د دې لپاره امکانات چې له 10 پوښتنو هر درې ممکنه ځوابونه ورکړلشي 3^{10} ډی. (مرتبا له درې مختلفو غونډارو سره 10 ځله له له بېرته وراچوني سره راوستل کیږي)

- ټول ځوابونه ناټیک یا غلط دي.

د دې 10 پوښتنو سره دوه امکانات شته چې ناټیک چلیپا شي.

دA لپاره د امکاناتوتعداد2^{10} دی.

له دې سره ه

$$: P(A) = \frac{2^{10}}{3^{10}} = \left(\frac{2}{3}\right)^{10} \approx 0,0173$$

د دې لپاره امکاناتدي، چې ټولې پوښتنې نتیک چلیپا شي.

- لومړي ۵ ځابونه ټیک او احرني ۵ ځوابونه ناټیک چلیپا شوي.

د لومړی ۵ پوښتنو لپاره هر ځل یوه او اخرو ۵ پوښتنولپاره هر ځل دوه د چلیپا امکانات شته.

د B لپاره د امکاناتوتعداد دی:6!-2!

له دې سره دی:

$$P(B) = \frac{6! \cdot 2!}{8!} = \frac{2}{8 \cdot 7} = \frac{1}{28} \approx 0,0357$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې لومړی پوښتنې ټیک چلیپا شوي دي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

- ټيک نيمايي پوښتنې سمې چليپا شوي دي.

د دې لپاره چې ۵ سم ځواب شوې پوښتنې په پوښتنو و پوشو، $\binom{10}{5}$ امکانات شته.

هر يو ځانله احتمالوالی Bلري،

له دې سره دی: $P(C) = \binom{10}{5} \cdot \frac{1^5 \cdot 2^5}{3^{10}} = 252 \cdot \frac{2^5}{3^{10}} \approx 0,137$

د دې لپاره احتمالوال دی، چې نيمې ټيک يا سمې ځواب شي.

- ۴ ځابونه سم دي او ۶ ناسم يا ناټيک.

د دې لپاره امکانات چې ۴۳ پوښتنې په ۱۰ وه وېشل شيدی :

د هر ۶ ناسم چليپا شوو پوښتنو لپاره ۲ امکانات شته دی.

دا امکاناتدي.

د امکاناتو لپاره تعداددی:

له دې سره

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ۴ پوښتنې سمې چليپا شوې دي.

د دې لپاره احتمالوالی چې ۴۳ پوښتنې په ۱۰ ووېشو دی: $\binom{10}{4} = 210$

په هر ۶ چليبا شوو پوښتنو سره ۲ امکانات شتون لري.

دا 2^6 امکانات دي.

د fpr D لپاره امکانت دي: $\binom{10}{4} \cdot 2^6 = 210 \cdot 2^6$

(c) ketabton.com: The Digital Library

له دې سره دی: $P(D) = \frac{210 \cdot 2^6}{3^{10}} \approx 0,228$

د دې لپاره ا حتمالوالی، چې ۴ پوښتنې تیک چلیپا شوي.

نهم – ANANAS : د ۶ تورو د تنظیم لپاره د !6 امکاناتو تعداد دی.

- بdرته دا لغات ANANAS منځ ته راځي.

دA لپاره د امکاناتو تعداد :3.2.1

د N لپاره 2.1:

د S لپاره:1

د A لپاره د امکاناتو تعداد دی:

3.2.1.2.1.1=12

له دې سره دی: $P(A) = \frac{12}{6!} = \frac{1}{60} = 0,01\overline{6}$

د دې لپاره احتمالوالی دی،چې له ګډولو یا ښورولو ورسته بېرته دا لغات ANANAS منځ ته راځي.

- د تورو کمبینیشن د AAA سره پیل کیږي یعني AAAxxx

د A لپاره دامکاناتو تعداد: 3.2.1

د x لپاره:3.2.1

د B لپاره د امکاناتو تعداد دی:3.2.1.3.2.1=36

له دې سره دی: $P(B) = \frac{36}{6!} = \frac{1}{20} = 0,05$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دې لپاره احتمالوال یدی،چې د ښوررولو یا ګډولو لپاره دښېرول روسته د AAA پیل توري جوړوي.

- یو لغات د یو پر بل پسې منځ تع راځي.
xxxAAAیا xxAAAx یا xAAAxx یاAAAxxx

$$P(C) = 4 \cdot P(B) = 4 \cdot \frac{1}{20} = \frac{1}{54} = 0,2$$

د دې لپاره امکاناتدي، چې د ښوررولو وروسته لغات د پرلپسې درېواره A سره منځ ته راځي.

پوښتنې

نمونه ازماېښت او د ګټلو ستراتیژي III

لومړی – په یوه مرتبان کې ټولټال ۱۴ برابرې لوېي کارتې پرتې دي، په کومو چې هرې یوې یو توری کښل شوی دی،

د تورو سره کوتئ	A	E	N	O	T
د کوتیو تعداد	1	4	5	1	3

لاندې تصادفي ازموینې ازمایل کیږي:

الف – له مرتبان څخه په یوه ځل دوه کارتې راوستل کیږي.

لاندې پېښې پېژندل (تعریف) شوي:

A - په دواړو کارتو همغه توري دي

B - دواړه راوستل شوې کارتې ثابتې دي.

د لاندې پېښو لپاره احتمالوالی وشمېرئ:

$$P(A);\quad P(B);\quad P(A \cup B);\quad P_B(A)$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

اوپه جمله بڼه ځواب ورکړئ.

ب – د ترتبان څخه یوپه بل پسې ۵ کارتې راوستل کیږي او په لړی یو پربل پسې اینول کیږي. د دې لپارع احتمالوالی څومره لوي دی، چې لغات TANNE منځ ته راشي؟

پ– ۵ کارتې په یوه ځل راوستل کیږي. د دې لپاره امتمالوالی څومره لوي دی، چې د راوستل شوو کارتو څخه دا لغات TANTE منځ ته راشي؟

ت – ینځ د لاندې لوبې وړاندیز کوي:

د یوه مرتبان څخه په یو وار درې کارتې راوستل کیږي. د لاندې جدول له مخې شمېرل کیږي.

بیسې ورکونه	راوستلي توري له لاندې سره
1€	۱ غبرلرونکی
7 €	۲ غبرلرونکي
21€	۳ غبرلرونکي
28 €	E,E,E

شرط باید څومره وي، چې دا لوبه عادلانه یا منساب وي؟

ټ – د یوه مرتبان څخه په یو وار دوه کارتې راوستل کیږي.

ټ ۱ – د دې لپاره احتمالوالی وشمېرئ، چې راوستل شوې کارتې وکال یا کونسونانت دي.

ټ ۲ –ې څومره نور کارتې باید مرتبان کې واچول شي، چې د (1) لاندې احتمالوالی 0,5 شي؟

ځوابونه

(c) ketabton.com: The Digital Library

نمونه ازماېښت او د ګڼلو ستراتيژي III

مفصل حلونه

لومړی – مرتبان په ټوليزه توګه ۱۴ توري لري:

$$1\cdot A \quad 4\cdot E \quad 5\cdot N \quad 1\cdot O \text{ und } 3\cdot T$$

A په دې معنا چې $EE \vee NN \vee TT \Rightarrow P(A) = P(EE) + P(NN) + P(TT)$

$$P(A) = \frac{\binom{4}{2}}{\binom{14}{2}} + \frac{\binom{5}{2}}{\binom{14}{2}} + \frac{\binom{3}{2}}{\binom{14}{2}} = \frac{19}{91} \approx 0{,}209$$

ډ دې لپاره احتمالوالی، چې په دواړو کرتو برابر توري دي0,209 دی.

د دې معنا ده

B په دې معنا چې $NN \vee TT \vee NT \Rightarrow P(B) = P(NN) + P(TT) + P(NT)$:

$$P(B) = \frac{\binom{5}{2}}{\binom{14}{2}} + \frac{\binom{3}{2}}{\binom{14}{2}} + \frac{\binom{5}{1}\cdot\binom{3}{1}}{\binom{14}{2}} = \frac{28}{91} = \frac{4}{13} \approx 0{,}307$$

دد دې لپاره احتمالوالی، چې دواړو کارتو تور کونزونانت دي 0,307 دی.

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \ \text{ mit } A \cap B = NN \vee TT$$

$$P(A \cap B) = \frac{\binom{5}{2}}{\binom{14}{2}} + \frac{\binom{3}{2}}{\binom{14}{2}} = \frac{13}{91} \Rightarrow P(A \cup B) = \frac{19}{91} + \frac{28}{91} - \frac{13}{91} = \frac{34}{91} \approx 0{,}374$$

د دې لپاره احتمالوای، چې برابرې يا کونزونانت دي 0,374 دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P_B(A) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{13}{91} : \frac{28}{91} = \frac{13}{28} \approx 0,464$$

که پوهيږو، چې په دواړو کارتو توري کونزونانت دي، نو د دې لپاره احتمالوالی ، له دې امل چې بربر ه لر و توري لرو 0,464 دی.

ب – ۵ کارتې چې په ترتيب شي نو لغات TANNE جوړوي.

$$P(TANNE) = \frac{3}{14} \cdot \frac{1}{13} \cdot \frac{5}{12} \cdot \frac{4}{11} \cdot \frac{4}{10} = \frac{1}{1001} \approx 0,001$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې لغات منځ ته راشي نږدې 0,001 دی.

پ –۵ کارتې په يوه وار.

اړتيا شته: $TT \wedge A \wedge N \wedge E$

$$P(TANTE) = \frac{\binom{3}{2} \cdot \binom{1}{1} \cdot \binom{5}{1} \cdot \binom{4}{1}}{\binom{14}{5}} = \frac{30}{1001} \approx 0,03$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې دا لغات منځ ته راشي نږدې 0,03 دی.

ت – د دې ۱۴ کارتو څخه ۶ وکال دي او ۸ کونزونانت.

دد تصادفي پيښې ارزښت X دی:

	1 Vokal	2 Vokale	3 Vokale ohne EEE	EEE	kein Vokal
$X = x_i$	1	7	21	28	0

د دې احتمالوالی دی:

$$P(X = x_1) = \frac{\binom{6}{1} \cdot \binom{8}{2}}{\binom{14}{3}} = \frac{42}{91}$$

د ۱ غږلرونکي او ۲ کونسونانت لپهاره

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P(X=x_2)=\frac{\binom{6}{2}\cdot\binom{8}{1}}{\binom{14}{3}}=\frac{30}{91}$$

د ۲ غږلرونکي او ۱ کونسونانت لپهاره

$$P(X=x_4)=\frac{\binom{4}{3}}{\binom{14}{3}}=\frac{1}{91}\text{ für EEE}$$

$$P(X=x_3)=\frac{\binom{6}{3}}{\binom{14}{3}}-\frac{1}{91}=\frac{4}{91}\text{ für 3 Vokale ohne EEE}$$

$$P(X=x_5)=\frac{\binom{8}{3}}{\binom{14}{3}}=\frac{14}{91}\text{ für 3 Konsonanten}$$

د تصادفي واريابلې احتمالوالى او د انتظارارزښت شميرنه:

$X=x_i$	0	1	7	21	28
$P(X=x_i)$	$\frac{14}{91}$	$\frac{42}{91}$	$\frac{30}{91}$	$\frac{4}{91}$	$\frac{1}{91}$

$$E(X)=\sum_i x_i\cdot P(X=x_i)=0\cdot\frac{14}{91}+1\cdot\frac{42}{91}+7\cdot\frac{30}{91}+21\cdot\frac{4}{91}+28\cdot\frac{1}{91}=\frac{364}{91}=\underline{\underline{4}}$$

د 4 € د لوبې پيل سره دا لوبه عادلانه fair ده.

ټ –

ټ۱- 6وکال او 8کونزونانت په مرتبان کې شتون لري.

$$P(VV\vee KK)=P(VV)+P(KK)=\frac{\binom{6}{2}}{\binom{14}{2}}+\frac{\binom{8}{2}}{\binom{14}{2}}=\frac{\binom{6}{2}+\binom{8}{2}}{\binom{14}{2}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ټ۲- که x وکالونه ورته ریشي، نو د وکالونو د تعداد لپاره باور لري. 8 + x

Mit $P(VV\ vKK) = 0,5$ gilt:

$$P(VV\ vKK) = \frac{\binom{6}{2} + \binom{8+x}{2}}{\binom{14+x}{2}} = \frac{\frac{6\cdot 5}{2\cdot 1} + \frac{(8+x)\cdot(7+x)}{2\cdot 1}}{\frac{(14+x)\cdot(13+x)}{2\cdot 1}}$$

$$= \frac{30 + (8+x)\cdot(7+x)}{(14+x)\cdot(13+x)} = 0,5$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 3x - 10 = 0 \Leftrightarrow \underline{\underline{x_1 = -5 \wedge x_2 = 2}}$$

باید ۲ کارتي کونزونانت ته ورزیاتي شي. که دا برابره نتیجه (P = 0,5) لاس ته راشي، که له دې ۵ کونزونانت لرې شي.

لسم – تصادفي واریابلې، احتمالوالي وېشنه، انتظار ارزښت.

پیلبیلګه:

دوه سترګیزې داني(یوه شنه او بله اسماني 400 ځله غورځولکیږي. د هرې یوې نتیجې دېروالی په یوه جدولکې په لیست کیږي.

هر اعدادو جوړه (6 | 6) ... (1 | 1) کیدی شي د هغو سترګیو جمعه باندې تنظیم شي.

د سترګیو د جمعې نسبي دېروالی دي د دې درامنځته کیدود احتمالوالي سره پرتله شي.

دا شي ځان نیونه دې په یوه جدول او یوه مټه یا ستندیاګرام کې انځور شي.

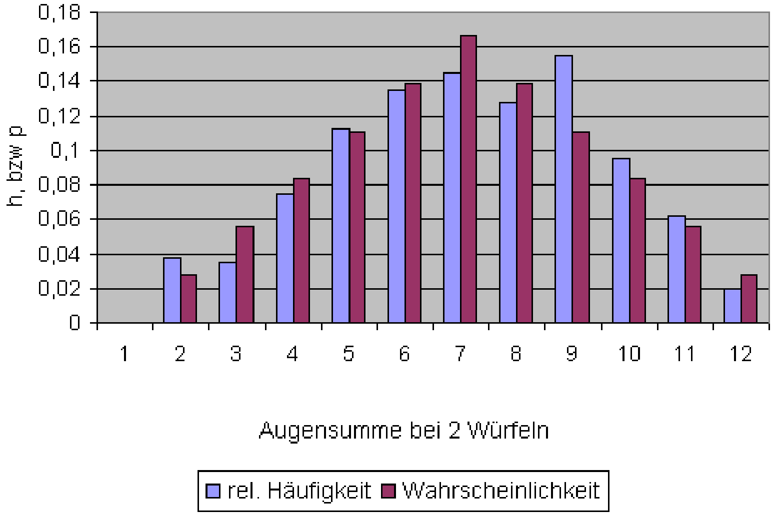
grüner Würfel	blauer Würfel ⚀	⚁	⚂	⚃	⚄	⚅
⚀	15	9	12	13	12	11
⚁	5	8	11	11	9	15
⚂	10	9	14	10	10	17
⚃	12	7	9	7	17	15
⚄	10	14	7	13	9	14
⚅	5	12	15	14	11	8

جدول: له کېڼ ښی لور ته د الماني پښتو:د سترګیو جمعه،اړونده نتیجه،مطلق دېروالی،نسبي دېروالی،

(c) ketabton.com: The Digital Library

Augen summe	zugehöriges Ergebnis	abs. H	rel. h	P(X)
2	(1|1)	15	0,0375	$\frac{1}{36} \approx 0{,}028$
3	(1|2);(2|1)	14	0,035	$\frac{2}{36} \approx 0{,}056$
4	(1|3);(2|2);(3|1)	30	0,075	$\frac{3}{36} \approx 0{,}083$
5	(1|4);(2|3);(3|2);(4|1)	45	0,1125	$\frac{4}{36} \approx 0{,}111$
6	(1|5);(2|4);(3|3);(4|2);(5|1)	54	0,135	$\frac{5}{36} \approx 0{,}139$
7	(1|6);(2|5);(3|4);(4|3);(5|2);(6|1)	58	0,145	$\frac{6}{36} \approx 0{,}167$
8	(2|6);(3|5);(4|4);(5|3);(6|2)	51	0,1275	$\frac{5}{36} \approx 0{,}139$
9	(3|6);(4|5);(5|4);(6|3)	62	0,155	$\frac{4}{36} \approx 0{,}111$
10	(4|6);(5|5);(6|4)	38	0,095	$\frac{3}{36} \approx 0{,}083$
11	(5|6);(6|5)	25	0,0625	$\frac{2}{36} \approx 0{,}056$
12	(6|6)	8	0,02	$\frac{1}{36} \approx 0{,}028$

د مټ،دیاګرام:



(c) ketabton.com: The Digital Library

د دوه ګوزارونو سره د سترګيو جمعه

نسبي ډېروالی د يوګونو سترګيو جمعې لپاره په ټوليزه توګه د احتمالوالي شمېرنې څخه ډېر قوي څنګ نه کوي(يعنې تفاوت يې زيات نه دی)

<u>توکلي متحولې يا</u> تصادفي متحوله(اووښتوني يا واريابله)

که دوه دانې سترګيز په همغه وخت کې وغورځول شي، نو نتيجه يې ده:

$$E = \{(1|1);(1|2);(1|3);....;(6|6)\}$$

که هره نتيجه د سترګيو جمعې باندې ترتيب شي يا تنظيم شی، نو يوه توکلی اووښتونې په باندې بڼه لاس ته راځي:

$$X(\{(1|1)\}) = 2 \qquad X(\{(1|3)\}) = 4 \qquad X(\{(6|3)\}) = 9$$

x=4 د نتيجې لپاره ليکو: د ستګيو جمعه 4 دی ، یuنې د {(1|3);(2|2); (3|1)} لپاره.

x=2 د نتيجې لپاره ليکو؛ د سترګيو زياتون 2 دی، يعنې د {(1|1)} لپاره.

توکلي متحولې:

د يوې توکلې تجربې توکلي متحولې يا اووښتونې X لانې يوفنکشن پوهيږو، کوم چې د نتيجه ډېری (سټ) Eهره نتيجه e_i په يوه عدد تنظيموي.

$X: \; e_i \to X(e_i)$ په ورته والي و تابع f ته د f:x->f(x) سره:

ديوې توکلې متحولې د ا رزښت جدول د دوه سترګيو غورځولو لپاره، چې د هغو دسترګيو ګڼون يا تعداد جمعه شي.(لاندې الماني: نتيجه)

Ergebnis	(1|1)	(1|2)	(2|1)	(1|3)	(2|2)	(3|1)	....	(5|6)	(6|5)	(6|6)
$X(e_i) = x_i$	2	3	3	4	4	4	....	11	11	12

(5|6)	(6|5)	(6|6)
11	11	12

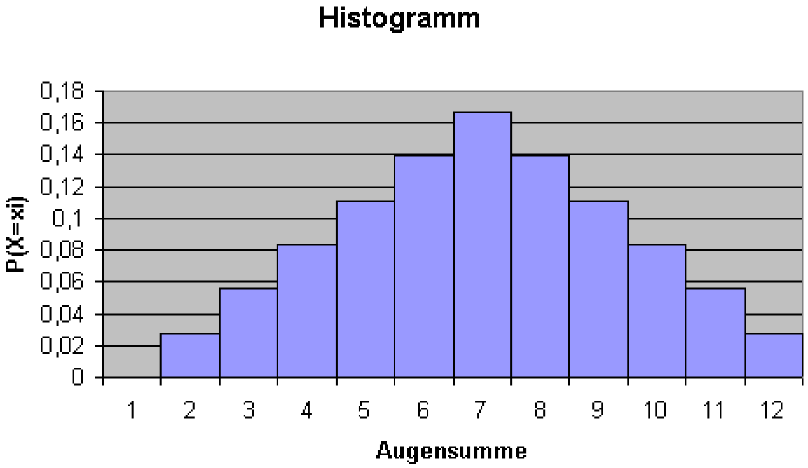
(c) ketabton.com: The Digital Library

Ergebnis	(1|1)	(1|2)	(2|1)	(1|3)	(2|2)	(3|1)	....	(5|6)	(6|5)	(6|6)
$X(e_i)=x_i$	2	3	3	4	4	4	....	11	11	12

د احتمالوالي وېشنه يا بڼه يې توټه كونه يا په برخو يا ټوټو وېشنه
كه د دوه ستركيو غورځولو سره د نتيجه د ستركيو د جمعي سره(باندې) تنظيم شي ، نو توكلي متحوله يا اووښتونې X منځ ته راځي.
كه د دې توكلي متحولي د هغې د احتمالوالي سره تنظيم كړي، نو يو احتمالواليويش (احتمالوالي فنكشن) منځ ه ارځي. د احتمالوالي وېشنه يا د توكلي لويې وېشنه كېدی شي سرې د يوه جدول له لارې او يوه هېستوگرام له لارې انځور كړي.
جدول :

x_i	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$P(X=x_i)$	$\frac{1}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{6}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{1}{36}$

هيستوگرام: د المانيښتو: هيستوگرام، د ستركيو زياتون يا جمعه



د احتمالوالي وېشنه يا په برخو توټه كونه:

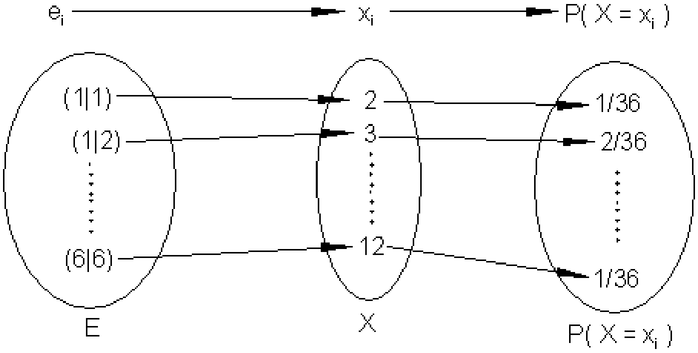
د تصادفي متحولې د يوه احتمالوالي وېشنې (احتمالوالي فنكشن يا تابع) f لاندې يو فنكشن fپوهيږود لاندې سره

$$f: x_i \rightarrow P(X=x_i)$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د فنکشن ارزښت $f(x) = P(X=x_i)$ د دې لپاره احتمالوالی راکوي، چې X ارزښت x_i نیسي یا غوره کوي.

د فنکشن یا تابع انځورونه د بېلګې په توګه ددوه دانوسترګیزو غور ځول، چې د هغو د سترګو جمعه تشکیلیږي.



د یوه احتمالوالي په برخېوته ونې انتظارارزښت

د احتمالوالي شمیرنې   د مرستې سره سړی غواړي د بېلګې په توګه د بختلوبو   د انتظار ګټې همداسې بایلښت اتظار په هکله ویناوې و کوي. داپوښتنه رامنځ ته کیږي: دزیات لوبو کونې سره په هره لوبه کې   د کومو وړنو انتظار کیدی شي؟

د لیدوړوالي لپاره موږ بیرته د دوه دانو سترګیو سترګو جمعې ته ځو. له دې کیدی شي یوه بختلوبه جوړه کړو، په هغه کې چې لاندې قوانین مطرح شي:
قانون: په یوه ګوزارونه یا اچونه کې د سترګیو جمعې لپاره په € ورکولکیږي. د لوبو خاوند طبعاً باید په دې هکله فکر وکړي، چې د لوبو په سر شرط باید څومره لوي وي، له کوم سره چې هغه تاوان ونه کړي. د دې لپاره باید دی پوه شي، چې کوم ارزښت دی باید په متوسطه توګه ورکړي،چې زیات کسان په لوبه احته وي. همدومره جګه باید د بیسو

x_i	$P(X=x_i)$	$x_i \cdot P(X=x_i)$
2	$\frac{1}{36}$	$2 \cdot \frac{1}{36} = \frac{2}{36}$
3	$\frac{2}{36}$	$3 \cdot \frac{2}{36} = \frac{6}{36}$
4	$\frac{3}{36}$	$4 \cdot \frac{3}{36} = \frac{12}{36}$
5	$\frac{4}{36}$	$5 \cdot \frac{4}{36} = \frac{20}{36}$
6	$\frac{5}{36}$	$6 \cdot \frac{5}{36} = \frac{30}{36}$
7	$\frac{6}{36}$	$7 \cdot \frac{6}{36} = \frac{42}{36}$
8	$\frac{5}{36}$	$8 \cdot \frac{5}{36} = \frac{40}{36}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

اینوونه یا شرط هم باید وي.

په ورته توګه لکه په تشریحي ستاتیستیک کې د یوه زیاتوالي دمنځ ارزښت جوړول صورت نیسي د پیسو د ورکړو ارزښت د هغه د منځ ارزښت سره د ضرب له لارې یو ارزښت جوړ کړي.

دا ار زښت د انتظار ارزښت بولو. زموږ د بېلګې لپاره دا د ارزښت 7 په معنا دی، چې د جګ تعداد لوبو کې په منځنی توګه دلوبې په سر 7 € تادیه یا ورکړل شي.

9	$\frac{4}{36}$	$9 \cdot \frac{4}{36} = \frac{36}{36}$
10	$\frac{3}{36}$	$10 \cdot \frac{3}{36} = \frac{30}{36}$
11	$\frac{2}{36}$	$11 \cdot \frac{2}{36} = \frac{22}{36}$
12	$\frac{1}{36}$	$12 \cdot \frac{1}{36} = \frac{12}{36}$
	Erwartungswert $E(X)$	$\frac{252}{36} = 7$

د لوبو خاوند باید لږ تر لږه یو د پیسو اینوونه 7 € و غواړي، چې تاوان ورته پېښ نه شي.

د بایللو پیسو ورکوني ارزښتونه د تصادفي متحولي X سره برابر دي د دې لاندې ارزښتونو سره :

2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12

اوس لوبه د لوبه کونکي له لید څېړو، چې د لوبې لپاره 7 € باې ورکړي یا کیږدي..

د هغه لپاره ګټه داسي شمېرل کیږي:

ګټه = په لوبه کې لا ست ه راوړې پیسې – دلوبې اینوولې پیسي

Gewinn = Ausspielung – Einsatz

ګټه تصادفی متحوله یا اووښتوني سره برابره ده، چې Y یې بولو، پس Y د دې لاندې ارزښتونو سره :

-5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5

(c) ketabton.com: The Digital Library

له دې سره د ګټې کېدی شي د انتظار ارزښت پيدا کړو.

$$E(Y) = -5\cdot\frac{1}{36} - 4\cdot\frac{2}{36} - 3\cdot\frac{3}{36} - 2\cdot\frac{4}{36} - 1\cdot\frac{5}{36} + 1\cdot\frac{5}{36} + 2\cdot\frac{4}{36} +$$

$$+3\cdot\frac{3}{36} + 4\cdot\frac{2}{36} + 5\cdot\frac{1}{36} = 0$$

د انتظارارزښت د ګټې لپاره 0 دی. داپه دې معنا چې په اوږده موده کې ياپه اوږده ليد لوبغاړی لوبه نه وړي يا نه ګټي. مګر دا يې بايلي هم نه. چانسونه برابر دي.

د X د انتظار ارزښت

که يوه تصادفي متحوله X ارزښت $x_1, x_2, \ldots x_n$ ولري ، نو

$$E(X) = x_1\cdot P(X = x_1) + x_2\cdot P(X = x_2) + \ldots + x_n\cdot P(X = x_n) =$$

$$= \sum_{i=1}^{n} x_i \cdot P(X = x_i)$$

دx انتظار ارزښت بلل کيږی.

په ياد ولره :

که $E(X) > 0$ وي، نو نودا لوبه د لوبه کوونکي لپاره مساعده ده (ګټوره) بلل کيږي.

که $E(X) = 0$ وي، نو دا لوبه عادلانه بلل کيږي.

که $E(X) < 0$ وي، نو دا لوبه د لوبه کوونکي لپاره نامساعده(ناعادلانه) بلل کيږي.

د انتظار ارزښت ته يادونې: د انتظا ارزښت دX انتظار منځ ارزښت سره د تصادفي ازمايښتونو په يوه لړی کې دی.
په دې ترڅ کې چې منځ ارزښت – د تشريحي ستاتيستيک څخه يوه لويه- په تېر وخت پورې اړه لري، کوم چې په نمونه ارزښت کې په ريښتوني رامنځ ته شوي دی، د انتی‌ار ارزښت يوع لويه تشريح کوي، چې په راتلونکې پورې اړه لري، نو يوه لويه چې د اوږده وخت لپاره يه هغې حساب کولی شو.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د $E(X)$ په ځای لیکلای شو μx یا لنډ μ

د $P(X=xi)$ په ځای Pi سړی هم لیکلای شي.

لکه په منځ ارزښتکې همداسې انتظار ارزښت کې هم په ډېرو حالتونو کې په هغو ارزښتونوپورې اړه نه لري، چې تصادفي پېښه يې نيولی شي.

بیلګه او تمرین

د یوه مسلکي ښوونځي په انګړ کې سره له دې چې اجازه نه لري کله کله یوه په زړه پورې بخت لوبه کیږي.

د لوبې قانون: د هرې لوبې په سر د بیسو اینوولو ارزښت 2 € دی.

لوبه کوونکی لومړی عددونه $1, 2, 3, \ldots, 6$ نیسي.

پسې درېواره د یو سترګی غورځوي.

که دا غوره شوي عدد را نه ووځی نو لوبه بايلل شوې.
که غوره شوی هدد يو ځل رامنځ ته شي، نو دی دا يو ايښول شوی ارزښت بيرته راکوي.

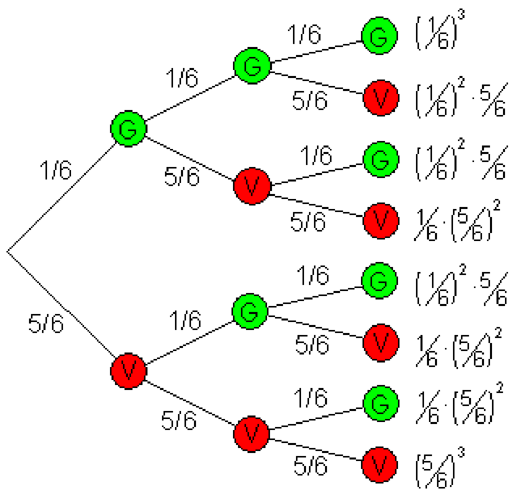
که دا غوره شوی عدد دوه واره راووځي،نو لوبه کوونکی د دې ايښول شوو پيسودوه برابره لاس ته راوړي.

که دا غوره شوی عدد دری واره راووځي،نو لوبه کوونکی د دې ايښول شوو پيسودرې برابره لاس ته راوړي

غوره پوښتنه، چې دلته رامنح کیږي داده، د ګټې د اټکل پوښتنه ده. په دې ټول زدهکوونکي (ن، ښ) غواړي وپوهيږي، او په رېښتونی هغه ، چې غواړي لوبه وکړي او هغه چې بانک لري(هغه ځوک چې لوبه مخ ته بیايي او نورو ټولو سره شرط کې دی).
دا پوښتنه د احتمالوالي شمېرنې سرهکېدی شي ځاب شي.

تصادفی متځوله X نغده ګټه ده، دا هغه ارزښت دی چې لوبه کوونکې ته ورکول کیږي، دا د 2 € په کمښت سره چې شرط يې اېښوولی.

(c) ketabton.com: The Digital Library



د درې پوړيزې ونې دياګرم او د تار قانون په مرسته سړى احتمالوالى د يوې بايليدنې يا همداسې يوې ګټنې لپاره شمېرې. باور لرې: ګټنه = G

بايلنه =V .

x_i	$P(X=x_i)$
−2	$\left(\frac{5}{6}\right)^3 \approx 0{,}5787$
0	$3\cdot\left(\frac{1}{6}\right)\cdot\left(\frac{5}{6}\right)^2 \approx 0{,}3472$
2	$3\cdot\left(\frac{1}{6}\right)^2\cdot\left(\frac{5}{6}\right) \approx 0{,}0694$
4	$\left(\frac{1}{6}\right)^3 \approx 0{,}00463$

د ګټلو چانس شمېرنه کې د تصادفي پېښې ارزښتونو د اړونده احتمالواليو سره ضربول او نتيجې يې سره جمعه کول.

x_i	$P(X=x_i)$	$x_i \cdot P(X=x_i)$
−2	$\left(\frac{5}{6}\right)^3 = \frac{125}{216}$	$-\frac{250}{216}$
0	$3\cdot\left(\frac{1}{6}\right)\cdot\left(\frac{5}{6}\right)^2 = \frac{75}{216}$	0
2	$3\cdot\left(\frac{1}{6}\right)^2\cdot\left(\frac{5}{6}\right) = \frac{15}{216}$	$\frac{30}{216}$
4	$\left(\frac{1}{6}\right)^3 = \frac{1}{216}$	$\frac{4}{216}$
	Mittelwert	$-\frac{216}{216} = -1$

شميرلى عدد1- دا وايي، چي به اوږده موده کې، يعني د لوبې د ډېر و تکرارونو به هره لوبه کې د 1 Euro د لوبه کوونکي لپاره د زيان انتظار دى. دا پيسې طبعاً بانک اخلي. له دې امله دا لوبه نا عادلانه بلل کيږي، ځکه چې د اړدې مودې ګټه اوزيان سره برابر ده يا په انډول کى دي.

ګټه او زيان به په يوه منځ ارزښت 0 کې په انډول کې وى. دا به بيا عادلانه لوبه وى. دا به د بيلګې په تګه د ګټنې جګوالي سره د رسېدو وى يا لاس ته راغلي وى.

(c) ketabton.com: The Digital Library

تمرین:

په پورته معرفي شوې سترګي لوبه کې د انتظار ارزښت E(X) = -1 وو.

پس لوبه عادلانه نه ده.

د یوه لوبهکوونکی لپاره پیسې اېښوونه باید څومره وي، چې دا لوبه عادلانه و بلل شي؟

د ګټې ورکونه دارزښت له امله برابره پاتې کیږي:

که هغه د شرط عدد را ونه ووځي،نو د پیسوورکونه € 0 ده.

که هغه د شرط عدد یو ځله را ووځي، نو د پیسو ورکونه(ګټونکي ته) € 2 دي.

که هغه د شرط عدد دوه ځله را ووځي، نو د پیسو ورکونه(ګټونکي ته) € 4 دي.

که هغه د شرط عدد درې ځله را ووځي، نو د پیسو ورکونه(ګټونکي ته) .€ 6 دي.

تمرین:

په لاتري لوبهکې هرلاتري ګټي.

د دولسم درس تمامېدو (بکلوریا) جشنکې باید هر یو له دې 50 برخه اخستونکو یوه لاتری واخلي.

لومړی جایزه د € 100 یو ارزښتلري، دویم د € 25 دریم د € 10 .

هر یو چې دا درجې یې ونه وځي یو د خوښی ارزښت € 1 اخلي.

دا لاتري باید څومره ګرانه وي، چې اخستنې او ورکونې برابرې وي؟

هره لاترې په € 5 خرڅیږي. دا خستلې پیسې یوې خریه ټولنې ته ورکولکیږي. دالاس ته راوړنه څومره لویه ده؟

تمرین :

یو مرتبان یو سور، یو تور او یو شین غونداری خوندي لري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

تر هغې د بېرته نه وراچونې سره يو غونډارى راوستل کيږي تر څو شين غونډارى ر ا ووستل شي.

که په لومړۍ وېستنه کې شين غونډارى را ووېستل شي، نو د لوبې ګټنه € 2 ده.

که په دويمه وېستنه کې شين غونډارى را ووېستل شي، نو د لوبې ګټنه € 1 ده.

که په دريمه وېستنهکې شين غونډارى را ووېستل شي، نو د لوبې ګټنه € 0 ده.

شرط باېد څومره وي، چې دالوبه عادلاه وي؟

ځوابونه:

تمرين: په پورته معرفي شوې سترګې لوبه کې د انتظار ارزښت E(X) = -1 وو.

پس لوبه عادلانه نه ده.

د يوه لوبهکوونکی لپاره پيسې اېښوونه بايد څومره وي، چې دا لوبه عادلانه و بلل شي؟

د ګټې ورکونه دارزښت له امله برابره پاتې کيږي:
که هغه د شرط عدد را ونه ووځي،نو د پيسوورکونه € 0 ده.
که هغه د شرط عدد يو ځله را ووځي، نو د پيسو ورکونه(ګټونکي ته) € 2 دي.
که هغه د شرط عدد دوه ځله را ووځي، نو د پيسو ورکونه(ګټونکي ته) € 4 دي.
که هغه د شرط عدد درې ځله را ووځي، نو د پيسو ورکونه(ګټونکي ته) .€ 6 دي.

حل(اوبی)

x_i	$P(X = x_i)$	$x_i \cdot P(X = x_i)$
0	$\left(\frac{5}{6}\right)^3 = \frac{125}{216}$	0
2	$3 \cdot \left(\frac{1}{6}\right) \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^2 = \frac{75}{216}$	$\frac{150}{216}$
4	$3 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^2 \cdot \left(\frac{5}{6}\right) = \frac{15}{216}$	$\frac{60}{216}$

لوبه هلته عادلانه ده، چې په اوږده ليد کې څومره پيسې چې لاس ته راځي همغومره بايد بېرته ګټونکو ته ورکړي.

ددې لپاره د ګټونو ته ورکونې انتظار ارزښت شمېرو

E(X) = 1 په دې معنادی، چې په يوه اوږد ليد يا موده کې په منځنۍ

(c) ketabton.com: The Digital Library

توګه € 1 د لوبې په سر ه ګټونو ته ورکړل شي.

د لوبې په سر د € 1 په شرط دا لوبه عادلانه ده

6	$\left(\frac{1}{6}\right)^3 = \frac{1}{216}$	$\frac{6}{216}$
	Erwartungswert $E(X)$	$\frac{216}{216} = 1$

انتظارارزښت

تمرين: په لاتري لوبه کې هرلاتري ګټي.

د دولسم درس تمامېدو (بکلوريا) جشنکې بايد هر يو له دې 50 برخه اخستونکو يوه لاتري واخلي.
لومړی جايزه د € 100 يو ارزښتلري، دويم د € 25 دريم د € 10 .

هر يو چې دا درجې يې ونه وځي يو د خوښی ارزښت € 1 اخلي.

دا لاتري بايد څومره ګرانه وي، چې اخستنې او ورکونې برابرې وي؟

هره لاتري په € 5 خرڅيږي. دا خستلې پيسې يوې خريه ټولنې ته ورکولکيږي. دالاس ته راوړنه څومره لويه ده؟

حل (اوبی)

انتظار ارزښت شمېرل کيږي:

$E(X) = 3{,}64$ په دې معنا دی، چې بايد هره لاتري € 3,65 قيمت ولري
د € 5 لاترې قيمت او 50 خرڅ شوي د لاترې ټکټونه دا لاندې يوه ګټه خوندي لري:

$50(5 - 3{,}64) = 68$ €

دا پيسې خيريه ټولنې ته ځي.

x_i	$P(X = x_i)$	$x_i \cdot P(X = x_i)$
100	$\frac{1}{50}$	$\frac{100}{50}$
25	$\frac{1}{50}$	$\frac{25}{50}$
10	$\frac{1}{50}$	$\frac{10}{50}$
1	$\frac{47}{50}$	$\frac{47}{50}$
	Erwartungswert $E(X)$	$\frac{182}{50} = 3{,}64$

انتظارارزښت

(c) ketabton.com: The Digital Library

تمرین : یو مرتبان یو سور، یو تور او یو شین غونډاری خوندي لري.

تر هغي د بېرته نه وراچوني سره یو غونداری راوستل کیږي تر څو شین غونډاری ر ا ووستل شي.

که په لومړی وېستنه کې شین غونداری را ووېستل شي، نو د لوبې ګټنه € 2 ده.

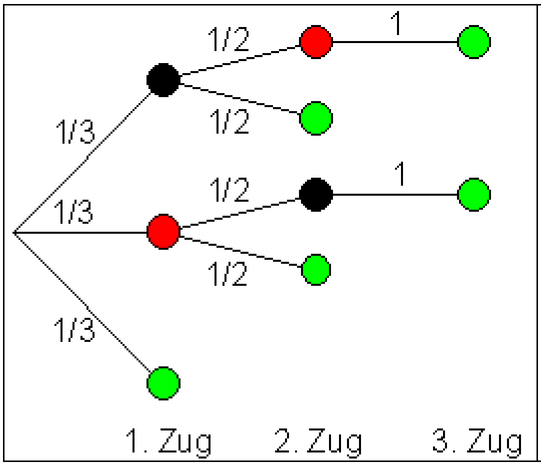
که په دویمه وېستنه کې شین غونداری را ووېستل شي، نو د لوبې ګټنه € 1 ده.

که په دریمه وېستنهکې شین غونداری را ووېستل شي، نو د لوبې ګټنه € 0 ده.

شرط باېد څومره وي، چې دالوبه عادلاه وي؟

حل : د درې پوړیز ونې دیاګرام او تار قانو په مرسته د دې لپاره احتمالوالی شمېرل کیږي،چې شین غونډاری راووځي.

د لاندې پښتو: له کیڼ وښي لور ته: غورځونه، نتیجې، بایلنه



Zug	Ergebnisse	P	Ausspielung X
1	(g)	$\frac{1}{3}$	2€
2	(sg);(rg)	$\frac{1}{6}+\frac{1}{6}=\frac{1}{3}$	1€
3	(srg);(rsg)	$\frac{1}{6}+\frac{1}{6}=\frac{1}{3}$	0€

$$E(X) = 2\cdot\frac{1}{3}+1\cdot\frac{1}{3}+0\cdot\frac{1}{3}=\underline{\underline{1}}$$

د لوبې پای انتظار ارزښت $E(X) = 1$ دی.

که دا یوه عادلانهلوبهوي، نو باید شرط هم € 1 وي.

پوښتنې

د ګنلویا شکېرلوستراتیزي ته نمونه ازماېښت I

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی ـ یو تصادفی جنریټر (د کود بیداکوونکی) یو له بل خپلواک 4 کورونه (څلور ارزښت ځایونه) له 0 تر 9 تولیدوي.

له تولېدوروسته دا ۴ – ځایز عدد په څېر په دیسپلې راڅرګندیږي. د لاندې پېښو لپاره احتماوالی څومره دی؟

A : ټول ارزښتځایونه ناجوړه یا طاق دي.

B : فقط ارزښتځایونه 0 او 1 مخ ته راځي یا رامنځ ته کیږي.

C : عدد یو ،،هنداره شوی،، عدد دی، داپه دې معنا چې لومړی اواخر او همداسې دویم اودریم عددونه برابر دي.

په یوه کټوري کې ۶ سره او ۴ سپین غړنډاری پراته دي. یو بل پسې ۵ غوډاري بې له بېرته وراچونې راوستل کیږي. د لاندې پېښو احتمالوالی څومره لوي دی؟

A : سړی فقط سره غونډاري راباسي.

B : سړی لومړی ټول سبین بیا یو سور غونډاری راباسی.

C : لومړی غونډار ی سپین دی

D : سړی رد بدل سپین او سور ِغونډاری راباسي.

دریم – په یوه مرتبان کې25 په ګڼه سمبال یا نمره شوې غونډاري (له 1 تر25 عددونه)براته دي. د مرتبان څخه په همغه وخت کې4 غونډاري راوستل کیږي. د لاندې پېښې، لپاره احتمالوالی څومره لوي دی؟

A : ټو عددونه په ۵ وېوړدي .

B : ټول عددونه جوړه دي

C : د ۴ عددونو جمعه(زیاتون) له ۱۲ کوچنیدی.

D : د څلورو عددونو ضرب ۱۲ دی.

څلورم - څلور ملګري سینما ته ځي. دوی په یوه قطار کې څنګ په څنګ ۴ نمره شوي ځایونه لري او کارتونه تصادفي وېشي. د لاندې پېښو احتمالوالی څومره لوي دی؟

A : س د وه د دوه ملګرو ترمنځ کیني B : س او ک دباندې لور ته کیني

(c) ketabton.com: The Digital Library

C : س ا ک ځنګ تر ځنګ کيني.

پنځم – په لوتو 6 له 49 څخه د 6, 5, 4, 3 تيکو لپاره احتمالوالی وټاکئ او ستاسو د تګلار ډول تشريح کړئ.

A: ۶ په لوتو کې تيک دي : ۵ په لوتو کې تيک دي.

ک ۴ په لوتو کې تيکدي : ۳ په لوتو کې تيکدي.

شپږم- د يوې غاړکۍ د اوبدلو لپاره سرې او شنې مرغلرې لرو. ۶ مرواري (مرغلري) پيېل کيږي. د لاندې پېښنو لپاره احتمالوالی څومره لوي دی، که رنګونه توکلي وټاکل شي؟

: سره مرغلره مخ ته نه راځي. : لومړې درې مرغلرې شنې دي.

: تل ردبدل سرې او شنې مرغلري منځ ته راځي.

اوم – د زيږدنې جشن کې د ۱۰ نجونو ترمنځ لومړۍ ، دويمه او دريمه جايزه ورکولکيږي. د لندې پېښنو احتمالوالی څومره لوي دی؟

: ا يوه لوم ړۍ ي يوه دويمه او ک يوه وريمه جايزه ګټي.

: ا، ي، ک هر ه يوه يوه جايزه ګټي .

: ا جايزه نه ګټي
: له دې درې نجونو ا، ي او ک هيڅ يوه جايزه نه ګټي.

اتم – په يوه کورس کې د ۱۲ هلکانو او ۱۳ ترمنځ ۵ ازاد کاتونه وېشل کيږي. د دې لپاره په ۲۵ کاغ ټوټو د نجونو او هلکانو نومونه ليکل کيږي او ۵ ټوټه ماغونه توکلي راوستل کيږي. د کوم ا حتمالوالي سره (4, 3, 2, 1, 0) , 5 ازادې کارتي نجونو(هلکانو) ته راوځي؟

: نجونو ته ۵ کارتې راوځي : نجونو ته ۴ ازادې کارتې راوځي.

: نجونو ته ۳ ازادې کاتې راوځي. : نجونو ته ۲ ازادې کارتې راوځي

: نجونو ته يوه ازاده کارته راوحي. : نجونو ته ازاده کارته نه راوځي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

نهم – د یوې ازموینې لپاره ۱۰ ممکنه موضوعګانې ټاکی کیږي. پهازموینه کې له دې څخه درې په ازموینه کې ازمایل کیږي. یو ازموینی له موضوع فقط ۶ له ۱۰ پوښتنو زده کوي. د لاندې نتیجو لپاره احتمالوالی څومره لوي دی؟

: ازموینې له دې درز موضوعاتو یوې ته هم چمتووالی نه لريي

: ازموینی درې موضوعاتو څخه یوه زدهکوړې.

: ازموینې له درې څخه د دوه موعاتو لپاره لپاره چمتوالی لري.

: ازموینې ټولو ټاکلو دریو موضواتو تیاری نیولی یا چمتووالی لري.

ځوابونه

نمونه ازماېښت او د شمېرلو ستراتیژي I

مفصل ځوابونه

اول –

مودل : منظم نمونه ازماېښت د بېرته وراچوني سره.

د ټولو امکاناتو تعداد: د څلورځایونو هر یوه لپاره 10 امکاناتشتون لري (له 0 تر 9) . له دې سره 10.000 عددونه انځورېدلای شي.

: ټول عددونه نجوړه دي .{ 9 ; 7 ; 5 ; 3 ; 1 } . د A لپاره امکانات 5^4 دي.

له دې سره دی

$$t\,P(A) = \frac{5^4}{10^4} = \frac{1}{16} = 0{,}0625$$

د دې لپاره احتمالوالی ، چې ټول عددونه ناجوړه دي.

: فقط عددونه 0 او 1 مخ ته راځي. { 1 ; 0 }. د امکاناتو تعداد د B لپاره 2^4 دی..

(c) ketabton.com: The Digital Library

له دې دی: $t\,P(B)=\frac{2^4}{10^4}=\frac{1}{625}=0{,}0016$

د دې لپاره احتکالوالی، چې فقط عددونه 0 او 1 مخ ته راځي.

: فقط هداره شوي عددونه مخ ته راځي. [xy|yx] . لومړی او اخر عدد ازاد ټاکل کیږي، له دې څخه دواړه نور لاس ته راځي. د C لپاره د امکاناتو تعداد 10^2 دی.

له دې سره

$$t\,P(C)=\frac{10^2}{10^4}=\frac{1}{100}=0{,}01$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې داښوولی عدد(ګڼ) یو هنداره شوی عدد(ګڼ) دی.

دویم –

مودل: منظم نمونه ازماېښت د نه (بې له) بېرته وراچوني سره.

۶ سره او ۴ سپین غونډاري $n = 10$ غونډاري راکوي. $k = 5$ ځله راوستل کیږي،بې له بېرته ور اچوني سره.

له دې سره د د امکاناتو تعداد $\frac{n!}{(n-k)!}=\frac{10!}{5!}=30.240$ دی.

: فقط سره غونډاري راوستل کیږي.

د A لپاره د راوستلو د ا مکاناتو تعداد دی $\frac{6!}{1!}=720$:

او له دې سره دی: $P(A)=\frac{720}{30.240}=\frac{1}{42}\approx 0{,}0238$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې فقط سره غونډاري راوستل کیږي.

: سرې لومړی ټول سپین غونډاري راباسي او بیا یو سور غونډاری.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د B لپاره د راوستنو امکانات دي: $\frac{4!}{0!} \cdot \frac{6!}{5!} = 4! \cdot 6 = 144$

او له دې سره : $P(B) = \frac{144}{30.240} = \frac{1}{210} \approx 0,00476$:

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې لومړی ټول سپین غنداري راوځي او بیا یو سور غنداری راوځي.

: لومړی غونداری سپین دی(دا به دې معنا چې .4 ,.3 ,.2 او 5 غونداري په خوښه دي).

د C لپاره د امکاناتو تعداد دی $4 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 = 12.096$:

له دې سره: $P(C) = \frac{12.096}{30.240} = \frac{2}{5} = 0,4$:

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې په لومړی راوستنه کې سپین غونداری راوځي.

: سړی رد بدل سبي او سور غنداری راباسي (wrwrw) یا (rwrwr) .

د D لپاره د امکاناتو تعداد دی:

$$4 \cdot 6 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 2 + 6 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 4 = 2160$$

او له دې سره : $P(D) = \frac{2160}{30.240} = \frac{1}{14} \approx 0,0714$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ردبدل سبین او سره غونداري راوستل کیږي.

دریم – مودل : نامنظم نمونه ازماېښت بې له بېرته وراچوني .
یا په یو ځل راوستنه.
دا پر ۵ وېشوني عددونه دي : 5, 10, 15, 20, 25
د دې لپاره د امکاناتو تعداد له ۲۵ غونډارو څخه چې ۴ غونداري وباسو دی:

$$\binom{25}{4} = \frac{25 \cdot 24 \cdot 23 \cdot 22}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 25 \cdot 23 \cdot 22 = 12.650$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دا د ټولو امکاناتو تعداد دی.

A : ټول عددونه په ۵ وېشوړدي:

د په ۵ وېشوړ عددونو تعداد(ګڼونو ګڼون) ۵ دی.

Alle Zahlen sind durch 5 teilbar.

د امکاناتو تعداد چې لهدې څخه ۴ وټاکو دی:

$$\binom{5}{4} = \frac{5\cdot4\cdot3\cdot2}{4\cdot3\cdot2\cdot1} = 5$$

دا د A د رامنځ ته کېدلو لپاره د امکاناتو تعداد دی. له دې سره

$$P(A) = \frac{\binom{5}{4}}{\binom{25}{4}} = \frac{5}{12650} = \frac{1}{2530} \approx 0{,}000.395$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ۴ عددونه راوباسو، چې په ۵ وېشوړ وي.

B : ټول عددونه چوه دي.

جوړه عددونه دي: 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24

د جوړه عددونوتعداد (ګڼون) ۱۲ دی.

د دې لپاره د احتمالوالي تعداد ، چې له دې څخه ۴ راباسو دی:

$$\binom{12}{4} = \frac{12\cdot11\cdot10\cdot9}{4\cdot3\cdot2\cdot1} = 495$$

دا د B د رامنځ ته کېدولپاره د امکاناتو تعداد دی. له دې سره دی:

$$P(B) = \frac{\binom{12}{4}}{\binom{25}{4}} = \frac{495}{12650} = \frac{99}{2530} \approx 0{,}0391$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ۴ جوړه عددونه راو وستل شي یا راوباسل شي.

C : د دې څلور عددونو جمعه(زیاتون) له 12 کوچنی ده:.

$1 + 2 + 3 + 4 = 10 < 12$

$1 + 2 + 3 + 5 = 11 < 12$

د پېښې C لپاره فقط دوه امکانات شتون لري. له دې سره

$$P(C) = \frac{2}{\binom{25}{4}} = \frac{2}{12650} = \frac{1}{6325} \approx 0{,}000.158$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ۴ عددونه راوباسل شي، چې جمعه یې له 12کوچنی وي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

D : د دې ۴ عددونو ضرب 12 دی.

د D لپاره د امکاناتو تعداد دی: $4\cdot6\cdot3\cdot5\cdot2+6\cdot4\cdot5\cdot3\cdot4=2160$

د دې سره دی: $P(D)=\frac{2160}{30.240}=\frac{1}{14}\approx0{,}0714$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ۴ عددونه راوه وستل شي، چې د هغو ضرب 12 وي.

څلورم – مودل : د k توکو نظم

د امکاناتو تعدادچې ۴ کسان په څلوروځایونو ووېشو !4 دی.

: س د دوه ملګرو تر منځ کيني.

هغه دوه امکانات لري: xSxx یاxxSx (دویم ځای یا دریم ځای)

درې ملګر ي !3 امکانات لري.

له دې سره د امکاناتو تعداد د A لپاره 12 = !2.3 دی.

له دې سره دی

$$P(A)=\frac{12}{24}=\frac{1}{2}=0{,}5$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې س او ک د دوه ملګرو ترمنځ کښيني.

B : س او ک دباندې لورو ته کيني.

SxxK یا KxxS س او ک دوه امکانات لري، دا دوه نور ملګري هم.

د دې سره د B لپاره امکانات 4=2.2 دي.

له دې سره

$$P(B)=\frac{4}{24}=\frac{1}{6}=0{,}1\overline{6}$$

.

د دې لپاره امکانات دي، چې س او ک د څنګونو لور ته کېني.

C: س او ک يو د بل ترڅنګ کېني.

SKxx KSxx xSKx xKSx xxSK xxKS دا ۶ امکانات دي

.

د نورو داړو لپاره ۲ امکانات شتون لري.

له دې سره د C لپاره د امکاناتو تعداد 12=6.2 دی.

له دې سره

$$P(C)=\frac{12}{24}=\frac{1}{2}=0{,}5$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې س او ک يو د بل ترڅنګ کېني.

پنځم – مودل : نامنظمې نمونه ازماېښتونه.

(c) ketabton.com: The Digital Library

یا په یوه وار وستنه
د دې لپاره امکانات په یوه ځل له چې له تولټال49 عددونو څخه چې 6 عددونه چلیپا شي دی:

$$\binom{49}{6} = \frac{49\cdot48\cdot47\cdot46\cdot45\cdot44}{6\cdot5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1} = 13.983.816$$

A : په لوتو کې ۶ تیک یاپه رښتیا راوځي.
د دې لپاره د امکاناتو تعداد چې ۶ عددونه له ۶ ګټونکو عددونو څخه چلیپا شي او 0 عدونه له 43 نا ګټونکو عددونو څخه دي دی:

$$\binom{6}{6}\cdot\binom{43}{0} = 1\cdot1 = 1$$

.

دا د A د رامنځ ته کېدو لپاره د امکاناتو تعداد دی.
له دې سره لرو:

$$P(A) = \frac{\binom{6}{6}\cdot\binom{43}{0}}{\binom{49}{6}} = \frac{1}{13.983.816} \approx 0{,}000.000.072$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ۶ ګټونکي عددونه چلیپا شوي دي. (۶ ګټونکي)
B : په لوتو کې ۵ تیک
له ټول ۶ ګټونکو عددونو څخه د ۵ عددونو تیک چلیپاکېدنه او چې ۱ عدد له 43 څخه ناګټونکی عدد دی چلیپا نه شي ، د امکاناتو تعداد دی:

$$\binom{6}{5}\cdot\binom{43}{1} = 6\cdot43 = 258$$

دا د B لپاره د رامنځ ته کېدو د امکاناتو تعداد دی.
له دې سره لرو:

$$P(B) = \frac{\binom{6}{5}\cdot\binom{43}{1}}{\binom{49}{6}} = \frac{258}{13.983.816} \approx 0{,}000.0185$$

دا د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ۵ ګټونکي عددونه]لیپا شوي(۵ تیک).
C : په لوتو کې ۴ تیک
د دې لپاره دامکاناتو تعداد، چې دټولو ګټونکو ۶ عددونو څخه ۴ ګټونکي عددونه چلیپا شي او ۲ عددونه له ۴۳ عددونو چلیپا نه شي دی:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\binom{6}{4}\cdot\binom{43}{2}=\frac{6\cdot5\cdot4\cdot3}{4\cdot3\cdot2\cdot1}\cdot\frac{43\cdot42}{2\cdot1}=13545$$

دا د C لپاره د رامنځ ته کېدو امکاناتو تعداد دی.

له دې سره

$$P(C)=\frac{\binom{6}{4}\cdot\binom{43}{2}}{\binom{49}{6}}=\frac{13545}{13.983.816}\approx 0{,}000.969$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ۴ ګټونکي عددونه چلیپا شوي دي(۴ ټیک)

D : په لوتو کې ۳ ټیک

د دې لپاره دامکاناتو تعداد، چې دټولو ګټونکو ۶ عددونو څخه ۳ ګټونکي عددونه چلیپا شي او ۳ عددونه له ۴۳ عددونو چلیپا نه شي دی:

$$\binom{6}{3}\cdot\binom{43}{3}=\frac{6\cdot5\cdot4}{3\cdot2\cdot1}\cdot\frac{43\cdot42\cdot41}{3\cdot2\cdot1}=246.820$$

دا د D د رامنځ ته کېدو لپاره د امکاناتو تعداد دی،

له دې سره

$$P(D)=\frac{\binom{6}{3}\cdot\binom{43}{3}}{\binom{49}{6}}=\frac{246.820}{13.983.816}\approx 0{,}0177$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ۳ ګټونکي عددونه چلیپا شي(۳ ټیک)

شپږم – مودل : منظم نمونه ازماېښت د بېرته وراچونې سره

د رنګ ټاکنه توکلي ده، دا په دې معنا، چې هر رننګ برابر احتمال لري.

د هرې مرغلرې لپاره درې رنګه په اختیار کې دي،

له دې سره د امکاناتو تعداد $3^6 = 729$ دی.

A: سره مرغلره مخ ته نه راځي. د امکاناتو تعداد چې فقط دوه رنګه راوه وستل شي دی:

$2^6 = 64$

د A لپاره د امکاناتو تداد دی: $2^6 = 64$

له دې سره

$$:P(A)=\frac{64}{729}\approx 0{,}0878$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې کومه مر غلره سره نه ده.

B: لومړۍ درې مرغلرې شنې دي.

له دې سره احرنۍ درې په خوښه ټاکل کېدی شي.

نو یو امکان د ggg لپاره او 3^3 امکانات د نورودریو لپاره .

د B لپاره د امکاناتو تعداد دی:27= $1.\ 3^3$

له دې سره

$$t\ P(B) = \frac{27}{729} = \frac{1}{27} \approx 0{,}0370$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې مرغلرې رد-بدل سرې او شنې دي.

C: مرغلرې رد-بدل سرې او شنې دي.

د دې لپاره دوه امکانات rgrgrg یاgrgrgr شتونلري.

د C لپاره د امکاناتو تعداد ۲ دی.

له دې سره

$$t\ P(C) = \frac{2}{729} \approx 0{,}00274$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې مرغلرې ردبدل سرې او شنې دي.

اوم – مودل : منظم نمونهازماېښت د نه (بې) بېرته وراچولو سره

د ټولو امکاناتو تعداد دی:

$$10 \cdot 9 \cdot 8 = 720$$

A: ا (لومړې جایزه) اي (دویمه جایزه)، ک (دریمه جایزه) .

د A لپاره د امکاناتو تعداد دی: ۱

$$P(A) = \frac{1}{720} \approx 0{,}00139$$

له دې سره دی:

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ا لومړۍ جاېزه، اي دویمه جایزه او ک دریمه جایزه ګټي.

B: ا، اي اوک هر یو یوهجاېزه ګټي.

د B لپاره د امکاناتو تعداد6 = !3 دی.

له دې سره

$$P(B) = \frac{6}{720} = \frac{1}{120} \approx 0{,}00833$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ا، اي او ک هر یوه =اېزه ګټي.

C: ا جاېزه نه ګټي. د C لپاره احتمالوالی دی: 9.8.7

له دې سره

$$t\ P(C) = \frac{9 \cdot 8 \cdot 7}{720} = \frac{7}{10} = 0{,}7$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ه جاېزه نه ګټي

D: له دې درې نجونو څخه کونه یوه جاېزه نه ګټي.

د D لپاره احتمالوالی دی:

له دې سره

$$P(D)=\frac{210}{720}=\frac{7}{24}=0,293$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې له دې درې نجونو څخه کومه یوه جاېزه نه ګټي.

7.6.5 = 210

اتم -

مودل : نامنظم نمونه ازماېښت بې لهبېرته وراچونې.

یا پخ یوه ځل راوستنه.

د امکاناتو تعداد چې ۵ پاڼې له ټولو ۲۵ پاڼو څخه راوباسو دی:

$$\binom{25}{5}=\frac{25\cdot 24\cdot 23\cdot 22\cdot 21}{5\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}=53.130$$

A: ۵ پاڼې نجونو ته ځي (0 پاڼې هلکانوو ته)

د دې لپاره د امکاناتو تعداد چې ۵ پاڼې له ټولو ۱۳ پاڼو د نجونو د نومونو سره راووځي او0 پاڼې له ټولو ۱۲ پاڼو د هلکانو په نامه راووځي دی.:

$$\binom{13}{5}\cdot\binom{12}{0}=\frac{13\cdot 12\cdot 11\cdot 10\cdot 9}{5\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}\cdot 1=1287$$

دا د A د منځ ته راتګ لپاره د امکاناتو تعداد دی.

له دې سره

$$P(A)=\frac{\binom{13}{5}\cdot\binom{12}{0}}{\binom{25}{5}}=\frac{1287}{53130}\approx 0,0242$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ټولې ۵ ازاد ټکټونه نجونو ته ورکول کېږي

B: ۴ ټکټونه نجونو ته وځي(۱ ټکټ هلکانو ته).

د امکاناتو تعداد چې له ټولو ۱۳ کارتو څخه ۴ کارتې دد نجونوو پهنامه راووځي او ۱ ټکټ له ټولو ۱۲ ټکټونو څخه د هلکانو په نامه را ووځي دی:

$$\binom{13}{4}\cdot\binom{12}{1}=\frac{13\cdot 12\cdot 11\cdot 10}{4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}\cdot 12=8580$$

دا د B د رامنځ ته کېدو لپاره د امکاناتو تعداد دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

له دې سره

$$P(A)=\frac{\binom{13}{4}\cdot\binom{12}{1}}{\binom{25}{5}}=\frac{8580}{53130}\approx 0,161$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ۴ ازاده کارتې یا مفتي کارتې نجونو ته او ۱ ازاده کارته هلکانو ته رسيږي.

C: ۳ کارتې نجونو نجونو ته رسيږي(۲ هلکانوو ته)

د ا مکاناتو تعداد چې ۳ پاڼې له ټولټال ۱۳ پاڼو د نجونو د نومونو سره را وه وستل شي او ۲ پاڼې د ټولټال ۱۲ پاڼو د هلکانو د نامه سره را باسل شي دی: :

$$\binom{13}{3}\cdot\binom{12}{2}=\frac{13\cdot12\cdot11}{3\cdot2\cdot1}\cdot\frac{12\cdot11}{2\cdot1}=18867$$

دا د C د رامنځ ته کېدولپاره د امکاناتو تعداد دی.

له دې سره

$$P(C)=\frac{\binom{13}{3}\cdot\binom{12}{2}}{\binom{25}{5}}=\frac{18876}{53130}\approx 0,355$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ۳ ازاده یا مفتي کارتې نجونو ته او دوه ازادې کارتې هلکانو ته ورکولکيږي.

D: ۲ پاڼې نجونو ته ورکولکيږي(۳ همکانو ته)

د امکاناتو تعداد چې ۲ کارتې له ټولټال ۱۳ کارتو د نجونو نومونو سره را ووځي او ۳ پاڼې له ټولټال ۱۲ پاڼو څخه د هلکانو نومونو سره راووستل شي دی:

$$\binom{13}{2}\cdot\binom{12}{3}=\frac{13\cdot12}{2\cdot1}\cdot\frac{12\cdot11\cdot10}{3\cdot2\cdot1}=17160$$

دا د D د رانمنځ ته کېدو لپاره د امکاناتو تعداد دی.

له دې سره

$$P(D)=\frac{\binom{13}{2}\cdot\binom{12}{3}}{\binom{25}{5}}=\frac{17160}{53130}\approx 0,323$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ۲ مفتي کارتې نجونو او ۳ مفتې کارتې هلکانو ته په لاس ورځي.

E: د امکاناتو تعداد چې ۱ کارته له ټولټال ۱۳ کارتو د نجونو په نامه راوځي او ۴ کارتې له ټولټال ۱۲ کارتو څخه د هلکانو په نامه راوځي دي:

$$\binom{13}{1}\cdot\binom{12}{4} = 13\cdot\frac{12\cdot 11\cdot 10\cdot 9}{4\cdot 3\cdot 2\cdot 1} = 6435$$

دا د E د رامنځ ته کېدو لپاره دامکاناتو تعداد دی.
له دې سره

$$P(E) = \frac{\binom{13}{1}\cdot\binom{12}{4}}{\binom{25}{5}} = \frac{6435}{53130} \approx 0{,}121$$

د دې لپاره احتمالواليدی، چې ۱ ازاده کارته نجونه ګټي او ۴ ازاده کارتې همکانو ته ځي.

F: 0 پانه نجونو ته ورکول کيږي(۵ هلکانو ته)
د دې لپاره احتمالوالی چې 0 پانه له ټولټال ۱۳ پانو څخه د نجونو په نامه راوځي او ۵ پانې له ټولټال ۱۲ پانو څخه دهلکانو په نامه راوځي دی:

$$\binom{13}{0}\cdot\binom{12}{5} = 1\cdot\frac{12\cdot 11\cdot 10\cdot 9\cdot 8}{5\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1} = 792$$

دا د F د رامنځ ته کېدو لپاره د امکاناتوتعداد دی.
له دې سره

$$P(F) = \frac{\binom{13}{0}\cdot\binom{12}{5}}{\binom{25}{5}} = \frac{792}{53130} \approx 0{,}0149$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې 0 ازاده کارتې نجونو ته او ۵ ازاده کارتې هلکانو ته ځي یا ورکول کيږي.

نهم – مودل: نامنظم نمونه ازمايښت د نه(بې) بېرته وراچولو سره.
یا دیوه وار سره راوستنه ۱۰ ممکنه موضوعات، ۳ پوښتل کيږي، ازمويينې د ازمويني لپاره ۶ پوښتنې زده کوي. د دې لپاره د امکاناتو تعداد چې له ۱۰ پوښتنو څخه ۳ وټاکل شي دی:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\binom{10}{3}=\frac{10\cdot 9\cdot 8}{3\cdot 2\cdot 1}=120$$

A: ازمويښي له دې ۳ ټاکلو موضوعاتو څخه کومې ته تياری نه دی نيولی. له ۴ موضوعاتو څخه، کومو ته چې ازموينې ځان نه دی چمتو کړی، درې ټاکل کيږي:

د A لپاره دامکاناتو تعداد دی:

$$\binom{4}{3}=4$$

.

له دې سره

$$P(A)=\frac{4}{120}=\frac{1}{30}=0,0\bar{3}$$

د دې لپاره ا حتمالوالی دی،چې، چې ازمويښی کومې موضوع ته چمتووالی نهلري.

B: ازمويښي له دې درې ټاکلو موضواتو څخه يوې ته ځان چمتو کړی. له ۴ موضواتو څخه چې ازمويښي ورته ځان نه دی جمتو کړی، ۲ ټاکل کيږي، له ۶موضواتو څخه کومو ته چې ازمويښي ځان چمتو کړی ۱ موضوع ټاکل کيږي

د B لپاره د امکاناتو تعداد دی:

$$\binom{4}{2}\cdot\binom{6}{1}=\frac{4\cdot 3}{2\cdot 1}\cdot\frac{6}{1}=36$$

له دې سره

$$P(B)=\frac{36}{120}=\frac{3}{10}=0,3$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ازمويښي ځان د ۱ موضوع لپاره چمتو کړی دی.

C: ازمويښيي له درې ټاکلو موضوعاتو څخه د ۲ موضوعاتو لپاره ځان چمتو کړی.

له ۴ موضوعاتو څخه، چې ازمويښي ځان نهدی چمتو کړی، ۱ ټاکل کيږي، له ۶ موضوعاتو چې ځان يې ورته چمتو کړی ۲ موضوعات ټاکل کيږي.

دC لپاره دامکاناتو تعداد دی:

$$\binom{4}{1}\cdot\binom{6}{2}=\frac{4}{1}\cdot\frac{6\cdot 5}{2\cdot 1}=60$$

له دې سره

$$P(C)=\frac{60}{120}=\frac{1}{2}=0,5$$

د دې پاره احتمالوالی دی، چې ازمويښي د ۲ موضوعاتو لپاره ځان چمتو کړی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

D: ازمويښتي ځان ټولو ۳ موضوعات ته چمتو کړی. له ۴ موضواتو چې ازمويښني ورته ځان نه دی نه دی چمتو کړی 0 ټاکل کيږي، له ۶ موضوعاتو چې ازمويښني ورته ځان چمتو کړی ۳ موضوعات ټاکل کيږي.

د D لپاره د امکاناتو تعداد دی:

$$\binom{4}{0}\cdot\binom{6}{3}=1\cdot\frac{6\cdot5\cdot4}{3\cdot2\cdot1}=20$$

له دې سره

$$P(C)=\frac{20}{120}=\frac{1}{6}\approx 0{,}1\overline{6}$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ازمويښني ټولو ۳ موضوعاتو ته ځان چمتو کړی.

پوښتنې

نمونه ازماېښت او د شميرلو ستراتيژي II

لومړی – د ژرندو د تورو او سپينو تيګو څخه برجونه جوړيږي، چې په هغو کې اته تيږې يو په بل کېښنول کيږی. د لاندې پېښو لپاره احتمالوالی څومره لوي دی، که رنګ توکلی وټاکل شي؟

A : ټولې تيګی همغه يا برابر رنګ لري.

B: فقط يوه تيږه سپينه ده.

C: لوم ړی او اخرنی تيګه همغه ر نګ لري.

دويم - په يوه خلته کې يو سور، ۲ شنه، ۳ زيړ او ۴ نسواري چاکلېټ پراته دي. يو کس درې چاکلېټ ترې را اخلي. د لاندې پېښو لپاره احتمالوالی څومره لوي دی؟

A: ټيک يو شين چاکلېټ راوستل کيږي.

دريم – په يوه خريه غونده کې ۵ نمرې اختيار کې لرو، لهد ېڅخه يوه د ژونګليوالا نمره (هغه څوک چې د غونداريا غونډوسکو غورځولو سره سر او کار لري) . د پروګرام لړۍ پرلپسې تصادفي راباسي. د لاندې پېښو احتمالوالی څومره لوي دی؟

A: ژودنګليوال د پروګرام په دريم قطار کې راځي.

B:ژونګليوال اخر ځای کې نه راځي.

څلورم – په يوه کارتون کې ۱۰ بريښنا څراغونه دي، =ې له دوی څخه دوه زانمنې دي. د لاندې پېښو لپاره احتمالوالی څومره لوي دی، که بريښنا څراغونه په ،،پټو سترګو،، راوستل شي؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

A: ټول درې څراغونه چوړ دي.
B: تیک یو ځراغ زیانمن دی.
C: تیک دوه ځراغونه زیانمن دي.

پنځم – احتمالوالی څومره لوي دی، که د ۸ کسانو څخه لږ ترلږه دوه په همغه میاشت کې د زیږېدو نیټه ولري؟ په نږدې توګه ونیسی، چې ټولې میاشتې برابرې اوږدې دي.
A: لږ تر لږه دوه له ۸ کسانو په همغه میاشت کې د زیږېدو نیټه لري.
شپږم – په یوه مرتبان کې ۶ سره ، ۵ اسماني او ۴ شنه غونډاري پراته دي. درې غونډاري په یوه ځل راوستل کیږي. د لاندې پېښو لپاره احتمالوالی څومره لوي دی؟
A: دوه شنه غونډاري راوستل کیږي
B: په راوستلو غونډاروکې شنهغونډاري نه شته.
اوم –په بیلګه کې،، بیت المقدس ته سفر،، کې په هره دوره کې یو کس له منځه وځي. په لوبه (پچه اچولو) کې ۱۰ کسان ونډه لري. د لاندې پېښو احتمالوالی وټاکئ.
A: ل اخر ته پاتیږي
B: ا او و اخرنی پچه کې دي.
اتم – په یوه ډېر تاکنیزه ازموینه کې ۱۰ پوښتنې د هر درې ممکنه ځوابونو سره لرو، چې له هغو هر یوه څخه فقط یو ټیک دی. یو کس د تصادف اصولو له مخه د هر ځواب لپاره توکلي د هرې پوښتنې لپاره ي، ځای چلیپا کوي. د لاندې پېښو لپاره احتمالوالی څومره لوي دی؟
A: ټول ځابونه ناټیک دي.
B: لومړي پنځه ټیک ، اخرني پنځه ناټیک چلیپا شوي دي.
C: په دقیقه توګه نیمايي ځوابونه ټیک دي.
D: ۴ ځوابونه ټیک دي، ۶ ناټیک دي.
نهم – د لغات ANANAS توري په یوه لوښي کې ګډوډیږي او نوي تنظیمیږي. د لاندې پېښو، احتمالوالی څومره لوي دی؟
A: بېرته دا لغات   ANANAS منځ ته راځي.
B: د تور کمبېنېشن د AAA سره پیل کیږي.
C: یو لغات د درېواره A سره یو په بل پسې منځ ته راځي.

ځوابونه

نومنه ازماېښت او د شمېرلو ستراتېژيII
مفصل ځوابونه
لومړی – مودل : منظم نمونه ازماېښت د بېرته وراچونې سره
د هر اتو تیګر لپاره دوه رنګونه اختیار کې لرو(اته ځله راوستنه د بیرته وراچونې سره)
.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ټولو رنګونو کمبینېشن امکاناتو تعداد دی : $2^8 = 256$

A: ټولې اته تیګې همغه رنګ لري. دا په دې معنا چې یا ټولې تورې دې یا ټولې سپینې دي.

دA لپاره د امکاناتو تعداد۲ دی.

له دې سره

$$P(A) = \frac{2}{256} = \frac{1}{128} \approx 0{,}00781$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ټولې تیګې برابر رنګ لري.

B: فقط یوه تیګه سپینه ده. داچې دا تیګه یه دې اته ځایونو کې هرځای ایښودله کیدی شي، د دې لپاره اته امکانات شتون لري.

د B لپاره د امکاناتو تعداد دی: ۸

$$P(B) = \frac{8}{256} = \frac{1}{32} = 0{,}03125$$

له دې سره

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې له اته تیګو فقط یوه سپینه ده.

C: لومړۍ او اخره تیګه همغه رنګ اري. د اخرې او لومړۍ تیګې لپاره ۲ امکانات شتون لري. یا دواړه سپینې یا دواړه تورې دي. د پاتې ۶ تیګو لپاره ۲۶ امکاناته شتون لري.

د لپاره د امکاناتو تعداد دی: $2 \cdot 2^6 = 2^7 = 128$

له دې سره

$$P(C) = \frac{128}{256} = \frac{1}{2} = 0{,}5$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، لومړۍ تیګه او اخره همغه رنګ لري.

دویم – مودل: نامنظم نمونه ازماینښت د نه بېرته وراچوني سره.

د دې لپاره امکانات چې له خلتې څخه ۳ چکلیټ له ټولټال لسو چکلیټو څخه را وستل شي، دی:

$$\binom{10}{3} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 120$$

A: تیک یو شین چکلیټ راوستل کیږي.

د دې لپاره د امکاناتو تعداد +ې ۱ سین چاکلیټ له ټولټال ۲ شنو چکلیټو څخه راوه وۍستل شي او ۲ چکلیټ له ۸ بل رنګ څخه راووستل شي دی:

$$\binom{2}{1} \cdot \binom{8}{2} = 2 \cdot \frac{8 \cdot 7}{2 \cdot 1} = 56$$

دا د A د رامنځ ته کېدو لپاره د امکاناتو تعداد دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

له دې سره

$$P(A)=\frac{\binom{2}{1}\cdot\binom{8}{2}}{\binom{10}{3}}=\frac{56}{120}=\frac{7}{15}\approx 0{,}467$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې تیک ۱ شین چکلېټ راوه وېستل شي.
دریم - A: د ژدنګلوېږ نمره په درې ځای کې قرار لري.
xxJxx . د پچې اچولو له مخې ژونګلوېږ کېدی شي په هره خوښه ځای کې راشي.
مودل: مرتبان له ۵ غونډارو سره چې له ۱ تر ۵ په ګڼه شوي(نمره شوي)

عددونه ځایونه ورکوي، په کومو کې د ژونګلور پروګرام ځای شوی، ي، ځل راوستنه په پروګرام کې ځای ټاکي، په کوم کې چې ژونګلوېږ راځي.
له دې سره

$$:P(A)=\frac{1}{5}=0{,}2$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ژونګلوېږ په دریم ځای کې راځي. دې سره برابر االحتمالوالي سره به به هر بل په خوښه ځای کې هم راغلی وی.
B: د دژونګلوېږ لوبنمره په اخر کې نه ده. دا په دې معنا چې، داکېدی شي په .1 ,.2 ,.3 یا 4 ځای کې قرار ولري. د احتمالوالي لپاره د جمعې جملې له مخې باور لري:
له دې سره

$$t\,P(B)=\frac{1}{5}+\frac{1}{5}+\frac{1}{5}+\frac{1}{5}=\frac{4}{5}=0{,}8$$

د دې لپاره احتمالوالی دی،، چې ژودګلوېږ په اخر ځای کې نه راځي.
څلورم – مودل: نامنظم نمونه ازماېښت د نه بېرته وراچوني سره.
n = 10 برېښنا څراغونه ، له دې څخه ۲ زیانمن دي، ۳ څراغونه توکلي راوستل کیږي. د امکاناتو تعداد چې له یوه کارتون له ۱۰ څراغونو څخه توکلي درې راوباسو یا وټاکو دی:

$$\binom{10}{3}=\frac{10\cdot 9\cdot 8}{3\cdot 2\cdot 1}=120$$

A:ټول درې څراغونه چوړ دي. دامکاناتو تعداد له اته جوړو څخه درې جوړ وټاکو ۳ له اتو دی.
د لپاره دامکاناتو تعداد له دې سره دی.

$$A:\binom{8}{3}=56$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

له دې سره

$$P(A) = \frac{56}{120} = \frac{7}{15} \approx 0{,}4\bar{6}$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې درې روغ څراغونه تاکل کيږي.

B: تيک يو څراغ زيانمن دی. له اتو روغو څراغونو ۲ او له ۲ زيانمنو څراغونو ۱ زيانمن راوستل کيږي.

د B لپاره د امکاناتو تعداد دی:

$$\binom{8}{2}\cdot\binom{2}{1} = \frac{8\cdot 7}{2\cdot 1}\cdot 2 = 56$$

له دې سره

$$P(B) = \frac{56}{120} = \frac{7}{15} \approx 0{,}4\bar{6}$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې له درې راوستلو څراغونو څخه ۱ زيانمن دی.

C: تيک دوه څراغونه زيانمن دي. له اتو روغو څراغونو څه ۱ او له ۲ زيانمنو څراغونو څخه ۲ څراغونه راوستل کيږي.

دC لپاره د امکاناتو تعداد دی:

$$:\ \binom{8}{1}\cdot\binom{2}{2} = 8\cdot 1 = 8$$

له دې سره

$$t\,P(C) = \frac{8}{120} = \frac{1}{15} \approx 0{,}0\bar{6}$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې له درې راوستل شوو څراغونو ۲ زيانمن دي.

xx:D

پنځم – مودل : منظم نمونه ازماېښت د بيرته وراچونې سره.

د دې لپاره دامکاناتو تعداد ۸ کسان په ۱۲ مياشتو وه وېشو 12^8 دی(له يوه مرتبان څخه چې ۱۲ مختلف غونداري لري د بېرته وراچونې سره راوستنه).

A: له ۸ مسانو څخه هلږ ترلږه ۲ مسان په همغه مياتکې د زېږېدنې روځ لري. دA په برعکس پېښه ده، چې ټول ۸ کسان په بېلا بېلو مياشتوکې د زېږدنې روځ لري. اوس ۸ کسان په ۱۲ مياشتو داسې وېشل کيږي، چې دوه والی يا ډېلوالی منځ ته نه راځي.

له دې سره د $\overline{A}$ لپاره د امکاناتو تعداد دی:

$$12\cdot 11\cdot 10\cdot 9\cdot 8\cdot 7\cdot 6\cdot 5$$

له دې سره

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P\left(\overline{A}\right)=\frac{12\cdot 11\cdot 10\cdot 9\cdot 8\cdot 7\cdot 6\cdot 5}{12^8}\approx 0{,}0464$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ټول اته کسان په مختلو یاشتو کې د زیږېدنې روح لري.

$$P(A)=1-P\left(\overline{A}\right)=1-\frac{12\cdot 11\cdot 10\cdot 9\cdot 8\cdot 7\cdot 6\cdot 5}{12^8}\approx 0{,}954$$

د دې لپار هاحتمالوالی دی،چې له اته کسانو ۲ په همغه میاشتکې زیږېدلي دي یا د زیږېدوروځ لري.

شپږم –

نامنظم نمونه ازماېښت د نه بېرته وراچونې سره.

یاپه یوه ځل راوستنه.

د دې لپاره احتمالوالی چې په مرتبان کې له ټولټال ۱۵ غونډارو څخه ۳ غونډاري را وه وېستل شي دی:

$$\binom{15}{3}=\frac{15\cdot 14\cdot 13}{3\cdot 2\cdot 1}=455$$

A : تیک دوه شنه غونداري راوستل کيږي.

د دې لپاره دامکاناتو تعداد ۲ شنه غونداري له ټولټال ۴ غونډارو راوه وستل شي او ۱ بل رنګه له ټولټال ۱۱ نورو رنګونو را وه وستل شي دی:

$$\binom{4}{2}\cdot\binom{11}{1}=\frac{4\cdot 3}{2\cdot 1}\cdot 11=66$$

دا دA پیښېدنې لپاره د امکاناتو تعداد دی.

له دې سره

$$P(A)=\frac{\binom{4}{2}\cdot\binom{11}{1}}{\binom{15}{3}}=\frac{66}{455}\approx 0{,}145$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، تیک دوه شنه غونډاري راوستل کيږي.

B: شین غونډاری نه راوستل کیږي.

د دې لپاره دامکاناتوتعداد چې 0 غونډاری له ټولټال څلور شنو غونډارو او ۳ بلرنګیز د ټولټال ۱۱ غونډارو را وه وستل شي دی:

$$\binom{4}{0}\cdot\binom{11}{3}=1\cdot\frac{11\cdot 10\cdot 9}{3\cdot 2\cdot 1}=165$$

دا دB پیښېدنې یا رامنځ ته کېدنې لپاره دامکاناتو تعداد دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

له دې سره

$$P(B)=\frac{\binom{4}{0}\cdot\binom{11}{3}}{\binom{15}{3}}=\frac{165}{455}\approx 0,363$$

د دې لپار هاحتمالوالی دی، چې کوم شین غونډاری نه راوستل کیږي.

اوم –

په لوبه کې ۸ کسان ونډه اخلي. له هر وار وروسته ۱ سوزي(وستل کیږي). په لومړي وار ۸ امکانات شته دی، د دویم ځل وروسته ۷ امکانات او همداسې ورپسې چې ۱ کس سوزي((له لوبې وستل کیږي) د دې لپاره د امکاناتو تعداد دی:

$$8\cdot7\cdot6\cdot5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1=8!=40.320$$

A: xxxxxxxL . د امکاناتو تعداد ۷ کسان په ۷ مختلفو ځاونو وه وېشو او لارس په اخرني ځای ځای کړو !7 دی.

له دې سره د A لپاره دامکاناتو تعداددی: $A:7!\cdot1$

له دې سره

$$:P(A)=\frac{7!\cdot1}{8!}=\frac{1}{8}=0,125$$

د دې لپار هاحتمالوالی دی، چې لارس ته اخرنی ځای باتیږي.

B: انیا او وانسا اخرنی مسابقه کوي.

xxxxxxVA یا xxxxxxxAV

د امکاناتو تعداد چې ۶ کسان په ۶ځایونو او ۲ کسان په ۲ ځایونو وه وېشل شي !6 ځله !2 (!6 ضرب !2) دی.

د B لپاره د امکاناتو تعداد دی: $6!\cdot2!$

له دې سره

$$P(B)=\frac{6!\cdot2!}{8!}=\frac{2}{8\cdot7}=\frac{1}{28}\approx0,0357$$

د دې لپاره امتمالوالی دی، انیا او وانسا احرني سیالی کې مسابقه کوي.

اتم – 10 پوښتنې د هر درې ځابونو سره .

د امکاناتو تعداد له ۱۰ پوښتنو څخه هر وار له درې ځو ابونو څخه چې یو چلیپا کوو 3^{10} دی. (مرتبانله ۳ وختلو غونډارو سره، ۱۰ ځله راوستنه د بېرته ور اچونې سره)

A :ټول ځوابونه نا ټیک دي.

د دې لسو پوښتنو هرې لپاره ۲ امکانات شته چې ناټیک چلیپا شي.

د A لپاره دامکاناتوتعداد دی: 2^{10}

له دې سره

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$: P(A) = \frac{2^{10}}{3^{10}} = \left(\frac{2}{3}\right)^{10} \approx 0{,}0173$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، ټول ځوابونه ناټیک دي.

B: لومړی پنځه پوښتنې ټیک دي، اخرنی ۵پوښتنې ناټیک دي.

د لومړیو ۵ پوښتنو لپاره هریوه یو، د دویمو ۵ پوښتنو ته هر یوه ته ۲ امکاناته شته چې چلیپا شي.

د B لپاره د امکاناتو تعداد دی:

$$: 1^5 \cdot 2^5$$

$$P(B) = \frac{1^5 \cdot 2^5}{3^{10}} \approx 0{,}000.542$$

له دې سره

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې لومړی دوهپوښتنې ټیک ځواب شوي دي.

C: ټیمې پوښتنې ټیک چلیپا شوي دي.

دا پنځه ټیک حابونه چې په لسو پوښتنو وه وېشو لاس ته تر $\binom{10}{5}$ امکانات راځي. هر یوګونی د B احتمالوالی لري.

له دې سره

$$P(C) = \binom{10}{5} \cdot \frac{1^5 \cdot 2^5}{3^{10}} = 252 \cdot \frac{2^5}{3^{10}} \approx 0{,}137$$

د دې لپارهاحتمالوالی دی، چې پوره نیمایي پوښتنې ټیک ځواب شوې دي. .

D: څلور ځوابونه ټیک او ۶ ناټیک دي.

د امکاناتو تعداد ۴ پ،ښتنې چې په ۱۰ ووېشو دی:

$$: \binom{10}{4} = 210$$

په هر ۶ غلط چلیپا شوي ځواب دوه امکاننات شته.

دا $! \, 2^6$ امکانات دي.

د D لپاره د امکاناتو تعداد دی:

$$\binom{10}{4} \cdot 2^6 = 210 \cdot 2^6$$

له دې سره

$$t \; P(D) = \frac{210 \cdot 2^6}{3^{10}} \approx 0{,}228$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ۴ پوښتنې ټیک چلیپاشوي دي.

نهم – ANANAS : د دې لپاره دامکاناتو تعداد ۶ تورې ترتیب کړو!6 دی

A: دا لغات ANANAS منځ ته راځي.

د A لپاره د امکاناتو تعداد دی: 3.2.1

د N لپاره :2.1

د S لپاره :1

د A لپاره د امکاناتو تعداد دی: 12 = 3.2.1..2.1.1

له دې سره

$$P(A) = \frac{12}{6!} = \frac{1}{60} = 0{,}01\overline{6}$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې د ګډوډولو وروشته دا لغات ANANAS منځ ته راځي.

B: د تورو کمبینیشن د AAA سره پیل کیږي:.

AAAxxx

دA لپاره د امکاناتو تعداد:3.2.1

د x لپاره3.2.1

د B لپاره د امکاناتو تعداد دی: 36 = 3.2.1.3.2.1

له دې سره

$$: P(B) = \frac{36}{6!} = \frac{1}{20} = 0{,}05$$

د دې لپاره اجتمالوالی دی،چې د خوزولو یا ګډوډولو وروسته AAA پیل توري پاتې کیږي.

: یو لغات یو په بل پسې د درې ځله A سره منځ ته راځي.

AAAxxxیا xAAAxx یا xxAAAx یاxxxAAA

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې د خورولو وروسته یو په بل پسې یو لغاتو د درې ځله A سره منځ ته راځي.

پوښتنې

نمونه ازماېښت او د مشېرلو ستراتیژي III

لومړی – په یوه مرتبانکې ۱۴ برابرې لوبې کارتونه پراته دي، چې په هغو هر یوه یو توری کښل شوی دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

کارته له دې تورو سره	A E N O T
د کارتونو تعداد	1 4 5 1 3

لاندې تصادفي ترجربې سرته رسيږي:

الف : د مرتبان څخه په يو ځل دوه کارتې راوستل کيږي.

لاندې پېښې تعريف دي:

A : پهدواړو کارتو همغه يا برابر تور ي دي.

B : دواړه راوستل شوې کارتې غږ نه لرونکي (((v. lat.: *con* = mit + *sonare* = (Konsonanten (tönen; auch *Mittöner* oder Mitlaut)

C: د لاندې پdښو لپاره احامالوالی وشمېرئ

$P(A); \quad P(B); \quad P(A \cup B); \quad P_B(A)$ او د جلې په ښه ځواب ورکړئ.

ب – د مرتبان څخه يوپه بل پسې ۵ کارتې راوستل کيږي اوپه ترتيب او په پرلپسې توګه يږ بل پسې ايښول کيږی. د دې لپاره احتمالوالی څومره لوي دی، دا لغات TANNE منځ ته راشي؟

پ – د مرتبان څخه په يوځل ۵ کارتې راوستلکيږي. د دې لپاره احتمالوالی څومره لوي دی، چې د راوستل شوو تور سره لغات TANTE کېښوول شي.

ت – ينس لاندې د لاندې لوبې وړانديز کوي:

د مر تبان څخه په يو ځل درې کارتې راوستل کيږي. دا د لاندې جدول له لارې شمېرل کيږي:

gezogene Buchstaben mit	Auszahlung
1 Vokal	1€
2 Vokalen	7 €
3 Vokalen	21€
E, E, E	28 €

(c) ketabton.com: The Digital Library

شرط باید څومره جګ وي،چې لوبه عادلانه وي؟

ت – د مرتبان څخه پهیوه ځل دوه کارتې راوستلکیږي.

(۱) د دې لپاره احتمالوالی وټاکی،چې راوستل شوې توري وکال (Vokale)یا کونسونانت دي.

(۲) په مرتبان کې باید نور څومره دکونسونانت توري سره کارتې واچول شي، چې د پېښې (۱) احتمالوالی برابر په 0,5 وي؟

ځوابونه

نمونه ازماېښت او د مشېرلو ستراتېږي III

مفصل ځوابونه لومړی – مرتبان ټولټال ۱۴ توري خوندي لري.(لاندې المني: و)

$$1\cdot A \quad 4\cdot E \quad 5\cdot N \quad 1\cdot O \text{ und } 3\cdot T$$

الف - A په دې معنا چې:

$$EE \vee NN \vee TT \Rightarrow P(A) = P(EE) + P(NN) + P(TT)$$

$$P(A) = \frac{\binom{4}{2}}{\binom{14}{2}} + \frac{\binom{5}{2}}{\binom{14}{2}} + \frac{\binom{3}{2}}{\binom{14}{2}} = \underline{\underline{\frac{19}{91} \approx 0,209}}$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې په دواړو کارتو توري برابر دي 0,209 دی.

B په دې معنا چې

$$t\ NN \vee TT \vee NT \Rightarrow P(B) = P(NN) + P(TT) + P(NT)$$

$$P(B) = \frac{\binom{5}{2}}{\binom{14}{2}} + \frac{\binom{3}{2}}{\binom{14}{2}} + \frac{\binom{5}{1}\cdot\binom{3}{1}}{\binom{14}{2}} = \underline{\underline{\frac{28}{91} = \frac{4}{13} \approx 0,307}}$$

د دې لپاره احتمالوالی ، چې په دواړو کارتو توري کنسونانت دي 0,307 دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)\ \text{ mit } A\cap B=NN\vee TT$$

$$P(A\cap B)=\frac{\binom{5}{2}}{\binom{14}{2}}+\frac{\binom{3}{2}}{\binom{14}{2}}=\frac{13}{91}\Rightarrow P(A\cup B)=\frac{19}{91}+\frac{28}{91}-\frac{13}{91}=\frac{34}{91}\approx 0{,}374$$

د دې لپاره احتمالالی،چې پهدواړو کارتو توري بربر یا کنسونانت دي 0,374 دی.

$$P_B(A)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}=\frac{13}{91}:\frac{28}{91}=\frac{13}{28}\approx 0{,}464$$

که پو هیږو، چې په دواړو کارتو توري کنسونانت دي، نو د دې لپارهاحتمالوالی،چې دا به همغه برابر توري وي 0,464 دی.

ب – ۵ کارتې ترتیب شوې لغات TANNE جوړوي.

$$P(TANNE)=\frac{3}{14}\cdot\frac{1}{13}\cdot\frac{5}{12}\cdot\frac{4}{11}\cdot\frac{4}{10}=\frac{1}{1001}\approx 0{,}001$$

د دې لپارهاحتمالوالی ، چې لغات TANNE منځ ته ارښي، نږدې 0,001 دی.

پ – ۵ کارتې په یو ځل.

دې ته اړتیا لرو: $TT\wedge A\wedge N\wedge E$

$$P(TANTE)=\frac{\binom{3}{2}\cdot\binom{1}{1}\cdot\binom{5}{1}\cdot\binom{4}{1}}{\binom{14}{5}}=\frac{30}{1001}\approx 0{,}03$$

د دې لپارهاحتمالوالی،چې دا لغات TANTE جوړ شي، نږدې 0,03 دی.

ت – د ۱۴ ترمنځ ۶ وکال او ۸ کنسونانت دي.
د تصادفي متحولو(اووښتونو یا واریابلو)X ارزښتونه دي:

	1 Vokal	2 Vokale	3 Vokale ohne EEE	EEE	kein Vokal
$X=x_i$	1	7	21	28	0

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دې احتمالوالی دی:

$$P(X=x_1)=\frac{\binom{6}{1}\cdot\binom{8}{2}}{\binom{14}{3}}=\frac{42}{91}$$

د یو وکال او ۲ کنسوناتت لپاره:

$$P(X=x_2)=\frac{\binom{6}{2}\cdot\binom{8}{1}}{\binom{14}{3}}=\frac{30}{91}$$

د۲ وکال او۱ کنسونانت لپاره.

$$P(X=x_3)=\frac{\binom{6}{3}}{\binom{14}{3}}-\frac{1}{91}=\frac{4}{91}$$

د ۳ وکال بې له EEE لپاره.

$$P(X=x_5)=\frac{\binom{8}{3}}{\binom{14}{3}}=\frac{14}{91}$$

د ۳ کنسونانت لپاره.

د تصادفي متحولو او د انتظار ارزښت شمېرلو احتمالوالی:

$X=x_i$	0	1	7	21	28
$P(X=x_i)$	$\frac{14}{91}$	$\frac{42}{91}$	$\frac{30}{91}$	$\frac{4}{91}$	$\frac{1}{91}$

$$E(X)=\sum_i x_i\cdot P(X=x_i)=0\cdot\frac{14}{91}+1\cdot\frac{42}{91}+7\cdot\frac{30}{91}+21\cdot\frac{4}{91}+28\cdot\frac{1}{91}=\frac{364}{91}=\underline{\underline{4}}$$

د 4 € شرط سره لوبه عادلانه ده.

ټ - (۱) ۶ وکال او ۸ کنسونانت په مرتبانکې شتون لري..

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P(VV \vee KK) = P(VV) + P(KK) = \frac{\binom{6}{2}}{\binom{14}{2}} + \frac{\binom{8}{2}}{\binom{14}{2}} = \frac{\binom{6}{2} + \binom{8}{2}}{\binom{14}{2}}$$

(۱) که x وکال ورواچول شي، نو د وکال د تعداد لپاره باور لري:x + 8
د $P(VV \vee KK) = 0,5$ سره باور لري:

$$P(VV \vee KK) = \frac{\binom{6}{2} + \binom{8+x}{2}}{\binom{14+x}{2}} = \frac{\frac{6\cdot 5}{2\cdot 1} + \frac{(8+x)\cdot(7+x)}{2\cdot 1}}{\frac{(14+x)\cdot(13+x)}{2\cdot 1}}$$

$$= \frac{30 + (8+x)\cdot(7+x)}{(14+x)\cdot(13+x)} = 0,5$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 3x - 10 = 0 \Leftrightarrow \underline{\underline{x_1 = -5 \wedge x_2 = 2}}$$

باید ۲ کارتونه د کنسونانت سره ور واچول شي. دا برابره نتیجه (P = 0,5) به لاس ته راشي، که ۵ کنسونانت ترې لرې شي.

یوولسم - د برنولي – ازماېښت

او د بېنومیال وېشنه یا خورونه

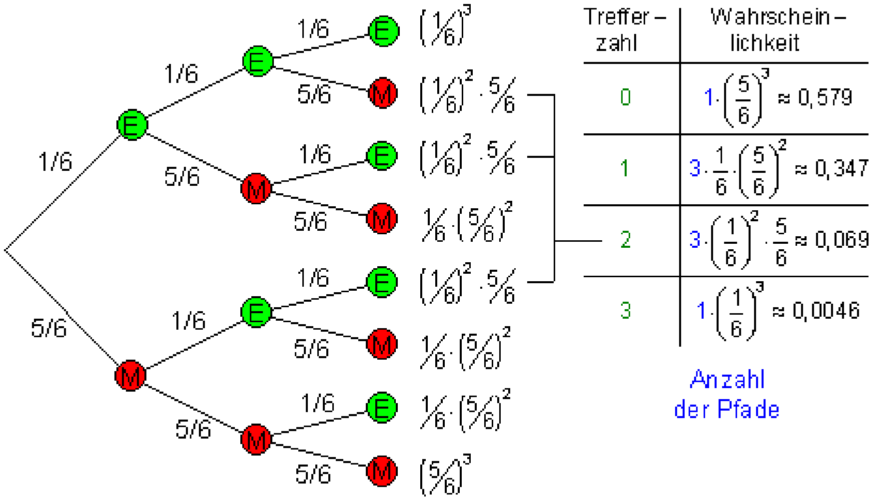
ډېرې تصادفي تجربې کېدی شي د دوه پېښنو سره د تجربې په څېر راوړل شي، لکه د بېلګې په توګه
-
د سیکي غورځول د محراب ممبر نښان او ګڼ یا عدد سره
- د یوه کتابچې مېخ غورځونه د یوې پېښې څوکې یا شا سره.
د یوه سترګي غورځول د نتیجې 6 یا نه 6 سره.

داسې تجربې د برنولي-تجروبو په نامه یادیږي. د داسې تجربو دواړه نتیجې سرې د بریاوو یا نه بریا په څېر په نخښه کوي. که دا تجربه n - واره تکرار شي، نو د n - پوړیزې برنولي –تجربې څخه غږېږو یا د یوه برنولي - ځنځېر څخه د n - اوږدوالي سره. د n -پوړیز ې برنولي –تحربي څخه غوښتل کېږي، چې د یوې تجربي نتیجه د

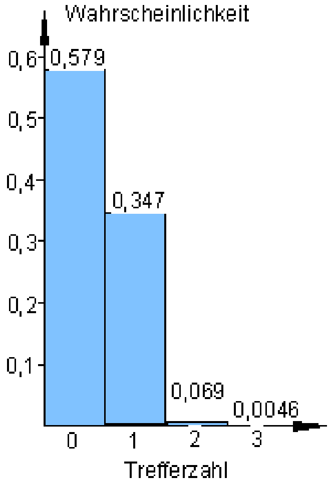
(c) ketabton.com: The Digital Library

بلې تجربې څخه بې تاثيره پاتې کيږي. د داسې يوې n -پوړيزې تجربې سره سرى د تجربو د برياوو او نابرياوو تعداد لپاره علاقه نيسي.

بېل بيلګه: يو سترګيز مکعب يو په بل پسې درې واره غورځول کيږي. مونږ د احتمالوالې سره علاقه لرو، چې وپوهيږو، چې ايا عدد (ګڼ) 6 په دې ازمايښت کې 0, 1, 2 يا 3ځله رامنځ ته کيږي. E (Erfolg)د بريا يا رمنځ ته کېدنې په معنا اوM (Misserfolg)د نابريا د ر امنځ ته کxدنې په معنا دي.



لاندې الماني=احتمالوالى



پورته ا لماني = راوستل شوى عدد.

(c) ketabton.com: The Digital Library

دلته دایو دريِ پوړیز برنولی- ازماېښت دی.
د وني دیاګرام څخه د تار قانون له مخې په ساده توګه احتمالوالی ګڼل (شمېرل)کېدی شي.

$$S = \{EEE; EEM; EME; EMM; MEE; MEM; MME; MMM\}$$

نتیجه ډېری (-سټ) اته توکي (د تارونو تعداد) لري، چې دا هر وار د دريِ پرلپسي پېښنو تنظیم څخه منځ ته راغلي. د پوړیو تعداد جګوالي سره د دندې یا تمرین   کارونه د وني دیاګرام سره نور ناممکن دی.

د تارونو تعداد د k بریاوو سره

د یوه   پوړ   n -پوړیزې برنولي – ازماېښت سره د نتیجې ډېری هر توکی د پرلپسي پېښنو څخه منځ ته راغلی.

د بیلګې په توګه EM.......EEMMEEEM . د تارونو تعداد چې د بریاوو سره بیداکړو، له دې سرهپه همغه معنا دی، چې د نتیجه ډېری څخه د توکو تعداد پیدا کړو، چې k -ځله د لړی پرلپسي څخه خپلواک یوه بریا وښایي. یا راکړي.

دا کیدی شي داسي هم فرمول بندي شي: په څو ډوله کېدی شي   k شیان د n شیانو څخه د لړۍ پرلپسي څخه خپلواک انتخاب کړی شي؟

دا لوټو-پرابلم رایادوي، په هغې کې چې له n = 49 شیانو k = 6   شیان بې د پرلپسي لړی ترتیب څخه وټاکلشي.

په دې حالت کې د امکاناتو تعداد وو:

$$\binom{49}{6} = \frac{49\cdot48\cdot47\cdot46\cdot45\cdot44}{6\cdot5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1} = \underline{\underline{13.983.816}}$$

دا د شمېرنې قانون د برنولي –تجربې باندې هم کارول کېدی شي، که د تارونو تعداد د k بریاوو سره وپلټو.

زموږ د بیلګې لپاره باور لري:
n=3 ; k=0;1;2;3;

k = د بریاوو تعداد	د تارونو تعداد
0	$\binom{3}{0}=1$
1	$\binom{3}{1}=\frac{3}{1}=3$
2	$\binom{3}{2}=\frac{3\cdot2}{1\cdot2}=3$
3	$\binom{3}{3}=\frac{3\cdot2\cdot1}{1\cdot2\cdot3}=1$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د n - پوړيزې برنولي –تجربې د تارونو تعداد دk برياوو سره دی:

n د تجربو تعداد اوk د برياوو تعداد	$\binom{n}{k}$

بیلګه: یو سترګیز مکعب $n = 5$ ځله غورځول کیږي

د بريا ارزښت د سترګيو تعداد 6 دی.

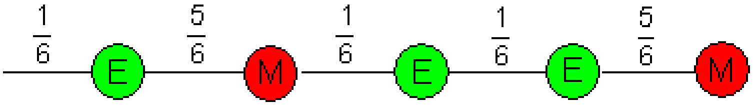
په نتيجه ونه کې د $k = 3$ سره څومره تارونه شتونلري؟

حل (اوبی) د $k = 3$ برياو سره د د تارونو تعداد دی:
$$\binom{5}{3} = \frac{5\cdot4\cdot3}{3\cdot2\cdot1} = 10$$

به دې تجربه کې په ټوليزه توګه 10 تارونه شتون لري، چې هر ځل 3 برياوې خوندي لري.

د يوه تار لباره دk برياوو سره احتمالوالی

د يوې روښانه بيلګې سره دې د يوه تار احتمالوالی د شمېرلو د شمېرنې قانون وښوول شي. دا قانون دې بيا ټوليز شي.



د دې تار احتمالوالی کېدی شي دتار ضربقانو سره و ټاکل شي

$$P(EMEEM) = \frac{1}{6}\cdot\frac{5}{6}\cdot\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{6}\cdot\frac{5}{6} = \left(\frac{1}{6}\right)^3\cdot\left(\frac{5}{6}\right)^2$$

د دې تصادفي تجربې د پوړيو تعداد $n = 5$ دی.

د برياو تعداد $k = 3$ دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د نابریاوو تعداد $n - k = 5 - 3 = 2$ دی.

دا عددونه د احتمالوالي د بریاوو $(p = 1/6)$ لپاره د اکسپوننت یا جګ عدد په څېر رامنځ ته کیږي همداسې د نه بریاو$(q = 5/6)$ لپاره رامنځ ته کیږي

باور لري:$q = 1 - p = 1 - 1/6 = 5/6$

له دې سره کېدی شي احتمالوالی د $n = 5$ او $k = 3$ لپاره لکه چې لرووشمېرل شي:
:

$$P(EMEEM) = \left(\frac{1}{6}\right)^3 \cdot \left(1 - \frac{1}{6}\right)^2 = p^3 \cdot (1-p)^2$$

تولیزونه :

دا چې دا د یوه n - پوړیز برنولي – ازماېښت سره یو ازماېښت دی، د کوم سره چې هره پوړۍ د بریا احتمالوالی $P(E) = p$برابر پاتې کیږی ، تارضربقوانو له مخې د هر k بریا وو سره او $n - k$ نابریاوو سره باور لري:

تاردیاګرام = $p^k \cdot (1-p)^{n-k}$

د کوم سره چې $1-p$ د نابریا لپاره احتمالوالی انځوروي

د n – پوړیز برنولي-ازماېښت د k بریاوو لپاره احتمالوالی

$$P(X = k) = \underbrace{\binom{n}{k}}_{\substack{\text{Anzahl der Pfade} \\ \text{mit k Erfolgen}}} \cdot \underbrace{p^k \cdot (1-p)^{n-k}}_{\substack{\text{Wahrscheinlichkeit für einen Pfad} \\ \text{mit k Erfolgen und n−k Misserfolgen}}}$$

د بینومیال ضریب لپاره یادونه $\binom{n}{k}$ د $q = (1-p)$ سره

$$(q+p)^n = \binom{n}{0} \cdot p^0 \cdot q^n + \binom{n}{1} \cdot p^1 \cdot q^{n-1} + \binom{n}{2} \cdot p^2 \cdot q^{n-2} + \ldots + \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot q^{n-k} + \ldots +$$

$$+ \ldots + \binom{n}{n} \cdot p^n \cdot q^0$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دا د برنولي درسي جمله ده.

د $n = 3$ سره پيلبيلګې لپاره باور ري:

$$P(X=0) = \binom{3}{0}\cdot\left(\frac{1}{6}\right)^{0}\cdot\left(\frac{5}{6}\right)^{3} = 1\cdot 1\cdot\left(\frac{5}{6}\right)^{3} = \frac{125}{216} \approx \underline{\underline{0{,}579}}$$

$$P(X=1) = \binom{3}{1}\cdot\left(\frac{1}{6}\right)^{1}\cdot\left(\frac{5}{6}\right)^{2} = \frac{3}{1}\cdot\frac{1}{6}\cdot\left(\frac{5}{6}\right)^{2} = \frac{75}{216} \approx \underline{\underline{0{,}347}}$$

$$P(X=2) = \binom{3}{2}\cdot\left(\frac{1}{6}\right)^{2}\cdot\left(\frac{5}{6}\right)^{1} = \frac{3\cdot 2}{1\cdot 2}\cdot\left(\frac{1}{6}\right)^{2}\cdot\left(\frac{5}{6}\right) = \frac{15}{216} \approx \underline{\underline{0{,}069}}$$

$$P(X=3) = \binom{3}{3}\cdot\left(\frac{1}{6}\right)^{3}\cdot\left(\frac{5}{6}\right)^{0} = \frac{3\cdot 2\cdot 1}{1\cdot 2\cdot 3}\cdot\left(\frac{1}{6}\right)^{3}\cdot 1 = \frac{1}{216} \approx \underline{\underline{0{,}0046}}$$

د بينوم وېشنه يا (په برابرو برخو) ټوټه کونه:

د يوه n-پوړيز برنولي – ازماېښت کې د p د بريا احتمالوالي لپاره او نابرياو احتمالوالي 1-p سره د k

برياوو لپاره باور لري:

$$P(X=k) = \binom{n}{k}\cdot p^{k}\cdot(1-p)^{n-k}$$

دا د احتمالوالي وېشنه د بېنوميالوېشنه بلل کيږي.

تمرين :

يوه کورنۍ 6 کوچنيان لري .

اتمالوالی، چې يوه نجلۍ وزيږوی، $p = 0{,}5$ دی .

د دې لپاره احتمالوالی وشمېرۍ، چې ۶ بچيانو لاندې 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 نجونې دي او د احتمالوالي وېشنې هيستوګرام وکاږۍ. د لاندې پېښو احتمالوالی و ټاکی.

A : د کوچنيان تيک نيمايي نجونې دي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

B : د کوچنیانو زیات له زیاته نیمایي نجونې دي.

C : لږ ترلږه د کوچنیانو نیمایي نجونې دي.

تمرين :

یوه سیکه ۵ واره غورځول کیږي اوp دې 0,5 وې.

a : د تصادفي واريابلې X احتمالوالي وېشنه وټاکی: د ممبر نښان تعداد.

b : د کوم احتمالوالي سره دا لاندې غورځول کیږي:

(1)زیات له زیاته ۳ واره ممبرنښان

(2) له ۳ ځله کم ممبر نښان

(3)لږ ترلږه ۱ ځل ممبر نښان

(4)له یوه ځل زیات ممبرنښان.

کمولیر شوې دبینوم وېشنه__Kumulierte <u>Binomialverteilung</u>

(لاتین *cumulus* – Anhäufung پنډغالي کیدنه)په سوبس کې د ټاکنو قانون کې،
چې په یو ځل یو کس د ټاکنو غړونه ورکوي یا رایې اچوي.

بیلګه:

یوه سیکه 20 واره غورځول کیږي. د لاندې پېښو، لپاره احتمالوالی شمېرل کیږي.

a : تیک 10 ځله ممبرنښان

b : زیات له زیاته 15 ځله ممبرنښان

c :لږ تر لږه 7 ځله ممبرنښان

d:لږ تر لږه 6 ځله اوزیات له زیاته 16 ځله ممبرنښان.

(c) ketabton.com: The Digital Library

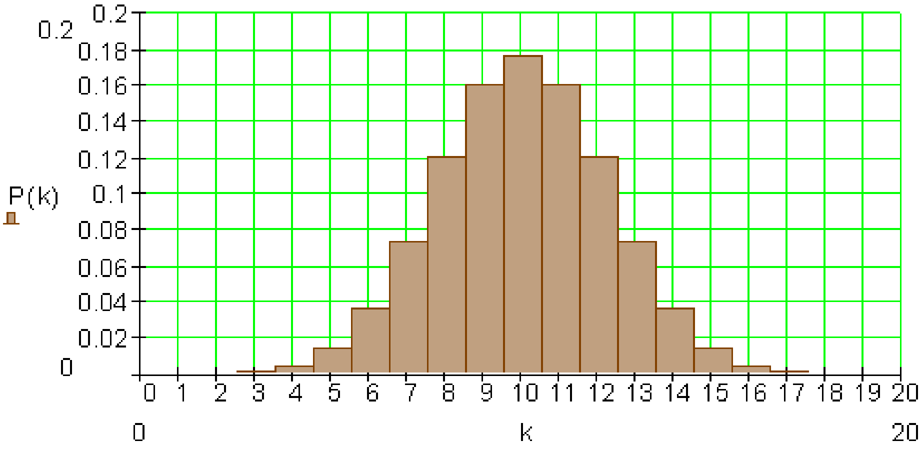
دا د احتمالولي وېشني داتا په لاندې جدول کې رايوځاى شوي.

دلته د لسميز وروسته اعداد په ۳ را ګرد شوي دي.

k	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
P(X = k)	0	0	0	0,001	0.005	0,015	0,037	0,074	0,12	0,16	0,176
k	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	
P(X = k)	0,16	0,12	0,074	0,037	0,015	0,005	0,001	0	0	0	

يادونه : د $k = 0, 1, 2$ حالت او $18, 19, 20$ لپاره احتمالولى طبعأ صفر نه دى. صفر داسې منځ ته ارځى، چې له لسميز وروسته په ۳ ځايونو کې راګرد شوى وي.

د بينوميال وېشنې هيستوګرام په لاندې توګه ليدل کيږي:



الف – احتمالولي $P(X = 10)$ کېدى شي دد جدول همداسې له هېستوګرام څخه ولوسستل شي.

احتمالولى د پيښې 10 ځله ممبرنښان دى : $P(X = 10) \approx \underline{\underline{0{,}176}}$

ب – د پيښې لپاره احتمالولى دى.

E : خورا زياته يا زيات له زياته ځله ممبرنښان ، ترلى ورپسې نه شي لوستل کيدى. د دې لپاره بايد د احتمالولى د جدول ارزښتونه سره جمعه شي.

$$P(X = 0) + P(X = 1) + ... + P(X = 15)$$

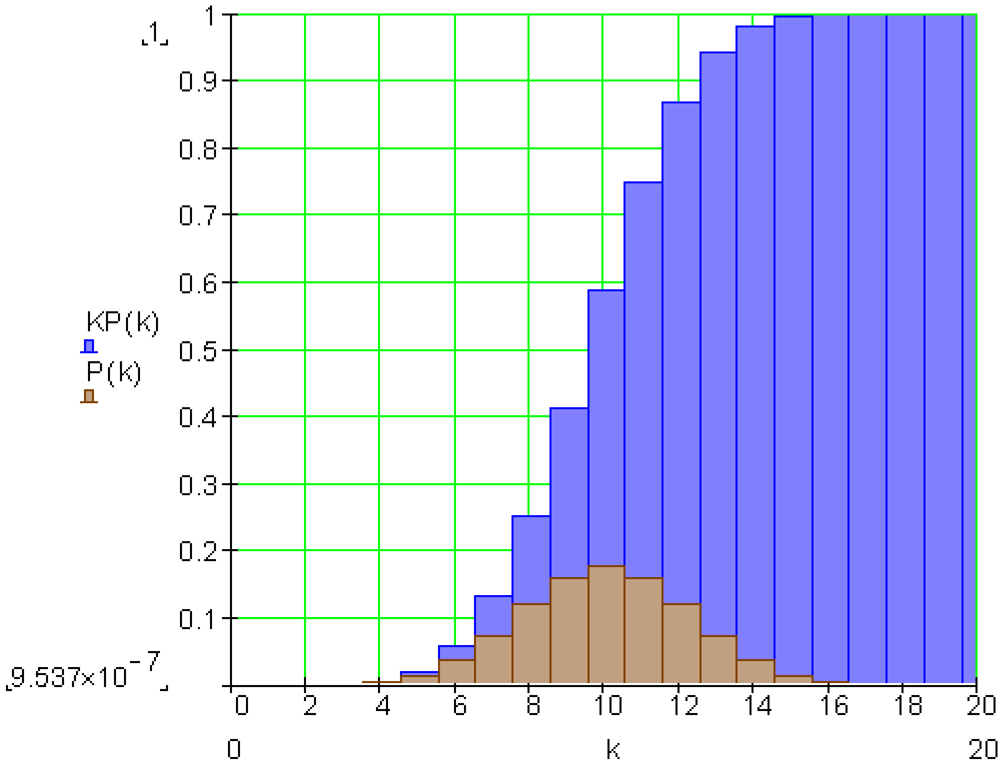
(c) ketabton.com: The Digital Library

که جدول ولرو په کوم کې چې احتمالوالی سره جمعه شوی دی، یعني یوه کمولېرې جدول، نو کېدی شي د E لپاره احتمالوالی سملاسي له دې څخه ولوستل شي.

k	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$P(X=k)$	0	0	0	0,001	0.005	0,015	0,037	0,074	0,12	0,16	0,176
$P(X\le k)$	0	0	0	0,001	0,006	0,021	0,058	0,132	0,252	0,412	0,588
k	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	
$P(X=k)$	0,16	0,12	0,074	0,037	0,015	0,005	0,001	0	0	0	
$P(X\le k)$	0,748	0,868	0,942	0,979	0,994	0,999	1	1	1	1	

یادونه : د $k < 3$ لپاره کمولېري احتمالوالی طبعاً صفر نه دی. طبعاً د $k < 20$ لپاره ارزښتونه 1 هم نه دی. دا مګر له دې ارزښتونو څخه کم توپیر یري، چې سرې په ډېرو حالتونو کې له عملي شمېرنو لپاره راکردشوي جدول ارزښتونه کارولای شي.

د کمولیري بینومیال وېشني یا توټه کوني هیستوګرام.



خورا زیات 15 ځله په دې معنا دی: $P(X \le 15) \approx 0,994$

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ : لږ ترلږه 7 ځله په دې معنا دی:

$$P(X \geq 7) = P(X = 20) - P(X \leq 6) \approx 1 - 0,058 = \underline{\underline{0,942}}$$

ت : لږ ترلږه 6 ځله اوزیات له زیاته16 ځله په دې معنا دی:

$$P(6,7,...16) = P(X \leq 16) - P(X \leq 5) \approx 0,999 - 0,021 = \underline{\underline{0,978}}$$

بیلګه په ګوته کوي، چې کمولېږي جدول کومې ګټې لري، که هدف دا وي چې د یوې ساحې یا ورشو لپاره د تصادفیواریابلې X اختمالوالی و شمېږو. دا ورشو د ګڼونو یا اعدادو به وړاګه هم د انتروال په توګه انځور شوې ده.

موږ لاندې حالتونه سره توپېروو:

$$P(X = k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}$$

تمرین :

یو مولتیپل چوېس تست یاازموینه له 50 پوښتنو څه د هر 5 ځوابونو سره ، چې له هغو څخه د هر یوه لپاره ټیک یو ټی:ک دی. د کوم احتمالوالي سره کېدی شي، چې فقط د سترګو لید سره د پوښتنو لاندې تعداد ته ټیک ځواب وویل شي؟

الف- له 20 پوښتنو زیات.

ب لږ ترلږه 10 اوزیات له زیاته 20 پوښتنې.

پ : له 10 پوښتنو لږ.

ت : ټیک 15 پوښتنې

د پېښېدنې احتمالوالی په پوښتنه 1/5 = 0,2 دی. دا چې دا االحتمالوالی د 50 پوښتنو څخه د هرې لپاره ستون لري، کېدی شي دا عملیه د 50 پوړیز د برنولي-احتمالوالي په څېر ترپاملاندې راشي. د کمولېږې بېنومیال وېشنې څخه وتنهAuszug د او سره دې د مرستې په څېر استعمال شي.

k	9	10	11	14	15
$P(X \leq k)$	0,444	0,584	0,711	0,939	0,969
k	16	19	20	21	22
$P(X \leq k)$	0,986	0,999	1	1	1

حل:یوه کورنۍ 6 کوچنیان لري .

احتمالوالی، چې یوه نجلی وزیږوی، p = 0,5 دی .

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دې لپاره احتمالوالی وشمېرئ، چې ۶ بچیانو لاندې 6 ,5 ,4 ,3 ,2 ,1 ,0 نجونې دي او د احتمالوالي وېشنې هیستوګرام وکاږئ. د لاندې پېښو احتمالوالی و ټاکئ.

A : د کوجنیان تیک نیمایي نجونې دي.

B : د کوچنیانو زیات له زیاته نیمایي نجونې دي.

C : لږ ترلږه د کوچنیانو نیمایي نجونې دي.

دا پرابلم کېدی شي د 6 ځله برنولي ازماېښت په څېرر راوړل شي د $n = 6$ او $p = 0{,}5$ سره .

غواړو $P(X = k)$ د $k = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6$ لپاره پیداکړو.

$$P(X=k)=\binom{n}{k}\cdot p^k\cdot(1-p)^{n-k}$$

$$P(X=0)=\binom{6}{0}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^0\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^6=1\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^6=1\cdot\frac{1}{64}=\frac{1}{64}=\underline{\underline{0{,}015625}}$$

$$P(X=1)=\binom{6}{1}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^1\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^5=6\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^6=6\cdot\frac{1}{64}=\frac{6}{64}=\underline{\underline{0{,}09375}}$$

$$P(X=2)=\binom{6}{2}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^2\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^4=15\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^6=15\cdot\frac{1}{64}=\frac{15}{64}=\underline{\underline{0{,}234375}}$$

$$P(X=3)=\binom{6}{3}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3=\frac{6\cdot5\cdot4}{3\cdot2\cdot1}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^6=20\cdot\frac{1}{64}=\underline{\underline{0{,}3125}}$$

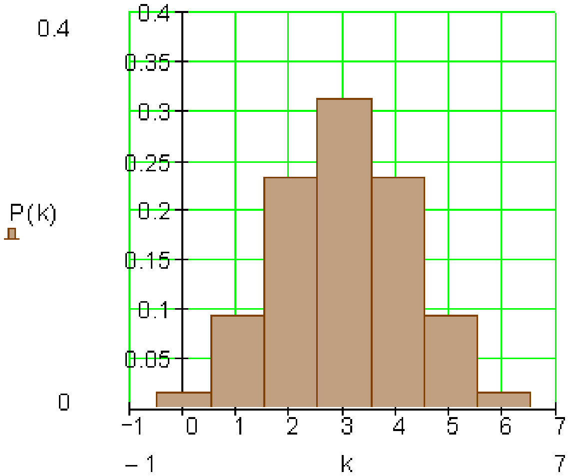
$$P(X=4)=\binom{6}{4}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^4\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^2=15\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^6=15\cdot\frac{1}{64}=\frac{15}{64}=\underline{\underline{0{,}234375}}$$

$$P(X=5)=\binom{6}{5}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^5\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^1=6\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^6=6\cdot\frac{1}{64}=\frac{6}{64}=\underline{\underline{0{,}09375}}$$

$$P(X=6)=\binom{6}{6}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^6\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^0=1\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^6=1\cdot\frac{1}{64}=\frac{1}{64}=\underline{\underline{0{,}015625}}$$

د احتمالوالي وېشنې هیستوګرام:

(c) ketabton.com: The Digital Library



$P(A) = P(X=3) = 0,3125$ د دې لپاره احتمالوالی دی، چې
د 6 کوچنیانو ښځه ټیک دري نجونې دي

$$P(B) = P(X \le 3) = P(X=0) + P(X=1) + P(X=2) + P(X=3)$$
$$= \frac{1}{64} + \frac{6}{64} + \frac{15}{64} + \frac{20}{64} = \frac{42}{64} = \frac{21}{32} = 0,65625$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې د 6 کوچنیانو ښځه زیات له زیاته دري نجونې دي

$$P(C) = P(X \ge 3) = P(X=3) + P(X=4) + P(X=5) + P(X=6)$$
$$= \frac{20}{64} + \frac{15}{64} + \frac{6}{64} + \frac{1}{64} = \frac{42}{64} = \frac{21}{32} = 0,65625$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې د 6 کوچنیانو ښځه لږ تر لږه دري نجونې دي

حل (اوبی):

یوه سیکه ۵ واره غورځول کیږي او p دې 0,5 وې.

a : د تصادفي واریابلې X احتمالوالي وېشنه وټاکی: د ممبر نښان تعداد.

b : د کوم احتمالوالي سره دا لاندې غورځول کیږي:

(1)زیات له زیاته ۳ واره ممبرنښان

(c) ketabton.com: The Digital Library

(2) له ۳ ځله کم ممبر نښان

(3)لږ ترلږه ۱ ځل ممبر نښان

(4)له یوه ځل زیات ممبرنښان.

داپرابلم کیدی شي د 5-پوړیز برنولي- ازماېښتپه څېر د $n = 5$ او $p = 0{,}5$ سره راوړل شي.

الف – غوښتلکیږي $P(X = k)$ د $k = 0, 1, 2, 3, 4, 5$ لپاره .

k	$P(X = k)$
0	$\binom{5}{0}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^0\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{5-0} = 1\cdot1\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^5 = \frac{1}{2^5} = \frac{1}{32}$
1	$\binom{5}{1}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^1\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{5-1} = \frac{5}{1}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^4 = 5\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^5 = 5\cdot\frac{1}{2^5} = \frac{5}{32}$
2	$\binom{5}{2}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^2\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{5-2} = \frac{5\cdot4}{2\cdot1}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^2\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3 = 10\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^5 = 10\cdot\frac{1}{2^5} = \frac{10}{32}$
3	$\binom{5}{3}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{5-3} = \frac{5\cdot4\cdot3}{3\cdot2\cdot1}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^2 = 10\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^5 = 10\cdot\frac{1}{2^5} = \frac{10}{32}$
4	$\binom{5}{4}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^4\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{5-4} = \frac{5\cdot4\cdot3\cdot2}{4\cdot3\cdot2\cdot1}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^4\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^1 = 5\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^5 = 5\cdot\frac{1}{2^5} = \frac{5}{32}$
5	$\binom{5}{5}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^5\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{5-5} = \frac{5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1}{5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^5\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^0 = 1\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^5\cdot1 = 1\cdot\frac{1}{2^5} = \frac{1}{32}$

ب -

(1) زیات له زیاته 3 ممبرنښان په دې معنا دی:

$$P(X \le 3) = \frac{1}{32} + \frac{5}{32} + \frac{10}{32} + \frac{10}{32} = \frac{26}{32} = \underline{\underline{0{,}8125}}$$

(2) له 3 کم ځله ممبرنښان په دې معنا دی:

$$P(X < 3) = \frac{1}{32} + \frac{5}{32} + \frac{10}{32} = \frac{16}{32} = \underline{\underline{0{,}5}}$$

(3) لږ تر لږه 1 ځل ممبرنښان په دې معنا دی:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P(X \geq 1) = \frac{5}{32} + \frac{10}{32} + \frac{10}{32} + \frac{5}{32} + \frac{1}{32} = \frac{31}{32} = \underline{\underline{0,96875}}$$

(4) له 1ځل زيات ممبرنښان په دې معنا دی:

$$P(X > 1) = \frac{10}{32} + \frac{10}{32} + \frac{5}{32} + \frac{1}{32} = \frac{26}{32} = \underline{\underline{0,8125}}$$

د تمرين ځواب:

يو مولتيپل چوېس تست يا ازموينه له 50 پوښتنو څه د هر 5 ځوابونو سره ، چې له هغو څخه د هر يوه لپاره ټيک يو ټی:ک دی. د کوم احتمالوالي سره کېدی شي، چې فقط د سترګو ليد سره د پوښتنو لاندې تعداد ته ټيک ځواب وويل شي؟

الف- له 20 پوښتنو زيات.

ب لږ ترلږه 10 اوزيات له زياته 20 پوښتنې.

پ : له 10 پوښتنو لږ.

ت : ټيک 15 پوښتنې

د پيښېدنې احتمالوالی په پوښتنه 0,2 = 1/5 دی. دا چې دا ااحتمالوالی د 50 پوښتنو څخه د هرې لپاره ستون لرې، کېدی شي دا عمليه د 50 پوړيز د برنولي-احتمالوالي په څېر ترپاملاندې راشي. د کمولېرې بېنوميال وېشنې څخه وتنهAuszug د او سره دې د مرستې په څېر استعمال شي.

k	9	10	11	14	15
$P(X \leq k)$	0,444	0,584	0,711	0,939	0,969
k	16	19	20	21	22
$P(X \leq k)$	0,986	0,999	1	1	1

الف - $P(X \geq 21) = P(X = 50) - P(X \leq 20) = 1 - 1 = \underline{\underline{0}}$

د دې لپاره احتمالوالی چې توکلي د 20 پوښتنو ټيک يا صحيح ځواب ورکړوله 0,001 (0,1%)کوچنی دی.

ب –

$$P(10 \leq k \leq 20) = P(X \leq 20) - P(X \leq 9) = 1 - 0,444 = \underline{\underline{0,556}}$$

د توکلي ښوونې سره چې لږ ترلږ 10 پوښتنې او زيات له زياته 20 پوښتنې ټيک ځواب کړو (56,5%) 0,565 دی.

پ - $P(X \leq 9) = 0,444$ د جدول څخه سيده لوستلکيږي:

د دې لپاره احتمالوالی چې د توکلي ويينې سره لږ تر لږه10 او زيات له زياته 20 پوښتنې ټيک ځواب شي .(56,5%) 0,565 دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

ت – $P(X = 15) = P(X \le 15) - P(X \le 14) = 0{,}969 - 0{,}939 = \underline{\underline{0{,}03}}$

د دې لپاره احتمالوالی چې ټيک 15 پوښتنې سمې ځواب شي .(3%) 0,03 دی.

د بينوميال وېشنې يا خورونې ته پوښتنې I

لومړی – دا کلمې روښانه کړئ: د برنولی -تجربه، د پيښېدنې احتمالوالی، د برنولی- ځنځېر او د برنولی زنځير اوږدوالی

دويم – د لاندې تصادفي تجربې څخه يې کړمه د برنولی زنځير دی؟ که ممکن وي د پېښېدنې احتمالوالی p ورکړئ او د برنولي –زنځير اوږدوالیn هم ورکړئ.

الف – يو سترګيز مکعب درېواره غورځول کيږي او د شپږمو تعداد ليکل کيږي.

ب – يو سترګيز مکعب درېواره غورځول کيږي او د سترګيو جمعه ليکل کيږي..

پ –د يوه مرتبان څخه ۳ سپين او ۷ سره غونډاری(غونډوسکې) تر هغې راوستل کيږي، بې له بېرته وراچونې چې لومړی سور غونډاری را ښکاره شي.

ت ـ د يوه مرتبان څخه ۳ سپين او ۷ سره غونډاری(غونډوسکې) ۴ –ځله د بېرته وراچونې چې سره راوستل کيږي.

ټ – د يوه بحت څرخ 50% ټولو حالتونو کې يو 1 راڅرګنديږي.، په هر 25% حالتونو کې يو2 همداسې3 . دا څرخ څلورواره څرخول کيږی او عددونه د څلور ځايېز عدد په څېر ليکل کيږي

ث – له (ټ) څه يو د بخت څرخ اته واره څرخول کيږي، که ۳ راڅرګند شي،نو سړی 10 سنته ګټي.
ج – د بخت څرخ له (ټ) څخه تر هغې څرخول کيږي، ترڅو ۳ راڅرګند شي، زيات له زياته ۵ ځله.

دريم – يو څرخ درې برابر لويې ټوټې (قطعې) د نخښو ګردۍ(دايره) چليپا او ستوری لري. دا څلورواره څرخول کيږي. د لاندې پېښو لپاره احتمالوالی څومره لوي دی؟

: درېواره ستوری را منځ ته کيږي..

(c) ketabton.com: The Digital Library

: لږ تر لږه درېواره ستوری را منځ ته کیږي.f.

: زيات له زيته يو وار ستوری را منځ ته کيږي..

: زيات له زياته درېواره ستوری را منځ ته کيږي..

ځلورم – د شفتالانو د يوه لوی بار څخه 20% خټا شوي. له دې څخه 5 دانې راوستل کيږی. د لاندې پېښې لپاره احتمالوالی څومره لوي دی؟

: يو شفتالو خټا دی.

: ټول شفتالان روغ دي.

: لږ ترلږه دوه شفتالان خټا دي.

پنځم –

د يوې نجلی د زېږېدنې لپاره احتمالوالی0,49 دی، يو هلک د زېږېدنې لپاره 0,51 . احتمالوالی څومره لوي دی، چې په يوه کورنۍ کې د ځلورو کوچنيانو څخه

: تيک دوهنجونې دي؟

: زيات له زياته درې نجونې دي؟

شپږم – يوه پيسه لږ تر لږه بايد څو واره وغورځول شي، چې لږ تر لږه د 99% يوه احتمالوالي سره يو ځل ګڼ يا عدد لاس ته راشي؟

اوم – څوواره بايد لږ تر لږه يو سترګيز مکعب و غورځول شي چې لږ تر لږه د90% احتمالوالي سره لږ تر لږه يو شپږ لاس ته راشي؟

اتم – يو مکعب 60 واره غورځول کيږي.

د لاندې پېښو لپاره احتمالوالی څومره لوي دی؟

: سړی تيک 10 واره 6 وغورځوي.

: سړی لږ تر لږه 10 واره 6 وغورځوي

(c) ketabton.com: The Digital Library

: سرى زيات له زياته 10 واره 6 وغورځوي

. : د غورځول شوو ۶ تعداد د ۶ او ۱۲ (په شمول) ترمنځ پروتدى

: سرى له ۴ زيات او له ۱۵ لږ ۶ اچوي.

: د 25 حالتونو څخه لږو کې د سترګيو عدد ناجوړه(طاق) عدد دى.

: د30 حالتونو څخه زياتوکې د سترګيو عدد جوړه (جفت) دى.

: له 25 څخه زيات او له 35 څخه لږ ناجوړه د سترګيو عدد رامنځ ته کيږي.

ځوابونه -

د بينوميالوېشنې I
نتيجې او مفصل حلونه
نتيجې

لومړى- د برنولي-تجربه يوه د تصادف تجربه ده، چې فقط دوه نتيجې لري. نتيجې بريا (رامنځ ته کېدنه) يا نابريا (نه رامنځ ته کيونه) بلل کيږي.
د پيښې يا رامنځ ته کېدنې احتمالوالى د يوه رامنځ ته کېدنې (p) لپاره احتمالوالى دى.
يو برنولى زنځېر رامنځ ته کيږي، که برنولي –تجربه ډېرواره يو په بل پسې تکرار شي.
د برنولي زنځېر اوږدوالى راکوي، چې دا يوګونې تجربه يو په بل پسې څومره تکراريږي.
دويم –

الف – برنولي زنځير3 = n ، رامنځ ته کېدنه: 6 ، p = 1/6;
ب – د برنولي زنځير نه شته.
پ – د برنولي زنځير نه شته.
ت – د برنولي زنځير : n = 4، رامنځ ته شوى : سپين p = 3/10 ، رامنځ ته شوى: سور p = 7/10 .
ټ- د برنولي زنځير نه شته.
ث – برنولي زنځير8 = n ، رامنځ ته شوى: عدد3، p = 0,25
ج- د برنولي زنځير، رامنځ ته شوي: 3 ، p = 0,25،

(c) ketabton.com: The Digital Library

د زنځيراوړدوالی ماکسيمال 5.

دريم –

$$P(A)=P(X=3)=\frac{8}{81}\approx \underline{\underline{0{,}0988}} \qquad P(B)=P(X\geq 3)=\frac{1}{9}=\underline{\underline{0{,}\bar{1}}}$$

$$P(C)=P(X\leq 1)=\frac{48}{81}\approx \underline{\underline{0{,}5926}} \qquad P(D)=P(X\leq 3)=\frac{80}{81}\approx \underline{\underline{0{,}9877}}$$

 څلورم –

$$P(A)=P(X=1)=\underline{\underline{0{,}4096}};\ P(B)=P(X=0)=\underline{\underline{0{,}32768}};$$

$$;\ P(C)=P(X\geq 2)=\underline{\underline{0{,}26272}}$$

پنځم -

$$P(A)=P(X=2)\approx \underline{\underline{0{,}3747}} \qquad P(B)=P(X\leq 3)\approx \underline{\underline{0{,}9424}}$$

شپږم – سيکه بايد لږ تر لږه 7 ځله وغورځول شي، چې د 99% اطمنان سره لږ تر لږه يو ځل عدد يا کښ لاس ته راوړو.

اوم- با يد مکعب لږ تر لږه 13 ځله وغورځول شي، چې د 90% احتمالوالی سره لږ تر لږه يو6 وغورځول شي.

اتم -

سړی تيک10 ځله 6 غورځوي	$P(A)=P(X=10)\approx 0{,}137$
سړی لږ تر لږه10 ځله 6 غورځوي	$P(B)=P(X\geq 10)\approx 0{,}554$
سړی زيات له زياته 10 ځله 6 غورځوي	$P(C)=P(X\leq 10)\approx 0{,}583$
د غورځولو شپږو تعداد د6 او 12 (په شمول)تر منځ پروتدی	$P(D)=P(6\leq X\leq 12)\approx 0{,}759$
سړی له 4 زيات او له 15 لږ شپږ غورځوي.	$P(E)=P(5\leq X\leq 14)\approx 0{,}915$
د سترګيو تعداد له 25 څخه کمو حالتونو کې ناجوړه دی	$P(F)=P(X\leq 24)\approx 0{,}078$
د سترګيو تعداد له 30 څخه زياتو حالتونو کې جوړه دی.	$P(G)=P(X\geq 31)\approx 0{,}449$
له 25 څخه زيات او له 35څخه کم ناجوړه د سترګيو تعداد راوځي	$P(H)=P(26\leq X\leq 34)\approx 0{,}754$

مفصل ځوابونه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی - د برنولي-تجربه يوه د تصادف تجربه ده، چې فقط دوه نتيجې لري. نتيجې بريا (رامنځ ته کېدنه) يا نابريا (نه رامنځ ته کيونه) بلل کيږي.
د پيښې يا رامنځ ته کيدنې احتمالوالی د يوه رامنځ ته کيدنې (p) لپاره احتمالوالی دی.
يو برنولی زنځير رامنځ ته کيږي، که برنولي –تجربه ډېرواره يو په بل پسې تکرار شي.
د برنولي زنځير اوږدوالی راکوي، چې دا يوګونې تجربه يو په بل پسې څومره تکراريږي.
بيلګه ؛ يوه سيکه 100 ځله يو په بل پسې غورځول کيږي. د سيکې عورځونه يو د برنولي تجربه ده، دوه نتيجې شته، عدد او سر(ممبرنښان). د منځ ته راتګ احتمالوالی p = 0,5 دی. دا چې د پيسې غورځونه 100 ځله تکراريږی، نو دا تجربه د برنولي زنځير په نامه يادېږي. د دې برنولي زنځير اوږدوالی100 = n دی.
دويم –
الف – دا دبرنولي زنځير د 3 = n اودوالي سره دی. پيښه ۶ راوتنه بولو. د راوتنې احتمالوالی په هره پوړۍ کې د 1/6 = p سره برابر دی.
ب- دا دبرنولي زنځير نه دی، ځکه په هرې پوړۍ کې6 مختلفې پېښې پېښېدی شي . } { 6 ; 5 ; 4 ; 3 ; 2 ;1. د يوه برنولي زنځېر لپاره فقط د دوه وو اجازه شته.
پ – دا د برنولي زنځير نه دی، ځکه چې غونډاري بېرته نه ايښول کيږي او له دې سره لهپوړۍ و پوړۍ ته احتمالوالی تغير خوري. د برنولی زنځير لپاره احتمالوالی بايد د يوه منځ ته راتګ لپاره په هره پوړۍ کې برابر وی.
ت – دا د برنولي زنځير دی د اوږدوالي 4 = n سره. د سپين منځ ته راتګ لپاره د بېرته ور اچونې لپاره احتمالوالی ثابت 3/10 = p دی، او د سره منځ ته راتګ لپاره = p 7/10 دی.
ټ – دا د برنولي زنځيرنه دی، ځکه چې په هره پوړۍ کې درې نتيجې{ 3 ; 2 ; 1 } لاس ته راتلی شي. د برنولي زنځير کې به هره پوړۍ کې فقط دوه نتيجې لاس ته راتليشي.
ث – دا د برنولي زنځير دی د اوږدوالي 8 = n سره. د منځ ته راتګ په حيث ۳ عدد د p = 0,25 سره کره شوي. په هره پوړۍ کې احتمالوالی ثابت پاتيږي.
ج – دا د بنولي زنځېر دی د نه کره ټاکلي اوږدوالي سره. د رمنځ ته کېدنې عدد ۳ کره شوی د احتمالوالي 0,25 = p سره. د زنځير ماکسيمال اوږدوالی 5 دی.

$$P(A)=P(X=3)=\binom{4}{3}\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^3\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^1=4\cdot\frac{1}{27}\cdot\frac{2}{3}=\frac{8}{81}\approx\underline{\underline{0{,}0988}}$$

دريم -
د دې لپاره احتمالوالی، چې ټيک ۳ واره ستوری رامنځ ته کيږي، 0,0988 دی.

$$P(B)=P(X\geq 3)=P(X=3)+P(X=4)$$

$$=\frac{8}{81}+\binom{4}{4}\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^4\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^0=\frac{8}{81}+1\cdot\frac{1}{81}\cdot 1=\frac{8}{81}+\frac{1}{81}=\frac{9}{81}=\frac{1}{9}=\underline{\underline{0{,}\bar{1}}}$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې لږ تر لږه درې ځله ستوری راځنځ ته کيږي،...0,1111 دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P(C) = P(X \le 1) = P(X=0) + P(X=1)$$
$$= \binom{4}{0}\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^0\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^4 + \binom{4}{1}\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^1\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^3$$
$$= 1\cdot 1\cdot\frac{16}{81} + 4\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{8}{27} = \frac{16}{81} + \frac{32}{81} = \frac{48}{81} \approx \underline{\underline{0,5926}}$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې زیات له زیاته یو وار ستوری رامنخ ته کیږي، 0,5926 دی.

$$P(D) = P(X \le 3) = P(X \le 4) - P(X=4) = 1 - P(X=4)$$
$$= 1 - \binom{4}{4}\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^4\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^0 = 1 - 1\cdot\frac{1}{81}\cdot 1 = \frac{81}{81} - \frac{1}{81} = \frac{80}{81} \approx \underline{\underline{0,9877}}$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې زیات له زیاته درې واره ستوری رامنخ ته کیږي، 0,5926 دی.

$$n = 5\ ;\quad p = 20\% \Rightarrow p = \frac{1}{5}$$

ځلورم - رامنځ ته کیدنه: شفتالو خٹا دی.
:

$$P(A) = P(X=1) = \binom{5}{1}\cdot\left(\frac{1}{5}\right)^1\cdot\left(\frac{4}{5}\right)^4 = 5\cdot\frac{1}{5}\cdot\frac{256}{625} = \frac{1280}{3125} = \frac{256}{625} = \underline{\underline{0,4096}}$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې تیک یو شفتالو خوٹا دی،0,4096 دی.

B : ټول شفتالان روغ یا سم دي، کوم شفتالو خوٹا نه دی.

$$P(B) = P(X=0) = \binom{5}{0}\cdot\left(\frac{1}{5}\right)^0\cdot\left(\frac{4}{5}\right)^5 = 1\cdot 1\cdot\frac{1024}{3125} = \underline{\underline{0,32768}}$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې لږ تر لږه دوه شفتالان تیک دي، 0,32768 دی.

$$P(C) = P(X \le 5) - P(X=1) - P(X=0)$$
$$= 1 - \frac{1280}{3125} - \frac{1024}{3125} = \frac{3125 - 1280 - 1024}{3125} = \frac{821}{3125} = \underline{\underline{0,26272}}$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې لږ تر لږه دوه شفتالان خوٹا دي،0,26272 دی.

پنځم –

$$P(A) = P(X=2) = \binom{4}{2}\cdot\left(\frac{49}{100}\right)^2\cdot\left(\frac{51}{100}\right)^2 = 6\cdot\left(\frac{49\cdot 51}{100\cdot 100}\right)^2$$
$$= 6\cdot\frac{6.245.001}{100.000.000} = \frac{37.470.006}{100.000.000} \approx \underline{\underline{0,3747}}$$

د دې لپارهاحتمالوالی،چې په فامیل کې تیک دوه نجونه دي، 0,3747 دی.

$$P(B) = P(X \le 3) = P(X \le 4) - P(X=4) = 1 - P(X=4) =$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$= 1-\binom{4}{4}\cdot\left(\frac{49}{100}\right)^{4}\cdot\left(\frac{51}{100}\right)^{0}$$

$$= 1-1\cdot\left(\frac{49}{100}\right)^{4}\cdot 1 = 1-\frac{5.764.801}{100.000.000} = \frac{100.000.000-5.764.801}{100.000.000}$$

$$= \frac{94.235.199}{100.000.000} \approx \underline{\underline{0,9424}}$$

د دې لپاره احتمالوالی،چې په کورنۍ کې زیات له زیاته درې نجونې دي، 0,9424 دی.

شېږم –

د ممبرنښان او عدد لپاره امکانات برابر دي($p = 0,5$) . برعکس پېښه چې لږ تر لږه یو ځل ممبرنښان دی، چې هیڅ ځل عدد نه دی.

باور لري $P(X \geq 1) \geq 0,99$ همداسې د برعکس پېښې لپاره $P(X=1) \leq 0,01$ دی.

$$P(X=0) = \binom{n}{0}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{0}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{n-0} = 1\cdot 1\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{n} = \left(\frac{1}{2}\right)^{n}$$

$$P(X=0) \leq 0,01 \Leftrightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^{n} \leq 0,01|$$

لوګارتمونه د بیلګې په توګه د $\ln$ سره.

$$\Leftrightarrow n\cdot\ln\left(\frac{1}{2}\right) \leq \ln(0,01) | : \ln\left(\frac{1}{2}\right)$$

(په پام کې ولرئ، چې $\ln\left(\frac{1}{2}\right)$ کمیز یا منفي دی)

$$\Leftrightarrow n \geq \frac{\ln(0,01)}{\ln\left(\frac{1}{2}\right)} \approx 6,64$$

سیکه باید لږ تر لږه 7 ځله وغورځول شي، چې د99% اطمنان یا تضمین سره لږ تر لږه یو ځل ممبرنښان لاس ته راوړی شو.

اوم – A : دn غورځولو سره لږ تر لږه یو6 .6/p = 1 E = { 1; 2 ; 3 ; ... n }

دA برعکس پېښه ده: دn غورځول سره نه 6 یا 6 نه .

د لاندې الماني پښتو: لوګارتمونه، بڼه بذلون

$$P(A) = 1-P(\overline{A}) = 1-\binom{n}{0}\cdot\left(\frac{1}{6}\right)^{0}\cdot\left(\frac{5}{6}\right)^{n} = 1-1\cdot 1\cdot\left(\frac{5}{6}\right)^{n} = 1-\left(\frac{5}{6}\right)^{n}$$

$$P(A) \geq 0,9 \Leftrightarrow 1-\left(\frac{5}{6}\right)^{n} \geq 0,9|-1$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\Leftrightarrow -\left(\frac{5}{6}\right)^n \geq -0{,}1 | \cdot (-1)$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{5}{6}\right)^n \leq 0{,}1 ||$$

لوګاریتم یې ونیسئ

$$\Leftrightarrow \ln\left(\frac{5}{6}\right)^n \leq \ln(0{,}1) |$$

بڼه بدل کړئ

$$\Leftrightarrow n \cdot \ln\left(\frac{5}{6}\right) \leq \ln(0{,}1) | : \ln\left(\frac{5}{6}\right) \qquad \ln\left(\frac{5}{6}\right) < 1$$

$$\Leftrightarrow n \geq \frac{\ln(0{,}1)}{\ln\left(\frac{5}{6}\right)} \approx 12{,}6$$

سړی باید 13 ځله وغورځوي، چې د یوه لږ ترلږه 90% احتمالوالي سره لږ تر لږه یوځل شپږ وغورځوي.

اتم – د n=60 او P=1/6 لپاره کومولیر یا سره راټول شوې بینوموېشنه.

k	$P(X \leq k)$	k	$P(X \leq k)$	k	$P(X \leq k)$	k	$P(X \leq k)$
0	0,000	4	0,020	8	0,312	12	0,810
1	0,000	5	0,051	9	0,446	13	0,885
2	0,001	6	0,108	10	0,583	14	0,935
3	0,006	7	0,196	11	0,708	15	0,966

k	$P(X \leq k)$	k	$P(X \leq k)$
16	0,984	20	1,000
17	0,993	21	1,000
18	0,997	22	1,000
19	0,999	23	1,000

سړی ټیک 10 ځله 6 غورځوي.

$$P(A) = P(X = 10) = P(X \leq 10) - P(X \leq 9) = 0{,}583 - 0{,}446 = 0{,}137$$

سړی لږ ترلږه 10 ځله 6 غورځوي

$$P(B) = P(X \geq 10) = 1 - P(X \leq 9) = 1 - 0{,}446 = 0{,}554$$

سړی زیات له زیاته 10 ځله 6 غورځوي

(c) ketabton.com: The Digital Library

$P(C) = P(X \le 10) = 0,583$ له جدول لوستل کیږي.

سړی زيات له زياته 10 ځله 6 غورځوي

$P(C) = P(X \le 10) = 0,583$ له جدول خخه دلوستل کيږی.

د غورځول شوو شپږ تعدادد ۶ او ۱۲ په شمول ترمنځ کې پروت دی.

$P(D) = P(6 \le X \le 12) = P(X \le 12) - P(X \le 5) = 0,810 - 0,051 = 0,759$

: سړی له ۴ کم او له ۱۵ زيات ۶ غورځوي.

$P(E) = P(5 \le X \le 14) = P(X \le 14) - P(X \le 4) = 0,935 - 0,020 = 0,915$

: د 25حالتون څخه زياتو کې د سترګيو عدد ناجوړه (طاق) دی.

$P(F) = P(X \le 24) = 0,078$ له جدول لوستل شوی.

: د30 حالتو څخه زياتو کې د سترګی عدد جوړه دی.

$P(G) = P(X \ge 31) = 1 - P(X \le 30) = 1 - 0,551 = 0,449$

: له ۲۵ څخه زيات او له ۳۵ څخه لږ د سترګيو عدد رامنځ ته کيږي.

$P(H) = P(26 \le X \le 34) = P(X \le 34) - P(X \le 25) = 0,877 - 0,123 = 0,754$

پوښتنې

بينوميال وېشنه II

لومړی – يوه کورنی ۶کوچنيان لري. ديوې نجلې زيږېدنې لپاره احتمالوالی p = 0,5 دی.

د دې لپاره احتمالوالی وشميری، چې د ۶ کوچنيانو ترمنځ 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 نجونې دي او د احتمالوالي وېشنې هېستوګرام وکاږئ.

د لاندې پيښنو لپاره احتمالوالی وشمېرئ:

: د کوچنيان نيټيکنيمايي نجونې دي.

: د کوچنيان زيات له زياته نيمايي نجونې دي.

: د کوچنيان لږ تر لګه نيمايي نجونې دي.

دويم –

سيکه ۵ ځله غورځول کيږي. P دلته 0,5 ده.

الف – د X تصادفي واريابلې يا اووښتونې د احتمالوالي وېشنه وټاکی: د ممبرنښان تعداد.

ب – د کوم احتمالوالي سره سړی غورځوي

(۱) زيات له زياته ۳ ځله ممبرنښان؟

(۲) له ۳ ځله کم ممبرنښان؟

(۳) لږتر لږه يو ۳ ځله ممبرنښان؟

(۴)زيات له يو ځله ممبرنښان؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

دريم - يوه سيكه 20 ځله ورځول کيږي
الف – د بينوميالوېشني هيستوګرام وکاږئ.
ب – دلاندې پېښو لپاره احتمالوالی ټاکل کيږي.
(1) ټيک ۱۰ ځله ممبرنښان.
(2) زيات له زياته ۱۵ ځله ممبرنښان.
(3) لږ تر لږه ۷ ځله ممبرنښان.
(4) لو تر لږه ۶ ځله اوزيات له زياته ۱۶ ځله ممبرنښان.
پ- د کمولر شوي احتمالوالي وېشني هيستګرام وکاږئ.
څلورم –
يو Multiple- Choice- Test له 50پوښتنو او۵ ځوابونو څخه جوړدی، چې له هغو د هر يوه لپاره ټيک يو سم ځواب دی. د کوم احتمالوالي سره کېدی شي د سترګو ليد له لارې توکلي لاندې د پوښتنې سمې ځواب کړي؟
الف – له ۲۰ زياتې پوښتنې.
ب – لږ تر لږه ۱۰ او زيات له زياته ۲۰ پوښتنې
پ – له لسو پوښتنو کم.
ت – ټيک ۱۵ پوښتنې.

<table>
<tr>
<td>د 50 = n او p = 0,2 سره راوتنه د کموليرشوي برنولي وېشنه بايد مرستې په څېر استعمال شي. .

k	9	10	11	14	15
$P(X \le k)$	0,444	0,584	0,711	0,939	0,969
k	16	19	20	21	22
$P(X \le k)$	0,986	0,999	1	1	1

</td>
<td>د هرې پوښتنې سره دپيښيدنې احتمالوالی 0,2 = 1/5 دی، دا چې دا احتمالوالی د دې ۵۰ پوښتنو هرې يوې سره شته دی، کيدی شي دا عمليه د ۵۰ پوړيزې برنولي ازماېښت په څېرو ګڼل شي.</td>
</tr>
</table>

ځوابونه

د بينوموېشنه II
مفصل ځوابونه . لومړی –
دا پرابلم د ۶ –پوړيز ې برنولي –تجربې په څير کيدی شي رواړل شي د $n = 6$ او $p = 0,5$ سره .
غوښتونی$P(X = k)$ د $k = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6$ لپاره

$$P(X = k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P(X=0)=\binom{6}{0}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3=1\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^6=1\cdot\frac{1}{64}=\frac{1}{64}=\underline{\underline{0,015625}}$$

$$P(X=1)=\binom{6}{1}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3=6\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^6=6\cdot\frac{1}{64}=\frac{6}{64}=\underline{\underline{0,09375}}$$

$$P(X=2)=\binom{6}{2}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3=15\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^6=15\cdot\frac{1}{64}=\frac{15}{64}=\underline{\underline{0,234375}}$$

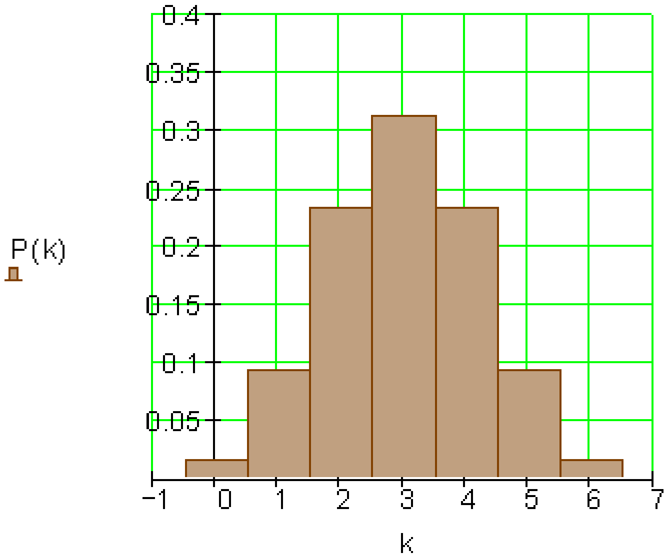
$$P(X=3)=\binom{6}{3}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3=\frac{6\cdot5\cdot4}{3\cdot2\cdot1}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^6=20\cdot\frac{1}{64}=\underline{\underline{0,3125}}$$

$$P(X=4)=\binom{6}{4}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3=15\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^6=15\cdot\frac{1}{64}=\frac{15}{64}=\underline{\underline{0,234375}}$$

$$P(X=5)=\binom{6}{5}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3=6\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^6=6\cdot\frac{1}{64}=\frac{6}{64}=\underline{\underline{0,09375}}$$

$$P(X=6)=\binom{6}{6}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3=1\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^6=1\cdot\frac{1}{64}=\frac{1}{64}=\underline{\underline{0,015625}}$$

د احتمالوالي وېشنې هیستوګرام



:

$$P(A)=P(X=3)=\underline{\underline{0,3125}}$$

د دې لپاره احتمالوالی دی ، چې د ۶ کوچنیانو ښځه تیک درې نجونې دي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P(B)=P(X\le 3)=P(X=0)+P(X=1)+P(X=2)+P(X=3)$$
$$=\frac{1}{64}+\frac{6}{64}+\frac{15}{64}+\frac{20}{64}=\frac{42}{64}=\frac{21}{32}=\underline{\underline{0,65625}}$$

د دې لپاره احتمالوالی دی ، چې د ۶ کوچنیانو څخه زیات له زیاته درې نجونې دي
:

$$P(C)=P(X\ge 3)=P(X=3)+P(X=4)+P(X=5)+P(X=6)$$
$$=\frac{20}{64}+\frac{15}{64}+\frac{6}{64}+\frac{1}{64}=\frac{42}{64}=\frac{21}{32}=\underline{\underline{0,65625}}$$

د دې لپاره احتمالوالی دی ، چې د ۶ کوچنیانو څخه لږ تر لږه درې نجونې دي

دویم – دا پرابلم د 5 –پوړیز ي برنولي –تجربې په څیر رواړل شي د $n = 5$ او $p = 0,5$ سره الف - غوښتونی $P(X = k)$ د $k = 0, 1, 2, 3, 4, 5$ لپاره

k	$P(X=k)$
0	$\binom{5}{0}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^0\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{5-0}=1\cdot 1\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^5=\frac{1}{2^5}=\frac{1}{32}$
1	$\binom{5}{1}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^1\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{5-1}=\frac{5}{1}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^4=5\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^5=5\cdot\frac{1}{2^5}=\frac{5}{32}$
2	$\binom{5}{2}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^2\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{5-2}=\frac{5\cdot 4}{2\cdot 1}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^2\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3=10\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^5=10\cdot\frac{1}{2^5}=\frac{10}{32}$
3	$\binom{5}{3}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{5-3}=\frac{5\cdot 4\cdot 3}{3\cdot 2\cdot 1}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^2=10\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^5=10\cdot\frac{1}{2^5}=\frac{10}{32}$
4	$\binom{5}{4}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^4\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{5-4}=\frac{5\cdot 4\cdot 3\cdot 2}{4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^4\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^1=5\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^5=5\cdot\frac{1}{2^5}=\frac{5}{32}$
5	$\binom{5}{5}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^5\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{5-5}=\frac{5\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}{5\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^5\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^0=1\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^5\cdot 1=1\cdot\frac{1}{2^5}=\frac{1}{32}$

ب - (1)

زیات له زیاته درې واره ممبرنښان په دې معناچې:

$$P(X\le 3)=\frac{1}{32}+\frac{5}{32}+\frac{10}{32}+\frac{10}{32}=\frac{26}{32}=\underline{\underline{0,8125}}$$

(2)

(c) ketabton.com: The Digital Library

له درې واره کم ممبرنښان په دې معناچې:

$$P(X < 3) = \frac{1}{32} + \frac{5}{32} + \frac{10}{32} = \frac{16}{32} = \underline{\underline{0,5}}$$

(۳)   لږ تر لږه یو واره ممبرنښان په دې معناچې:

$$P(X \geq 1) = \frac{5}{32} + \frac{10}{32} + \frac{10}{32} + \frac{5}{32} + \frac{1}{32} = \frac{31}{32} = \underline{\underline{0,96875}}$$

(4)

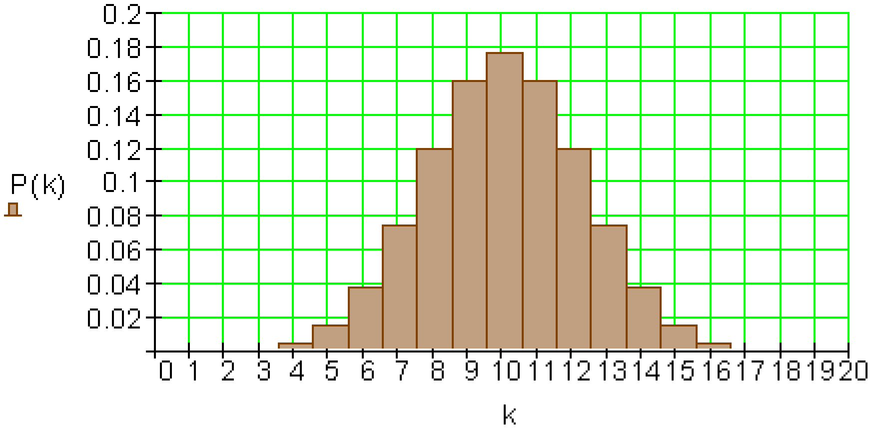
له یو وار زیات ممبرنښان په دې معناچې:

$$P(X > 1) = \frac{10}{32} + \frac{10}{32} + \frac{5}{32} + \frac{1}{32} = \frac{26}{32} = \underline{\underline{0,8125}}$$

دریم –

الف –

د $n = 20$ او $p = 0,5$ لپاره د بینوموېشني هیستوګرام



ب –

(۱) احتمالوالی $P(X = 10)$ کېدی شي له جدل یا همداسې له هیستوګرام څخه ولوستل شي.

د پیښې 10 واره ممبرنښان لپاره احتمالوالی دی: $P(X=10) \sim 0,176$

(۲)   د پیښې لپاره احتمالوالی

E   : زیات له زیاته ۱۵ واره ممبرنښان، نهشي کېدی ترلی و لوستل شي. د دې لپاه د احامالوالي د جدول باید سره جمعه شوي وي.

$$P(X = 0) + P(X = 1) + \ldots + P(X = 15)$$

که یو جدول شتون ولري، چې به هغه کې احتمالوالی تیار جمعه شوی وي، یعنې اکومولېري جدول، نو کېدی شي د E لپاره له دې څخه احتمالوالی فوراً ولوستل شي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

k	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$P(X=k)$	0	0	0	0,001	0.005	0,015	0,037	0,074	0,12	0,16	0,176
$P(X\le k)$	0	0	0	0,001	0,006	0,021	0,058	0,132	0,252	0,412	0,588
k	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	
$P(X=k)$	0,16	0,12	0,074	0,037	0,015	0,005	0,001	0	0	0	
$P(X\le k)$	0,748	0,868	0,942	0,979	0,994	0,999	1	1	1	1	

یادونه : د $k < 3$ لپاره کومولیري احتمالوالی طبعاً صفر نه دی. همداسې د $k < 20$ لپاره هم 1 نه دی. دا له دې ارزښتون څخه نه توپیریږي، داسې چې په زیاتو حالتونو کې د عملي شمېرنې لپاره د جدول راکردشوي ارزښتونه استعمالېدای شي.

زیات له زیاته ۱۵ واره په دې معنادی $P(X\le 15)\approx \underline{\underline{0,994}}$

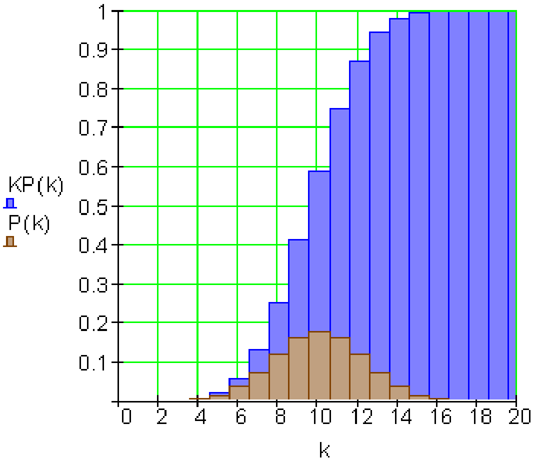
(۳) لږ تر لږه ۷ ځله په دې معنا دی.

$$P(X\ge 7)=P(X=20)-P(X\le 6)\approx 1-0,058=\underline{\underline{0,942}}$$

(۴) لږ تر لږه ۶ وارره او زیات له زیاته ۱۶ واره په دې معنا دی:

$$P(6,7,...16)=P(X\le 16)-P(X\le 5)\approx 0,999-0,021=\underline{\underline{0,978}}$$

پ – د کومولیري احتمالوالي وېشنې هیستوګرام



(c) ketabton.com: The Digital Library

ځلږرم –

الف - $P(X \geq 21) = P(X = 50) - P(X \leq 20) = 1 - 1 = \underline{\underline{0}}$

احتمالی چې په غړولو سترګو توکلي له 20 پوښتنو زیاتي سمې ځواب شي له 0,001 (0,1%)ځخه کوچنی دی.

ب – $P(10 \leq k \leq 20) = P(X \leq 20) - P(X \leq 9) = 1 - 0,444 = \underline{\underline{0,565}}$

احتمالی چې په غړولو سترګو توکلي له لږ تر لږه 10 او زیات لهزیاته 20 پوښتنو سمې ځواب شي (56,5%) 0,565 دی.

پ – $P(X \leq 9) = 0,444$ له جدول څخه سیده لوستل کیږي

احتمالی چې په غړولو سترګو توکلي له 10 پوښتنو کم سمې ځواب شي 0,444 (44,4%) دی

ت - $P(X = 15) = P(X \leq 15) - P(X \leq 14) = 0,969 - 0,939 = \underline{\underline{0,03}}$

احتمالی چې په غړولو سترګو توکلي ټیک 15 پوښتنو سمې ځواب شي 0,03 (3%). دی

پوښتنې

بېنوموېشنه III

لومړی –

یوه سیکه 100 واره غورځول کیږي. د ممبرنښان او عدد هر یوه لپاره احتمالوالی p = 0,5 دی. د لاندې پیښو لپاره احتمالوالی و شمېرئ.

: ټیک52 ځله ممبرنښان غورځول کیږي..

: لږ تر لږه 43 ځله ممبرنښان غورځول کیږي.

: لږ ترلږه 38 ځله او زیات له زیاته 56 ځله ممبرنښان غورځول کیږي

:له 45ځله کم ممبرنښان ورځول کیږي.

: لږ تر لږه 40 ځله او زیات له زیاته 60 ځله ممبرنښان غورځول کیږی.

: له 47 ځله زیات ممبرنښان غورځول کیږي.

: لږ ترلږه 45ځله او زیات له زیاته 55 ځله ممبرنښان غورځول کیږي.

: ټیک 50 ځله عدد یا ګڼ غورځول کیږي.

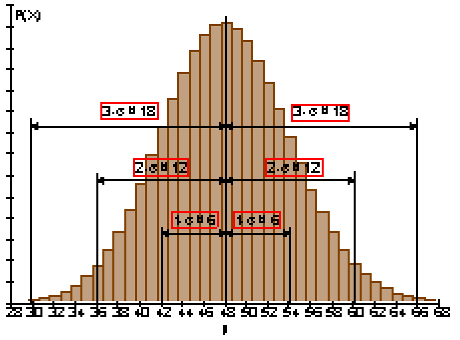
دویم – په المان کې په 50% ټولو کورنیو دوه موټر شتون لري. د پوښتنو لپاره تصادفي 100 کورنی ټاکل کیږی. د لاندې پیښو لپاره احتمالوالی وټاکئ:

: له 60 کورنیو کمو کې دوه موټر شتون لري.

: په ټیک 60 کورنیو کې دوه موټر شتون لري.

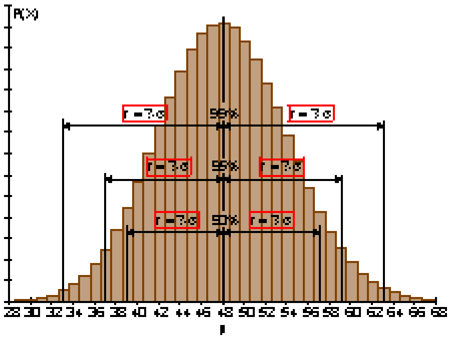
(c) ketabton.com: The Digital Library

: له 40 کورنيو څخه زياتو کې دوه موټر شتون لري
: لږ تر لږه 40 او زيات له زياته 60 کورنيو کې دوه موټر شتونلري.
دريم – لاندې ګرافيک د بينوم وېشنه د مختلفو سيګما – چاپېريال سره ښايي

<table>
<tr>
<td>


د بينوميالوېشنه د n = 200 او p = 0,24 لپاره .
</td>
<td>
الف –
د انتظار يا اټکل ارزښت او معياري تغير و شمېرې
ب –
د لاندې سيګما-چاپېريال لپاره احتمالوالی وشمېرې.
$P(\mu-\sigma \le X \le \mu+\sigma)$
$P(\mu-2\sigma \le X \le \mu+2\sigma)$
$P(\mu-3\sigma \le X \le \mu+3\sigma)$
</td>
</tr>
</table>

څلورم – لاندې ګرافيک يو بينوميال وېش ښايي په مختلفو په سلو کې چاپېريال وړانګو سره .

<table>
<tr>
<td>


د بينوميالوېشنه د n = 200 او p = 0,24 لپاره
</td>
<td>
هره وړاګه څومره لويه ده، چې يوه95% ,90% همداسې99% چاپېريال پورې اړه ولري.؟
چاپېريال د سيګما واحد يا يوون سره افاده کړی.
$\frac{r}{\sigma} = z \Rightarrow r = z \cdot \sigma$
</td>
</tr>
</table>

ځوابونه (حلونه يا اوبيونې)

بينوموېشنه III

مفصل ځوبونه

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی -

د n=100 او p=0,5 لپاره کمولیري بینومیال ـــوېشنه.

k	P(X≤k)	k	P(X≤k)	k	P(X≤k)	k	P(X≤k)	k	P(X≤k)	k	P(X≤k)
32	0,000	38	0,010	44	0,136	50	0,540	56	0,903	62	0,994
33	0,000	39	0,018	45	0,184	51	0,618	57	0,933	63	0,997
34	0,001	40	0,028	46	0,242	52	0,691	58	0,956	64	0,998
35	0,002	41	0,044	47	0,309	53	0,758	59	0,972	65	0,999
36	0,003	42	0,067	48	0,382	54	0,816	60	0,982	66	1,000
37	0,006	43	0,097	49	0,460	55	0,864	61	0,990	67	1,000

: ټیک 52 ځله ممبرنښان {0, ...51, 52, 53, ..., 100}

$$P(A) = P(X = 52) = P(X \le 52) - P(X \le 51) = 0,691 - 0,618 = \underline{\underline{0,073}}$$

د دې لباره احتمالوالی،چې ټیک 52 ځله ممبرنښان و غورځول شي 0,073 دی.

: لږ تر لږه 43 ځله ممبرنښان {0, ...,42, 43, 44, 45, ..., 100}

$$P(B) = P(X \ge 43) = P(X \le 100) - P(X \le 42) = 1 - 0,067 = \underline{\underline{0,933}}$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې لږ تر لږه 43 ځله ممبر وغورځول شي 0,933 دی.

: لږ تر لږه 38 ځله او زیات له زیاته 56 ممبرنښان {0, ...,37, 38,..., 56, 57, ..., 100}

$$P(C) = P(38 \le X \le 56) = P(X \le 56) - P(X \le 37) = 0,903 - 0,006 = \underline{\underline{0,897}}$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې لږ تر لږه 38 ځله اوزیات له زیاته 56 ځله ممبرنښان وغورځول شي 0,897 دی.

: لږ تر لږه 45 ممبرنښان {0, 1, ..., 44, 45, 46, ..., 100}

$$P(D) = P(X \le 44) = \underline{\underline{0,136}}$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې له 45 ځله کم ممبرنښان و غورځول شي 0,136 دی.

: لږ تر لږه 40 ځله او زیات له زیاته 60 ځله ممبرنښان {0, ...,39, 40,..., 60, 61, ..., 100}

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P(E)=P(40\le X\le 60)=P(X\le 60)-P(X\le 39)=0,982-0,018=\underline{\underline{0,964}}$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې لږ تر لږه 40 ځله او زيات له زياته 60 ځله ممبرنښان وغورځول شي 0,964 دی.

: له 47 ځله زيات ممبرنښان {100 ,..... ,50 ,49 ,48 ,47,.....,0}

$$P(F)=P(X>47)=P(X\ge 48)=P(X\le 100)-P(X\le 47)=1-0,309=\underline{\underline{0,691}}$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې له 47ځله څخه زيات ممبرنښان وغورځول شي 0,691 دی..

: لږ تر لږه 45 ځله او زيات له زياته 55 ځله ممبرنښان ,55 ,...,45 ,44,.....,0}
56, ..., 100}

$$P(G)=P(45\le X\le 55)=P(X\le 55)-P(X\le 44)=0,864-0,136=\underline{\underline{0,728}}$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې لږ تر لږه 45 ځله او زيات له زياته 55 ځله ممبر نښان وغورځول شي 0,728 دی.

: ټيک 50 ځله ممبرنښان {100 ,..... ,51 ,50 ,49.....0,}

$$P(H)=P(X=50)=P(X\le 50)-P(X\le 49)=0,540-0,460=\underline{\underline{0,08}}$$
.

د دې لپاره احتمالوالی، چې ټيک 50 ځله ممبرنښان وغورځول شي 0,08 دی.

دويم – له 60کورنيو څخه کمو کې دوه موټر شتون لري{100 ,... ,60 ,59 ,... ,1 ,0}

$$P(A)=P(X\le 59)=\underline{\underline{0,972}}$$

د دې لپاره احتمالوالی،چې د 60څخه کمو کورنيوکې دوه موټر ي 0,972 دی.

:په ټيک 60 کورنيو کې دوه موټر شتون لري {100 ,..... ,61 ,60 ,59......0,}
د دې لپاره احتمالوالی، چې په ټيک شپېته کورنيو دو موټرشتون لري 0,01 دی.

: له څلوېښت کورنيو څخه زياتو کې دوه موټر شتون لري. ,... ,42 ,41 ,40,.....,0}
100}

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P(C)=P(X>40)=P(X\geq 41)=P(X\leq 100)-P(X\leq 40)=1-0,028=\underline{\underline{0,972}}$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې په ټیک څلوېښت کورنیو کې دوه موټرشته وي، 0,972 دی.

: لږ تر لږه په څلوېښت کور نیو کې او زیات له زیاته په شپېته کورنیو کې دوه موټره شتون لري.

{0, ...,39, 40,..., 60, 61, ..., 100}

$$P(E)=P(40\leq X\leq 60)=P(X\leq 60)-P(X\leq 39)=0,982-0,018=\underline{\underline{0,964}}$$

د دې لپاره احتمالوالی ، چې لږ ترلږه ۴۰ او زیات له زیاته ۶۰ کورنیو کې دوه شتون لري، 0,964 دی.

دریم - الف – د n=200 او p=0,24 لپاره بېنومیال وېشنه .

ګومان ارزښت:$\mu=n.p=200.0,24=48$

معیاري تغیر : $\sigma=\sqrt{n\cdot p\cdot(1-p)}=\sqrt{200\cdot 0,24\cdot 0,76}\approx\underline{\underline{6,04}}$

ب – د ساده سیګما –چاپېریال احتمالوالی

د ټاکنو دی: $P(\mu-\sigma\leq X\leq\mu+\sigma)$

د $\mu=48$او $\sigma\approx 6$، سره لرو $\mu-\sigma\approx 48-6=42$ او $\mu+\sigma\approx 48+6=54$

او له دې سره

$$P(42\leq X\leq 54)=P(X\leq 54)-P(X\leq 41)=0,859-0,140=0,719$$

د یو ه احتمالوالي سره د بریا تعداد په انتروال پروت دی. دا ساده سیګما- چاپېریال د انتظار ارزښت به کوته کوي.

د یوه نزدې (71,9%) 0,719 احتمالوالي سره د بریاوو تعداد په انتروال .[54 ; 42] کې پروت دی. دا نزدې د سیګما – چاپېریال ساده انتظار ارزښت په ګوته کونه ده .

د ډبل سیګما-چاپېریال احتمالوالی.

ټاکل کیږي: $P(\mu-2\sigma\leq X\leq\mu+2\sigma)$

د $\mu=48$ او $\sigma\approx 6$ سره لرو $\mu-2\sigma\approx 48-12=36$ او $\mu+2\sigma\approx 48+12=60$ لرو.

(c) ketabton.com: The Digital Library

او له دې سره

$$P(36 \le X \le 60) = P(X \le 60) - P(X \le 35) = 0,979 - 0,017 = \underline{\underline{0,962}}$$

د نږدې (96,2%) 0,962 احتمالوالي سره د برياو تعداد په انتروال [36 ; 60] کې پروت دی. دا نږدې د سيګما-چاپېريال د انتظار ارزښت دوه برابره دی.

د درېواره سيګما-چاپېريال احتمالوالی

د ټاکلو دی : $P(\mu - 3\sigma \le X \le \mu + 3\sigma)$

د μ=48 او $\sigma \approx 6$ سره لرو: $\mu - 3\sigma \approx 48 - 18 = 30$ او

$\mu + 3\sigma \approx 48 + 18 = 66$.

او له دې سره

$$P(30 \le X \le 66) = P(X \le 66) - P(X \le 30) = 0,998 - 0,001 = \underline{\underline{0,997}}$$

د نږدې (99,7%) 0,997 احتمالوالي سره د برياو تعداد په انتروال [30 ; 66] کې پروت دی. دا د انتظارارزښت د سيګما – چاپېريال درې برابره دی.

ځلورم –

که د بينوميال وېشنې جدول لپاره يو کمولير شوی احتمالوالی مخ ته ولرو، کېدی شي دا پرابلم د کوتۍ بندولو له لارې ځواب کړو.

د n=200 او p=0,24 لپاره د بينوميال کمولېري يا راټوله وېشنه.

k	$P(X \le k)$	k	$P(X \le k)$	k	$P(X \le k)$	k	$P(X \le k)$
28	0,000	35	0,017	42	0,182	49	0,603
29	0,001	36	0,026	43	0,230	50	0,665
30	0,001	37	0,038	44	0,284	51	0,722
31	0,002	38	0,055	45	0,344	52	0,774
32	0,004	39	0,077	46	0,407	53	0,819
33	0,007	40	0,106	47	0,473	54	0,859
34	0,011	41	0,140	48	0,539	55	0,892

(c) ketabton.com: The Digital Library

k	$P(X \le k)$	k	$P(X \le k)$
56	0,918	63	0,994
57	0,940	64	0,996
58	0,957	65	0,998
59	0,969	66	0,998
60	0,979	67	0,999
61	0,986	68	0,999
62	0,990	69	1,000

د r = 10 سره د 90% احتمالوالي لپاره تکيه ټکي

μ	r	$\mu - r \le X \le \mu + r$	$P(X \le \mu + r) - P(X \le \mu - r - 1)$
48	10	$38 \le X \le 58$	$0,957 - 0,038 = 0,919$
48	9	$39 \le X \le 57$	$0,940 - 0,055 = 0,885$

غوښتنې وړانګه د9 او 10 ارزښتونو ترمنځ پرته ده. دا چې د بينوميال وېشنه يوه سيده وېشنه ده، بايد سرې د وړانګې لپاره پرېکړه(فيصله) وکړي، هغه چې د غوښتلې احتمالوالي ته نژدې پروت دی. په دې حالت کې وړانګه r = 9 ده. کا دا يرزښت د سيګما سره و وېشل شي، نو کېدی شي وړانګه د سيګما څو برابره انځور شي.

$$\frac{r}{\sigma} = \frac{9}{6,04} \approx 1,49 \Rightarrow \underline{\underline{r \approx 1,49\,\sigma}}$$

په يوه $1,49\,\sigma$ چاپېرېال کې نږدې 88,5% ټولې برياوې پرتې دي.

د95% لپاره په احتمالوالی تکيه کوو، د وړانګې r = 12 سره.

μ	r	$\mu - r \le X \le \mu + r$	$P(X \le \mu + r) - P(X \le \mu - r - 1)$
48	12	$36 \le X \le 60$	$0,979 - 0,017 = 0,962$
48	11	$37 \le X \le 59$	$0,969 - 0,026 = 0,943$

غوښتلې وړانګه د11 او 12 ارزښتونوترمنځ پرته ده. وړانګه 11 = r د غوښتونو احتمال سره پسې پروت دی.

$$\frac{r}{\sigma} = \frac{11}{6,04} \approx 1,82 \Rightarrow \underline{\underline{r \approx 1,82\,\sigma}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

په یوه $1{,}82\sigma$ چاپېریال کې نږدې 94,3% ټولې برياوې پرتې دي.

د99% لپاره په احتمالوالی تکیه کوو، د وړانګې r = 14 سره.

μ	r	$\mu - r \le X \le \mu + r$	$P(X \le \mu + r) - P(X \le \mu - r - 1)$
48	14	$34 \le X \le 62$	$0{,}990 - 0{,}007 = 0{,}983$
48	15	$33 \le X \le 63$	$0{,}994 - 0{,}004 = 0{,}99$

غوښتونکې وړانګه r = 15 ده.

$$\frac{r}{\sigma} = \frac{15}{6{,}04} \approx 2{,}48 \Rightarrow \underline{\underline{r \approx 2{,}48\sigma}}$$

په یوه $2{,}48\sigma$ چاپېریال کې نږدې 99% ټولې برياوې پرتې دي.

پوښتنې

بینومیالوېشنه IV

د چاپېریال احتمالوالي شمېرنه

لارښود: ټولې پوښتنې د پوړیزې برنولی-تجربې دي

لومړی – لاندې احتمالوالي وشمیرئ.

الف – n=160 او p=0,45 لرو و ټاکئ(P(X≥76

ب - n=200 او p=0,63 لرو و ټاکئ(P(X≤110

پ – n=250 او p=,26 لرو و ټاکئ(P(X<60

دویم – د انتظار ارزښت 95%- چاپېریال وټاکئ. په لاندې کې الماني د او په معنا ده.

الف - $n = 150 \text{ und } p = 0{,}28$ ب - $n = 250 \text{ und } p = 0{,}7$

پ - $n = 392 \text{ und } p = 0{,}5$

دریم – لاندې د چاپېریال احتمالوالی و ټاکئ

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف – $n = 200$ او $p = 0,37$ وټاکې $P(64 \le X \le 84)$

ب – $n = 300$ او $p = 0,74$ وټاکئ

$P(210 \le X \le 234)$

پ – $n = 400$ او $p = 0,17$ وټاکئ، $P(60 \le X \le 76)$

ت – $n = 1000$ او $p = 0,28$ وټاکئ، $P(270 \le X \le 290)$

څلورم – د لاندې اسیومتري چاپیریال احتمالوالی وټاکئ:

الف - $n = 160$ او $p = 0,35$ وټاکئ، $P(50 \le X \le 60)$؛

ب – $n = 250$ او $p = 0,62$ وټاکئ، $P(150 \le X \le 165)$

پ – $n = 270$ او $p = \frac{5}{6}$ وټاکئ $P(221 \le X \le 240)$

پنځم - یوه سترګې یا سترګیز مکعب 600 واره غورځول کیږي(پیښه عدد 6 ، p = 1/6).

د کوم احتمالوالي سره د بریا تعداد یا ګڼون (د سترګیو عدد 6) د 90 او 110 (په شمول)ترمنځ پروت دی؟

شپږم – یوه پیسه 250 واره یا ځله غورځول کیږي. لاندې احتمالوالي وټاکئ.

الف – له 120 څخه زیات ممبر لویږي یا رڅرګندیږي.

ب - له 128 څخه کم ممبر لویږي یا رڅرګندیږي.

پ – لو تر لږه 115او زیات له زیاته 135 ځله ممبرنښان راوځي.

ځوابونه

(c) ketabton.com: The Digital Library

د بينوم وېشنهIV

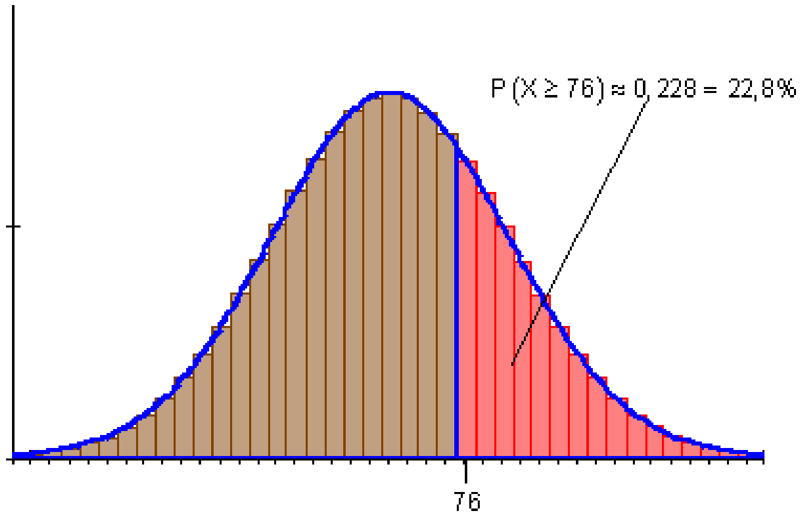
د چاپيريال احتمالوالي شميرنه

د بينوم وېشنې لپاره شميرمرستې سره خپل ځوابونه کنترول کړئ.

مفصل ځوابونه

لومړی- الف –

$$n = 160 \qquad p = 0{,}45 \qquad P(X \geq 76)$$
$$\mu = n \cdot p = 160 \cdot 0{,}45 = 72$$
$$\sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{72 \cdot 0{,}55} = \sqrt{39{,}6} \approx 6{,}293 > 3$$
$$[\ldots\{69\ldots72\ldots75\}\{76\ldots160\}]$$
$$P(X \geq 76) = \frac{1}{2}\left[1 - P(69 \leq X \leq 75)\right]$$
$$P(69 \leq X \leq 75) = P(68{,}5 \leq X \leq 75{,}5)$$
$$r = 3{,}5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{3{,}5}{6{,}293} \Rightarrow r \approx 0{,}56 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 0{,}56$$
$$P(69 \leq X \leq 75) \approx 0{,}425$$
$$P(X \geq 76) = \frac{1}{2}[1 - 0{,}425] \approx \underline{\underline{0{,}288}}$$



(c) ketabton.com: The Digital Library

ب –

$$n = 200 \qquad p = 0,63 \qquad P(X \le 110)$$

$$\mu = n \cdot p = 200 \cdot 0,63 = 126$$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{126 \cdot 0,37} = \sqrt{46,62} \approx 6,828 > 3$$

$$[\{0 \ldots 110\}\{111 \ldots 126 \ldots 141\} \ldots]$$

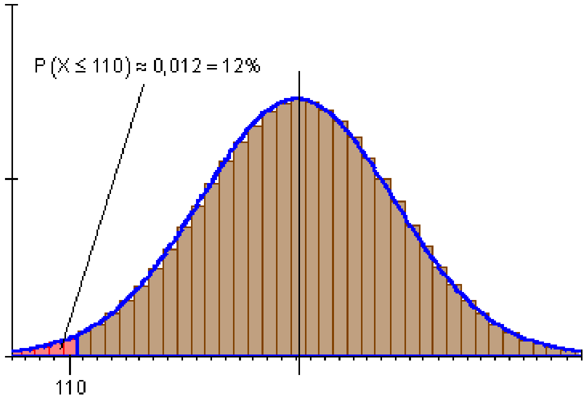
$$P(X \le 110) = \frac{1}{2}[1 - P(111 \le X \le 141)]$$

$$P(111 \le X \le 141) = P(110,5 \le X \le 141,5)$$

$$r = 15,5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{15,5}{6,828} \Rightarrow r \approx 2,27 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 2,27$$

$$P(111 \le X \le 141) \approx 0,977$$

$$P(X \le 110) = \frac{1}{2}[1 - 0,977] \approx \underline{\underline{0,012}}$$



پ -

$$n = 250 \qquad p = 0,26 \qquad P(X < 60)$$

$$\mu = n \cdot p = 250 \cdot 0,26 = 65$$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{65 \cdot 0,74} = \sqrt{48,1} \approx 6,935 > 3$$

$$[\{0 \ldots 59\}\{60 \ldots 65 \ldots 70\} \ldots]$$

$$P(X < 60) = \frac{1}{2}[1 - P(60 \le X \le 70)]$$

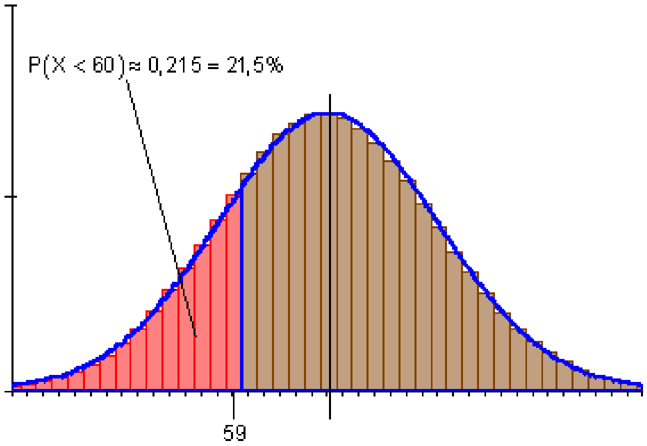
$$P(60 \le X \le 70) = P(59,5 \le X \le 70,5)$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$r = 5{,}5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{15{,}5}{6{,}935} \Rightarrow r \approx 0{,}79 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 0{,}79$$

$$P(60 \le X \le 70) \approx 0{,}570$$

$$P(X < 60) = \frac{1}{2}[1 - 0{,}570] \approx \underline{\underline{0{,}215}}$$



دويم -

الف – لاندې الماني: چاپيريال

$$n = 150 \qquad p = 0{,}28$$
$$\mu = n \cdot p = 150 \cdot 0{,}28 = 42$$
$$\sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{42 \cdot 0{,}72} = \sqrt{30{,}24} \approx 5{,}499 > 3$$
$$95\% - \text{Umgebung}: [\ldots\{?\ldots 42 \ldots ?\}\ldots]$$
$$z = 1{,}96 \qquad r = z \cdot \sigma = 1{,}96 \cdot 5{,}499 \approx 10{,}778$$
$$\mu - r = 42 - 10{,}778 \approx 31{,}22$$
$$\mu + r = 42 + 10{,}778 \approx 52{,}78$$

د ګردوني لپاره پام کونه:

باید 95% چاپيريال د انتظار ارزښت ته سيومتري پروت وي.بلده ګردونه، به دا انتروال [31...53] د پام لاندې نيسو.

(c) ketabton.com: The Digital Library

دا به د ق(۱۱ يوه وړانګه وي. له دې سره به وي$P(31 \le X \le 53) > 0{,}95$.

د $r=10$ تاکنې سره به وي$P(32 \le X \le 52) < 0{,}95$ وي.

زيات وخت دپوښتنې کولو ډول ځخه رامنځ ته کيږي، چې ځنګه راګرديږي.

په هر حالت بايد د ټاکلي چاپريال ريښتونی احتمالوالی وټاکل شي.

$$P(31 \le X \le 53) = P(30{,}5 \le X \le 53{,}5) \Rightarrow r = 11{,}5$$

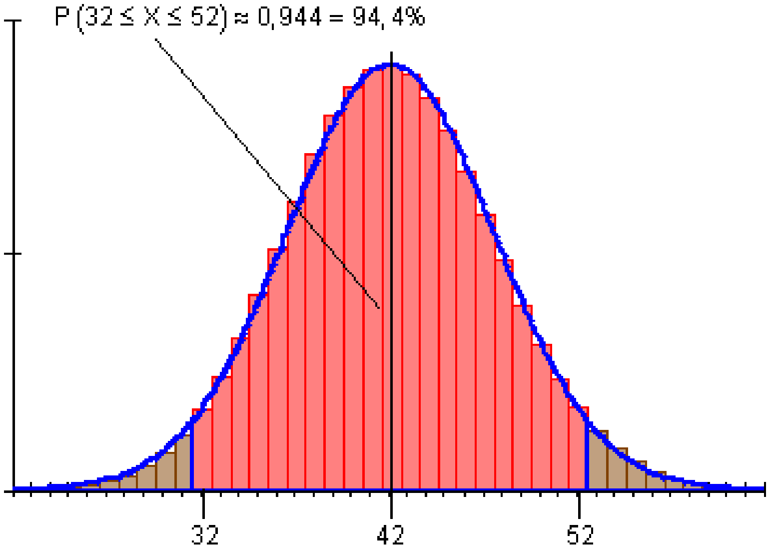
$$\Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{11{,}5}{5{,}499} \Rightarrow r \approx 2{,}09 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 2{,}09$$

$$P(31 \le X \le 53) \approx \underline{\underline{0{,}963}}$$

$$P(32 \le X \le 52) = P(31{,}5 \le X \le 52{,}5) \Rightarrow r = 10{,}5$$

$$\Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{10{,}5}{5{,}499} \Rightarrow r \approx 1{,}91 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 1{,}91$$

$$P(32 \le X \le 52) \approx \underline{\underline{0{,}944}}$$



ب

$n = 250 \qquad p = 0{,}7$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$\mu = n \cdot p = 250 \cdot 0{,}7 = 175$

$\sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{175 \cdot 0{,}3} = \sqrt{52{,}5} \approx 7{,}246 > 3$

95% چاپیریال: $[\ldots\{?\ldots 175 \ldots ?\}\ldots]$

$z = 1{,}96 \qquad r = z \cdot \sigma = 1{,}96 \cdot 7{,}246 \approx 14{,}2$

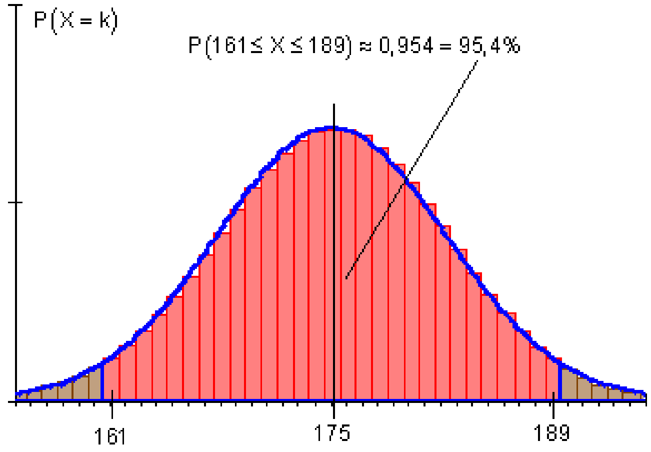
$\mu - r = 175 - 14{,}2 \approx 160{,}8$ تاکنه 161

$\mu + r = 175 + 14{,}2 \approx 189{,}2$ تاکنه یا انتخاب: 189

$P(161 \le X \le 189) = P(160{,}5 \le X \le 189{,}5)$

$r = 14{,}5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{14{,}5}{7{,}246} \Rightarrow r \approx 2{,}00 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 2{,}00$

$P(161 \le X \le 189) \approx \underline{\underline{0{,}954}}$



پ –

$n = 392 \qquad p = 0{,}5$

$\mu = n \cdot p = 382 \cdot 0{,}5 = 196$

$\sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{196 \cdot 0{,}5} = \sqrt{98} \approx 9{,}899 > 3$

(c) ketabton.com: The Digital Library

95% -چاپیریال: $[\ldots\{?\ldots196\ldots?\}\ldots]$

$z = 1{,}96 \qquad r = z\cdot\sigma = 1{,}96\cdot 9{,}899 \approx 19{,}40$

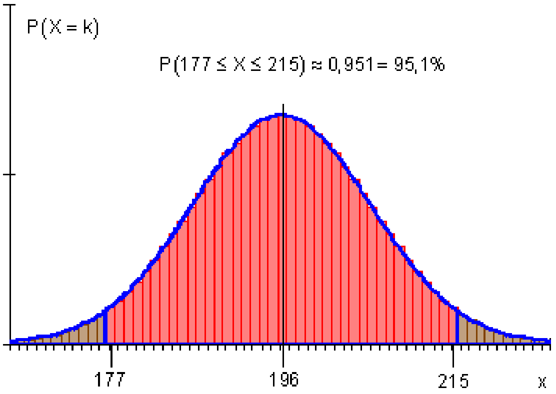
177 تاکنه $\mu - r = 196 - 19{,}4 \approx 176{,}6$

215 تاګنه: $\mu + r = 196 + 19{,}4 \approx 215{,}4$

$$P(177 \le X \le 215) = P(176{,}5 \le X \le 215{,}5)$$

$$r = 19{,}5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{19{,}5}{9{,}899} \Rightarrow r \approx 1{,}97\cdot\sigma \Rightarrow z \approx 1{,}97$$

$$P(177 \le X \le 215) \approx \underline{\underline{0{,}951}}$$



دریم – الف-

$n = 200 \qquad p = 0{,}37 \qquad P(64 \le X \le 84)$

$\mu = n\cdot p = 200\cdot 0{,}37 = 74$

$\sigma = \sqrt{n\cdot p(1-p)} = \sqrt{74\cdot 0{,}63} = \sqrt{46{,}62} \approx 6{,}828 > 3$

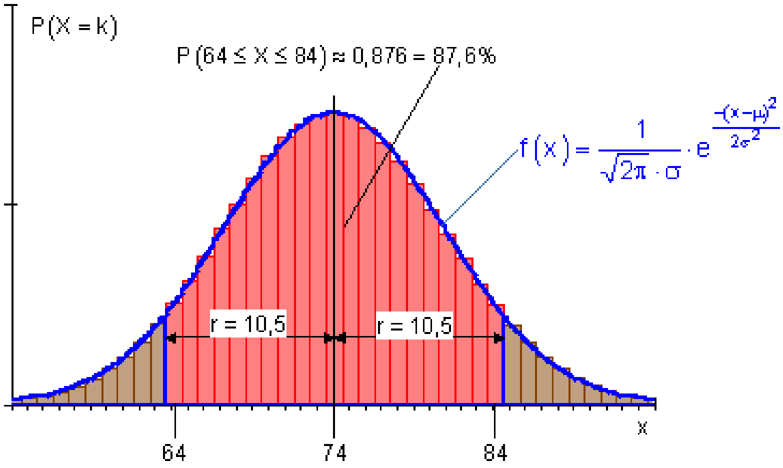
$[\ldots\{64\ldots74\ldots84\}\ldots]$

$P(64 \le X \le 84) = P(63{,}5 \le X \le 84{,}5)$

$$r = 10{,}5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{10{,}5}{6{,}828} \Rightarrow r \approx 1{,}54\cdot\sigma \Rightarrow z \approx 1{,}54$$

$$P(64 \le X \le 84) \approx \underline{\underline{0{,}876}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library



$n = 300 \qquad p = 0,74 \qquad P(210 \leq X \leq 234)$

$\mu = n \cdot p = 300 \cdot 0,74 = 222$

$\sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{222 \cdot 0,26} = \sqrt{57,72} \approx 7,597 > 3$

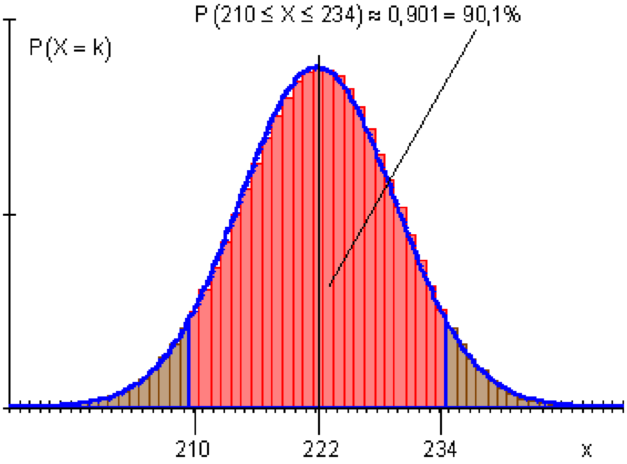
$[\ldots\{210\ldots222\ldots234\}\ldots]$

$P(210 \leq X \leq 234) = P(209,5 \leq X \leq 234,5)$

$r = 12,5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{12,5}{7,597} \Rightarrow r \approx 1,65 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 1,65$

$P(210 \leq X \leq 234) \approx \underline{\underline{0,901}}$

ب –



پ-

(c) ketabton.com: The Digital Library

$n = 400 \qquad p = 0{,}17 \qquad P(60 \le X \le 76)$

$\mu = n \cdot p = 400 \cdot 0{,}17 = 68$

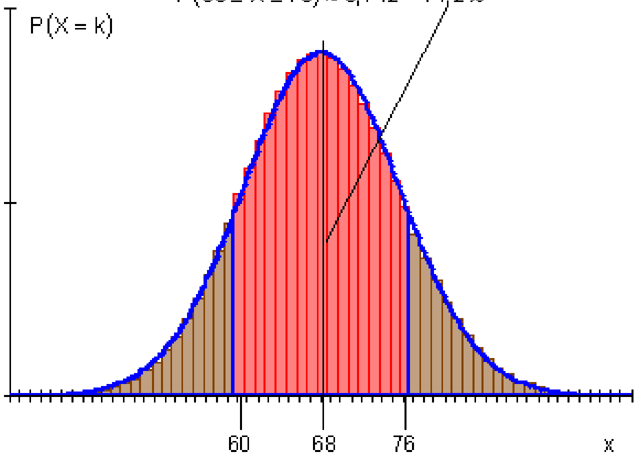
$\sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{68 \cdot 0{,}83} = \sqrt{56{,}44} \approx 7{,}513 > 3$

$[\ldots\{60\ldots68\ldots76\}\ldots]$

$P(60 \le X \le 76) = P(59{,}5 \le X \le 76{,}5)$

$r = 8{,}5 \Rightarrow \dfrac{r}{\sigma} = \dfrac{8{,}5}{7{,}513} \Rightarrow r \approx 1{,}13 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 1{,}13$

$P(60 \le X \le 76) \approx \underline{\underline{0{,}742}}$



ت -

$n = 1000 \qquad p = 0{,}28 \qquad P(270 \le X \le 290)$

$\mu = n \cdot p = 1000 \cdot 0{,}28 = 280$

$\sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{280 \cdot 0{,}72} = \sqrt{201{,}6} \approx 14{,}199 > 3$

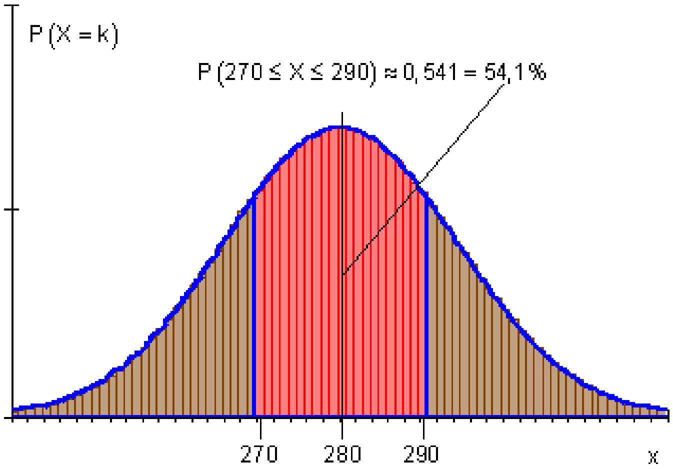
$[\ldots\{270\ldots280\ldots290\}\ldots]$

$P(270 \le X \le 290) = P(269{,}5 \le X \le 290{,}5)$

$r = 10{,}5 \Rightarrow \dfrac{r}{\sigma} = \dfrac{10{,}5}{14{,}199} \Rightarrow r \approx 0{,}74 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 0{,}74$

$P(270 \le X \le 290) \approx \underline{\underline{0{,}541}}$

(c) ketabton.com: The Digital Library



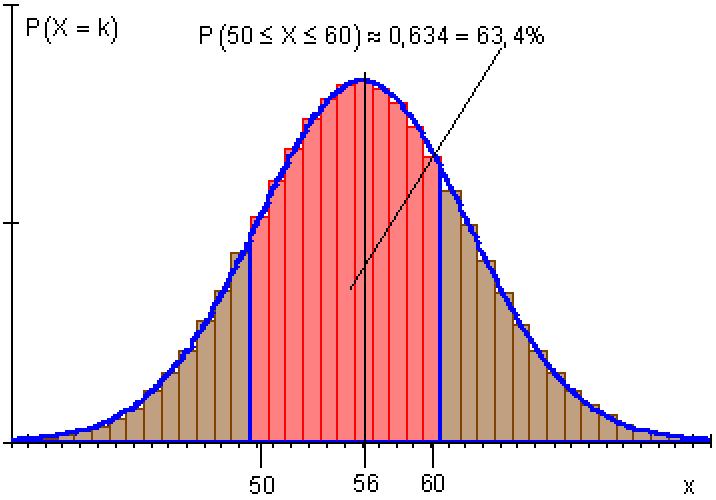
خلورم –

الف –

$$n = 160 \qquad p = 0,35 \qquad P(50 \le X \le 60)$$
$$\mu = n \cdot p = 160 \cdot 0,35 = 56$$
$$\sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{56 \cdot 0,65} = \sqrt{36,4} \approx 6,033 > 3$$
$$[\ldots\{50,51\}\ \{52\ldots 56\ldots 60\}\ \{61,62\}\ldots]$$
$$P(50 \le X \le 60) = \frac{1}{2}\left[P(50 \le X \le 62) + P(52 \le X \le 60)\right]$$
$$P(50 \le X \le 62) = P(49,5 \le X \le 62,5)$$

$$r = 6,5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{6,5}{6,033} \Rightarrow r \approx 1,08 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 1,08$$
$$P(50 \le X \le 62) \approx 0,720$$
$$P(52 \le X \le 60) = P(51,5 \le X \le 60,5)$$
$$r = 4,5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{4,5}{6,033} \Rightarrow r \approx 0,75 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 0,75$$
$$P(52 \le X \le 60) \approx 0,547$$
$$P(50 \le X \le 60) = \frac{1}{2}(0,720 + 0,547) \approx \underline{\underline{0,634}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library



ب –

$n = 250 \qquad p = 0{,}62 \qquad P(150 \le X \le 165)$

$\mu = n \cdot p = 250 \cdot 0{,}62 = 155$

$\sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{155 \cdot 0{,}38} = \sqrt{58{,}9} \approx 7{,}675 > 3$

$[\ldots\{145\ldots149\}\ \{150\ldots155\ldots160\}\ \{161\ \ldots165\}\ldots]$

$P(150 \le X \le 165) = \frac{1}{2}\left[P(145 \le X \le 165) + P(150 \le X \le 160)\right]$

$P(145 \le X \le 165) = P(144{,}5 \le X \le 165{,}5)$

$r = 10{,}5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{10{,}5}{7{,}675} \Rightarrow r \approx 1{,}37 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 1{,}37$

$P(145 \le X \le 165) \approx 0{,}829$

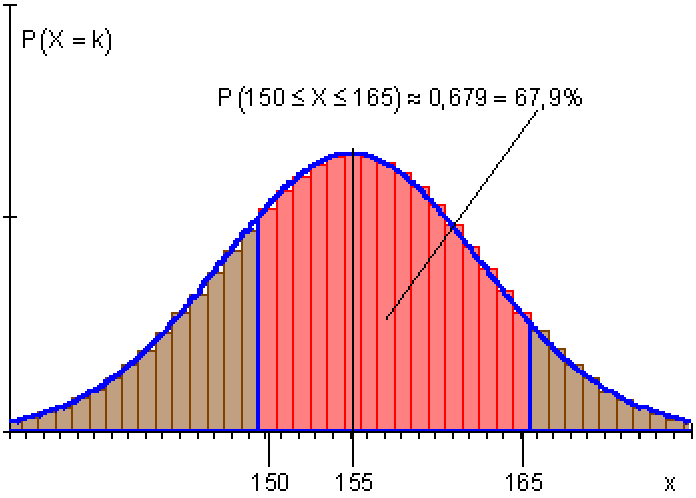
$P(150 \le X \le 160) = P(149{,}5 \le X \le 160{,}5)$

$r = 5{,}5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{5{,}5}{7{,}675} \Rightarrow r \approx 0{,}72 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 0{,}72$

$P(150 \le X \le 160) \approx 0{,}528$

$P(150 \le X \le 165) = \frac{1}{2}(0{,}829 + 0{,}528) \approx \underline{\underline{0{,}679}}$

(c) ketabton.com: The Digital Library



پ –

$n = 270 \qquad p = \frac{5}{6} \qquad P(221 \le X \le 240)$

$\mu = n \cdot p = 270 \cdot \frac{5}{6} = 225$

$\sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{225 \cdot \frac{1}{6}} = \sqrt{37,5} \approx 6,124 > 3$

$[\ldots\{210\ldots220\}\ \{221\ldots225\ldots229\}\ \{230\ \ldots240\}\ldots]$

$P(221 \le X \le 240) = \frac{1}{2}\left[P(210 \le X \le 240) + P(221 \le X \le 229)\right]$

$P(210 \le X \le 240) = P(209,5 \le X \le 240,5)$

$r = 15,5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{15,5}{6,124} \Rightarrow r \approx 2,53 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 2,53$

$P(210 \le X \le 240) \approx 0,989$

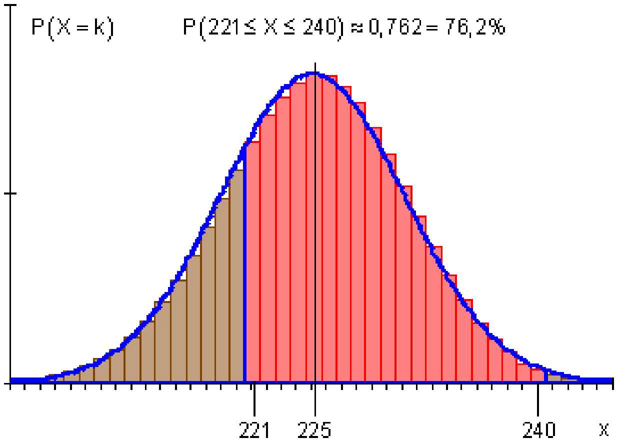
$P(221 \le X \le 229) = P(220,5 \le X \le 229,5)$

$r = 4,5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{4,5}{6,124} \Rightarrow r \approx 0,73 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 0,73$

$P(221 \le X \le 229) \approx 0,535$

$P(221 \le X \le 240) = \frac{1}{2}(0,989 + 0,535) \approx \underline{\underline{0,762}}$

(c) ketabton.com: The Digital Library



$n = 600 \quad p = 1/6 \quad P(90 \le X \le 110)$

$\mu = n \cdot p = 600 \cdot \frac{1}{6} = 100$

$\sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{100 \cdot \frac{5}{6}} = \sqrt{83,\overline{3}} \approx 9,129 > 3$

$[\ldots\{90\ldots100\ldots110\}\ldots]$

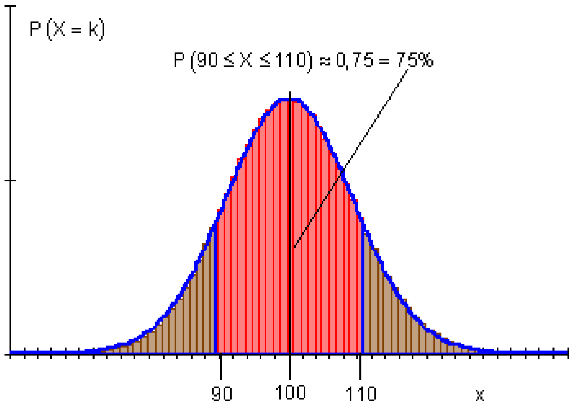
$P(90 \le X \le 110) = P(89,5 \le X \le 110,5)$

$r = 10,5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{10,5}{9,129} \Rightarrow r \approx 1,15 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 1,15$

$P(90 \le X \le 110) \approx \underline{\underline{0,750}}$

پنځم –

د سیکې 600 غورځولو سره احتمالوالی چې لږ تر لږه 90 - ځله او زیات له زیاته 110 - ځله 6 لاس ته راوړو 0,750دی.



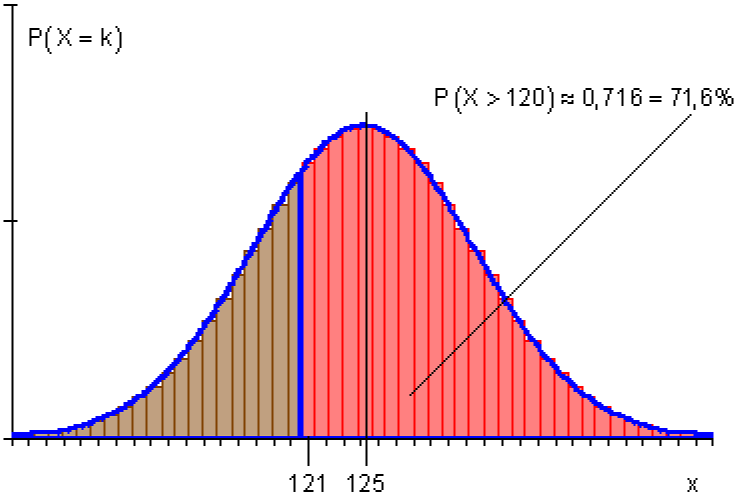
(c) ketabton.com: The Digital Library

مرشپړ –

الف -

$$n = 250 \qquad p = 0,5 \qquad P(X > 120) = P(X \geq 121)$$
$$\mu = n \cdot p = 250 \cdot 0,5 = 125$$
$$\sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{125 \cdot 0,5} = \sqrt{62,5} \approx 7,906 > 3$$
$$[\ldots\{121\ldots125\ldots129\}\{130\ldots250\}]$$
$$P(X \geq 121) = \frac{1}{2}\left[1 + P(121 \leq X \leq 129)\right]$$
$$P(121 \leq X \leq 129) = P(120,5 \leq X \leq 129,5)$$
$$r = 4,5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{4,5}{7,906} \Rightarrow r \approx 0,57 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 0,57$$
$$P(121 \leq X \leq 129) \approx 0,431$$
$$P(X > 120) \approx \frac{1}{2}[1 + 0,431] \approx \underline{\underline{0,716}}$$

د سیکي 250 غورځولو سره احتمالوالی چي له 120 زیات ممبر نښان لاس ته راوړو 0,716 دی

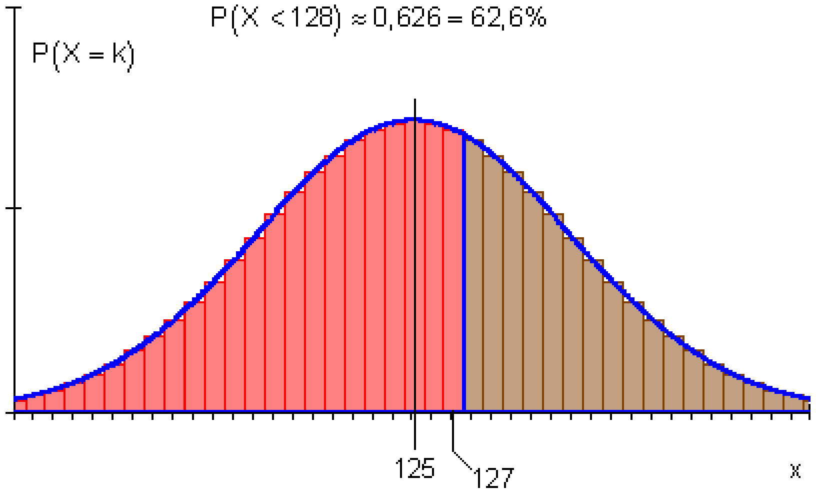


(c) ketabton.com: The Digital Library

ب -

$$n = 250 \qquad p = 0{,}5 \qquad P(X < 128) = P(X \le 127)$$
$$\mu = n \cdot p = 250 \cdot 0{,}5 = 125$$
$$\sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{125 \cdot 0{,}5} = \sqrt{62{,}5} \approx 7{,}906 > 3$$
$$[\{0 \ldots 122\}\{123 \ldots 125 \ldots 127\} \ldots]$$
$$P(X \le 127) = \frac{1}{2}\left[1 + P(123 \le X \le 127)\right]$$
$$P(123 \le X \le 127) = P(122{,}5 \le X \le 127{,}5)$$
$$r = 2{,}5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{2{,}5}{7{,}906} \Rightarrow r \approx 0{,}32 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 0{,}32$$
$$P(123 \le X \le 127) \approx 0{,}251$$
$$P(X < 128) \approx \frac{1}{2}[1 + 0{,}251] \approx \underline{\underline{0{,}626}}$$

د سیکي 250 غورځولو سره احتمالوالی چې له 128 کم ممبر نبنان لاس ته راوړو 0,626 دی.



پ –

$$n = 250 \qquad p = 0{,}5 \qquad P(115 \le X \le 135)$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\mu = n \cdot p = 250 \cdot 0{,}5 = 125$$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{125 \cdot 0{,}5} = \sqrt{62{,}5} \approx 7{,}906 > 3$$

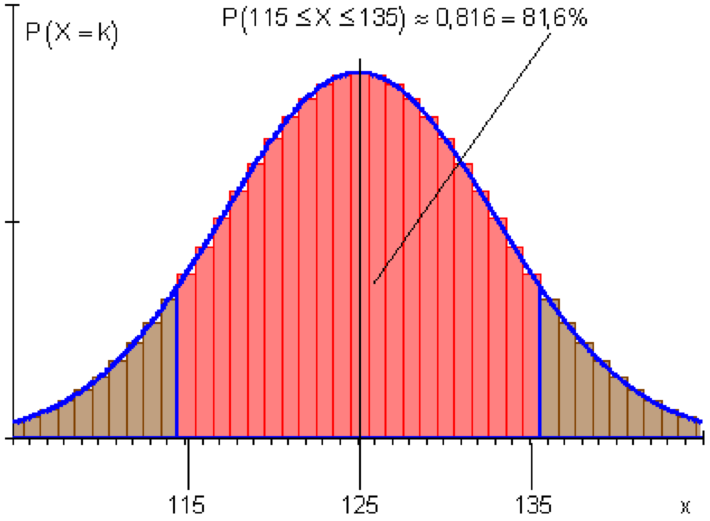
$$[\ldots\{64\ldots74\ldots84\}\ldots]$$

$$P(115 \le X \le 135) = P(114{,}5 \le X \le 135{,}5)$$

$$r = 10{,}5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{10{,}5}{7{,}906} \Rightarrow r \approx 1{,}33 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 1{,}33$$

$$P(115 \le X \le 135) \approx \underline{\underline{0{,}816}}$$

د سیکې 250 غورځولو سره احتمالوالی چې لږ تر لږه 115 او زیات له زیاته 135 ځله ممبرنښان لاس ته راوړو0,816 دی.



دولسم - انتظار ارزښت

او معیارې په څنګ کېدنې

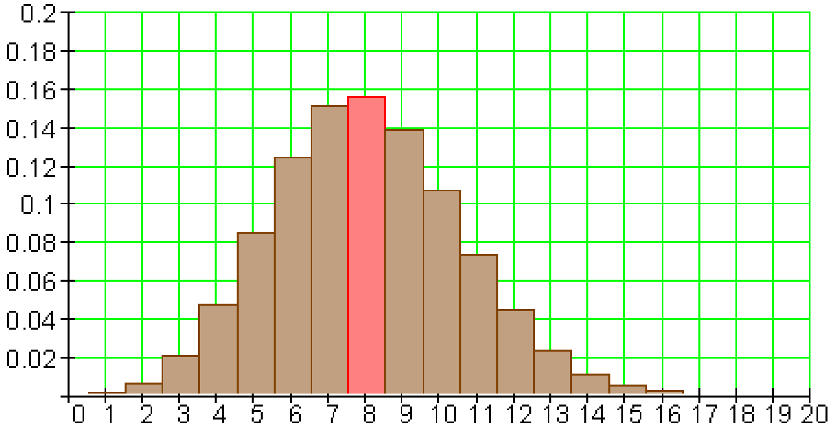
بینومیال وېشل شوې تصادفي لویه.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د بینومیال وېشني بیلګه د_ n = 40 او p متحولې لپاره

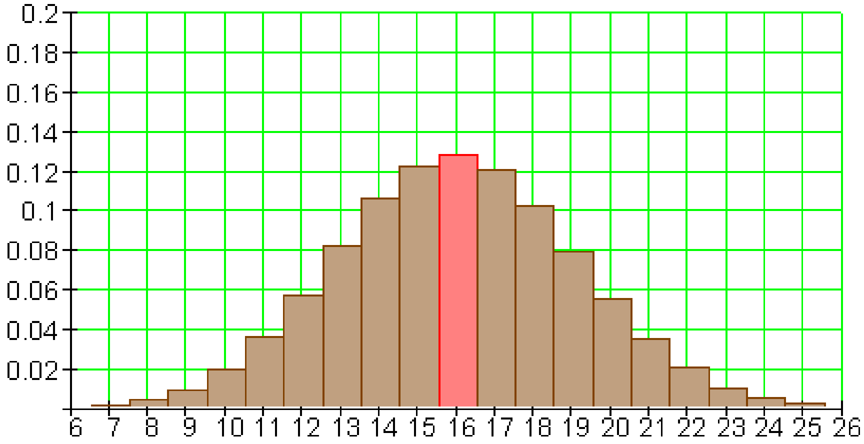
که یوه برنولي تجربه ، د رامنځ ته کیدني احتمالوالی یې p = 0,2 دی، n = 40 ځله تکرار شي، نو په منځني حالت د ۸ ګټني انتظار باسو.

د بینومیال – وېشنه د n = 40 او p = 0,2 لپاره



که د برنولي-تجربه ، چې په هغې کې د ګټني احتمالوالی p = 0,4 دی، n = 40 ځله تکرار شي، نو په منځني ډول د ۱۶ ګټنو(دا داسې دی، لکه چې د لاټري راوتنو) انتظار شته.

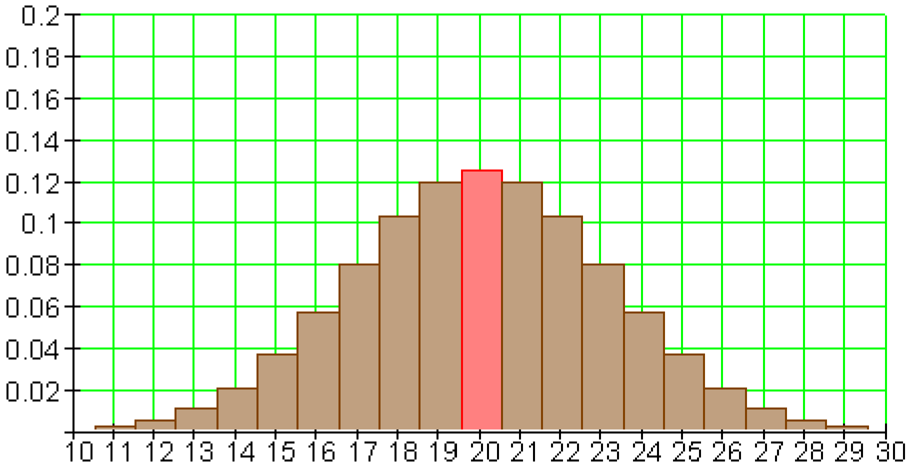
د بینومیالوېشنه د n = 40 او p = 0,4 لپاره



که د برنولي-تجربه ، چې په هغې کې د ګټني احتمالوالی p = 0,5 دی، n = 40 ځله تکرار شي، نو په منځني ډول د 20 ګټنو انتظار شته

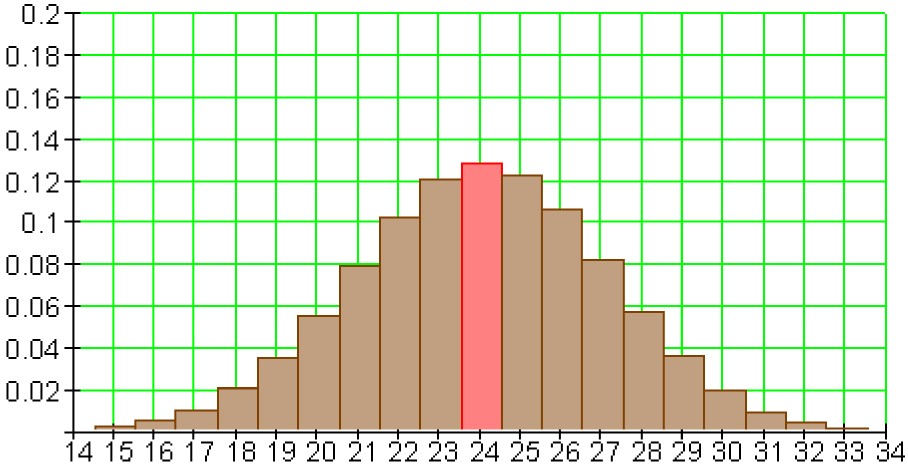
(c) ketabton.com: The Digital Library

د بینومیالوېشنه د $n = 40$ او $p = 0,4$ لپاره



که د برنولي-تجربه ، چې په هغې کې د ګټنې احتمالوالی $p = 0,6$ دی، $n = 40$ ځله تکرار شي، نو په منځني ډول د 24 ګټنو انتظار شته

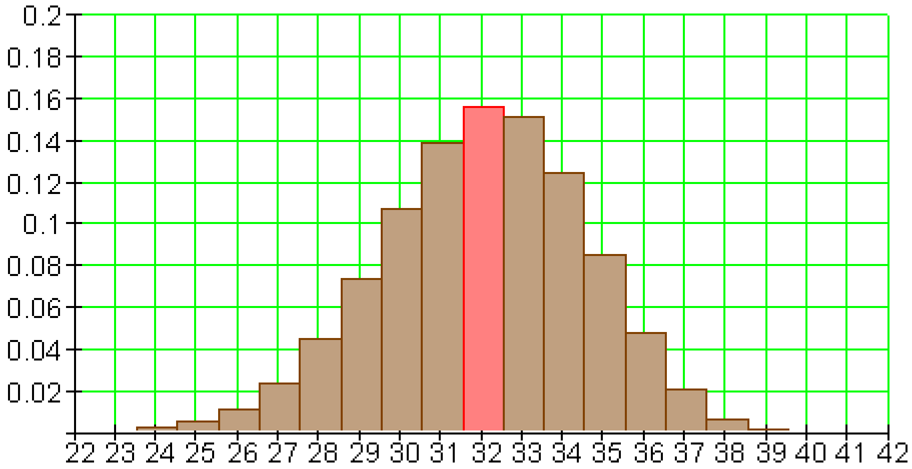
د بینومیالوېشنه د $n = 40$ او $p = 0,6$ لپاره



که د برنولي-تجربه ، چې په هغې کې د ګټنې احتمالوالی $p = 0,8$ دی، $n = 40$ ځله تکرار شي، نو په منځني ډول د 32 ګټنو(راوتنو) انتظار شته

(c) ketabton.com: The Digital Library

د بینومیالوېشنه د $n = 40$ او $p = 0,8$ لپاره



د یوه بینومیال-وېشنې انتظار ارزښت

په سټرګي غورځولو سره مو انتظار دی، چې په 6000 د دانې (سټرګي)غورځولو کې ۶ عدد نږدې 1000 ځله رامنځ ته کیږي . دا په دې معنا نه دی، چې ګوندې ۶ عدد په ریښتونې1000 ځله اروځې یا رامنځ ته کیږي. د انتظار ارزښت ناپای زیاتې تجربې مخ د مخه نیسي(وړاندنیونه)، چې دا د هغې منځ ارزښت انځوروي.

په راتبول شوې توګه ویلای شو:

که برنولي –تجربه کې، د راوتنې احتمالوالی یوهp ده، n ځله یو بل پسې تکرار شي، نو په منځنۍ توګه n ځله p راوتنې ته انتظار کاږو.

جمله : د یوه بینومیال وېشنې انتظار ارزښت:
په یوه n -پوړیز برنولی – تجربه یا ازماښت کې د بریا احتمالوالی p د تصادفي متحولې X د انتظار ارزښت E(X) ،، د بریاو تعداد،، لپاره باور لري.:

$$E(X) = n.p$$

د (EX لپاره هم μ لیکو (دا د ریاضي ادبیاتو کې معمول دی).

له دې سره دبینومیال وېشل شوې لویې X انتظار ارزښت دی.

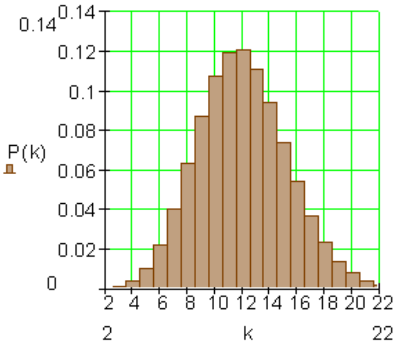
$$\mu = n.p$$

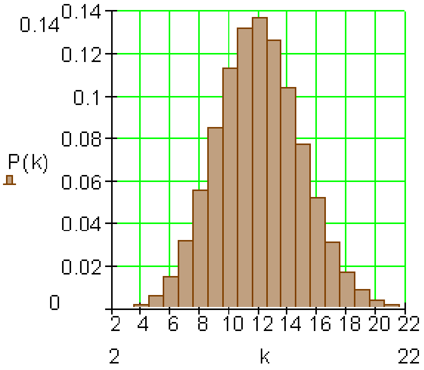
(c) ketabton.com: The Digital Library

حل یا اوبی یې دلته نه راوړل کیږي. دا کېدی شي د بینوم درسي جملې په مرسته مخ ته یو وړل شي یا صورت ونیسي..

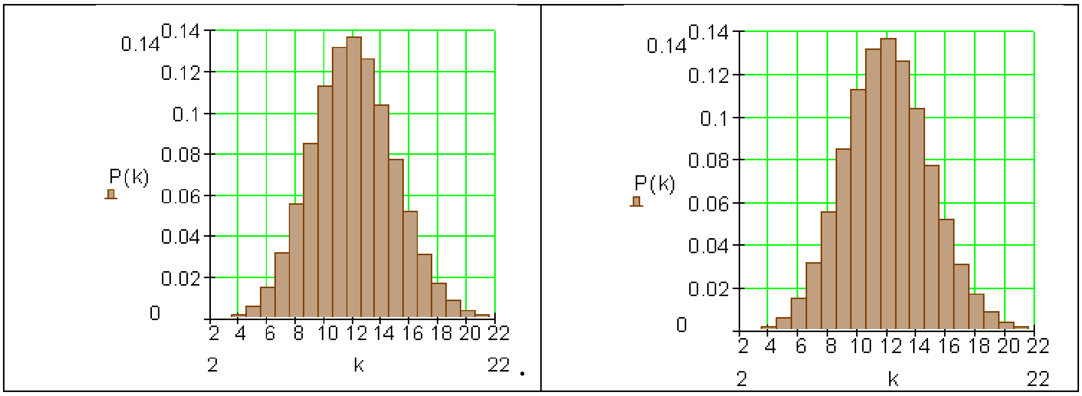
د هیستوګرام د کتلو سره مو بام دی ته را اوړي، چې د هغه خورا لوي احتمالوالي سره منځ ته راغلي نتیجه دا د انتظار ارزښت دی. د هېستوګرامونو بڼه یو بل ته   ورته ده، دا د یوه زنګ بڼه لري. د $p = 0,5$ لپاره ارزښتونه یو بل سره سیومتریک پراته دي. د $p < 0,5$ لپاره وېشنه ،، کیڼ ټیټه یا کیڼ ژوره،، ده، د $p > 0,5$ لپار ه برعکس،، ښي ژوره یا ـکږه،، ده.
د انتظار ارزښت په نږدې کې   نتیجې پرتې دي، د خورا لوي احتمالوالي سره. د متې جګوالی د د اړونده نتیجې احتمالوالی په ګوته کوي یا ښايي، د هغې سور ۱ یوون یا واحد دی. دا چې د یوه تصادفي تجربې د د ټولو یوګون احتمالوالیو انتظار ارزښتونو جمعه ۱ ده، نو د ټولو متو (ستنو) سطحه ارزښت ۱ لري. په یوه ټاکلي انترول کې د ټول برياوو د احتمالوالي لپاره یوه اندازه ده، هغه چې په دې انترول کې پرته ده.

واریانځ او معیاري ترڅنګیدنه یا انحراف.





د $n = 120$ او $p = 0,1$ لپاره دبینومیال وېشنه



(c) ketabton.com: The Digital Library

د n = 120 او p = 0,1 لپاره دبېنومیال وېشنه	د n = 40 او p = 0,3 لپاره بینومیال وېشنه

دواړه بینومیال وېشنې برابر انتظار ارزښت لري.

$$\mu = n \cdot p = 120 \cdot 0{,}1 = \underline{\underline{12}} \qquad \mu = n \cdot p = 40 \cdot 0{,}3 = \underline{\underline{12}}$$

سره له دې چې دواړه وېشنې برابر انتظار ارزښت لري، مختلف لیدل کیږي. موږ دانتظار ارزښت شنل (خورول، که غواړئ پاشل) تر څېړنې لاندې نیسو. د تحلیلی ستاتیسک له مخې واریانځ همداسې معیاری انحراف د خورلو کچې په حیث شهرت لري.

افاده یا وېینه

$$s^2 = h(x_1)\cdot\left(x_1-\overline{x}\right)^2 + h(x_2)\cdot\left(x_2-\overline{x}\right)^2 + h(x_3)\cdot\left(x_3-\overline{x}\right)^2 + \ldots +$$
$$+ \ldots + h(x_n)\cdot\left(x_n-\overline{x}\right)^2$$

د یوه نمونه ازماېښت واریانځ په حیّث نومول کیږي

ارزښتونه $h(x_1); h(x_2); h(x_3); \ldots; h(x_n)$ ؛ نسبي ډېروالی انځوروي

د معیاري انحراف لپاره باور لري : $s = \sqrt{s^2}$ ؛

دې ته په ورته توګه د احتمالوالیوېشنه تعریفوو:

جمله : واریانځ او معیاري انحراف

X د ې یوه تصادفي متحوله وی، کومه چې ارزښتونه $x_1; x_2; x_3; x_4; \ldots; x_n$

نیولی شي او μ انتظارارزښت لري، نو

$$V(x) = P(X = x_1)\cdot(x_1-\mu)^2 + P(X = x_2)\cdot(x_2-\mu)^2 + \ldots + P(X = x_n)\cdot(x_n-\mu)^2$$

د ، وتصادفي پېښې واریانځ ،، بلل کیږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د تصادفي لويي د واريانځ مر بع ريښه $\sigma = \sqrt{V(x)}$ مربع انحراف بلل کيږي.

په ځانګړي ډول باور لري]

جمله : د بينوميال وېشني لپاره واريانځ او معياري انحراف:

د يوه n- پوړيز برنولي-تجربه د بريالی احتمالوالي p سره او او نابريالي احتمالوالي 1-p

سره اوتصادفي لويي X. د بريا تعداد د واريانځ $V(X) = n \cdot p \cdot (1-p)$ لپاره باور لري.

او د معياري انحراف يا ځنګېدني $\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)}$ لپاره.

ښوونه يې دلته صورت نه نيسي.

د n=40 او p=0,3 لپاره د بينوم وېشنه

انتظار ارزښت

$\mu = n.p = 40.0,3 = 12$

معياري انحرا

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{40 \cdot 0{,}3 \cdot 0{,}7} \approx \underline{\underline{2{,}898}}$$

د n=120 او p=0,1 لپاره د بينوم وېشنه

انتظار ارزښت

$\mu = n.p = 120.0,1 = 12$

معياري انحرا

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{120 \cdot 0{,}1 \cdot 0{,}9} \approx \underline{\underline{3{,}286}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

په لومړي وېشنه کې خورونه يا پاشنه لويه ده نسبت و دويمې وېشنې ته.

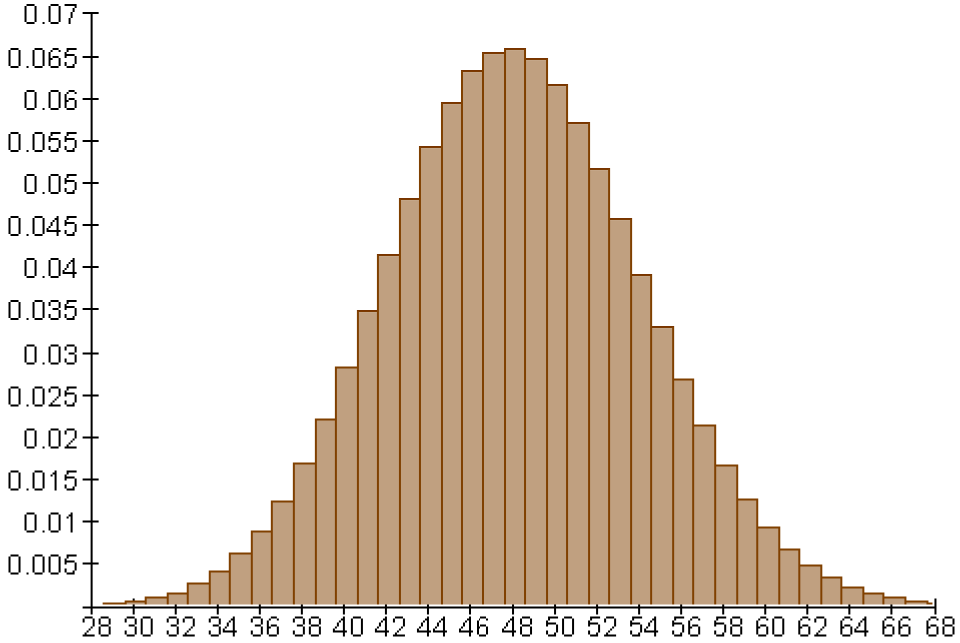
ديارلسم: د چاپيريال احتمالوالی

د بينوميال وېشني کې د انتظار ارزښت هغه دی، چې احتمالوالی يې خورا لوي وي د انتظار ارزښت په د انتظار ارزښت په چاپيريال کې د برياو تعدادونه شتون لري، د خورا جګ احتمالوالي سره . هرڅومره چې د د برياو تعداد د انتظار ارزښت څخه فرق ولري، په همغه کچه يې اختمالوتلی کمېږي. زموږ لومړی علاقه د انتظار ارزښت د نږدې چاپيريال سره ده او هغه په دې ورشو يا ساحه کې رامنځ ته کېدونکي احتمالوالی. لاندې وېشنه د بېلګې په توګه په چوپړ کې لرو:

د $n=200$ او $p=0{,}24$ لپاره دبينوم وېشنه

د انتظار ارزښت : $\mu=n.p=200.0{,}24=48$

معياري تغير: $\sigma=\sqrt{n\cdot p\cdot(1-p)}=\sqrt{200\cdot 0{,}24\cdot 0{,}76}\approx \underline{\underline{6{,}04}}$



د يوه سيګما چاپيريال احتمالوالی

(c) ketabton.com: The Digital Library

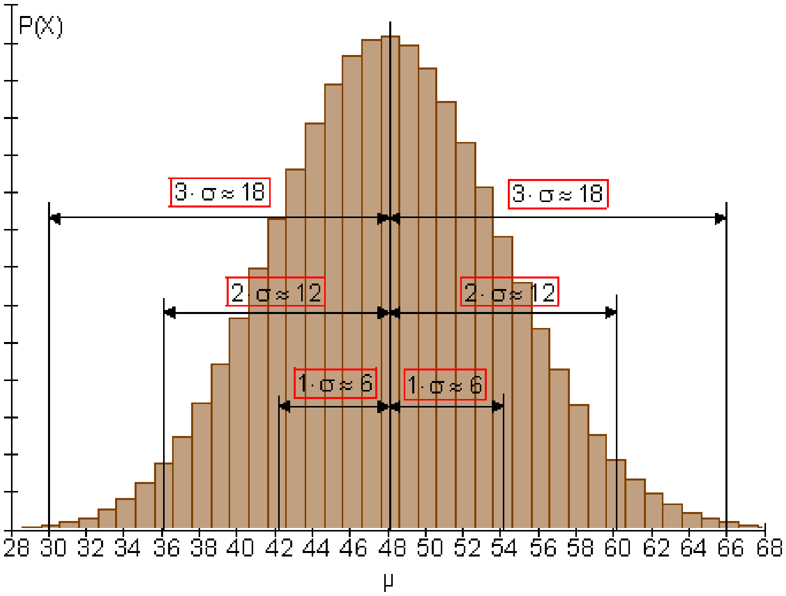
د انتظار ارزښت 48 دوه چاپېریالونه په نخښنه کیږي،

اول – یو σ ؛ - چاپیریال د $6 \approx \sigma$ سور سره

دویم- یو 2σ - چاپیریال د $2\sigma \approx 12$ سور سره

دریم - یو 3σ - چاپیریال د $3\sigma \approx 18$ سور سره

په دې چاپېریالونو کې دې احتمالالی وڅیړل شي.



د غلاقې وړ چاپیریال لپاره لومړی دکمولیري یراتول ا احتمالوالي جدول ته اړتیا لرو

د $n=200$ او $p=0,24$ لپاره د بینوموېشنه

k	P(X≤k)	k	P(X≤k)	k	P(X≤k)	k	P(X≤k)
28	0,000	35	0,017	42	0,182	49	0,603
29	0,001	36	0,026	43	0,230	50	0,665
30	0,001	37	0,038	44	0,284	51	0,722
31	0,002	38	0,055	45	0,344	52	0,774
32	0,004	39	0,077	46	0,407	53	0,819
33	0,007	40	0,106	47	0,473	54	0,859
34	0,011	41	0,140	48	0,539	55	0,892

(c) ketabton.com: The Digital Library

k	P(X≤k)	k	P(X≤k)
56	0,918	63	0,994
57	0,940	64	0,996
58	0,957	65	0,998
59	0,969	66	0,998
60	0,979	67	0,999
61	0,986	68	0,999
62	0,990	69	1,000

د ساده سیګما-چاپیریال احتمالوالی

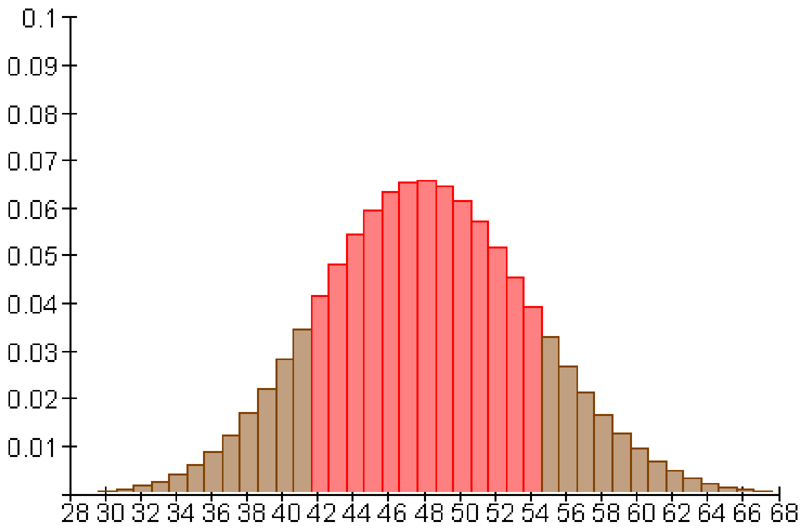
د ټاکلودی $P(\mu - \sigma \le X \le \mu + \sigma)$

د $\mu = 48$ او $\sigma \approx 6$ سره لرو: $\mu - \sigma \approx 48 - 6 = 42$ او

$\mu + \sigma \approx 48 + 6 = 54$ او له دې سره :

$$P(42 \le X \le 54) = P(X \le 54) - P(X \le 41) = 0{,}859 - 0{,}140 = \underline{\underline{0{,}719}}$$

دیوه نزدې (71,9%) 0,719 احتمالوالي سره د بریاو تعداد په انتروال [42 ; 54]
کې پروت دی. دا د ساده سیګما-چاپیریال انتظار ارزښت په ګوته کوي.



د ساده σ - چارپیریال اختمالوالی ~0,719

(c) ketabton.com: The Digital Library

د د ډېل یا دوه برابره سیګما-چاپیریال اختمالوالی

د ټاکلو دی $P(\mu - 2\sigma \le X \le \mu + 2\sigma)$

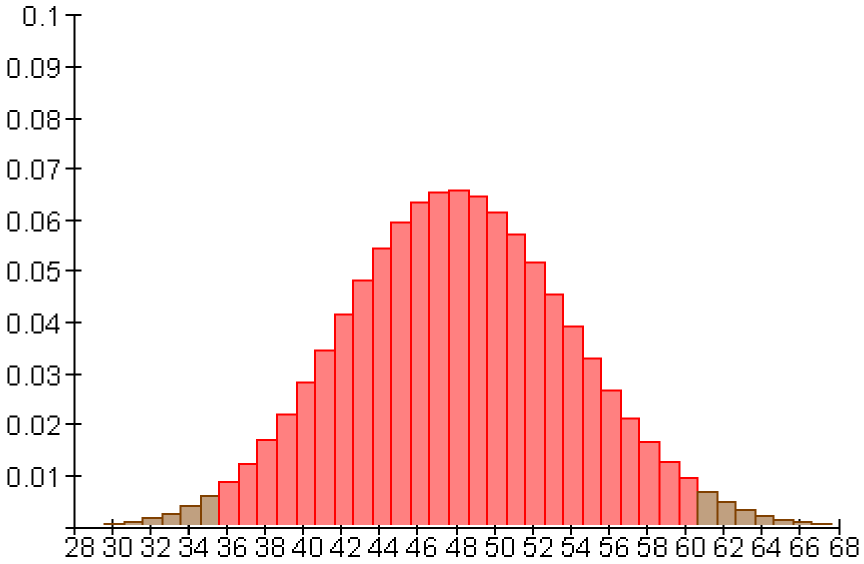
د $\mu = 48$ او $\sigma \approx 6$ سره لرو: $\mu - 2\sigma \approx 48 - 12 = 36$

او $\mu + 2\sigma \approx 48 + 12 = 60$ او له دې سره

$$P(36 \le X \le 60) = P(X \le 60) - P(X \le 35) = 0{,}979 - 0{,}017 = \underline{\underline{0{,}962}}$$

د نږدې یوه (96,2%) 0,962 اختمالوالي سره د بریا تعداد په انتروال [36 ; 60] کې پروت دی.

د ا نږدې د د سیګما – چاپیریال دوه برابره یا ډېل انتظار ارزښت په ګوته کوي.



د دو برابره سیګما σ – چاپیریال $\approx 0{,}962$ احتمالوالی

د درېواره سیګا- چاپیریال اختمالوالی

(c) ketabton.com: The Digital Library

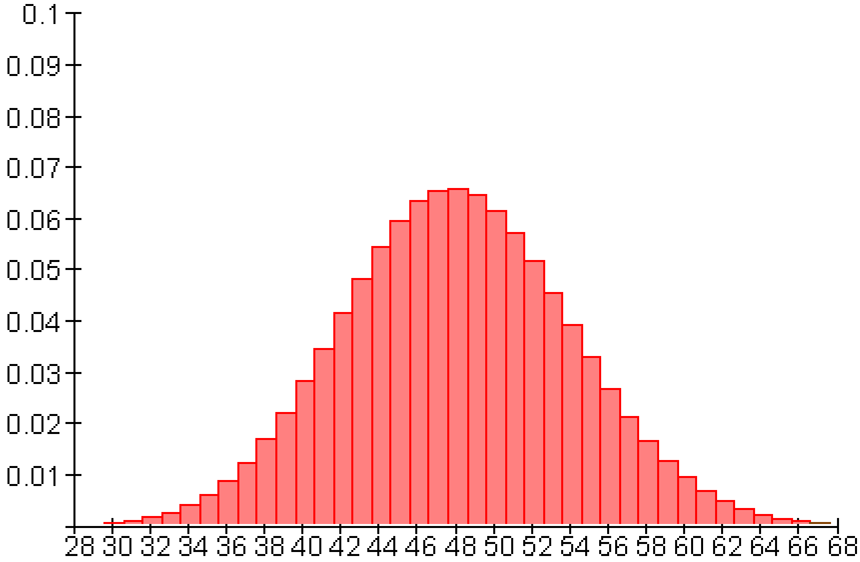
د ټاکلو دی: $P(\mu - 3\sigma \le X \le \mu + 3\sigma)$

د $\mu = 48$ او $\sigma \approx 6$ سره لرو $\mu - 3\sigma \approx 48 - 18 = 30$

او $\mu + 3\sigma \approx 48 + 18 = 66$ اوله دې سره

$$P(30 \le X \le 66) = P(X \le 66) - P(X \le 29) = 0{,}998 - 0{,}001 = \underline{\underline{0{,}997}}$$

د یوه نږدې (99,7%) 0,997 احتمالوالي سره د برياوو تعداد په انتروال [30 ; 66] کې پروت دی. دا د انتظار ارزښت د سیګما-چاپیریال درې برابره دی.



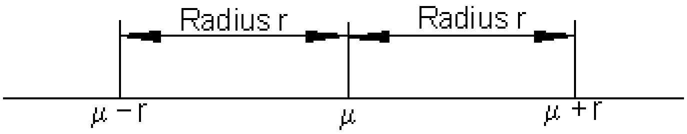
د درېواره σ - چاپیریال احتمالوالی $\approx 0{,}997$.

د چاپیریال وړانګه

د انتظار ارزښت چاپیریال سره یوه وړانګه (شعاع) تنظیمیږي. د دې لاندې دوه اړخیزه د انتظار ارزښت واټن پوهیږو.

دا د یوه ګراف له لارې روښانه کوو.

(c) ketabton.com: The Digital Library

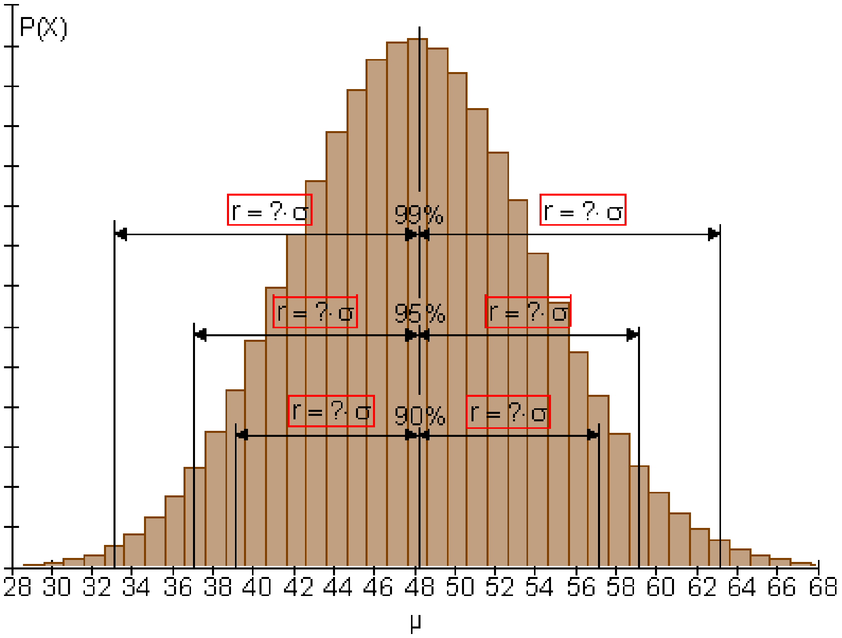


د هر چاپیریال وړانګې یو ټاکلی احتمالوالی سره ترتیب یا تنظیمیږي.

په پورته راوړل شوي بیلګه کې یوه ساده سبنګما – چاپیریال (r = 6) ته نږدې 0,719 چاپیریال احتمالوالی شتون لري ، و ډبل سبنګما – چاپیریال (r = 12) ته نږدې 0,962 او و دریواره سبنګما – چاپیریال (r = 18) ته نږدې 0,997

برعکس هر احتمالوالي چاپیریال ته یوه ټاکلې شتون لري.

د کره ورکړشوي چاپیریال احتمالوالي (90%, 95%, 99%) ته کېدی شي وړانګه په لاندې توګه وټاکل شي:



که بینومیالوېشني لپاره ي، جدول د کمولیری احتمالوالي سره مخ ته ولرو، کېدی شي دا پرابلم د کوټی بندوني له لارې حل شي. د دوه سیګما –چاپیریال لپاره (په پورته بیلګه کې r = 12) د چاپیریال احتمالوالی نږدې 96,2% وو.

د 90% احتمالوالي لپاره د چاپیریال وړانګه کوچنی ده.

د r = 10 سره پیل.

(c) ketabton.com: The Digital Library

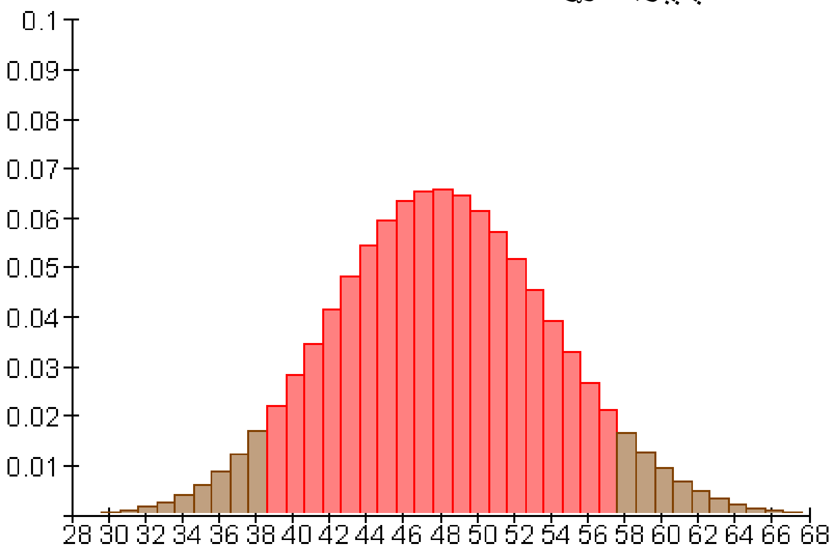
μ	r	$\mu - r \le X \le \mu + r$	$P(X \le \mu + r) - P(X \le \mu - r - 1)$
48	10	$38 \le X \le 58$	$0{,}957 - 0{,}038 = 0{,}919$
48	9	$39 \le X \le 57$	$0{,}940 - 0{,}055 = 0{,}885$

غوښتوني وړانګه د 9 او10 ارزښتونوترمنځ پرته ده. دا چې د بېنوميال وېشني سره دېسکرت وېشنه لرو، بايد هغه وړانګه و ټاکل شي، چې د غوښتونوکي احتمالوالي سره ور (دابل)نږدې پروت وي. په دې حالت کې وړانګه $r = 9$ ده. که دا ارزښت په سيګما ووېشل شي، نو کېدی شي وړانګه د سيګما زياتځله يا ډېرواره انځور شي.

$$\frac{r}{\sigma} = \frac{9}{6{,}04} \approx 1{,}49 \Rightarrow \underline{\underline{r \approx 1{,}49\,\sigma}}$$

په $1{,}49\,\sigma$ يوه چاپېريال کې نږدې $88{,}5\%$ ټولې برياوې پرتې دي.

د 90% -چاپېريال وړانګه : $P(\mu - 9 \le X \le \mu + 9) \approx 0{,}885$ $r \approx 9 \approx 1{,}49 \cdot \sigma$



د 95% احتمالوالي لپاره د $r = 12$ ايښوني يا پيل سره

μ	r	$\mu - r \le X \le \mu + r$	$P(X \le \mu + r) - P(X \le \mu - r - 1)$
48	12	$36 \le X \le 60$	$0{,}979 - 0{,}017 = 0{,}962$
48	11	$37 \le X \le 59$	$0{,}969 - 0{,}026 = 0{,}943$

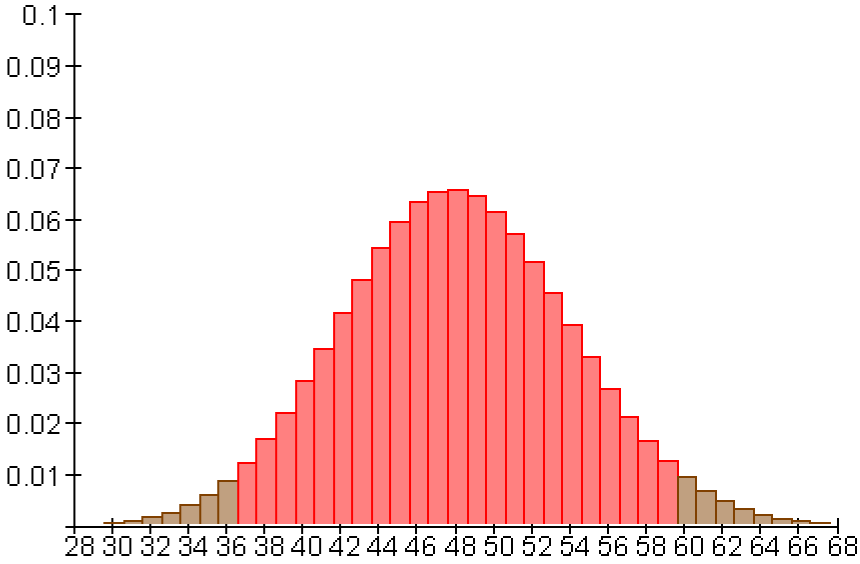
غوښتوني وړانګه د ارزښتونو11 او12 ترمنځ پرته ده. وړانګه $r = 11$ غوښتوني احتمال پسې پرته ده.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\frac{r}{\sigma} = \frac{11}{6{,}04} \approx 1{,}82 \Rightarrow \underline{\underline{r \approx 1{,}82\sigma}}$$

په يوه $1{,}82\sigma$ سيګما چاپيريال کې نږدې $94{,}3\%$ تولې برياوې پرتې دي.

د 95% چاپdريال وړانګه : $P(\mu - 11 \le X \le \mu + 11) \approx 0{,}943$ $r \approx 11 \approx 1{,}82 \cdot \sigma$



د 99% احتمالوالي لپاره د r = 14 سره ابنسوونه ازمايل کيږي.

μ	r	$\mu - r \le X \le \mu + r$	$P(X \le \mu + r) - P(X \le \mu - r - 1)$
48	14	$34 \le X \le 62$	$0{,}990 - 0{,}007 = 0{,}983$
48	15	$33 \le X \le 63$	$0{,}994 - 0{,}004 = 0{,}99$

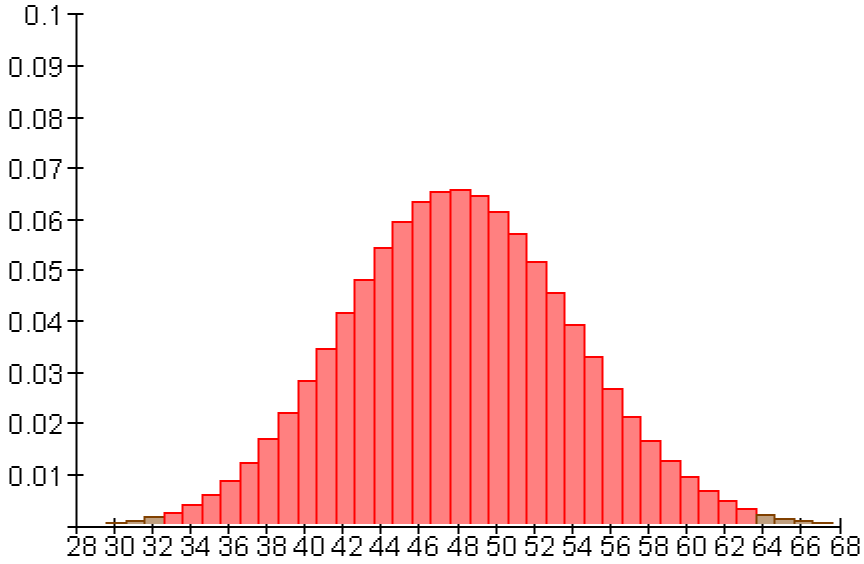
غوښتونې وړانګه ارزښت r = 15 لري.

$$\frac{r}{\sigma} = \frac{15}{6{,}04} \approx 2{,}48 \Rightarrow \underline{\underline{r \approx 2{,}48\sigma}}$$

په يوه $2{,}48\sigma$ سيګما چاپيريال کې نږدې 99% تولې برياوې پرتې دي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د 99% چاپdریال وړانګه : $P(\mu - 15 \le X \le \mu + 15) \approx 0{,}99$ $r \approx 15 \approx 2{,}48 \cdot \sigma$



خوارلسم - د بينوميالتوته كوني اپروكسميشن

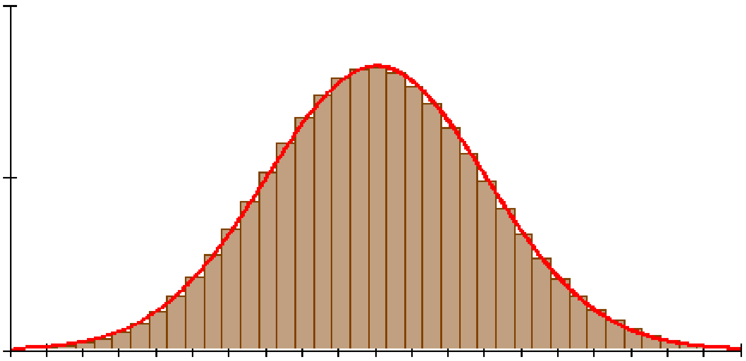
د نورمالتوته كوني يا - پاشنې له لارې

د بينوموېشني هېستوګرام د نه ډېر کوچني n لپاره زن؛ يا ګېنګړي ډوله دی. د لوي کېدونکيn لپاره د ګينګړی بڼه تل واضح رامنځ ته کيږي. د تل لوی کېدونکي سره هيستوګرام تل د ګاوس وېشني منحني (ګرږې) ته نږدې کيږي، چې د زنګ ياګينګړي منحني هم بلل کيږي. د منحني او د پرتې يا افقي کربنې ترمنځ سطحه 1 ارزښت لري.. دا په همدې ډول د ټولو متو سطح لپاره هم باور لري.

د زنګمنحنی يادزنګ کرږې تابع ساوات : $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma} \cdot e^{\frac{-(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$

د ګاوس نورمال وېشني له لارې د بينوميالوېشني اپروکسيميشن (Approximation)

(c) ketabton.com: The Digital Library



دا د لوی n لپاره ممکنوی، چې احتمالوالی په یوه ټاکلي انتروال کې په نږدې توګه وټاکو. سطحه، چې نورمالوېشنه یې د x– محور سره ترې یا رابندوي، کېدی شي د انتیګرال

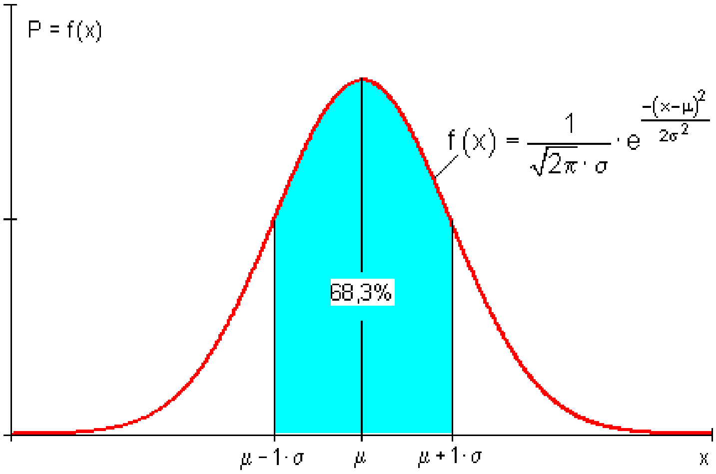
$$I\int_a^b f(x) = \int_a^b \frac{1}{\sqrt{2\pi}\cdot\sigma}\cdot e^{\frac{-(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

له لارې وشمېرل شو.

د سطحې شمیرنه د انتیګرال سره پوره ستونځمنه ده، له دې امله جدولونه شته چې په هغه کې د سیګما –چاپېریال دلیست سره ورکړ شوی دی.

د سیګما –چاپیریال لپاره لاندې اړیکې شته.

$P(\mu-\sigma \le X \le \mu+\sigma) \approx 0,683 = 68,3\%$ (ساده سیګما σ – چاپېریال)

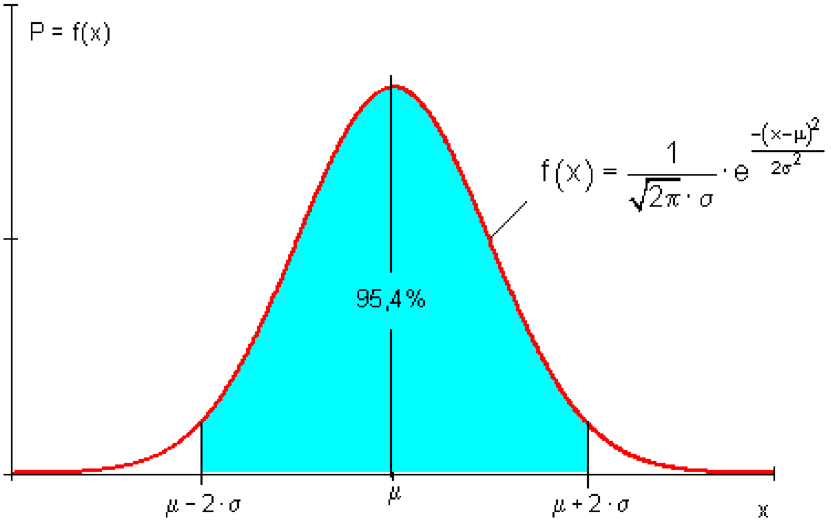


(c) ketabton.com: The Digital Library

(ډبل سیګما –چاپیریال)

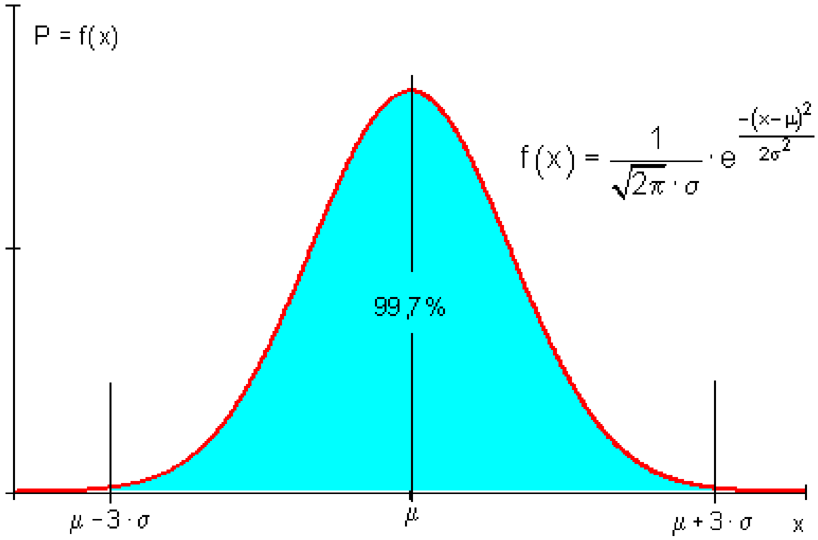
$$P(\mu - 2\cdot\sigma \le X \le \mu + 2\cdot\sigma) \approx 0,954 = 95,4\%$$

(ډبل σ -چاپیریال)



$$P(\mu - 3\cdot\sigma \le X \le \mu + 3\cdot\sigma) \approx 0,997 = 99,7\% \text{ (dreifache } \sigma\text{ -Umgebung)}$$

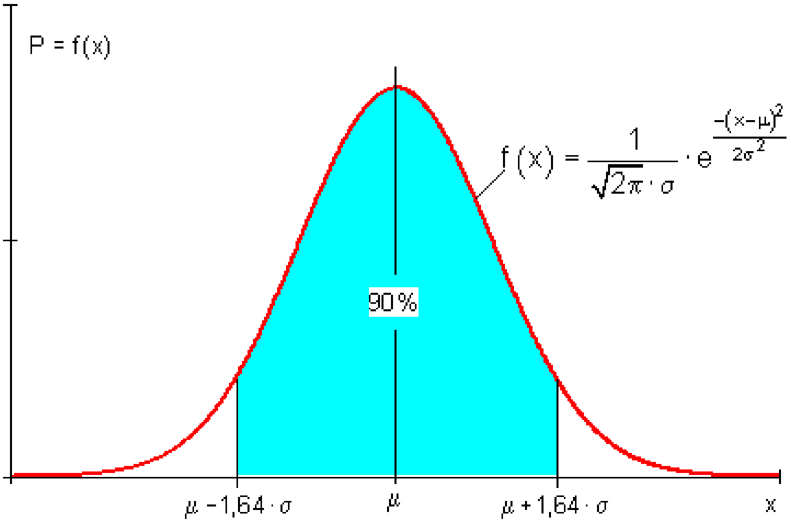
د پورته الماني پښتو: درې برابره سیګما-چاپیریال)



(c) ketabton.com: The Digital Library

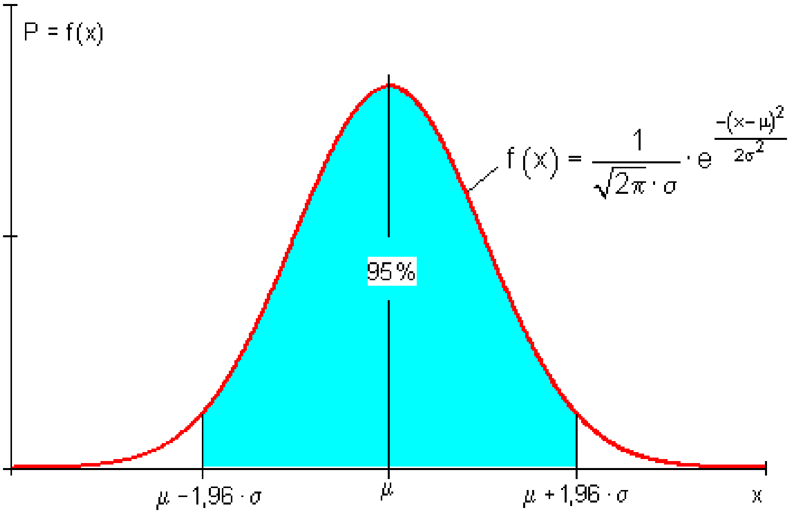
د % - چاپیریال لپاره لاندې اړیکې صدق کوي:

(90%- چاپریال) $P(\mu - 1{,}64 \cdot \sigma \leq X \leq \mu + 1{,}64 \cdot \sigma) \approx 0{,}899 = 89{,}9\%$



(95% - چاپیریال)

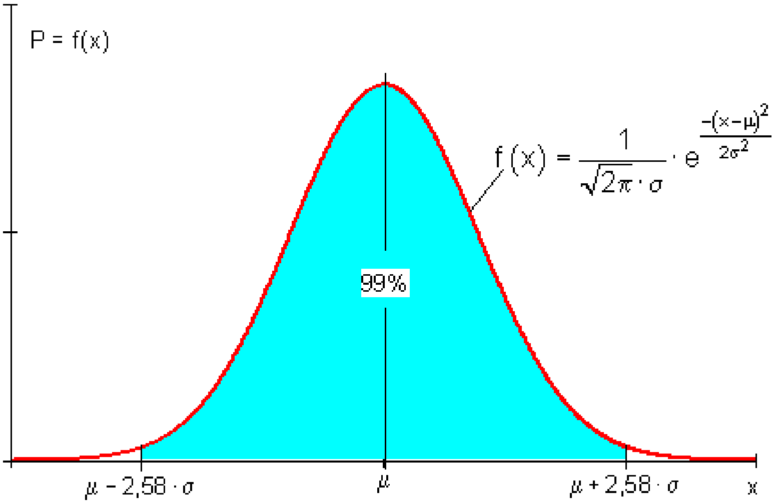
چاپیریال $P(\mu - 1{,}96 \cdot \sigma \leq X \leq \mu + 1{,}96 \cdot \sigma) \approx 0{,}95 = 95\%$ (95% − Umgebung)



(99% - چاپیریال)

(c) ketabton.com: The Digital Library

$P(\mu - 2{,}58 \cdot \sigma \le X \le \mu + 2{,}58 \cdot \sigma) \approx 0{,}99 = 99\%$ (99% − Umgebung) چاپیریال



په ادبیاتویا کتابونوکې په لاندې چاپیریال احتمالوالي توافق کړل شوی:

د چاپیریال وړانګه	د چاپیریال احتمالوال	د چاپړیال احتمالوال	د چاپریال وړانګه
$1{,}64 \cdot \sigma$	0,90	0,68	$1 \cdot \sigma$
$1{,}96 \cdot \sigma$	0,95	0,955	$2 \cdot \sigma$
$2{,}58 \cdot \sigma$	0,99	0,997	$3 \cdot \sigma$

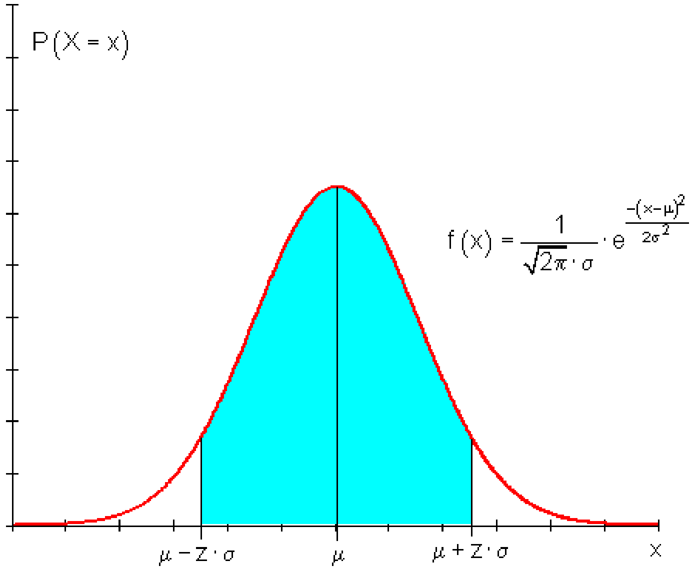
داچې د بینمیالوېشنې دهستوګرام بنه(فورم) فقط د مناسبې لویې n د نورمالوېشنې بنې ته تل زیات ورنږدې کوي، لاندې کریتیریوم د نورمالوېشنو د انتروال احتمالوالی د استعمال لپاره باور لري.

که شرایط $\sigma = \sqrt{n.p.(1-p)} > 3$ پوره وي(د لاپلاس شرایط) ، نو نورمالوېشنې له لارې نږدې والی ښخه پوره ټیک (یا وررسپدونکی ټیک) انتروال احتمالوالی راکوي. تر اوسه د بینومیالوېشنې لپاره د یوه ټاکلي n او یوه ټاکلي احتمالوالي p لپاره هروار یو جدول د کمولیري احتمالوالي سره اړیین وو، چې چاپیریال احتمالوالی وټاکل شي.که چیرې اوس د د یوه بینومیالوېشنې ارزښت د لاپلاس شرایط پوره کړي، اجازه شته چې د د نورمال وېشنې د جدول ارزښتونه و کارول یا استعمال شي. د لاپلاس شرایط دی په هر حالت د مخه و ازمایل شي.

په دې حالت کې چې د چاپریال وړانګه د سیګما په واحدونو یا یونونو ورکړه شي، نو

(c) ketabton.com: The Digital Library

لاندې اړيکې باوري کيدی شي:



د انتظار ارزښت د چاپيريال وړانګه(Umgebungsradius) دېرواره د سيګما د واحد (يوون) په حيث افاده کيږي. دلته د z ضريب دی، چې له هغه سره سيګما ضربيږي. د داسی سيګما –چاپيريالو احتمالوالی په لاندې جدول کې دz ضريب په واکوالي کې انځورېدلای شي.

په يوه بينوميالوېشني کې يې د احتمالوالي انځوروني سره غوره توپير ، لکه تر اوسه چې استعمال شوی، دی، چې په نورمالوېشنه کې ارزښتونه د x - محور باندې نه پريکېدونکي يا پرلپسی ليدل کېدای شي. په نورمالوېشنه کې د k لپاره دېسکريټ (د پام وړ) ارزښتونه دي.

پنځلسم - چاپيريال احتمالوالي شميرنه

په يو څو بيلګو کې به وښوول شي، چې څنګه د يوه د تصادفي واريابلې د نورمال وېشنې د جدول سره کار کېدی شي. په پام کې دي وي، چې د z ارزښت اړونده چاپيريال ته تل نسبت د انتظار ارزښت μ ته تل سيومتري پرته ده.

انتظار ارزښت ته سيومتريک انټروال

يو n -پوړيز برنولي – ازمايښت دې د n = 500 او p = 0,33 سره ور کړ شوی وي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

په انتروال .[180 ; 150] کې دي د برياوو تعداد لپاره احتمالوالى و ټاکل شي.

د يوه له لسميز وروسته د درې ځايونو ټيکوالي سره دې شمېرنه وشي يا وشميرل شي.

$$n = 500 \quad p = 0{,}33 \quad \Rightarrow \mu = 500 \cdot 0{,}33 = 165$$

$$\begin{matrix} n = 500 \\ p = 0{,}33 \end{matrix} \quad \Rightarrow \quad \begin{matrix} \mu = n \cdot p = 500 \cdot 0{,}33 = 165 \\ \sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{165 \cdot 0{,}67} = \sqrt{110{,}55} \approx 10{,}514 > 3 \end{matrix}$$

$$P(150 \le X \le 180) = P(149{,}5 \le X \le 180{,}5)^{*)}$$

له دې د ا نتظار په ارزښت وړانګه لاس ته راځي :

$$r = \mu - 149{,}5 = 165 - 149{,}5 = 15{,}5$$

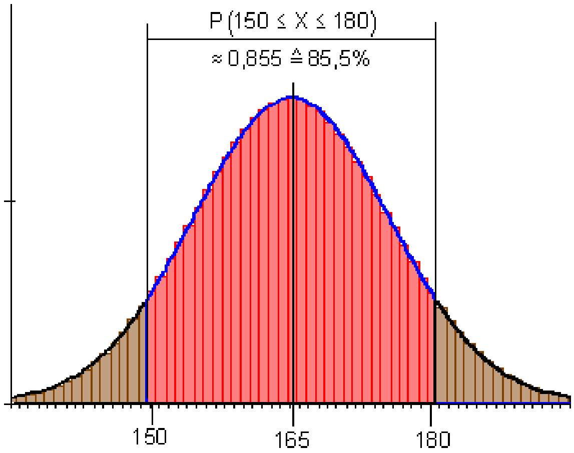
$$\frac{r}{\sigma} = z = \frac{15{,}5}{\sqrt{110{,}55}} \approx 1{,}474 \Rightarrow r = z \cdot \sigma \approx 1{,}474 \cdot \sigma$$

$$P(150 \le X \le 180) = P(\mu - z \cdot \sigma \le X \le \mu + z \cdot \sigma) = P(\mu - 1{,}474 \cdot \sigma \le X \le \mu + 1{,}474 \cdot \sigma)$$

Z=1,474له دې جدول ازښت لاس ته راځي:0,858

$$\underline{\underline{P(150 \le X \le 180) \approx 0{,}858 \quad (85{,}8\%)}}$$

په انتروال [180 ; 150] کې د برياو احتمالوالى نږدې 85,8% دی.

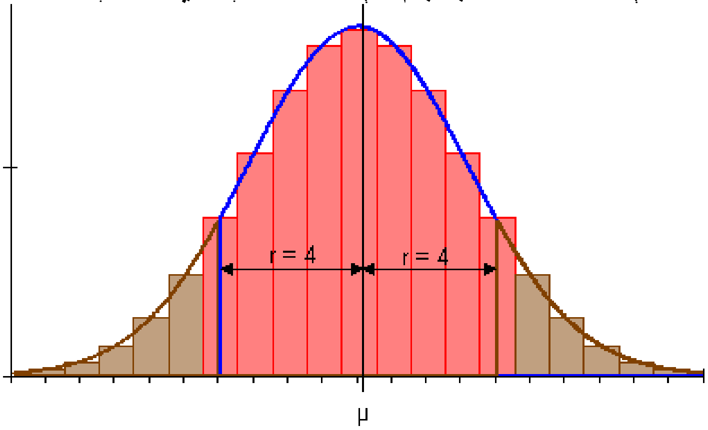


(c) ketabton.com: The Digital Library

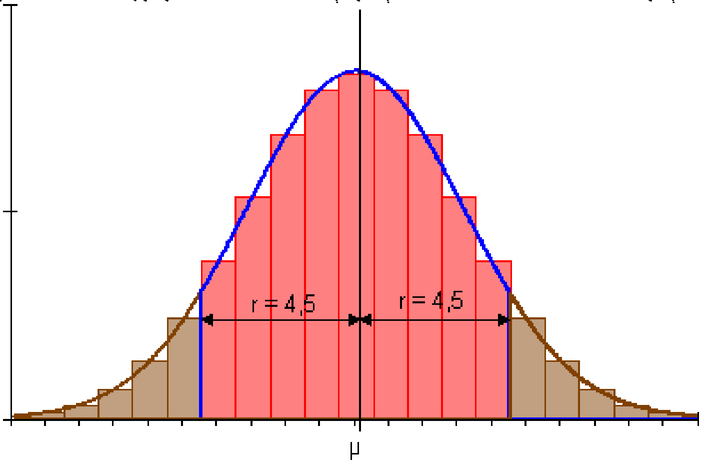
ولې دې د انتروال پولې په 0,5 لويې شي، که دنورمالوېشنې جدول سره د انتروالاحتمالوالی تاکل کيږي؟

Bei P(150 ≤ X ≤ 180) = P(149,5 ≤ X ≤ 180,5) war das der Fall.

د استعمال شوي جدول داتا د نومالوېشنې په بنسټ ده. که وړانګه $r = 165 - 150 = 15$ وټاکل شي، نو دا به په 0,5کوچنی وي. دا به د برجونو یا متو نیمه سطحه د $k = 150$ همداسې $k = 180$ په پام کې نیول شوې وي. لاندې ګرافيک به دا روښانه کړي.



تاکل شوې وړانګه $r = 4$ ډېره کوچنی ده. دا د انتظار ارزښت په هر اړخ د يوې نيمې متې په اندازه کمه ده، داسې چې غوښتونکی چاپيريال ټول په بر کې نه رانيول کيږي.



تاکل شوې وړانګه $r = 4,5$ دا د انتظار ارزښت په هر اړخ د يوې نيمې متې په اندازه زياته ده، داسې چې غوښتونکی چاپيريال ټول په بر کې رانيول کيږي.

د انتظار ارزښت په % - چاپير يال

د $n = 550$ او$p = 0,36$ لپاره د انتظار ارزښت د 90%- چاپيريال وټاکی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$n = 550 \quad \mu = n \cdot p = 550 \cdot 0,36 = 198$$
$$p = 0,36 \quad \Rightarrow \quad \sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{198 \cdot 0,64} = \sqrt{126,72} \approx 11,257 > 3$$
$$P(\mu - z \cdot \sigma \le X \le \mu + z \cdot \sigma) = 0,90$$

د p=0,90 لپاره دې پورې اړونده z -ارزښتونه د جدول څخه لوستل کیږي.

Z=1,64له دې لاس ته راځي، د چاپیریال وړانګه:

$$r = z \cdot \sigma \approx 1,64 \cdot \sqrt{126,72} \approx 18,46$$

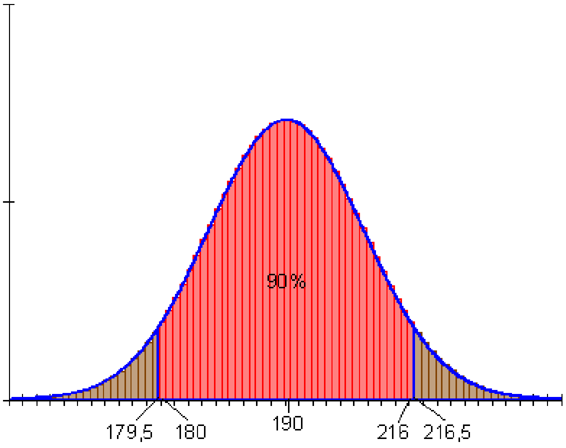
$$\mu - z \cdot \sigma = 198 - 18,46 = 179,54 \approx 180$$
$$\mu + z \cdot \sigma = 198 + 18,46 = 216,46 \approx 216$$

انتروال انتظار ارزښښت $\mu = 198$ ته سیومتریک پروت دی.

موږ ټاکو: $P(180 \le X \le 216)$
باید و ازمایل شي، چې ایا انتروال {216…198…180}پسي لاس ته راتلنه(90%) په ګوته کوي.

$$P(180 \le X \le 216) = P(179,5 \le X \le 216,5)$$
$$r = 18,5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{18,5}{11,257} \Rightarrow r \approx 1,64 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 0,1,64$$
$$P(180 \le X \le 216) \approx 0,899$$

په انتروال [216 ; 180]کې داحتمالوالي د برياوو تعداد لپاره نږدې 90% دی.



(c) ketabton.com: The Digital Library

د چاپېریال څخه دباندې انتروال

n - پوړېزه برنولی-ازمایښت ورکړ شوی دی. نسبت انتظار ارزښت له چاپېریال دباندې نتیجې لپاره احتمالوالی غوښتونی دی یا غواړو پیدا کړو.

الف - که $n = 300 \quad p = 0{,}56$ ، نو $P(X < 162)$ وټاکی.

ب – که $n = 240 \quad p = \frac{1}{3}$ وې، نو وټاکی. $P(X > 80)$

و الف ته –

$$\begin{matrix} n = 300 \\ p = 0{,}56 \end{matrix} \Rightarrow \begin{matrix} \mu = n \cdot p = 300 \cdot 0{,}56 = 168 \\ \sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{168 \cdot 0{,}44} = \sqrt{73{,}92} \approx 8{,}598 > 3 \end{matrix}$$

د انتروال [161 ; 0] لپاره غواړو احتمالوالی پیدا کړو. د جدول څخه کېدی شي احتمالوالی د سیومتریک انتروال انتظار ارزښت لپاره ولوستل شي، دا ارزښتونه [162 174] ... 168 .... خوندي لري. پهدې پسې ترلی دا انتروال [300 .... 175] لاس ته راځي، کوم چې د سیومتري دلایلو پر بنسټ برابر لوي دی ، لکه

[161 ; 0] . لاندې یشوونه یا پیل لاس ته راځي: ... 168 ... 162} { 161 ... 0 }] [174 } { 175 ... 300}]

$$P(X < 162) = P(X \le 161) = \frac{1}{2}\Big[1 - P(161{,}5 \le X \le 174{,}5)\Big]$$

$$: r = 168 - 161{,}5 = 6{,}5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = z = \frac{6{,}5}{\sqrt{73{,}92}} \approx 0{,}756 \Rightarrow r \approx 0{,}756 \cdot \sigma$$

وړانګه:

د z~0,76 سره په ولرو

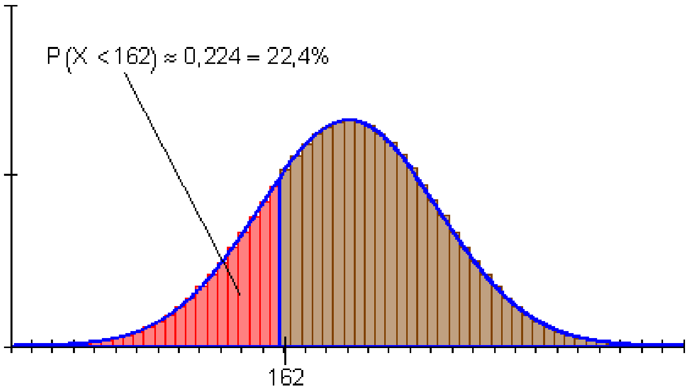
$$P(161{,}5 \le X \le 174{,}5) = P(\mu - z \cdot \sigma \le X \le \mu + z \cdot \sigma) \approx 0{,}553$$

او له دې سره به شي

$$P(X < 162) \approx \frac{1}{2}[1 - 0{,}553] = \frac{1}{2} \cdot 0{,}447 = \underline{\underline{0{,}2235}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د له 162خخه کمو برياو لپاره احتمالوالی نږدي 22,4% دی.



و ب ته –

$$n = 240 \qquad \mu = n \cdot p = 240 \cdot \frac{1}{3} = 80$$

$$p = \frac{1}{3} \quad \Rightarrow \quad \sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{80 \cdot \frac{2}{3}} = \sqrt{\frac{160}{3}} \approx 7{,}303 > 3$$

$$[0;79][79{,}5;80{,}5][81;240]$$

$$P(X > 80) = \frac{1}{2}\left[1 - P(79{,}5 \le X \le 80{,}5)\right]$$

وړانګه :

–

$$: r = 80 - 79{,}5 = 0{,}5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = z = \frac{0{,}5}{\sqrt{\frac{160}{3}}} \approx 0{,}068 \Rightarrow r \approx 0{,}07 \cdot \sigma$$

له$z \sim 0{,}07$ سره به شي

$$P(79{,}5 \le X \le 80{,}5) = P(\mu - z \cdot \sigma \le X \le \mu + z \cdot \sigma) \approx 0{,}056$$

او له دې سره په شي

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P(X>80)\approx 0{,}5\cdot(1-0{,}056)=0{,}5\cdot 0{,}944\approx \underline{\underline{0{,}472}}$$

$$n=240 \qquad \mu=n\cdot p=240\cdot\frac{1}{3}=80$$

$$p=\frac{1}{3} \quad\Rightarrow\quad \sigma=\sqrt{n\cdot p\cdot(1-p)}=\sqrt{80\cdot\frac{2}{3}}=\sqrt{\frac{160}{3}}\approx 7{,}303>3$$

$$[0;79][79{,}5;80{,}5][81;240]$$

$$P(X>80)=\frac{1}{2}\left[1-P(79{,}5\le X\le 80{,}5)\right]$$

$$r=80-79{,}5=0{,}5\Rightarrow\frac{r}{\sigma}=z=\frac{0{,}5}{\sqrt{\frac{160}{3}}}\approx 0{,}068\Rightarrow r\approx 0{,}07\cdot\sigma$$

ورانکه:

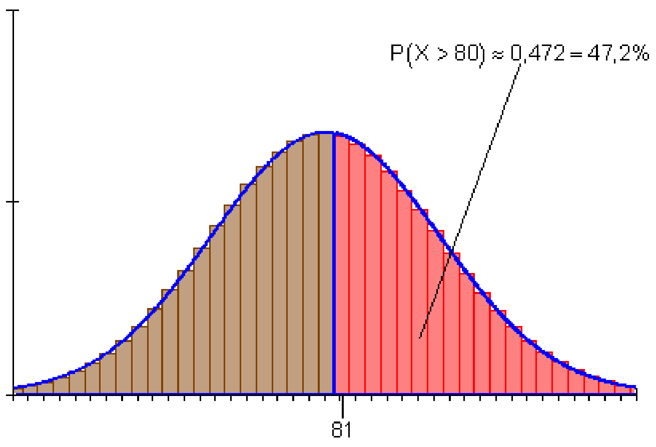
له ۱ $z\approx 0{,}07$ سره کيږي

$$P(79{,}5\le X\le 80{,}5)=P(\mu-z\cdot\sigma\le X\le\mu+z\cdot\sigma)\approx 0{,}056$$

او له دې سره کيږي

$$P(X>80)\approx 0{,}5\cdot(1-0{,}056)=0{,}5\cdot 0{,}944\approx \underline{\underline{0{,}472}}$$

د له 80څخه زياتو برياو لپاره احتمالوالی نږدې 47,2% دی.



(c) ketabton.com: The Digital Library

اسيومتريکي چاپيريال

د انتظار ارزښت د يوه نه سيومتريکي چاپيريال احتمالوالی و ټاکی.

لرو $p=0,55$ $n=180$ وټاکی $P(89 \le X \le 104)$

$$\left[\{89\ldots93\}\{94\ldots99\ldots104\}\{105\ldots109\}\right]$$

اينوونه:
$$P(89 \le X \le 104) = \frac{1}{2}\left[P(89 \le X \le 109) + P(94 \le X \le 104)\right]$$

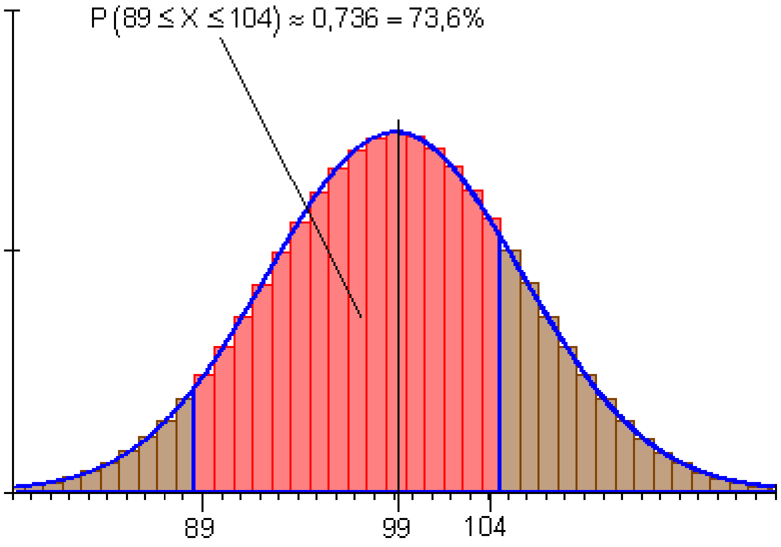
$$\begin{aligned} n &= 180 \\ p &= 0,55 \end{aligned} \quad \Rightarrow \quad \begin{aligned} \mu &= n \cdot p = 180 \cdot 0,55 = 99 \\ \sigma &= \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{99 \cdot 0,45} = \sqrt{44,55} \approx 6,675 > 3 \end{aligned}$$

$$P(89 \le X \le 109) = P(88,5 \le X \le 109,5)$$

$$r = 10,5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = z = \frac{10,5}{6,675} \approx 1,57 \Rightarrow r \approx 1,57 \cdot \sigma$$

$$P(89 \le X \le 109) \approx 0,884$$

$$P(94 \le X \le 104) = P(93,5 \le X \le 104,5)$$



(c) ketabton.com: The Digital Library

$$r = 5,5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = z = \frac{5,5}{6,675} \approx 0,82 \Rightarrow r \approx 0,82 \cdot \sigma$$

$$P(94 \le X \le 104) \approx 0,588$$

$$P(89 \le X \le 104) = \frac{1}{2}[0,884 + 0,588] = 0,736$$

په انتروال [104 ; 89] کې د برياوو احتمالوالی نږدې .%73,6 دی.

شپاړسم:د هيوپوتيزې ازماېښت **Hypothesentest**

د سترګي(سترکيزمکعب) سره ننوتنه

پيل :

د يوه لاپلاس غورځوني يا سترګي(مکعب) څخه پيژندل شوې، چې د هر وار غورځوني سره د شپږو عددونو هر يو د 1/6 احتمالوالي سره رامنځ ته کيدی شي يا غورځول کيدی شي. د ډېرو سترګيو(مکعبونو) لوبو سره ۶ يوه ځانګړې معنا لري. د لته د لوبه کونکي له لورې ممکن هغه ښه غورځونه وي، چې هغه زيات ځله ۶ ورکړي. برعکس د لوبي مالک له لورې هغه غورځونه ښه ده، چې ممکن لږ واره شپږ ورکړي يا ۶ راووځي. دلته مخطلفې علاقي مخ ته لرو، چې د غورځووني(مکعب) غلطيدنه ممکن وبرېښي. په لاندې کې دې غورځوني و ازمايل شي.

لومړی حالت:

ګومان به وشي، چې ۶ زياتواره راوځي، لکه په لاپلاس-غرځونه کې يې چې انتظار بايد وي (p > 1/6). د دې لپاره چې غورځونی وازمايلی شو، پلان کيږي، چې غورځونی n = 600 واره و غروځول شي او له دې سره د تصادف اووښتوني يا وارابله X = د منځ ته راغلو شپږو ګڼون يا تعداد وڅيړو. د يوه هيوپوتيز ازماېښت سره بايد وازمايل شي چې ايا p > 1/6باور لري.

د دې لپاره بايد کومه هيپوتيز وټاکل شي؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

- د دې لپاره چې سړی $p > 1/6$ د ټيک په توګه وكتلى شي، بايد سړی له دې باوري وي، ځکه چې $p \leq 1/6$ صدق نه کوي. يعني هيوپوتيز ې صفر هيوپوتيز H_0: $p \leq 1/6$ چې صفرهم بلل کيږي ازمايل کيږي. که چيرې دا بايد رد شي، نو $H1$: $p > 1/6$ چې الترناتيو يا بديل هيوپوتيز هم بلل کيږي بايد ونيول شي.

صفرهيوپوتيز ته يادونه

صفر هيوپوتيزې H_0 دې تل هيوپوتيزې وي، چې د هغې سره ازماېښت سرته رسيږي.

د دې لپاره دې باور ولري:

$H_0 : p \leq p_0$; $H_0 : p = p_0$ يا $H_0 : p \geq p_0$

صفر هيوپوتيزې ته تل بديل يا الترناتيو هيوپوتيز شتون لري

ښی اخيز ازماېښت	$H_0 : p \leq p_0 \Rightarrow H_1 : p > p_0 \Rightarrow$
دوه اړخيز ازماېښت	$H_0 : p = p_0 \Rightarrow H_1 : p \neq p_0 \Rightarrow$
كيڼ اړخيز ازماېښت	$H_0 : p \geq p_0 \Rightarrow H_1 : p < p_0 \Rightarrow$

د H_0 لپاره پرېکړه مو تل د د H_1 د نفي کولو په لور يعني رده ولو په لورلاربنودوي

د H_0 په ضد پرېکړه مو تل د H_1 نيولو ته بيايي.

هغه ناټيکاوی چې د پرېکړې سره رامنځ ته کيدی شي، بايد زيات له زياته په 5% محدود شي. دا لويه سيګنيفيکانس significance بلل کيږي. د دې لپاره چې غورځونی(دانه يا سترګيز مکعب) و ازمايو، د

$$H_0 : p \leq \frac{1}{6}$$

لپاره يو د نيوني ورشو يا ساحه او يوه د رديدلو ورشو بايد وشميرل شي.

د (کار) مخ ته تلني لپاره يادونه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

د غورځووني یا سترګي(سترکي لرونکی مکعب) تجربي د تصادفي متحولي یا اووښتوني X د برنولي ا زماېښت دی د یوه بینومیال وېشني سره. داسي یوه وېشنه هلته و یوه انتظارارزښت μ ته سیومتریک ده، که $p = 0{,}5$ وي. د $p = 1/6$ لپاره وېشتابع نوره سیومتریک نه ده. د پوره کیدونکي یا رسیدونکي جګي خوروني یاپاشني سره لاپلاس-شرایط (3 <سیګما) پوره شوي دي. نو بیا کیدی شي د بینوموېشنه د انتظارارزښت ته سیومتریک یوه نورمالوېشني له لاري نږدي (اپرکسیمي) (approximation =نږدېونه) شي، داسي چې د چاپیریاالاحتمالوالي شمیرنې ته د سیګا-چاپیریال لپاره د نورمالوېشل شوی تصادفي اووښتوني یا متحوله احتمالوالي جدول اسعمال کیدی شي. په انتظار ارزښت د یوه -x%-چاپیریال لپاره باور لري:

$\Rightarrow r = 1{,}64 \cdot \sigma$	90%-چاپیریال 95% -
$\Rightarrow r = 1{,}96 \cdot \sigma$	چاپیریال99% -چاپیریال
$\Rightarrow r = 2{,}58 \cdot \sigma$	

شمیرنه: صفر هیوپوتیز H_0: $p \le \frac{1}{6}$ سیګنیفیکانځ نیو یا اندازه $\alpha \le 5\%$

داتا:

$$n = 600;\ p = \frac{1}{6};\ \mu = n \cdot p = 600 \cdot \frac{1}{6} = 100$$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{100 \cdot \frac{5}{6}} = \sqrt{\frac{500}{6}} \approx 9{,}129 > 3$$

یو بنې اړخیز هیوپوتیز ازماېښت دې سر ته ورسیږي، ځکه چې د شپږو یو جګ تعداد د H_0په ضد ځان ښایي یا په ګوته کونه ده.

د 5% یوه سیګنیفیکانځنیوی (اشتباه احتمالوالی) له امله لاندې انتروالون په پام کې نیسو:

{ 5% }{ 90% } { 5% }

Ablehnungsbereich für H_0

د H_0 لپاره د رده ونې ورشو

له دې سره دی:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\mu + 1{,}64 \cdot \sigma = 100 + 1{,}64 \cdot \sqrt{\frac{500}{6}} \approx 114{,}97$$

دا د H_0 لپاره د قبلوني يا نيوني د ساحې پورته پوله ده.

باور لري:

د H_0 لپاره د نيوني يا قبلوني ورشو:

د H_0 لپاره د ردوني ورشو:{ 0 ... 115 }

د ردوني ورشو د ازمايلو ده داسې، چې باور لري:{ 116 ... 600 }

$$P(116 \le X \le 600) \le \alpha = 5\%$$

$$\{0 \ldots 84\}\{85 \ldots 100 \ldots 115\}\{116 \ldots 600\}$$

$$P(116 \le X \le 600) = \frac{1}{2}\left[1 - P(85 \le X \le 115)\right]$$

$$P(85 \le X \le 115) \Rightarrow r = 15{,}5 \Rightarrow z = \frac{r}{\sigma} = \frac{15{,}5}{\sqrt{\frac{500}{6}}} \approx 1{,}7 \Rightarrow P(85 \le X \le 115) \approx 0{,}911$$

$$\Rightarrow P(116 \le X \le 600) \approx \frac{1}{2}[1 - 0{,}911] = 0{,}0445$$

ارزونه: که د 600 واره د سترګي غورځول سره د په نخښه شوو شپږو تعداد د {) H_0 ({ 116 ... 600 } د ردوني ورشو کې ولويږي، نو H_0 دې رده شي او H_1 دې قبوله يا ومنل شي. دا به په دې معنا وي، چې غورځونه يا سترګی دې شپږ ورکوي، لکه چې دا بايد وی.

ممکن دا به غلط (د ټکۍ لپاره)جوړ شوی وي.

که د H_0 هيپوتيز د ازماېښت نتيجو په بنسټ رد شوې وي، نو دا د نږدې 4,45%) شميرل شوی سيګنفيکانځ نيو يا اشتباهي احتمالوالی) يوه ناټيکاوي يا اشتباه پيښيږي. دا د لومړي ډول ناټيکاوی دی او په دې معنا دی:

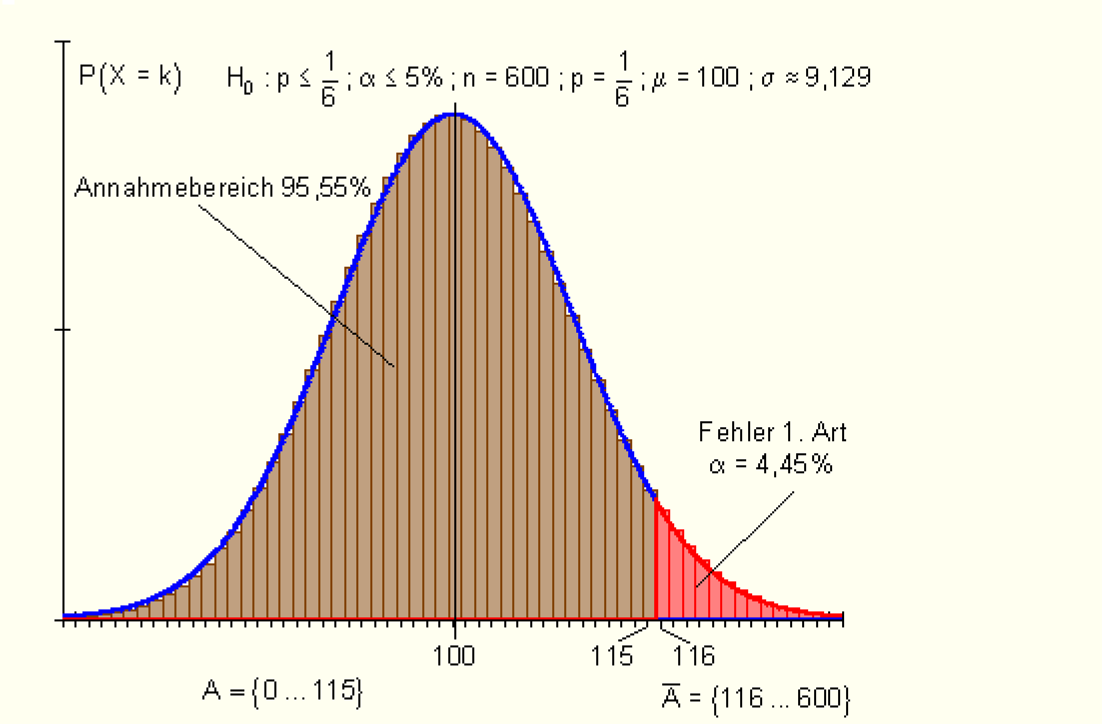
(c) ketabton.com: The Digital Library

د دي لپاره ا حتمالوالی، چي H_0–هیوپوتیز د ازماښت نتیجو په بنسټ رد شو سره له دې چي دا ټیک ده، دا نږدې په 4,45% معنا دی. دا احتمالوالی د اشتباه احتمالوالیپه نامه هم بلل کیږي.

د 4,45% احتمالوالي سره سړی نیسي یا فرضوي، چي سترګی ټګئ ته جوړ شوی دی، سره له دې چي دا ټیک یا روغ دی.

ګرافیکي انځورونه:

د په خیره کي دننه پښتو:د نیونې ورشو، لومړی ډول ناټیکاوی



دویم حالت:

ګومان به وشي، چي یو سترګی لږ شپږ غوځوي، لکه له یوه لاپلاس غورځوني یا داني څخه چي انتظار کیږي ($p < 1/6$).

تلنلار یا کونلار لومړي حالت ته ورته ده.

(c) ketabton.com: The Digital Library

باید معاینه یا وکتل شي چې ایا $p < 1/6$ باور لري.

دلته ازمایل کیږي هیوپوتیز $H_0 : p \geq 1/6$.

که دا باید رد شي، نو $H_1 : p < 1/6$ نیول کیږي یا قبلیږي.

شمیرنه: صفر هیوپوتیز $H_0 : p \geq \frac{1}{6}$ سیګنیفیکانڅ نیو یا اندازه $\alpha \leq 5\%$

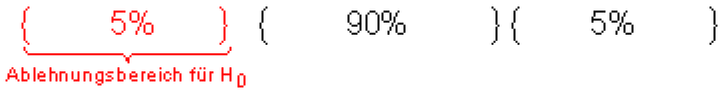
داتا:

$$n = 600;\ p = \frac{1}{6};\ \mu = n \cdot p = 600 \cdot \frac{1}{6} = 100$$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{100 \cdot \frac{5}{6}} = \sqrt{\frac{500}{6}} \approx 9,129 > 3$$

دا یو کیڼ اړخیز هیوپوتیز- تست کیږي، ځکه چې د شپږو کم تعداد د H_0 په ضد دی.

د یو سیګنیفیکانځنیو یا اتباه- احتمالوالی سره لاندې انتروالونه راوړو:



د H_0 لپاره د رده ونې ورشو

له دې سره $\mu - 1,64 \cdot \sigma = 100 - 1,64 \cdot \sqrt{\frac{500}{6}} \approx 85,03$ کیږي.

د H_0 لپاره د منلو ورشو لاندې پوله.

باور لري: د H_0 لپاره د منلو روشو(منلورشو):{ 85 ... 600 }

د H_0 لپاره د ردولو ورشو(ردونورشو):{ 0 ... 84 }

د ردونې ورشو (ردونورشو) ځیرل کیږي، داسې چې باورلري:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P(0 \le X \le 84) \le \alpha = 5\%$$

$$\{0 \dots 84\}\{85 \dots 100 \dots 115\}\{116 \dots 600\}$$

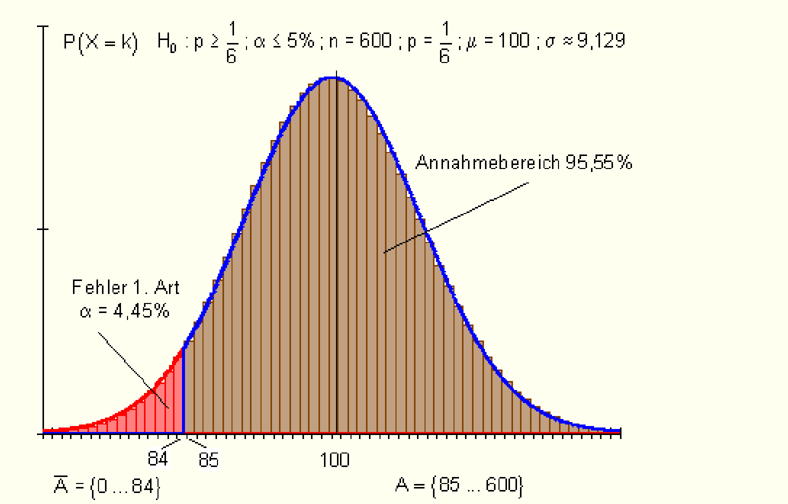
$$P(0 \le X \le 84) = \frac{1}{2}\left[1 - P(85 \le X \le 115)\right]$$

$$P(85 \le X \le 115) \Rightarrow r = 15{,}5 \Rightarrow z = \frac{r}{\sigma} = \frac{15{,}5}{\sqrt{\frac{500}{6}}} \approx 1{,}7 \Rightarrow P(85 \le X \le 115) \approx 0{,}911$$

$$\Rightarrow P(0 \le X \le 84) \approx \frac{1}{2}[1 - 0{,}911] = 0{,}0445$$

ارزونه: که د 600 واره د سترګي غورځولو سره د په نخښه شوو شپږو تعداد د (H_0 ({ 84 ... 0 } د ردوني ورشو کي ولويږي، نو H_0 دې رده شي او H_1 دې قبوله يا ومنل شي. دا به په دې معنا وي، چې غورځونه يا سترګی دي په رينتوني کم شپږ ورکوي، لکه چي دا بايد وی.
ممکن دا به غلط (د تګئ لپاره) جوړ شوی وي.

که د H_0 هيوپوتيز د ازمايښت نتيجو په بنسټ رد شوي وي، نو دا د نږدې 4,45%) شميرل شوې سيګنفيکانځ نيو يا اشتباهي احتمالوالی) يوه ناتيکاوي يا اشتباه پيښيږي. دا د لومړي ډول ناتيکاوی دی او په دې معنا دی:



(c) ketabton.com: The Digital Library

د دې لپاره ا حتمالوالی، چې H_0–هیوپوتیز د ازماېښت نتیجو په بنسټ رد شو سره له دې چې دا ټیک ده، دا نږدې 4,45% ده.
په بل ډول ویلي یا افاده شوي: د 4,45% احتمالوالي سره سړی نیسي یا فرضوي، چې سترګی ټګۍ ته جوړ شوی دی، سره له دې چې دا ټیک یا روغ دی.
ګرافيکي انځورونه: په ګراف کې دننه(د نیونې ورشو، لومړی ډول ناټیکاوی خیره پورته

په خیره کې دننه: له کیڼ ښي لور ته: لومړی ډول ناټیکاوی، د نیونې ورشو

دریم حالت: د یوه سترګي څخه ا ټکل کیږي، چې شپږ د یوه احتمالوالي سره راکوي، چې د 1/6 سره برابر نه دی، لکه څنګه چې د لاپلاس غورځوني یا مکعب څخه انتظار کیدی شي. باید یو ازماېښت داسې جوړ شي، چې هیوپوتیز، دا د لاپلاس غورځونی نه دی، مطالعه شي.

تلنه یا د کار مخ ته بیونه د لومړي حالت او دویم حالت ته ورته دی.

باید وڅېړل شي، چې ایا $p \neq 1/6$ باور لري.

صفرهیوپوتیز H_0: $p = 1/6$ ؛ بدیلي هیوپوتیز H_1: $p \neq 1/6$.

له لومړي حالت او دویم حالت په بل ډول دلته دH_0 د ردونې ورشو د انتظار ورشو په دواړو لورو پرته ده، ځکه چې ډېر شپږ او لږ شپږ د H_0 په ضد خبرې کوي یا ویناوې کوي.د سیګنیفیکانځ نیو د دواړو ردونې ورشو په برابر ډول وېشل کیږي. د داسې یوه ازماېښت یا تست سره سړی د یوه دوه اړخیز تست څخه غږیږي.

شمیرنه:

صفر هیوپوتیز H_0 ؛ : $p = \frac{1}{6}$ د سیګنیفیکانځ نیو $\alpha \leq 5\%$

دتا:

$$n = 600\,;\, p = \frac{1}{6}\,;\, \mu = n \cdot p = 600 \cdot \frac{1}{6} = 100$$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{100 \cdot \frac{5}{6}} = \sqrt{\frac{500}{6}} \approx 9{,}129 > 3$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

يوه دوه اړخيزه هيوپوتيز دي راوړل شي، ځکه چې يو کوچنی تعداد، لکه لوی تعداد شپږ هم د H_0 په ضد خبرې کوي.

د يوه سيګنيفيکانځنيو سره لاندې انتروالونه تر څيړنې نيول کيږي:

2,5%	95%	2,5%
Ablehnungsbereich für H_0		Ablehnungsbereich für H_0

د H_0 رده وني ورشو   د H_0 رده وني ورشو

له دې سره دی يا کيږي:

$$\mu - 1{,}96 \cdot \sigma = 100 - 1{,}96 \cdot \sqrt{\frac{500}{6}} \approx 82{,}1$$

د H_0 لپاره د منلو يا قبلولو لاندې پوله.

$$\text{und } \mu + 1{,}96 \cdot \sigma = 100 + 1{,}96 \cdot \sqrt{\frac{500}{6}} \approx 117{,}9$$

د H_0 لپاره د قبلولو لپاره پورته پوله باور لري:

د H_0 لپاره د قبلولو ورشو: { 82 ... 118 }

د H_0 لپاره دردوني ورشو: { 0 ... 81 } u { 119 ... 600 }

د ردوني ورشو ازمايو، داسې چې باور لري:

$$P(0 \le X \le 81) + P(119 \le X \le 600) \le \alpha = 5\%$$

$$\{0 \ldots 81\}\{82 \ldots 100 \ldots 118\}\{119 \ldots 600\}$$

$$P(0 \le X \le 81) + P(119 \le X \le 600) = 1 - P(82 \le X \le 118)$$

$$P(82 \le X \le 118) \Rightarrow r = 18{,}5 \Rightarrow z = \frac{r}{\sigma} = \frac{18{,}5}{\sqrt{\frac{500}{6}}} \approx 2{,}03 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow P(82 \le X \le 118) \approx 0{,}958$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\Rightarrow P(0 \le X \le 81) + P(119 \le X \le 600) \approx 1 - 0{,}911 = 0{,}042$$

ارزونه: که د 600 واره د سترګي غورځول سره د په نخښه شوو شپږو تعداد د {) H_0
({ 600 ... 119 } u { 81 ... 0 د ردوني ورشو کې ولويږي، نو H_0 دې رده شي
او H_1 دې قبوله يا ومنل شي. دا به په دې معنا وي، چې غورځونه يا سترګی دې په
ريښتوني کم شپږ ورکوي، لکه چې دا بايد وی.

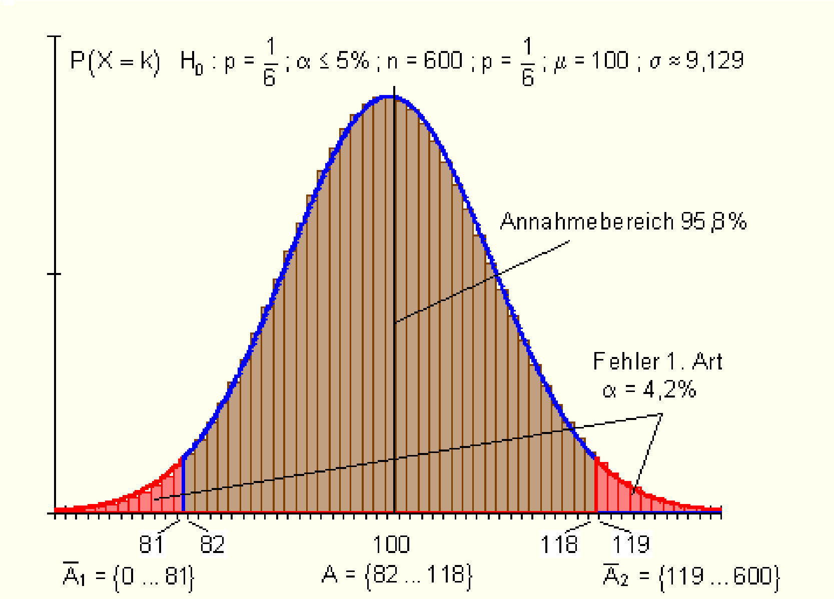
ممکن دا به غلط (د ټکۍ لپاره جوړ شوی) شوی وي.

که د H_0 هيوپوتيز د ازماېښت نتيجو په بنسټ رد شوې وي، نو دا د نږدې 4,2% (
شميرل شوې سيګنفيکانڅ نيو يا اشتباهي احتمالوالی) يوه ناتيکاوي يا اشتباه پيښيږي. دا د
لومړي ډول ناتيکاوی دی او په دې معنا دی:

د دې لپاره ا حتمالوالی، چې H_0–هيوپوتيز د ازماېښت نتيجو په بنسټ رد شو سره له
دې چې دا ټيک ده، دا نږدې 4,2%. ده.

په بل ډول ويلي يا افاده شوي: د 4,2% احتمالوالي سره سړی نيسي يا فرضوي،
چې سترګی ټکۍ ته جوړ شوی دی، سره له دې چې دا ټيک يا روغ دی.

ګرافيکي انځورونه: په ګراف کې د ننه: د نيوني ورشو، د لومړي ډول ناتيکاوي



(c) ketabton.com: The Digital Library

د اشتباه راوړنه یا ـخیرنه

له لومړي حالت څخه تر دریم حالت پورې ښايي، چې دا هر جوړړ شوی قضاوت کیدی شي ناټیک وي.

لومړی ډول:

داپه حقیقت کې د لاپلاس غورځونی یا سترګی(-مکعب) دی، مګر دا چې د ازمايښت توکلي نتیجه په د H_0 د ردونې په ورشو کې پرته وي، نو H_0 د ناټیکاوي په ډول یا په غلط ډول ردیږي.

لنډ: رېښتونې هیوپوتیزې ردیږي.

دویم ډول ناټیکاوی:

داپه حقیقت کې د لاپلاس غورځونی یا سترګی(-مکعب) نه دی، مګر دا چې د ازمايښت توکلي نتیجه د H_0 د منلو یا قبلولو په ورشو کې پرته وي، نو H_0 د ناټیکاوي په ډول یا په غلط ډول منل یا قبلول کیږي.

د دویم ډول ناټیکاوی کیدی شي فقط هلته وشمیرل شي، که سړی په ناټیکه یا غلطه ډول یو ناتیک یا غلط شوی سترګی(-مکعب) سره یو یو ټاکلی احتمالوال د یوه شیږ لپاره قبلول کړي او یا سړی هغه پوهیږي.

یوبه حالتبیلګه به دا پهپوهوړ ډول اسانه کړي.

حالت بیلګه:

په کلني جشن کې یو ه لوبه ،، هر شیږ ګټي،، بلل کیږي.

یو د پخا وخت همکار پولیس ته ځي او ثبوتوي یا غواړي وښايی، شیږ فقط د د یوه $p = 0,13$ احتمالوالي سره رمنځ ته کیږي یا لویږي. دا د پولی څخه ټاکل شوی هیّت سپین ګل له مخه چرت وهي ، چې دی دې حالت ته څنګه ننوتل غواړي.

هغه د خپل ښوونځي وخت څخه پوهیږي، چې غورځوونی یا سترګی یوه توکلي تجربه ده. دا په دې هم پوهیږي، چې د یوه لاپلاس سترګي سره مخ ته راتلی شي، چې له شیږو غورځونو زیاتو کې هم شیږ کیدی شي را ونه ووځي، د دې لپاره چې ستاتیستیکي د

(c) ketabton.com: The Digital Library

شپږ لپاره احتمالوال د پوره کیدونکي ټیکاوي لپاره پیدا کړي، باید په ډېرو زرهاو تجربې وکړي.دا چې دی د خپل تقاوات تر وخته پورې له دې حالت سره ځان نه شي مصروفولی، دی ۶۰۰ تجربي غواړي وکړي او له نتیجې څخه یوه پای لاس ته راوړنه باندې پرېکړه وکړي.

دښوونځي دوخت د ستوښاستیک – موادو له لیده، د پرېکړې پیدا کوونې لپاره پریکړه یا فیصله کوي یو هیوپوتیز ازماېښت ته وده ورکړي یا منځ ته راولیي.

$H_0 : p \geq \frac{1}{6}$ (صفر هیوپوتیز)، $; H_1 : p < \frac{1}{6}$ (الترناتیو هیوپوتیز) هیوپوتیزې د

H_0 دې په یوه د 5% سیګنیفیکانځنیو(د اشتباه احتمالوالی) وازمایل شي.

دا همغه با برابر ازماېښت دی، لکه په دویم حالت کې چې تشریح شوی. د H_0 { 85 ... 600 }د منلو یا قبلولو ورشو،

د { 84 ... 0 } H_0د رده ولو ورشو د یوه $4,45\%$.اشتباهي احتمالي سره.

د دې لپاره چې کمیسار سپینګل دا د دویم ډول ناټیکاوی وشمیرې، نیسي یافرضوي چې د معلوماتو په بنسټ د شپږو د راوتنې لپاره ریښوتی احتمالوالی $p = 0,13$ دی.

دی شمیرنه د وړاندنیونه یا فرضیه سره کوي، چې نتیجه $p = 0,13$ ټیک ده، د H_0 د قبلونې په ورشو کې پریوځي.

شمیرنه:

$\beta = P_{0,13}(85 \leq X \leq 600)$ غواړو وشمیرو

داتا: $n = 600; p = 0,13; \mu = n \cdot p = 600 \cdot 0,13 = 78$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{78 \cdot 0,87} = \sqrt{67,86} \approx 8,238 > 3$$

د شمیرنې لپاره دې سیومتریکي انتروالونه راوړل شي

د سره په پښتو:

(c) ketabton.com: The Digital Library

د H_0د نیوني ورشو

$$\{0\ldots71\}\ \{72\ldots78\ldots84\}\qquad \underbrace{\{85\ldots600\}}_{\text{Annahmebereich von } H_0}$$

$$P_{0,13}(85 \le X \le 600) = \frac{1}{2}\left[1-P(72 \le X \le 84)\right]$$

$$P(72 \le X \le 84) \Rightarrow r = 6,5 \Rightarrow z = \frac{r}{\sigma} = \frac{6,5}{\sqrt{67,86}} \approx 0,79$$

$$\Rightarrow P(72 \le X \le 84) \approx 0,570 \Rightarrow P_{0,13}(85 \le X \le 600) \approx \frac{1}{2}[1-0,570] = 0,215$$

له دي لاس ته راځي د دويم ډول ناټيکاوی $\beta \approx 21,5\%$

ارزونه:

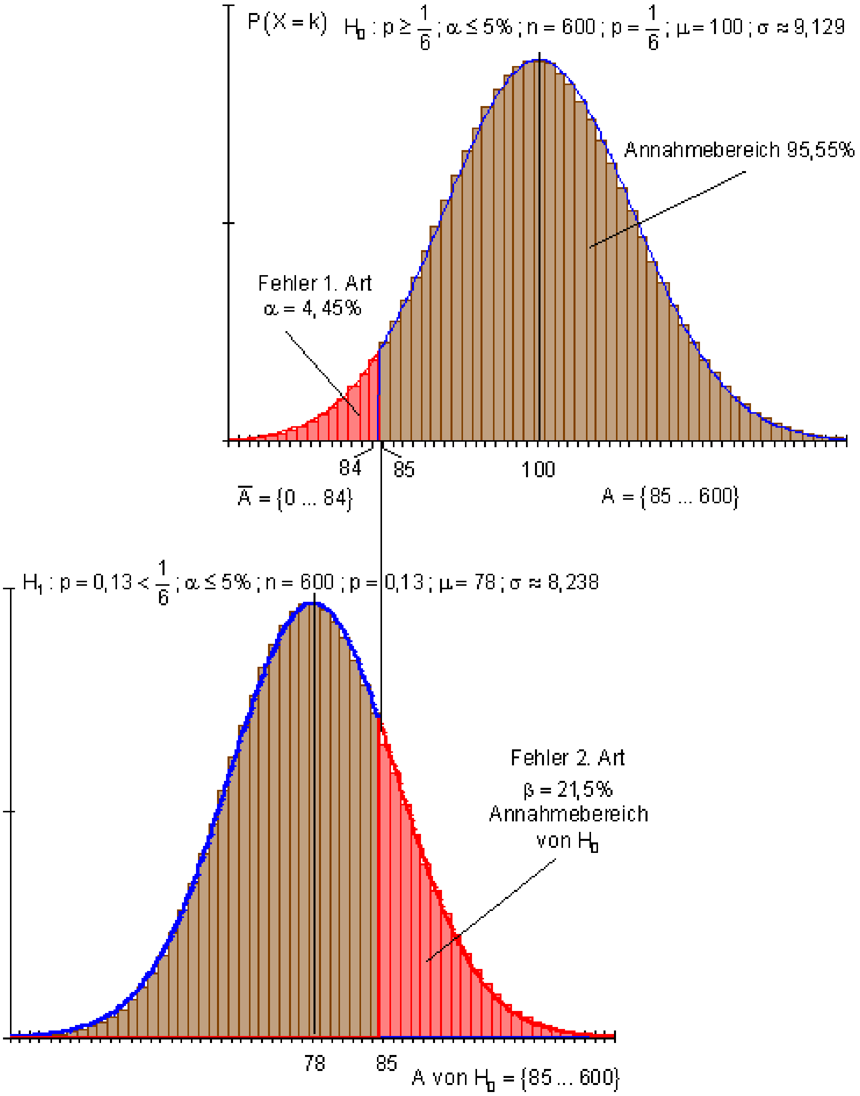
که د ۶۰۰ غورځونو سره په نخښه شوي يا وتلو شپږو سره چي د H_0 د ردوني په ساحه کي پروت دی، کوميسار به په عقيده غلط شوی سترګی(سترګز مکعب) beschlagnahmen د لوبو کلب لرونکی بندي کوي.

اشتباه چي په دي پرېکړي سره منځ ته راځي، 4,45% ده. هغه سترګی، د کوم سره چي د لاپلاس غورځوونيداپيښه بنايي، 4,45% ده.کوميسار دارسک په غاړه اخلي.

داچي بله خوا، که فرضاً دا غورځوونی ربښتيا غلط شوی وي، د 21,5% احتمالوالي سره د په نخښه شوي شپږ د H_0 د ردېدني په ورشو کي پرېوځي، کوميسار به دا غلط شوی غورځوونی يا سترګی په دې ډول د 21,5% احتمالوالي سره ونه پيژندل شي.

ګرافيکي انځورونه(په ګراف کي دننه له پورته کښته لور ته: نيون يا قبلونورشو، لومړی ډول ناټيکاوی، دويم ډول ناټيکاوی،د نيوني – يا قبلوني ورشو)

(c) ketabton.com: The Digital Library



د سيګنيفيکانځنيو (اشتباهي احتمالوالی)تغيرونه:

کوميسار برګ يو ورته قرا رداد تر لاسه کوي او ، دا چې د ستوبنايتيک څخه کم معلومات لري، د سپين ګل معلومات غواړي ورته راوليږل شي.

دا غواړي په ورته توګه مخ ته لاړ شي. مګر د 4,45% اشتباه احتمالوالي يا سيګنيفيکانځنيو ورته ډېره جګه برېښيحتمالوالي سره . دی غواړي د يوه 97,5% اطمانان احتمالوالي سره خپله پرېکړه وکړي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

شميرنه:

H_0 صفرهيپوتيز: $p \geq \frac{1}{6}$ سيګنيفيکانځنيو $\alpha \leq 2{,}5\%$

داتا: $n = 600\,;\, p = \frac{1}{6}\,;\, \mu = n \cdot p = 600 \cdot \frac{1}{6} = 100$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{100 \cdot \frac{5}{6}} = \sqrt{\frac{500}{6}} \approx 9{,}129 > 3$$

يو کيڼ اړخيز هيوپوتيز ازماښت دې صورت ونيسي، ځکه چې يو مناسب شيږ د H_0 په ضد خبرې کوي يا قضوت دی.

د يوه 2,5% سيګنيفيکانځنيو يا اشتبا احتمالوالي سره لاندې انټروالونه تر ځيرنې لاندې نيسو.

$\{\;2{,}5\%\;\}\;\{\;95\%\;\}\;\{\;2{,}5\%\;\}$

Ablehnungsbereich für H_0

د H0 لپاره د رده ونې ورشو

له دې سره کيږي $\mu - 1{,}96 \cdot \sigma = 100 - 1{,}96 \cdot \sqrt{\frac{500}{6}} \approx 82{,}1$

د H_0 لپاره د قبلونې ورشو لاندې پوله.

باور لري: د H_0 لپاره د قبلونې ورش:{ 82 ... 600 }

د H_0 لپاره د ردونې ورشو: { 0 ... 81 }

د ازمايلو د ردونې ورشو ده، داسې چې باورلري:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$P(0 \le X \le 81) \le \alpha = 2{,}5\%$

$\{0 \ldots 81\}\{82 \ldots 100 \ldots 118\}\{119 \ldots 600\}$

$P(0 \le X \le 81) = \frac{1}{2}\left[1 - P(82 \le X \le 118)\right]$

$$P(82 \le X \le 118) \Rightarrow r = 18{,}5 \Rightarrow z = \frac{r}{\sigma} = \frac{18{,}5}{\sqrt{\frac{500}{6}}} \approx 2{,}03 \Rightarrow P(82 \le X \le 118) \approx 0{,}958$$

$$\Rightarrow P(0 \le X \le 81) \approx \frac{1}{2}[1 - 0{,}958] = 0{,}021$$

د دويم ډول ناتيکاوی:

$\beta = P_{0,13}(82 \le X \le 600)$ ist zu berechnen.

Daten: $n = 600;\ p = 0{,}13;\ \mu = n \cdot p = 600 \cdot 0{,}13 = 78$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{78 \cdot 0{,}87} = \sqrt{67{,}86} \approx 8{,}238 > 3$$

$\beta = P_{0,13}(82 \le X \le 600)$ شميرو

داتا:

$n = 600;\ p = 0{,}13;\ \mu = n \cdot p = 600 \cdot 0{,}13 = 78$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{78 \cdot 0{,}87} = \sqrt{67{,}86} \approx 8{,}238 > 3$$

د شميرنې لپاره سيومتريک انتروالونه راوړو

$\{0 \ldots 74\}\{75 \ldots 78 \ldots 81\} \quad \underbrace{\{82 \ldots 600\}}_{\text{Annahmebereich von } H_0}$

د H0 د منلو ورشو

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P_{0,13}(82 \le X \le 600) = \frac{1}{2}\left[1 - P(75 \le X \le 81)\right]$$

$$P(75 \le X \le 81) \Rightarrow r = 3,5 \Rightarrow z = \frac{r}{\sigma} = \frac{3,5}{\sqrt{67,86}} \approx 0,42$$

$$\Rightarrow P(52 \le X \le 81) \approx 0,326 \Rightarrow P_{0,13}(82 \le X \le 600) \approx \frac{1}{2}[1 - 0,326] = 0,337$$

لاس ته راځي دويمه ډول ناټيکاوی

$\beta \approx 33,7\%$

ارزونه:

که د ۶۰۰ غورځونو سره په نخښه شوي يا وتلو شپږو سره چې د H_0 د ردونې په ساحه کې پروت دی، کوميسار برګ په عقيده به د غلط شوی سترګی(سترګز مکعب) beschlagnahmenونيس يا سرکاري کړي(د مال بندول) او د لوبو کلب لرونکی بندي کوي.

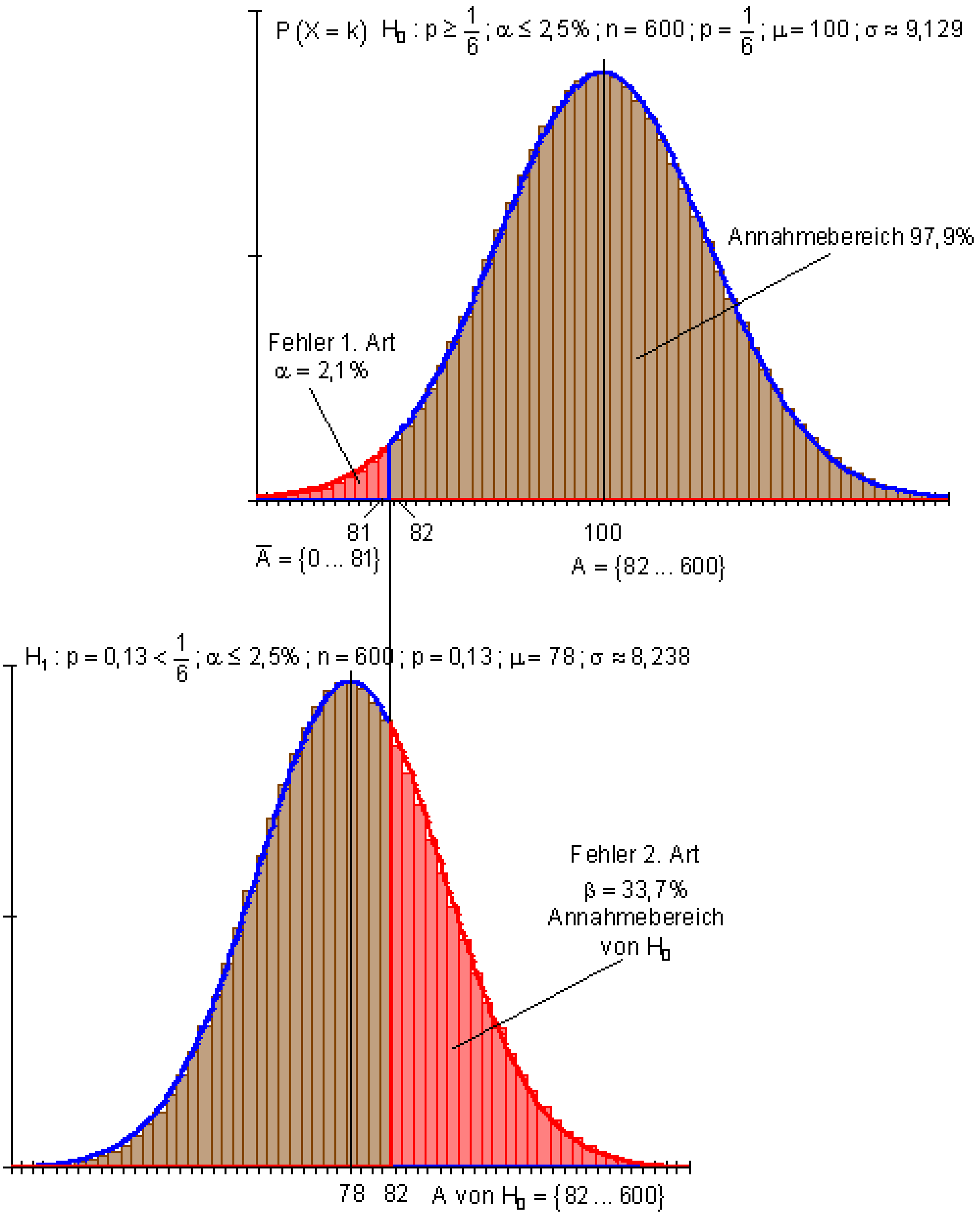
اشتباه چې دې يې په دې پرېکړې کې کوي 2,1% ده. هغه سترګی، د کوم سره چې د لاپلاس غورځوونی يا سترګيز مکعب داپيېنه ښايي، 2,1% ده.کوميسار دارسک په غاړه اخلي.

داچي بله خوا، که فرضاً دا غورځوونی رښتيا غلط شوی وي، د 33,7% احتمالوالي سره د په نخښه شوي شپږ د H_0 د ردېدنې په ورشو کې پرېوځي، کوميسار به دا غلط شوی غورځوونی يا سترګی په دې ډول د 21,5% احتمالوالي سره ونه مني يا په رسميت ونه پيژني.

ګرافيکي انځورونه: په ځيره کې د الماني پښتو: نون-يا فقضيه ورشو

پسې ځيره کې . دويمهډول ناټيکاوی، نيونورشو.

(c) ketabton.com: The Digital Library



نتیجه یا لاسته راوړنه:

خطر، چې د چټکې پریکړې له لارې، چې د په ناحبه نیولو له لارې خپل نوم بدنه کړي د برگ کم دی نسبت و سپینګل ته.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د اطمنان لپاره یې قیمت د دویم ډول ناتیکاوي ډېر لوی دی، دا پهدې معنا چې غلط سترکئ مکعبونه کم د غلطو په حیث پیژندل کیږي.

د چاپیریال احتمالوالي شمیرنه:

د یو څو بیلګو سره دي وښول شي، چې د نورمال وېشل شوي جدول سره څنګه کار کیږي. په پام کې د نیول شوی وي، چې په **z** پورې اړوند ارزښت تل و انتظارارزښت **μ** ته سیمتریک پروت دی.

انتروال و انتظارارزښت ته سویمتریک پروت دی:

یو n -پوررېز برنولي-تجربه دې د $n = 500$ او $p = 0,33$ سره ورکړ شوې وي.

په انتروال .[180 ; 150] کې د برياو د تعداد لپاره احتمالوالی غواړو وټاکو.

$$n = 500 \quad p = 0,33 \quad \Rightarrow \mu = 500 \cdot 0,33 = 165$$

$$\begin{matrix} n = 500 \\ p = 0,33 \end{matrix} \quad \Rightarrow \quad \begin{matrix} \mu = n \cdot p = 500 \cdot 0,33 = 165 \\ \sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{165 \cdot 0,67} = \sqrt{110,55} \approx 10,514 > 3 \end{matrix}$$

$$P(150 \le X \le 180) = P(149,5 \le X \le 180,5)^{*)}$$

لاس ته راځي: وړانګه په غزول شوي ارزښت $r = \mu - 149,5 = 165 - 149,5 = 15,5$

$$\frac{r}{\sigma} = z = \frac{15,5}{\sqrt{110,55}} \approx 1,474 \Rightarrow r = z \cdot \sigma \approx 1,474 \cdot \sigma$$

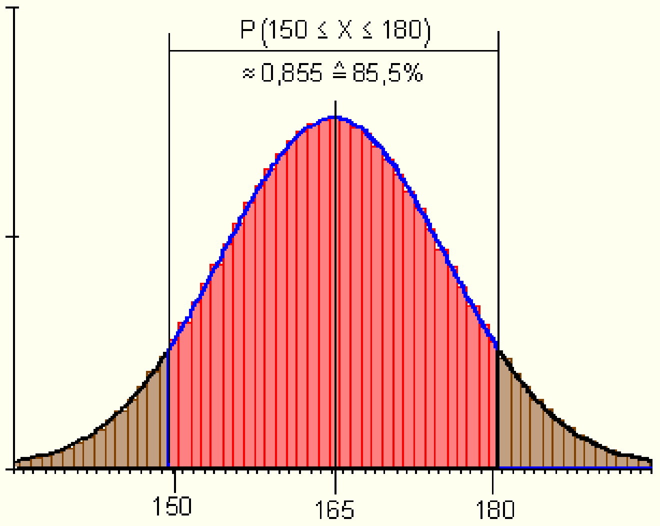
$$P(150 \le X \le 180) = P(\mu - z \cdot \sigma \le X \le \mu + z \cdot \sigma) = P(\mu - 1,474 \cdot \sigma \le X \le \mu + 1,474 \cdot \sigma)$$

$z = 1,474$ لاس ته راځي جدول ارزښت: $0,858$

$$P(150 \le X \le 180) \approx 0,858 \quad (85,8\%)$$

په انتروال [180 ; 150] کې د برياو د تعداد لپاره احتمالوالی نږدې 85,8% دی

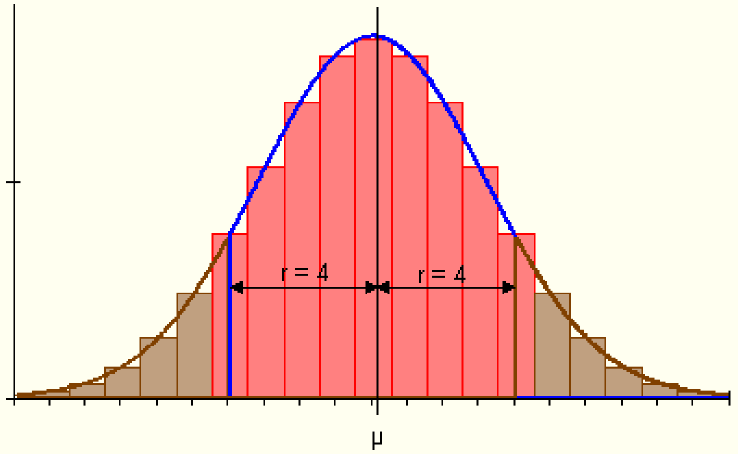
(c) ketabton.com: The Digital Library



ولي دې د ا نتروال پولې هره يوه په 0,5 لويه شي، که د نورمالوېشني د جدول ارزښت سره د انتروال احتمالوالی تاکل کيږي؟

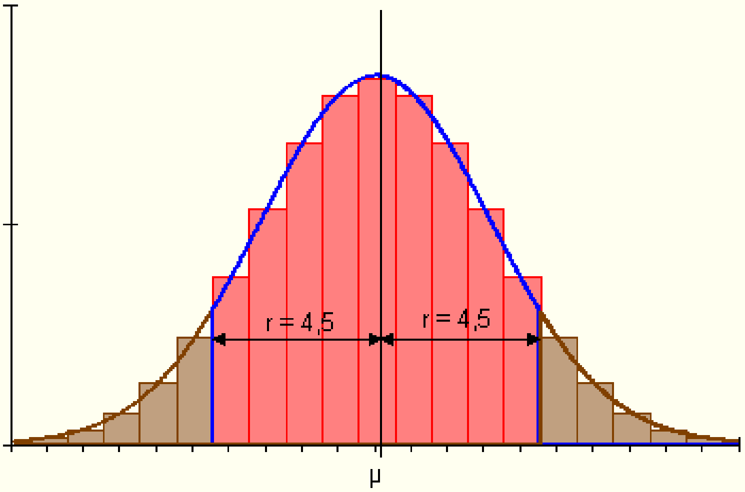
Bei $P(150 \le X \le 180) = P(149{,}5 \le X \le 180{,}5)$ war das der Fall.

سړی کړی شي د استعمال شوي جدول داتا وړانګه $r = 165 - 150 = 15$ په نورمالوېشنه وټاکلی شي، نو دا به په 0,5 ډېر کوچنی وي. د $k = 150$ همداسې $k = 180$ د متې يا ستنې فقط نيمه سطحه په پام کې نيول کيږي. لاندې ګرافيک دې دا روښانه کړي.



(c) ketabton.com: The Digital Library

ټاکل شوې وړانګه $r = 4$ ډېره کوچنۍ ده. دا د انتظار ارزښت په هر اړخ نیمه سطحه کمه په پام کې نیسي، داسې چې ټاکلی چاپیریال پوره نه شي رانیول کیدی.



ټاکل شوې وړانګه $r = 4$ ډېر دی. دا د انتظار ارزښت په هر اړخ نیمه سطحه کمه په پام کې نیسي، داسې چې ټاکلی چاپیریال پوره رانیول کیدی.

د انتظار ارزښت %- چاپریال

د $n = 550$ او $p = 0{,}36$ لپاره د انتظار ارزښت 90%-چاپریال وټاکئ.

$$n = 550 \qquad \mu = n \cdot p = 550 \cdot 0{,}36 = 198$$
$$p = 0{,}36 \;\Rightarrow\; \sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{198 \cdot 0{,}64} = \sqrt{126{,}72} \approx 11{,}257 > 3$$
$$P(\mu - z \cdot \sigma \le X \le \mu + z \cdot \sigma) = 0{,}90$$

د $P=0{,}90$ لپاره د z-ارزښت اړوند له محور څخه لوستل کیږي

$Z=1{,}64$ له دې لاس ته راځي، چې جاپیریالوړانګه ده:

$$r = z \cdot \sigma \approx 1{,}64 \cdot \sqrt{126{,}72} \approx 18{,}46$$

$$\mu - z \cdot \sigma = 198 - 18{,}46 = 179{,}54 \approx 180$$
$$\mu + z \cdot \sigma = 198 + 18{,}46 = 216{,}46 \approx 216$$

انتروال باید انتظار ارزښت $\mu = 198$ ته سیومتریک پروت وي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

مورږ ټاکو: $P(180 \le X \le 216)$

دا باید و ازمایل شي، چې ایا انټروال $\{180 \ldots 198 \ldots 216\}$ دا (90%)غوښتنې پوره کوي

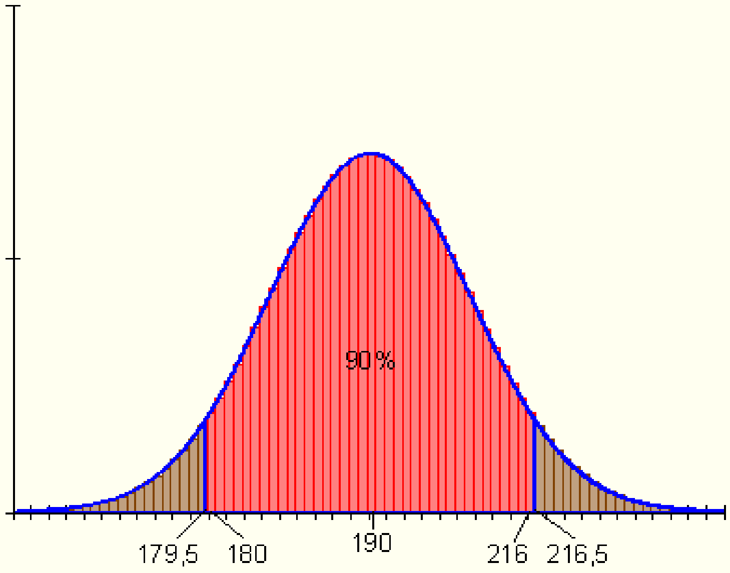
$$P(180 \le X \le 216) = P(179{,}5 \le X \le 216{,}5)$$
$$r = 18{,}5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{18{,}5}{11{,}257} \Rightarrow r \approx 1{,}64 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 0{,}1{,}64$$
$$P(180 \le X \le 216) \approx 0{,}899$$

دا اړونده د z– ارزښت د p=0,90 لپاره له جدول څخه لوستل کیدی شي

له دې لاس ته را ځي دد چاپیالوړانګه

انټروال انتظارارزښت ته سیومتریک پروت دی

په انټروال [216 ; 180] کې دبریاو د تعداد احتمالوالی 90% دی.



له چاپیریال دباندې انټروالونه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

n -ځایز د برنولي تجربه ورکړ شوي ده. غواړو په انتظار ارزښت د چاپیریالونو دبانودې د نتیجو لپاره احتمالوالی غواړو پیدا کړو.

الف- $p = 0{,}56$ l $n = 300$ وټاکی $P(X < 162)$

ب – $p = \frac{1}{3}$ $n = 240$ وټاکی $P(X > 80)$

و الف ته –

$$n = 300,\ p = 0{,}56 \Rightarrow \begin{array}{l} \mu = n \cdot p = 300 \cdot 0{,}56 = 168 \\ \sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{168 \cdot 0{,}44} = \sqrt{73{,}92} \approx 8{,}598 > 3 \end{array}$$

د انټروال [161 ; 0] لپاره احتمالوالی غواړو وټاکو. د جدول څخه کیدی شي فقط د انتظار ارزښت ته سیومتریک انټروال احتمالوالی ولوستل شي، دا ارزښت .... 162] 174 ... 168 لري. په دې پسې ترلی انټروال لاس ته راځي، کوم چې د سیومتریک دلایلو له امله برابره لویه لري لکه یې چې [161 ; 0] لري.

لاندې اینونه باور لري: ... 175 } { 174 ... 168 ... 162} { 161 ... 0 }] 300}]

$$P(X < 162) = P(X \le 161) = \frac{1}{2}\left[1 - P(161{,}5 \le X \le 174{,}5)\right]$$

$$\text{Radius}: r = 168 - 161{,}5 = 6{,}5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = z = \frac{6{,}5}{\sqrt{73{,}92}} \approx 0{,}756 \Rightarrow r \approx 0{,}756 \cdot \sigma$$

mit $z \approx 0{,}76$ wird

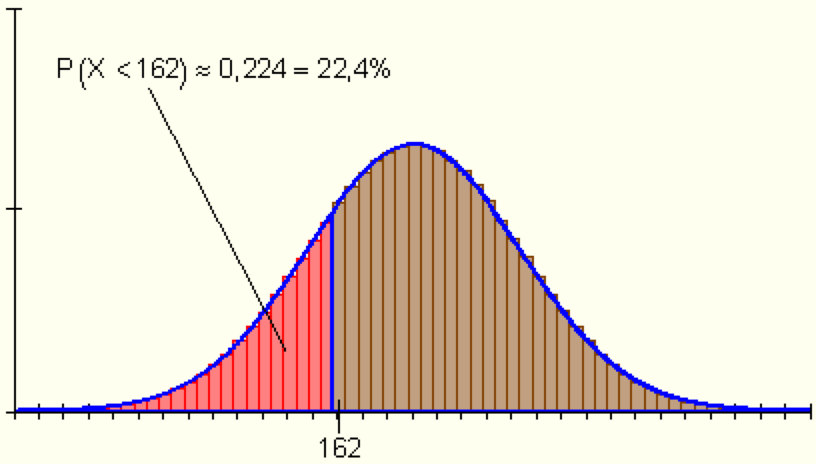
$$P(161{,}5 \le X \le 174{,}5) = P(\mu - z \cdot \sigma \le X \le \mu + z \cdot \sigma) \approx 0{,}553$$

und damit wird

$$P(X < 162) \approx \frac{1}{2}[1 - 0{,}553] = \frac{1}{2} \cdot 0{,}447 = \underline{\underline{0{,}2235}}$$

له 162 څخه لږ برياو لپاره احتمالوالی 22,4% دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library



و ب ته-

$$n = 240 \qquad \mu = n \cdot p = 240 \cdot \frac{1}{3} = 80$$

$$p = \frac{1}{3} \quad \Rightarrow \quad \sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{80 \cdot \frac{2}{3}} = \sqrt{\frac{160}{3}} \approx 7{,}303 > 3$$

$$[0;79][79{,}5;80{,}5][81;240]$$

$$P(X > 80) = \frac{1}{2}\left[1 - P(79{,}5 \le X \le 80{,}5)\right]$$

$$\text{Radius}: r = 80 - 79{,}5 = 0{,}5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = z = \frac{0{,}5}{\sqrt{\frac{160}{3}}} \approx 0{,}068 \Rightarrow r \approx 0{,}07 \cdot \sigma$$

mit $z \approx 0{,}07$ wird

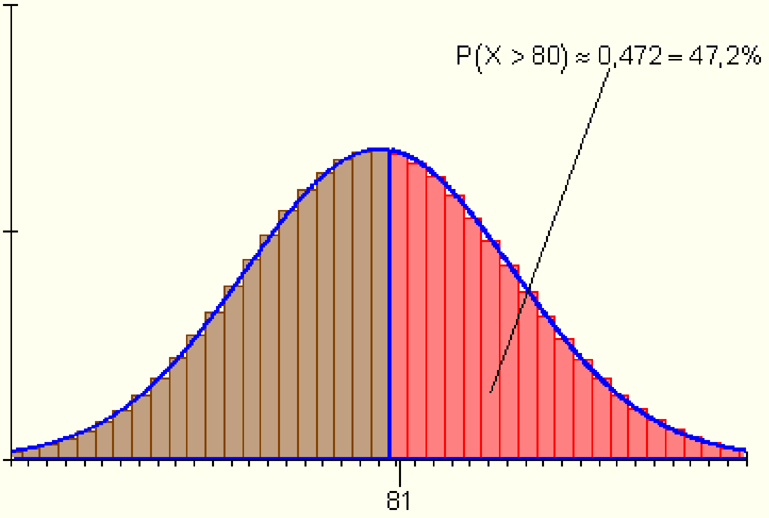
$$P(79{,}5 \le X \le 80{,}5) = P(\mu - z \cdot \sigma \le X \le \mu + z \cdot \sigma) \approx 0{,}056$$

und damit wird

$$P(X > 80) \approx 0{,}5 \cdot (1 - 0{,}056) = 0{,}5 \cdot 0{,}944 \approx \underline{\underline{0{,}472}}$$

له 80خخه ډېرو برياو لپاره احتمالوالی 47,2% دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library



اسیومتریک چاپیریال **Asymmetrische Umgebungen**

د انتظار ارزښت د یوه نه سیموتریک انتروال احتمالوالی وټاکی.

$n = 180 \quad p = 0,55$ وټاکي $P(89 \le X \le 104)$

$$\left[\{89 \ldots 93\}\{94 \ldots 99 \ldots 104\}\{105 \ldots 109\}\right]$$

اینبوونه $P(89 \le X \le 104) = \frac{1}{2}\left[P(89 \le X \le 109) + P(94 \le X \le 104)\right]$

$$\begin{matrix} n = 180 \\ p = 0,55 \end{matrix} \Rightarrow \begin{matrix} \mu = n \cdot p = 180 \cdot 0,55 = 99 \\ \sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{99 \cdot 0,45} = \sqrt{44,55} \approx 6,675 > 3 \end{matrix}$$

$$P(89 \le X \le 109) = P(88,5 \le X \le 109,5)$$

$$r = 10,5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = z = \frac{10,5}{6,675} \approx 1,57 \Rightarrow r \approx 1,57 \cdot \sigma$$

$$P(89 \le X \le 109) \approx 0,884$$

$$P(94 \le X \le 104) = P(93,5 \le X \le 104,5)$$

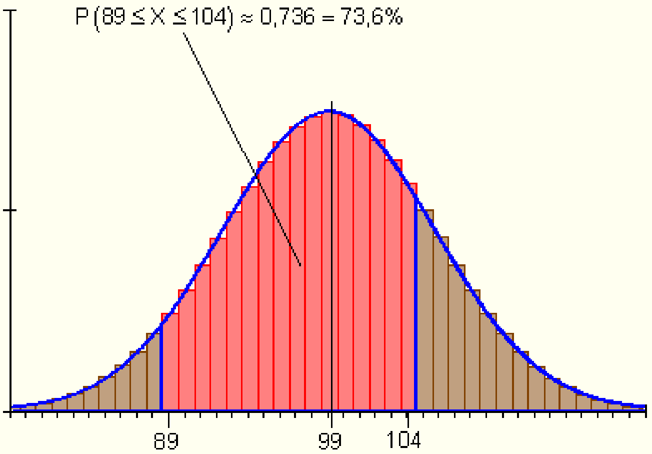
$$r = 5,5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = z = \frac{5,5}{6,675} \approx 0,82 \Rightarrow r \approx 0,82 \cdot \sigma$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P(94 \le X \le 104) \approx 0{,}588$$

$$P(89 \le X \le 104) = \frac{1}{2}[0{,}884 + 0{,}588] = 0{,}736$$

په انتروال [104 ; 89] کې برياوې نږدې .73,6% دي.



اووه لسم – هيپوتيزې ازمايښت ته بنسټونه

پيلونه:

څوک چې پرېکړه کوي، زيات وخت له هغې وروسته پوهيږي چې ايا پرېکړه يې تيک وه. نا اطمنان، چې پريکړه وکړي، تل يو د ناټيکاوي احتمالوالی لري. د هيوپوتيز ازمايښت تل موږ ته ديوه بديل يا الترناتيوي پرېکړې لپاره يوه لار ښايي. موږ خپلې پرېکړې په هغه بنسټ کوو، چې موږ څه ټيک ګڼو. دا موږ صفر هيپوتيزH_0 بولو.

يوه الترناتيو پريکړه الترناتيو هيوپوتيز بولو.

د هيپوتيزو ازمايښت تل يوه تلنلار ده يا کونه ده، چې سړی يې په زياتو پلونو يا قدمونو وېشلی شي:

- د صفرهيپوتيزH_0 او د الترناتيو يا بديلي هيوپوتيز H_1فرمول بندي کونه.

(c) ketabton.com: The Digital Library

- د سګنیفیکیشن نیووSignifikanzniveaus کره کونه.

- د صفر هیپوتیز د نیونې – او رده ونې ورشو.

- د توکلي ازماېنې روستنه.

- د ازماېښت پرېکړه کونه او د هغې انترپریتیشن یا تشریح:

که د راوستن ازماېښت یا توکلي از ماېښت د نیونې ورشو کې پروت وي، نوH_0 نیول کیږي، پرته له دې ردیږي.

د هیپوتیز د ټیک نیولو یا ځا په ځای کولو لپاره یو څو بیلګې شتون لري:

- څه چې ښول یا ثبوتول غواړم، په الترناتیو هیپوتیز پورې اړه لري

- دا د مساوي یا برابر نخښه تل په صفرهیوپوتیز پورې اړه لري

- د صفر هیوپوتیز په لیکنه یا ځای په ځای کونه کښېږی له دې مخ ته ځي، چې،، ټول زاړه په زاړه پاتیږي، هیڅ تغر نه دی خوړلی،،

د صفرهیوپوتیز نیونه مو تل د الترناتیو هیوپوتیز رده ونې ته لارښودوي، مګر د ې لپاره ثبوت نه دی چې د صفر هیوپوتیز دې ټیک وي.

د صفر هیوپوتیز رده ونه مو د الترناتیو هیوپتیز نیونې ته بیایي یا لارښودوي.

بیلګه ۱ : په اخرنیو لسو کالونو کې د یوه مسلکي ښوونځي زده کوونکو پوښتنې ورکړه، چې د 10% پوښتل شوو زده کوونکي د کافیتریا د مړئ سره خوښ نه وو. داسې ګومان کیږي چې د سمستر جریان کې نا خوښي حتی زیاته شوې ده. د کافتریا ټیم نو اوس دې پرېکړې ته اړین دی چې د مړئ ښه کولو ته باید ملا راوتړي. د دې لپاره چې پرېکړه وکړی شي، نو د 100 زده کوومکو څخه پوښته کوي.

الف- که د مړئ سره له لسو زیات زده کوونکي ناخوښ وي، نو باید مړئ ښه شي. په لومړئ پوښتنه کې ۱۲ زده کوونکي د کفتریا د مړئ سره ناخوښي څرګنده وي.
ب – د مفتریا ټیم د راوستنپوښتنې توکلیوالي څخه شعوري دي یا بوهیږي او په دویمه پوشته ې ۱۰۰ زده کوونکې بیا پوښتي. په دې حالت کې ټیم په 95% اطمنان سره د پوښتننتیجې سره خوښ دي. او ۱۳ زده کوونکې د مړئ سره ناخوښي څرګنده وي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

دا ټیم به په دواړو حالتونو کې څنګه پرېکړه وکړي؟

پرېکړه باید د هیوپوتیزې ازماېښت له لارې پیدا شي.

د ښوولو دی $p > 0,1$.

داپه دې معنا : د ټولو 10% څخه زیات زده کوونکي د مړئ سره ناخوښ دي.

له دې سره د صفر – او بدیل هیوپوتیز کره دي.

$H_0 : p \leq 0,1 \text{ und } H_1 : p > 0,1$ او $H_0 : p \leq 0,1 \text{ und } H_1 : p > 0,1$

الف- -هیوپوتیز ازمایل کیږي. دا نیول کیږي یا همداسې ساتل کیږي، که د زده کوونکو تعداد یا ګڼون په نیونورشو(نیول شوي ورشو)او دا وساتل شي، که د زده کوونکو تعداد په ردیدونکې ورشو کې پروت وي.

$$H_0 : p \leq 0,1 \quad \begin{array}{ll} \text{Annahmebereich} & A : \{0,1,\ldots,10\} \\ \text{Ablehnungsbereich} & \overline{A} : \{11,12,\ldots,100\} \end{array}$$

په لومړي ازماېښت کې 12 د زده کوونکو د مړئ سره خوښي ښایي،

په لومړي ازماېښت کې ۱۲ زده کوونکو وویل، چې له مړئ سره خوښ نه دي.

د H_0- هیوپوتیز له دې سره رد شوه، مګر دا کیدی شي د نمونه ازماېښت د توکلیوالي سره ممکن ناټیک وي، که د ناخوښو ریښتوني برخه په بنسټیزتولوالي کې(د مسلکي ښوونځي دټول زده کوونکو ډېرئ یا سټ) په ریښتونې یا حقیقت کې 10% وي. سرې په دې د H_0–هیوپوتیز رده ولو کې د ممکنه احتمالوالي سره اشتباه کوي.

دا ناټیکاوی یا اغلطي ، چې د ازماېښت اشتباه احتمالوالی هم بلل کیږي، د رده شوو- احتمالوالي څخه شمیرل کیږي.

$$P(X \geq 11) = 1 - P(X \leq 10) \approx 1 - 0,583 = 0,417 \quad \text{(siehe Tabelle 1).}$$

داپه دې معنا، چې لو تر لږه ۱۱ زده کوونکي د غزا سره ناخوښ دي.

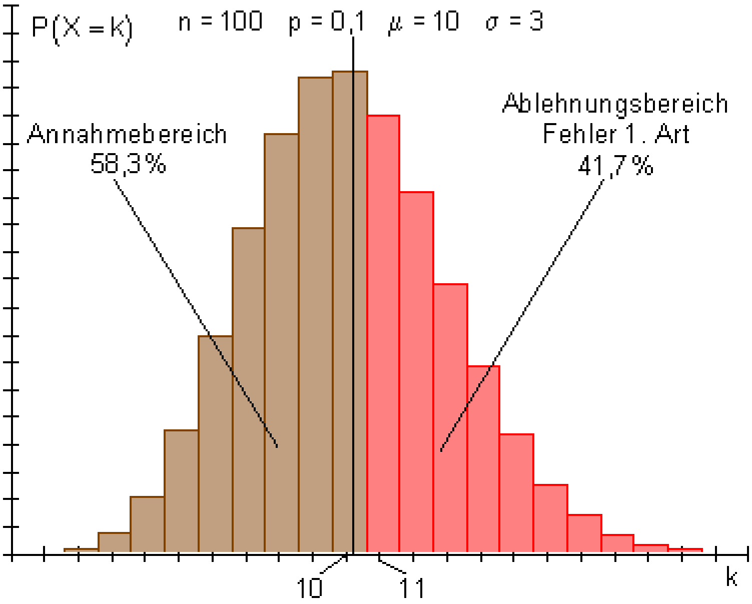
(c) ketabton.com: The Digital Library

نو سړی باید ووايي: ،، د نیوني له مخې، چې په ریښتونې د ټول زده کوونکو10% ناخوښ دي، د ورکړ شوو پوښتنو سره د یوه څه نا څه 41,7% احتمالوالي سره یوې داسې نتیجې ته رسیږي او له دې سره د صفر هیوپوتیز یوې ناټیکې رده ونې ته،،.

یو وېشنتابع یا پاشل – یا خورونتابع دې دا روښانه یا واضح کړي:

ښی: د رده ونې ورشو ، کیڼ: د منلو یا قبلولو ورشو

لومړی ډول ناټیکاوی



ب – د دویم ازمایښت سره یو د 5% ناټیکاوي باندې قانع کیږي(د 95% تظمین).

له دې سره د نیونې- یا قبلونې- او رده ونې ورشو تغیر خوري.

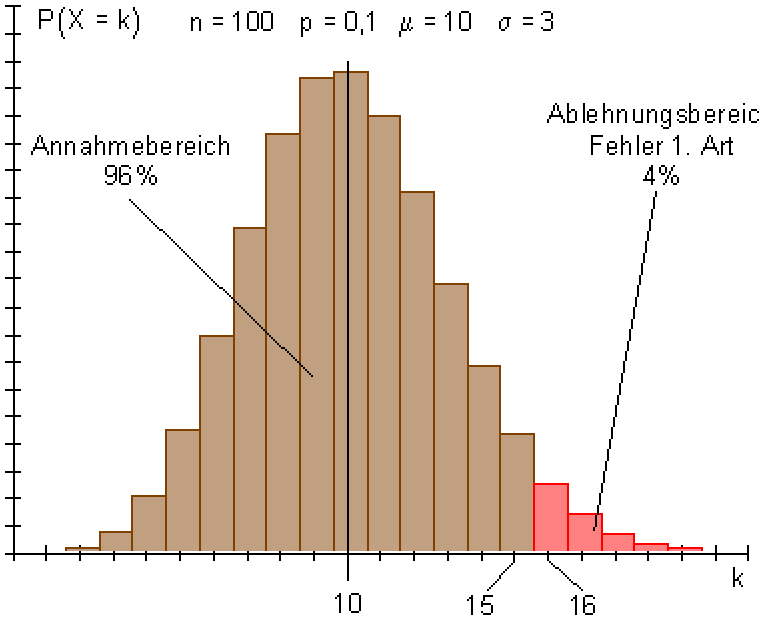
د منلو قبلولو ورشو لویوالي سره، د رده ولو یا نه قبلولو ورشو یا ساحه لوییږي. دا چې د ۱۳ نا خوښ زده کونکو سره په نوي قبلونې ورشو کې راځي، د صفر هیوپوتیز نیول – یا قبلول کیږي. د کفیتریا ټیم دلیل نه ویني، چې غزا یا مړئ ښهکړي. ټیک هلته که ۱۵ زده کوونکي د غزا یا مړئ سره ناخوښ وی، کیدی شوی، چې صفر هیوپوتیز رد یا ناقبوله شي، الترناتیو یا بدیلي هیوپوتیز قبوله شي یا ومنل شي او غزا ښه شي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

يو د وېشنې تابع به دا روښانه يا واضح کړي.

د الماني بڼې: د رده ونې ورشو ، کېڼ: د منلو يا قبلولو ورشو

لومړی ډول ناتیکاوی



په يوه ازمايښت کې چې څه ناتیکاوي ته اجازه ورکړ شي، اشتباهي احتمالوالی بلل کيږي. دا د قانون يا لار سره سم د تصادفي تجربې د مخه کره کيږي. له دې سره 1% او 5% عادي يا ورسره بلد ارزښتونه دي. دا د H_0-هیوپوتیز د اشتباهي رده ونې هغه خورا لوی احتمالوال ی دی.

اشتباهي رده ونې ته سړی سیګنیکانس نیوSignifikanzniveau (انګريزي: significanceniveau)هم وايي.

جدول ۱: کومولير شوی د بينوم وېشنه د n=100 او p=0,1 لپاره.

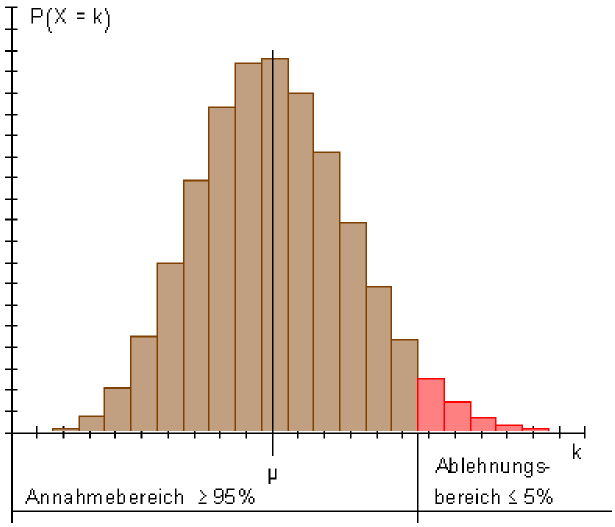
(c) ketabton.com: The Digital Library

k	P(X ≤ k)	k	P(X ≤ k)	k	P(X ≤ k)	k	P(X ≤ k)
0	0,000	4	0,024	8	0,321	12	0,802
1	0,000	5	0,058	9	0,451	13	0,876
2	0,002	6	0,117	10	0,583	14	0,927
3	0,008	7	0,206	11	0,703	15	0,960

k	P(X ≤ k)	k	P(X ≤ k)
16	0,979	20	0,999
17	0,990	21	1,000
18	0,995	22	1,000
19	0,998	23	1,000

يو ازماېښت، د کوم سره چې د رده ونې ورشوپورته لور ته، يعنې د انتظار ارزښت ښي لور ته پرته وي، *ښي لوريز هيوپوتيز ازماېښت* بلل کيږي. دېرواره دا تلنلار هلته کارول کيږي، چې بديل هيوپوتيز $H_1 : p > a$ وي، او $H_0 : p \leq a$ ازمايل کيږي. دا چې د بينوميالوېشنه يوه ديسکرېټ وېشنه انځوروي زيات وخت نه توانيږو، د رده ولو ساحه داسې وټاکلى شو، چې اشباه احتمالوالى ټيک هغه د مخه ورکړ شوي ارزښت په ګوته کوي. دا بايد نه د غوښتوني ارزښت پورته لور ته پروت نه وي.

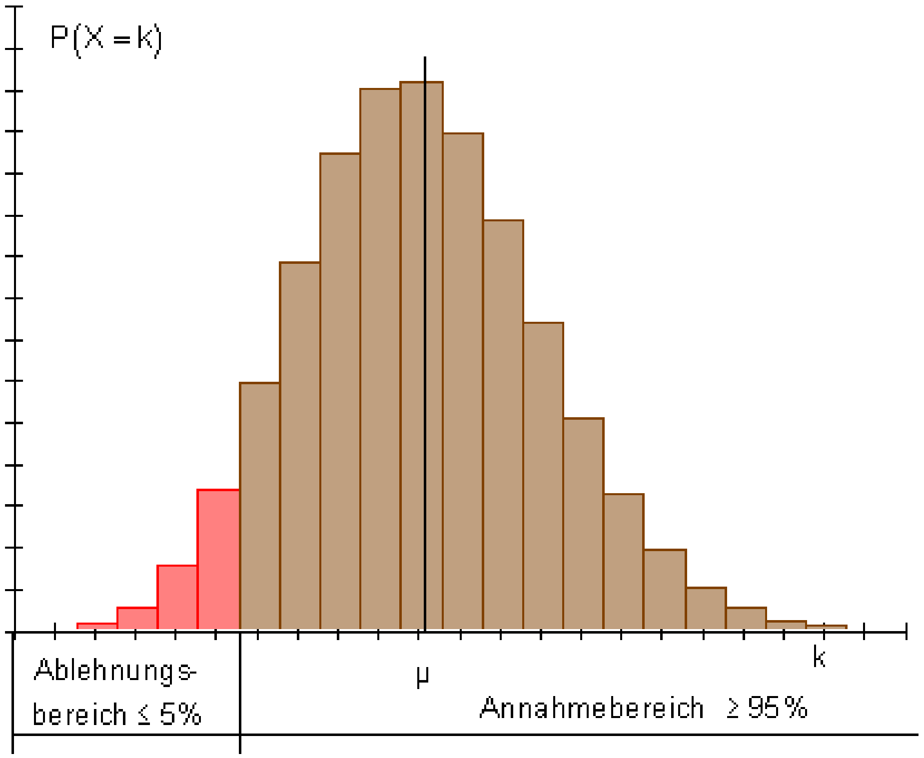
ښى لوريز هيوپوتيز - ازماېښت



(c) ketabton.com: The Digital Library

په یوه ازماښت کې، په کوم کې چې د رده ولو ورشو کښته لور ته، یعني د انتظارارزښت مېن لور ته پرته وي، کيڼ هيوپوتيز ازماښت بلل کيږي. زيات واره دا تلنلارهلته استعماليږي، چې بديل هيوپوتيز $H_1: p < a$ وي، او $H_1: p \geq a$ ازماېل کيږي.

کيڼ اړخيز هيوپوتيز- ازماښت



د هيوپتيزو په ازماښت کې ناتيکاوی:

پرېکړه، چې د ازماښت په نتيجه کې (ازماښت، تولپوښتنې،...) کيدی شي ناتيک وي.

ازماښت کونکي هيوپوتيزيH_0 (زيات له زياته 10% زده کوونکي د غزا يا مړئ سره ناخوښ دي) کيدی شي رښتيا يا نارښتيا (ناتيک) وي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

سړی د ناټیکاوي(غلطئ) دوه ډولونه سره توپیروي:

د لومړي ډول ناټیکاوی(غلطي): د صفر هیوپوتیزې غورځول کیږي یا ردیږي، سره له دې چې ټیک ده.

د دویم ډول ناټیکاوی:

د صفر هیوپوتیزې قبلیږي، سره له دې چې دا ناټیک ده.

د دویم ډول ناټیکاوی کیدی شي فقط وشمیرل شي، که سړی د بدیلي یا الترناتیو هیوپوتیزې لپاره یوبل احتمالوالي، لکه د H_0 لپاره ونیسي یا قبول کړي.

دویمه بیلکه(بدیلي یا الترناتیو تست(ازماېښت))

یو د کوچنیانو بازار کوچنیانو استعمال(د دویم لاس یازاړه) د کوچنیانو بوټان خرڅوي. نږدې 60% بوټان بې له هغې او دغې په یوه ټیک حالت کې دي. داپاتې یې داسې لږ زیانمن دي. یو نوی راوړونکی یا خرڅونکی(ستر دوکاندار) ثبوتوي یا غواړي وښایي، چې دی استعمال بوټان راوړي، چې نږدې 80% په ښه حالت کې وي. دا اخستونکی دوکاندار غواړي، چې په استلو کې ناټیک- یا غلطه پرېکړه ونه کړي او غواړي د راوړونکي ثبوت یا غوښتنه وازمایي.
د دې لپاره دی نږدې 20 جوړې د کوچنیانو بوټان د خرڅوونکې له زخیرې څخه راباسي،

لومړی حالت: نیسو، چې د راوړونکي غوښتنه یا ثبوت ټیک یا رښتیا دی، دا په دې معنا، چې د روغو بوټانو لپاره احتمالوالس $p = 0{,}8$ دی.

دوکاندار د د راوړونکي وینا په شک کې ګڼي، دا له $p < 0{,}8$ څخه مخ ته ځي.

دی لاندې هیوپوتیز غوره کوي:

صفرهیوپوتیزH_0 : $p \geq 0{,}8$ او بدیلي هیوپوتیز$H1$: $p < 0{,}8$

د $n = 20$ جوړه بوټانو یوه ازماېښت سره سړی د ټیک

$$\mu = n \cdot p = 20 \cdot 0{,}8 = 16$$

د جوړو یاسمو جوړو بوټانو انتظار باسي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

که لږ تر لږه ۱۶ جوړې بوټان ټیک وي، نو دا د راوړنکي ثبوت یا غوښتنه په ګوته کوي، نو بیا دې H_0 ومنل شي. توکلي چې ۱۶ جوړو لږ بوټان ټیک وي، سره له دې چې $p = 0,8$ دی. صفرهیوپوتیز دې رد شي، که له ۱۶ بوټانو لږ ټیک وي.

د کوم احتمالوالي سره دا حالت لرو؟

$P(X \leq 15) = 0,370$ (Siehe Tabelle 3).

د یوه 37% احتمالوالي سره کیدی شي مخ ته راشي، چې په یوه ازماېښت کې، له ۱۶ کمې جوړې بوټان جوړ وي، سره له دې چې د بوټانو 80% روغ یا جوړ دي. سړی کړی شي د 37%یوه احتمالوالي څخه اشباهآ صفرهیوپوتیزې رد کړي.

دویم حالت:

نیسو، چې د بوټراوړونکي بوټان 60% ټیک او جوړ روغ دي. د دې نیونې یا فرضیې سره لاندې هیوپوتیز ترتیبوي:

صفرهیوپوتیزې H_0 : $p \leq 0,6$ او الترنایو یا بدیل هیوپوتیز H_1: $p > 0,6$

د $n = 20$ جوړه بوټانو ازماېښت سره سړی انتظار باسي، چې

$\mu = n \cdot p = 20 \cdot 0,6 = 12$

روغ جوړ دي.

که له ۱۲ جوړو زیات روغ جوړ بوټان ومیندل شي، دا دوکاندار د ګومان په ضد وینا وې دي ($p = 0,6$).

توکلي هم کیدی شي چې له ۱۲ جوړو زیات بوټان مخ ته راشي، سره له دې چې $p = 0,6$ دی.

د صفرهیوپوتیز دې رد شي، که له ۱۲ جوړو زیات بوټان ټیک روغ جوړ وي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د کوم احتمالوالي سره دا حالت ی؟

$$P(X > 12) = P(X \leq 20) - P(X \leq 12) = 1 - 0{,}584 = 0{,}416 \quad \text{(siehe Tabelle 2)}$$

د یوه 41,6% احتمالوالي سره کیدی شي مخ ته راشي، چې په ازماېښت کې له ۱۲ جوړو زیات بوتډان روغرمټ دي، سره له دې چې فقط 60% بوتډان روغرمټ دي. سړی به د یوه 41,6% احتمالوالي سره اشتباهآ صفرهیوپوتیزې رد کړي.

په دواړو حالتونو کې احتمالوال د دې لپاره دی، چې ناټیکه پرېکړه وکړي څه نا څه لوي دی(لومړی حالت 37% ، دویم حالت41,6%).

د مخه له دې چې ازماېښت وشي، موخه ور(هدفمند) دئ،چې د دې لپاره پرېکړه وشي، چې د کوم تعداد یا ګڼون سره بوتډان سړی د روغرمټ په حیث غوره کوي p = 0,8 یا p = 0,6. داسې پرېکړه په خوښه ده. له دې سره سړی باید د انتظار ارزښت سره نږدې نه وي پروت، د دې لپاره چې د ناټیکې پرېکړې لپاره مو خورا لوی احتمالوالی مخ ته نه وي پروت.

لاندې د پرېکړې قانون غوره کوو:

که لږ ترلږه ۱۵ جوړه روغرمټ وي، نو p = 0,8د ټیک په توګه کتل کیږي، پرته له ې دې p = 0,6 باور ولري.

د هیوپوتیز ازماېښت داسې دی : $H_0 : p \geq 0{,}8$ او $H_1 : p < 0{,}8$.

د مخ ته ورکړې څخه د H_0 لپاره د نیونې- یا قبلونې- او رده ونې ورشو لاس ته راځي یا راکوي.

د منلو یا قبلولو ورشو: $\bar{A} = \{0 \ldots 14\}$ ، د ره ولو یا نه قبلولو ورشو: $A = \{15 \ldots 20\}$

که H_0 باید رد شي، نو$H_1 : p < 0{,}8 = 0{,}6$ دې باور ولري.

د الماني پښتو له کینکښته څخه ښي لورته:د p=0,8 رده ونې ورشو، د p=0,8 رده ونې ورشو، د p=0,6د منلو یا قبلولو ورشو، د p=0,6 د منلو روشو.

په څیره کې پورته له ښي کیڼ لور ته او بیا له پروتولاړ سیستم کښته له ښي کیڼ لور ته:

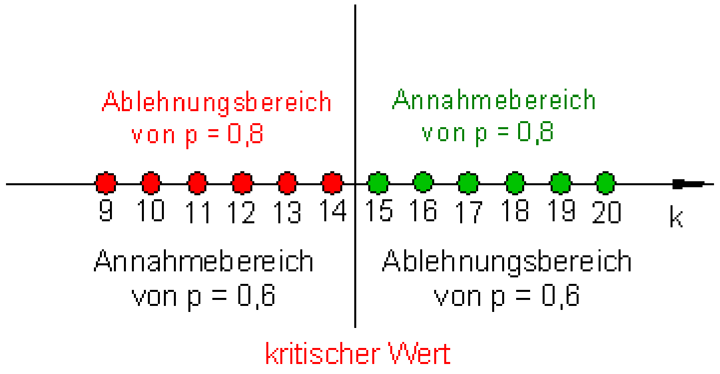
(c) ketabton.com: The Digital Library

د منلو ورشو   د نه منلو ورشو

له...   له...

د نه منلو یا نه قبلولو ورشو   د رده ولو یا نه قبلولو ورشو

له...   له .....



کریتیکل ارزښت

د دې پرېکړې د ناتیکاوي امکانات:

١ - $p = 0{,}8$ ټیک دی، دا پهدې معنا، چې نوی د بوټانو راوړنکی په رېښتېرنې دښه خرنګوالي یا کایټي بوټان راوړي. توکلي کیدی شي مخ ته راشي، چې له ١٥ جوړه بوټانو څخه لږ یا کم په ریښتوني روغرمټ وي. نو سړی به بیا په راوړنکي باور ونه لري. د د اسې یوې اشتباه سره چې مخامخ شي احتمالوالی دی

$P_{80}(X \leq 14) = 0{,}196$ (siehe Tabelle 3).

دا په دې معنا، چې که څوک داسې یوه تکلي تجربه د ٢٠ جوړه بوټانو سره زیات ځله وکړي، نو کیدی شي چې سړی په 19,6% حالتونو کې د یوې نتیجې انتظار وباسي، چې د بوټانو د اصلي خرنګوالي یا کوالیتي په ضد وي(په ضد خبرې وي).

د لومړي ډول ناتیکاوی:

(c) ketabton.com: The Digital Library

په ټولو 19,6% حالتونو کې به ریښتوني هیوپوتیز، (د نوي راوړونکي بوټان ډیر ښه دي) نابود شي یا له منځه لاړه شي.

لومړی –

ټیک دی، دا په دې معنا، چې دا نوي بوټ راوړونکي هم ښه بوټان نه شي راوړی، نسبت هغو ته، چې سړی یې همدا اوس لري. مګر توکلي کیدی شي مخ ته راشي یا منځ ته راشي، چې سره له دې هم ۱۵ یا ډیرې جوړې بوټان روغرمټ دي. د لته به سړی د نوي بوټراوړنکي بوټان په ناټیکه توګه ښه وبولي. داسې یوه اشتباه چې وکړي، احتمالوالی یې دی:

$P_{60}(X \geq 15) = P(X \leq 20) - P(X \leq 14) = 1 - 0,874 = 0,126$ (siehe Tabelle 2).

داپه دې معنا، چې که سړی د ۲۰ جوړه بوټانو سره داسي یوه توکلي تجربه زیاته سرته ورسوي یا وکړي، کیدی شي سړی د 12,6% په حالتونو کې د یوې نتیجې انتظار وباسي، چې دبوټانو څرنګوالي جګ ولیدل شي، نسبت دې ته چې په ریښتوني دی.

د ویم ډول ناټیکاوی:

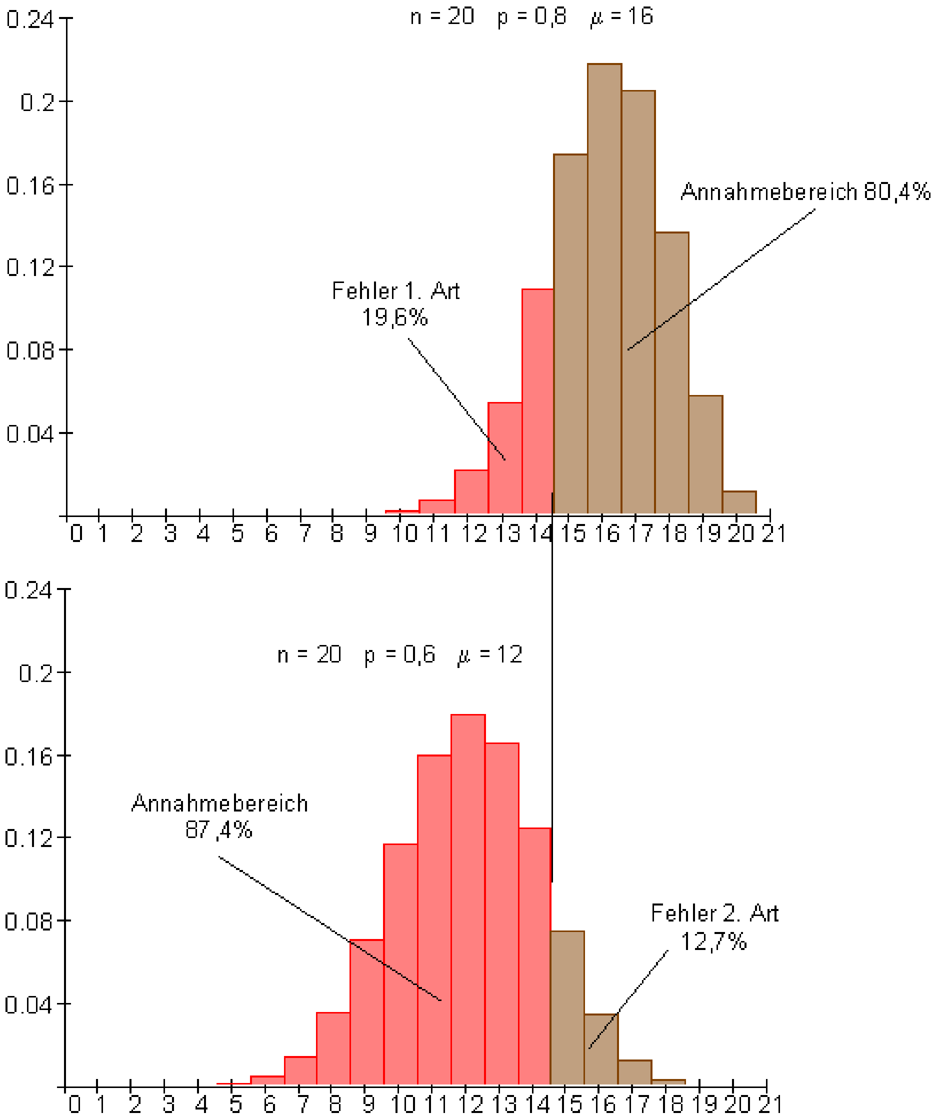
په ټول 12,6% حالتونو کې به ناټیک هیوپوتیز، (د نوي بوټ راوړونکي بوټان ډېرښه دي) له منځه لرې نه شي.

دلومړي حالت د ناټیکاوي سره چې مخامخ کیږو احتمالوالی د الفا په نخښه کوو
($\alpha = 0,196$)
ددویم حالت د ناټیکاوي سره چې مخامخ کیږو احتمالوالی د ß په نخښه کوو

($\beta = 0,126$).

د دې لپاره چې د دویم ډول ناټیکاوی وشمیرو، سړی د صفر هیوپوتیز د قبلیدنې ورشو ترڅیرنې لاندې نیسي د فرضیې یا نیونې لاندې چې بدیلي هیوپوتیز باور لري. د دویم ډول ناټیکاوی د دې لپاره احتمالوالی دی، چې د یوه تست یا ازماښت نتیجه د صفر هیوپوتیز د قبلیدنې په ورشو کې پریوځي، سره د دې چې بدیلي هیوپوتیز باور لري.

(c) ketabton.com: The Digital Library



د اشتباه احتمالوالی له مخه ورکول کیږي.

که یو د اشباه احتمالوالی له مخه ورکړ شي، نو له دې د قبلونې او رده ونې ورشو لاس ته راځي.

د اشتباه احتمالوالي د مخه ورکړه $\alpha \leq 0{,}1$

(c) ketabton.com: The Digital Library

له دريم جدول څخه ولولئ، څکه چې $P_{0,8}(X \le k) \le 0,1 \Rightarrow k = 13$

$$P_{0,8}(X \le 13) = 0,087$$

$$\Rightarrow \alpha = 0,087 < 0,1$$

د يوه لومړئ ډول ناتيکاوي لپاره احتمالوالی دی

د قبلوني ورشو: $A = \{14,15,\ldots,20\}$ د رده وني ورشو: $\overline{A} = \{0,1,\ldots,13\}$

$$P_{0,6}(X \ge 14) = P_{0,6}(X \le 20) - P_{0,6}(X \le 13) = 1 - 0,750 = 0,25 \text{ (Tabelle 2)}$$

$$\Rightarrow \beta = 0,25$$

د يوه دويم ډول ناتيکاوي احتمالوالی دی. له دې لارې، چې د لومړي ډول ناتيکاوي لپاره احتمالوالی له نيمايي څخه زيات باندې راکم شي، د دويم ډول اشتباه دوه برابره کيږي.

له دې مخ ته ځيره لاندې راغلي:

که هيوپوتيز p = 0,8 رښتيا وي، نو د دې لپاره احتمالوالی، چې د يوه تست په بنسټ په ناتيک ډول رد شي، 8,7% دی.

څکه چې په 8,7% ټولو حالتونو کې ازماپښت نتيجه په p = 0,8.

د رده وني ورشو کيږرته ده.

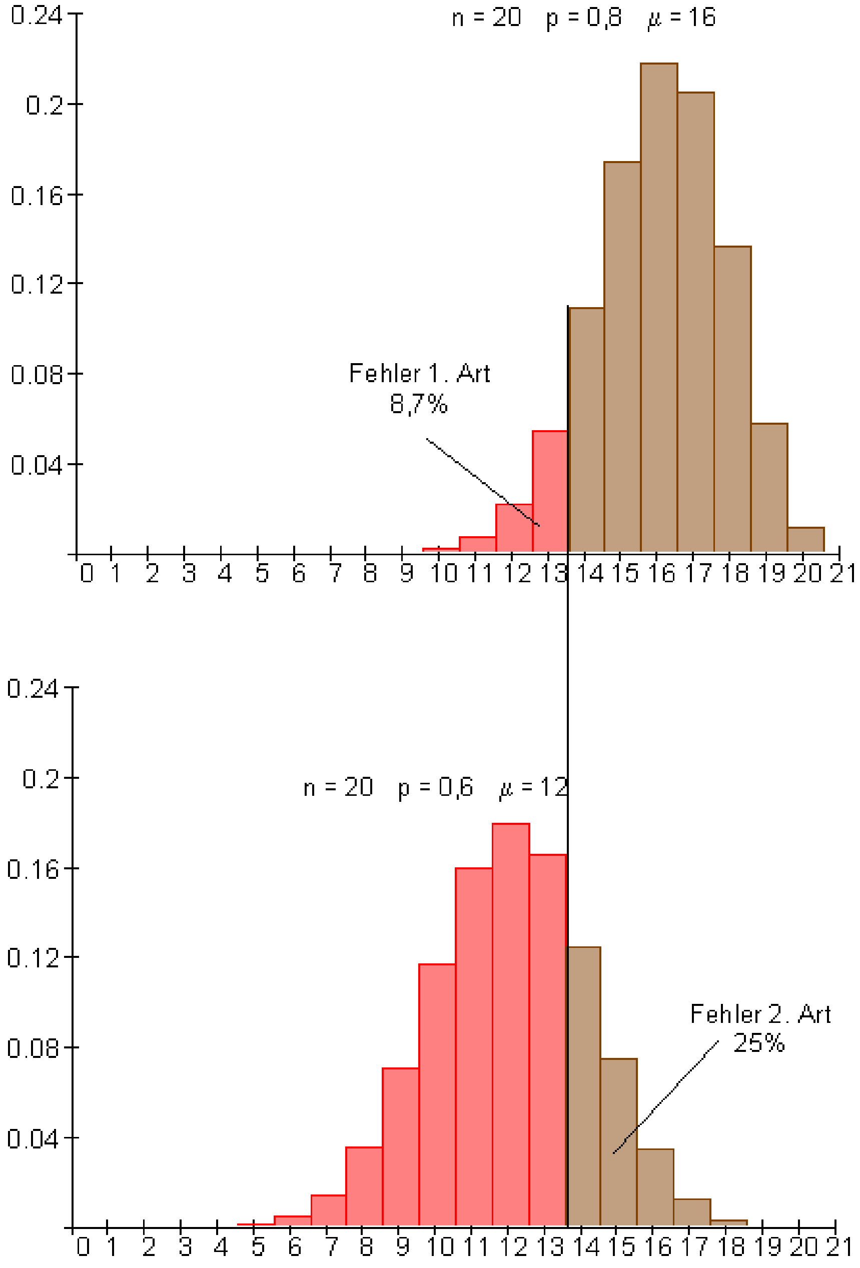
که هيوپوتيز p = 0,8 رښتيا وي، نو د دې لپاره احتمالوالی، چې د يوه ازماپښتپه نتجه کې په ناتيک ډول رد شي، 8,7% ده.

څکه چې د ټول حالتونو په 8,7% کې د ازماپښت نتيجه د p = 0,8 رده وني ورشو کې پرت ده.

که هيوپوتيز رښتيا وي، نو د دې لپاره احتمالوالی،چې د تست په نتيجه کې په غلطه توګه رديږي 25% دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

ځکه چې په 25% ټولو حالتونو کې د تست نتیجه(ازماېښتنتیجه) د $p = 0,8$ په رده وني ورشو کې پروت دی.



دیم جدول:

(c) ketabton.com: The Digital Library

کمولیر شوی بینومیالوېش د n=20 او p=0,6 لپاره

k	$P(X\leq k)$	k	$P(X\leq k)$	k	$P(X\leq k)$	k	$P(X\leq k)$
3	0,000	6	0,006	9	0,128	12	0,584
4	0,000	7	0,021	10	0,245	13	0,750
5	0,002	8	0,057	11	0,404	14	0,874

k	$P(X\leq k)$	k	$P(X\leq k)$
15	0,949	18	0,999
16	0,984	19	1,000
17	0,996	20	1,000

دریم جدول: کمولیر شوی بینومیالوېش د n=20 او p=0,8 لپاره

k	$P(X\leq k)$	k	$P(X\leq k)$	k	$P(X\leq k)$	k	$P(X\leq k)$
3	0,000	6	0,000	9	0,001	12	0,032
4	0,000	7	0,000	10	0,003	13	0,087
5	0,000	8	0,000	11	0,010	14	0,196

k	$P(X\leq k)$	k	$P(X\leq k)$
15	0,370	18	0,931
16	0,589	19	0,988
17	0,794	20	1,000

څه څنګه کله ازمایل کیږي؟

د صفرهیوپوتیز(H_0) او د دې مخامخ یا معکوس هیوپوتیز(H_1) ځاي په ځای کول.

صفرهیوپوتیز د علاًقې (ځای) په واک کې ده.

د ګټې یا علاقې I ډله ثبوتوي	$p > p_0 \Rightarrow H_0 : p \leq p_0 \Rightarrow H_1 : p > p_0$
د ګټې II ډله ثبوتنوي	$p < p_0 \Rightarrow H_0 : p \geq p_0 \Rightarrow H_1 : p < p_0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

په دواړو حالتونو کې $p = p_0$ کارول کیږي.

د علاقې یا ګټو مختلفې ډلې یا ګروپونه مختلفې صفرهیوپوتیز ځاي په ځای کوي. د دې پایله دا ده، چې د مختلفو ګټو ګروپونو لپاره د منلو یا قبلولو – او رده ولو ورشو ګانې مختلفې دي. د سرته رسیدلي د ازماېښت نتیجې هم د اړوند ځای په ځای شوې هیوپوتیز په واک کې دي.

کیڼ اړخیز تست که وي	$H_0 : p \geq p_0$ بدیلي ازمایو $H_1 : p < p_0$
ښی اړخیز ازماېښت که وي	$H_0 : p \leq p_0$ بدیلي ازمایو $H_1 : p > p_0$
دواړه اړخیز ازماېښت که وي	$H_0 : p = p_0$ بدیلي ازمایو $H_1 : p \neq p_0$

په اساي توګه سړی له دې څخه مخ ته لاړ شي، چې د مختلفو علاقو ګروپونه مخامخي یو د بل معکوس (konträre) صفرهیوپوتیز ځای په ځای کړي.

پوښتنې

هیوپوتیز ازماېښت ۱

دیوه نورمال ویشل شوي توکلي اووښتونې(متحولې) یا واریابلې د سیګما چاپیریال لپاره د جدول څخه کار واخلئ

لومړی: د تلویزیون یوه زیریال په اخر کال کې منځنې لید کووت(چې څومره کسان فلویزین ګوري) 10% لروده. د خپروني منجمنت ګومان کوي، چې د زیریال ګرانښت یا محبوبیت د کال په اخره کې څلورمه یا ربعه کې حتی زیات شوی دی. نور زیریاله باید ورسره وا خستل شي، که د خپروني ګرانښت پهریښتوني زیات شوی وي. د دې لپار باید ۲۰۰ کسان د تلفون له لارې و پوښتل شي. سړی د خال خال ازماېښت نتیجو په هکله هم شعوري دی او د یوې 95% خال خال پوښتنو نتیجې سره خوښي ښایي.

د منني یا قبلونې او رده ونې ورشو ، همداسې د د لومړي ډول اشتباه وټاکئ. وېشنتابع په شدله توګه رسم کړئ او هغه وتلي ټکي په نخښه کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

دويم: په يوهکوچني ښار کې دوه لومړني ښوونځي شتون لري . د رحمان بابا ښوونځی هڅي، چې په را تلونکي کال کې بيا د ټول زده کوونکو 37% ښوونځي ته راځي. سړي ښوونځي د ورزياتو پشنهاداتو له لارې جازب کړی دی.

د ۲۰۰ مور-پلرونو سره ټول پوښتنې له لارې ښول کيږي، چې د ښوونځي جازبيت جګ شوی دی.

د منلو – او رده ولو ورشو يا ساحه وټاکی، همداسې د لومړي ډول ريښتيني اشتباه.
وېشن تابع په شډله توګه رسم کړئ او هغه وتلي ټکي په نخښنه کړئ. د سيګنيبيکيشن نيو يا - - کچې زيات له زياته 5% ده.

دريم: په تير کال کې د يوې ناحيې ټول د لومړي ښوونځي زده کوونکو 75% له ۴ (۶) ټولګي منځني ښوونځي ته لاړل. د ښوونځيو مديريت ګومان لري، چې منځني ښوونځي ته تلنه په دې کال کې هم بې تغيره پاتې شوې ده. دا نيونه يا فرضيه دي د ۱۲۰ مور-پلار پوښتنو له لارې و ازماېل شي.

الف- د $\alpha \leq 5\%$ لپاره د پرېکړې قانون څنګه دی؟

د لومړي ډول ناټيکاوی تشريح او وشميرئ.

وېشن تابع په شډله توګه رسم کړئ او هغه وتلي ټکي په نخښنه کړئ.

ب- د دويم ډول اشتباه تشريح او وشميرئ، که د توکلي تجربې د دبريا احتمالوالی مو مخ ته پروت وي.

وېشن تابع په شډله توګه رسم کړئ او هغه وتلي ټکي په نخښنه کړئ.

څلورم: د يوه بختلوبو ااومات ماشين جوړونکی ثبوتوي يا غواړي وښايي، چې د يوه ټاکلي ګټې کمبينيشن يا مخلوطونه لپاره احتمالوالی $p = 0,3$ دی. په ۱۷۰ لوبو دوران کې دې دا ورکړې وازمايل شي.

الف- ديوه سيګنيفيکانځ نيوويا- کچې $\alpha \leq 10\%$ لپاره دپرېکړې قوانين ورکړئ او د لومړي ډول اشتباه وشميرئ

وېشن تابع په شډله توګه رسم کړئ او هغه وتلي ټکي په نخښنه کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

يادونه: د قبلوني ورشو دي د انتظار ورشو ته سيمتريک پرته وي.

ب – د دويم ډول اشتباه لپاره احتمالوالی وشميرئ، که د ګټي کمبينين احتمالوالی فقط p = 0,2 وي.

وېشن تابع په شډله توګه رسم کړئ او هغه وتلي ټکي په نخښه کړئ.

حلونه:

هيوپوتيز ۱

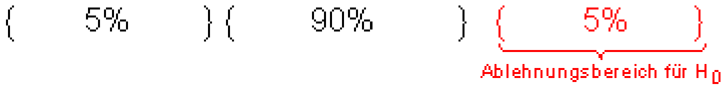
مفصل حلونه.

لومړی:
د پوښتني شنه او د هيوپوتيز راوړنه يا ځا په ځای کونه.
سړی غولړي و ازمايي، چې ايا د خپروني ګرتنښت زيات شوی دی، ايا دا ګومان $p > 0{,}1$ ټيک دی. د هيوپوتيز د راوني يا ځای په ځای کونې سړی په لاندې توګه مخ ته ځي:
دا څه چې بايد وښوول شي، بديلي هيوپوتيز جوړوي، د دې معکوس يا په څټ صفرهيوپوتيز.
صفرهيوپوتيز $H_0 : p \le 0{,}1$ ، بديل هيوپوتيز $H_1 : p > 0{,}1$.
د صفرهيوپوتيز د رده ونې سره د بديل هيوپوتيز نيول کيږي يا قبليږي.
H_0 دې د ټول پوښتني له لاري و ازمايل شي.
د 95% اطمنان په دې معنا دی، چې ديوه 5% احتمالوالي سره د صفرهيوپوتيز قبلونه يو ناټيک پرېکړه ده، سيګنيکانځ نيو يا –کچه 5% .
د دې بنسټ سره د H_0 لپاره يو قبلوني او يو د رده وني ورشو کره کيږي. دا چې لوی ارزښتونه د H_0په ضد خبرې دي، نو يو ښي اړخيز ازمايښت دی.
صفرهيوپوتيز $H_0 : p \le 0{,}1$ سيګنيفيکانځ نيو(کچه) $\alpha \le 5\%$
داتا:

$$n = 200;\ p = 0{,}1;\ \mu = n \cdot p = 200 \cdot 0{,}1 = 20$$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{20 \cdot 0{,}9} = \sqrt{18} \approx 4{,}243 > 3$$

ډ 5% په يوه سګنيفيکانځنيو(-کچه) سره لاندې انتروالونه راوړو:



(c) ketabton.com: The Digital Library

د H_0 لپاره رده ونه

له دې سره $\mu + 1{,}64 \cdot \sigma = 20 + 1{,}64 \cdot \sqrt{18} \approx 26{,}95$ کیږي، چې په 27 راګرديږي.

د H_0 لپاره د قبلونې یا منني پورته ورشو

باور لري:	د H_0 د قبلیدنې ورشو $A = \{0 \ldots 27\}$ د H_0 د ردېدنې ورشو $\overline{A} = \{28 \ldots 200\}$

د ردوني ورشو داسې د ازمایلو ده، چې باور ولري:

$$P(28 \le X \le 200) \le \alpha = 5\%$$

$$\{0 \ldots 12\}\{13 \ldots 20 \ldots 27\}\{28 \ldots 200\}$$

$$P(28 \le X \le 200) = \frac{1}{2}\left[1 - P(13 \le X \le 27)\right]$$

$$P(13 \le X \le 27) \Rightarrow r = 7{,}5 \Rightarrow z = \frac{r}{\sigma} = \frac{7{,}5}{\sqrt{18}} \approx 1{,}77 \Rightarrow P(13 \le X \le 27) \approx 0{,}923$$

$$\Rightarrow P(28 \le X \le 200) \approx \frac{1}{2}\left[1 - 0{,}923\right] = 0{,}0385$$

ارزونه:

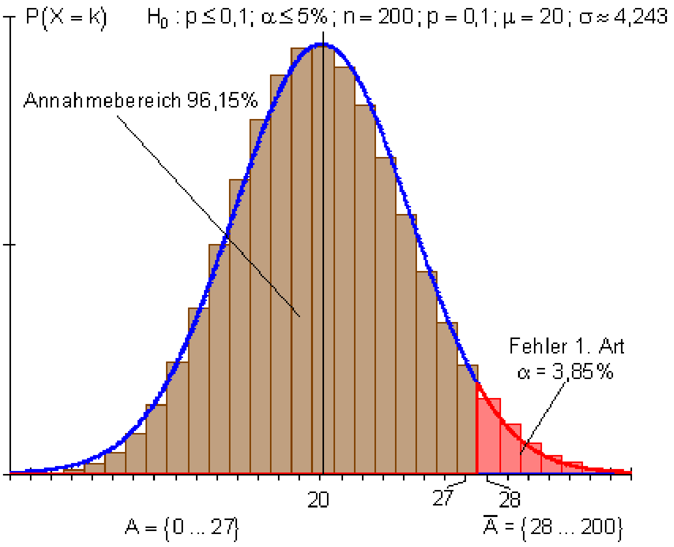
که په ټول پ،ښتنو کې راووځي، چې له ۲۷ کسانو زیات خپرونه ګوري، نو دا د H_0 د رده وني په ورشو کې پروت دی. صفرهیوپوتیز به ردشي. بدیل هیوپوتیز H_1: $p > 0{,}1$ به ومنل شي یا قبوله شي. نوي زیریالونه به واخستل شي.

ناتیکاوی، کوم چې په دې پرېکړه کې کیدی شي $3{,}85\%$ دی. دا په دې معنا چې ، د $3{,}85\%$ یوه حتمالوالي سره به هیوپتیز H_0په ناحقه رد شي. د تانیکاوي احتمالوالی $(3{,}85\%)$ د اشتبا احتمالوالی بلل کبږي. د اشتباه احتمالوالي لپاره سړی سګنیفیکانځ نیو یا کچه هم وايي.

که په ټول پوښتنه کې را ووځي، چې زیات له زیاته ۲۷ کسان دا خپرونه کتل غاوړي، نو بیا به هیوپوتیز H_0ونیول- یا قبوله شي او هرڅه به په زاړه پاتې شي. د ي پسې به بل سریال وا نه خستل شي.

دا چې د H_0 هیوپوتیز د ردهولو ورشو د احتمالوالی وېشني په ښئ ورشو کې پرته ده، نو دا هیپتیز تست ښي اړخيز تست بلل کیږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library



دويم: مفصل حل يا ځواب:

د پوښتني شننه او د هيوپوتيز راوړنه.

سړی غواړي وازمايي، چې ايا د ښوونځي ګرانښت زيات شوی دی، اياګومان $p > 0,37$ رښتيا کيږي.

د هيوپوتيز د راوړنې لپاره داسي مخ ته ځو:

دا څه چې ښوول کيږي، بديل هيوپوتيز جوړوي، د دې معکوس د صفر هيوپوتيزدی.

صفرهيوپوتيز $H_0 : p \le 0,37$ بديل – يا الترناتيو هيوپوتيز $H_1: p > 0,37$.

د صفرهيوپوتيز د رده ونې سره بديل هيوپوتيز قبليږي.

H_0 دې د ټول پوښتنې له لارې و ازمايل شي.

د سګنيفيکانڅ نيو دې زيا له زياته 5% وي.

په دې بنست به د H_0 لپاره يوه د منلو – يا قبلولو ورشو او يوه د رده ولو ورشو کره شي.

دا چې لو ارزښتونه د H_0 په ضد – يا برعکس خبرې کوي، نو دا يو ښې اړخيز تست(ازماېښت) دی.

صفرهيوپوتيز $H_0 : p \le 0,37$، سيګنيفيکانڅ نيو(-کچه) $\alpha \le 5\%$

داتا:

$$: n = 200 ; p = 0,37 ; \mu = n \cdot p = 200 \cdot 0,37 = 74$$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{74 \cdot 0,63} = \sqrt{46,62} \approx 6,828 > 3$$

د 5% په يوه سګنيفيکانځنيو(-کچه) سره لاندې انتروالونه راوړو:

{ 5% }{ 90% } { 5% }

Ablehnungsbereich für H_0

(c) ketabton.com: The Digital Library

د H_0 د رده وني ورشو
له دي سره به $\mu + 1,64 \cdot \sigma = 74 + 1,64 \cdot \sqrt{46,62} \approx 85,2$ شي، راګرد يا راټول په 85،
د H_0 لپاره د قبلولو ورشو پورته پوله.

Es gilt:	Annahmebereich von H_0	$A = \{0 \ldots 85\}$
	Ablehnungsbereich von H_0	$\overline{A} = \{86 \ldots 200\}$

د رده ولو ورشو دازمايلو ده، داسي چې باور ولري:

$$P(86 \le X \le 200) \le \alpha = 5\%$$

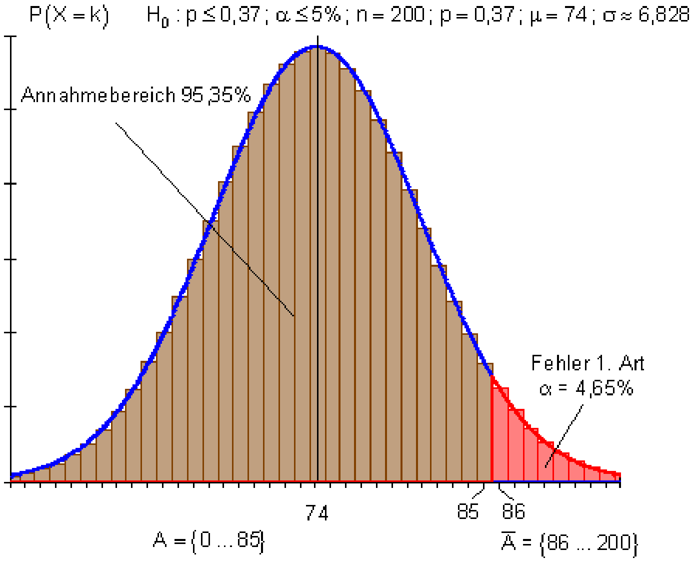
$$\{0 \ldots 62\}\{63 \ldots 74 \ldots 85\}\{86 \ldots 200\}$$

$$P(86 \le X \le 200) = \frac{1}{2}\left[1 - P(63 \le X \le 85)\right]$$

$$P(63 \le X \le 85) \Rightarrow r = 11,5 \Rightarrow z = \frac{r}{\sigma} = \frac{11,5}{\sqrt{46,62}} \approx 1,68 \Rightarrow P(63 \le X \le 85) \approx 0,907$$

$$\Rightarrow P(86 \le X \le 200) \approx \frac{1}{2}[1 - 0,907] = 0,0465$$

ارزونه: د H_0 قبلولو ورشو له 0 تر85 پورې د مورپلرونو زياتيز يا مثبت عقيدې په برکې لري يا نيسي.
د H_0 رده وني روشو له 86 تر 200 پورې د ميندو-پلرونو مثبت نظر په بر کې نيسي.



(c) ketabton.com: The Digital Library

که د ټول پوښتنو له لارې راووتله، چې دمیندو-پلرونو 85 مثبت نظرونه مخ ته لرو، نو دا به د H_0 د رده ونو په ورشو کې پراته وي. د صفرهیوپوتیز به رد شوې وی. بدیل هیوپوتیز H_1: $p > 0,37$ به قبول شوی وی.
برېښي چې ښوونځی جالب شوی. هغه ناټیکاوی(غلطي) کومه چې د دې پرېکړې سره به شوې وی 4,65% به وی. داپه دې معنا، چې د 4,65% یوه احتمالوالي سره به د H_0هیوپوتیز په ناحقه رد شوې وي.

که په ټولپوښتنه کې راوتلي وی، چې زیات له زیاته 85 د میندو-پلرونو مثبت نظر مو مخ ته پروت وی، نو هیوپوتیز H_0 به قبوله شوې وی.
په دې حالت کې به بیا داقبوت نه وي، چې ښوونځی جالب شوی دی.
دریم: مفصل ځواب یا حل:
الف- د پوښتنې شننه او د هیوپوتیز راوړنه یا ځای په ځای کونه.
باید و ارزمایل شي، چې ایا د لومړني ښوونځي زده کوونکو برخه، چې منځني ښوونځي ته بدلیږي، لکه په تیر کال کې 75% ده. دا چې د یواځنی ټاکلی انحراف ګومان یا اټکل یې نه پورته او نه کښته لور ته کیږي، نو دا یو دوه اړخیزه هیوپوتیز ازماېښت دی.
هیوپوتیزونه دي:
صفرهیوپوتیز: H_0 : $p = 0,75$ ، بدیلي هیوپوتیز H_1: $p \neq 0,75$.
د رده ولو ورشو، چې د 5% د سیګنفیکانځنیو له لارې ټاکل شوې، په دواړو خواو په برابر ډول وېښل کیږي یا خوریږي.

صفرهیوپوتیز H_0 : $p \le 0,75$، سیګنیفیکانځ نیو(-کچه) $\alpha \le 5\%$
داتا:

$$n = 120;\ p = 0,75;\ \mu = n \cdot p = 120 \cdot 0,75 = 90$$

$$\sigma = \sqrt{n\cdot p\cdot(1-p)} = \sqrt{90\cdot 0,25} = \sqrt{22,5} \approx 4,743 > 3$$

یو دوه اړخیز هیوپوتیز ازماېښت مخ ته بیول کیږي، ځکه چې د برياو یو کم تعداد یا ګڼون او جګ تعداد د H_0 په ضد د خبرې دي یا بیان دی.
د 5% د یوه سیګنیفیکانځنیو لاندې انتروالونه تر پام لاندې نیسو یا څېړو:

{ 2,5% } { 95% } { 2,5% }

Ablehnungsbereich für H_0 Ablehnungsbereich für H_0

د H_0 لپاره د رده وني ورشو د H_0 لپاره د رده منې وشو

له دې سره $\mu - 1,96\cdot\sigma = 90 - 1,96\cdot 4,743 \approx 80,7$ کیږي.
د H_0 لپاره د قبلوني ورشو لاندې پوله

(c) ketabton.com: The Digital Library

او $\mu + 1,96 \cdot \sigma = 90 + 1,96 \cdot 4,743 \approx 99,3$

د H_0 لپاره د قبلوني ورشو پورته پوله

باور لري	دH0 نيولو يا منلو ورشو (سيومتريک) د H0 د ردهولو يا نه منلو ورشو	$A = \{81 \ldots 90 \ldots 99\}$ (symmetris $\overline{A} = \{0 \ldots 80\} \quad \{100 \ldots 120\}$

د رده وني ورشو ازمايل کيږي، داسې چې باور لري:

$$P(0 \le X \le 80) + P(100 \le X \le 120) \le \alpha = 5\%$$

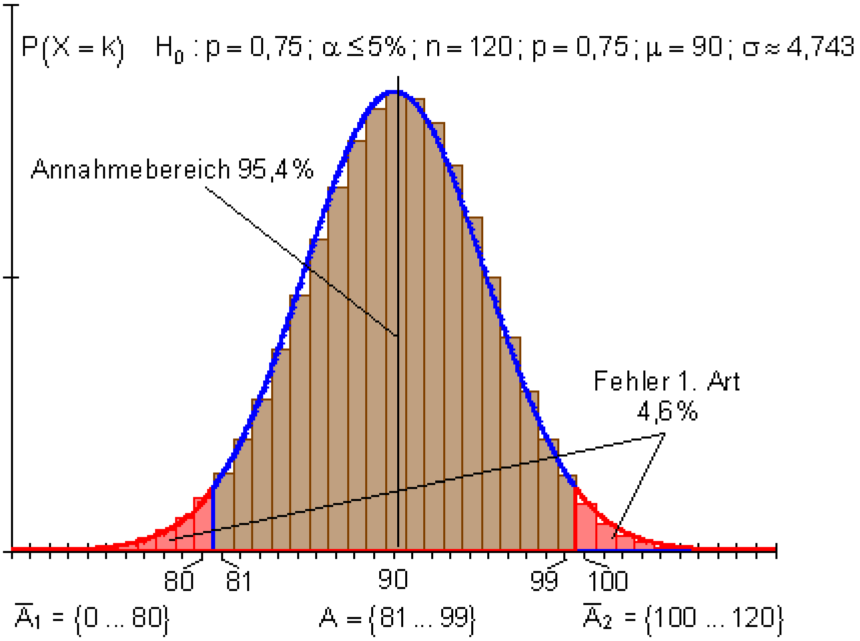
$$\{0 \ldots 80\}\ \{81 \ldots 90 \ldots 99\}\ \{100 \ldots 120\}$$

$$P(0 \le X \le 80) + P(100 \le X \le 120) = 1 - P(81 \le X \le 99)$$

$$P(81 \le X \le 99) \Rightarrow r = 9,5 \Rightarrow z = \frac{r}{\sigma} = \frac{9,5}{\sqrt{22,5}} \approx 2,00 \Rightarrow P(81 \le X \le 99) \approx 0,954$$

$$\Rightarrow P(0 \le X \le 80) + P(100 \le X \le 120) \approx 1 - 0,954 = 0,046$$

ارزونه:



د H_0 قبلونه له 81 تر 99 پورې د منځني ښوونځي لپاره پرېکړه په برکې نيسي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د H_0 د رده وني ورشو د منځني ښوونځي لپاره پرېکړه له 0 تر 80 پورې همداسې له 100 تر 120 پورې په بر کې نيسي.
که p = 0,75 وي، مګر د نمونه ازماېښت توکلي يا تصادفي د رده وني ورشو کې لويږي، نو په ناتيک ډول سړی H_0 رده وي. د لومړي ډول ناتيکاوي لپاره برابر دی د احتمالوالی سره د رده وني ورشو لپاره.

1 - 0,954 = 0,046 (4,6%).

ب -

که باور ونه لري، بلکه p = 0,7 تيک وي، دا په دې معنا چې هيوپوتيز p = 0,75 ناتيک ده، مګر دا د نمونهازماېښت توکلي د H_0 د قبلوني په ورشو کې برېوځي. د دې لپاره ا حتمالوالی، چې دا اشتباه وشي د دويم ډول ناتيکاوي دی.
سړی دا ناتيکاوی شميري، په داسې حال کې د قبلوني له لارې، چې p = 0,7 تيک دی، د H_0 د قبلوني ورشو احتمالوالی وټاکي.

$\beta = P_{0,7}(81 \le X \le 99)$ شميرو

داتا:

$$n = 120\,;\ p = 0{,}7\,;\ \mu = n \cdot p = 120 \cdot 0{,}7 = 84$$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{84 \cdot 0{,}3} = \sqrt{25{,}2} \approx 5{,}02 > 3$$

شميرلو لپاره سيمتريک انتوالونه تر څېړني لاندې نيسو

$$\left[\ \ldots\{69\ \ldots\ 80\}\ \underbrace{\{81 \ldots 84 \ldots 87\}\ \{88\ \ldots\ 99\}}_{\text{Annahmebereich von } H_0}\ \ldots\ \right]$$

$$P(81 \le X \le 99) = \frac{1}{2}\left[P(69 \le X \le 99) - P(81 \le X \le 87)\right] + P(81 \le X \le 87)$$

$$P(81 \le X \le 99) = \frac{1}{2}\left[P(69 \le X \le 99) + P(81 \le X \le 87)\right]$$

$$P(69 \le X \le 99) \Rightarrow r = 15{,}5 \Rightarrow z = \frac{r}{\sigma} = \frac{15{,}5}{\sqrt{25{,}2}} \approx 3{,}09 \Rightarrow P(69 \le X \le 99) \approx 1$$

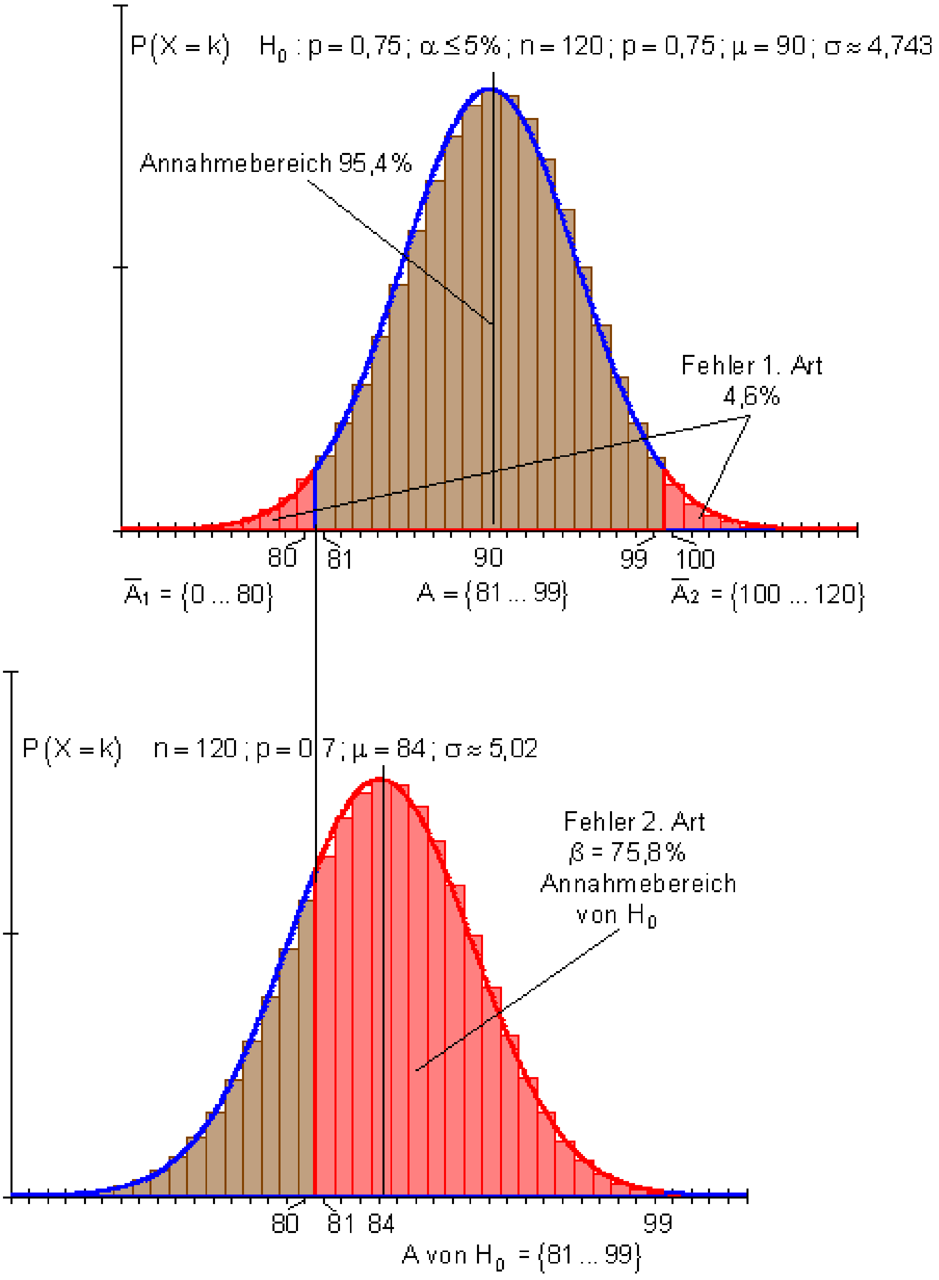
$$P(81 \le X \le 87) \Rightarrow r = 3{,}5 \Rightarrow z = \frac{r}{\sigma} = \frac{3{,}5}{\sqrt{25{,}2}} \approx 0{,}70 \Rightarrow P(81 \le X \le 87) \approx 0{,}516$$

$$P(81 \le X \le 99) = \frac{1}{2}(1 + 0{,}516) \approx \underline{\underline{0{,}758}}$$

ارزونه: که H_0 ناتيک او p = 0,7 تيک وي، نو سره له دې هم په 75,8% نتيجه دقبلوني ورشو H_0 کې لويږي يا پرېوځی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د صفر هيوپوتيز به په ناټيک ډول قبوله شي. دا نآتيکاوى د دويم ډول ناټيکاوى بلل کيږي.
دا %75,8 دى او د لومړي ناټيکاوي د %4,6 سره په پرتله خورا لوي دى.



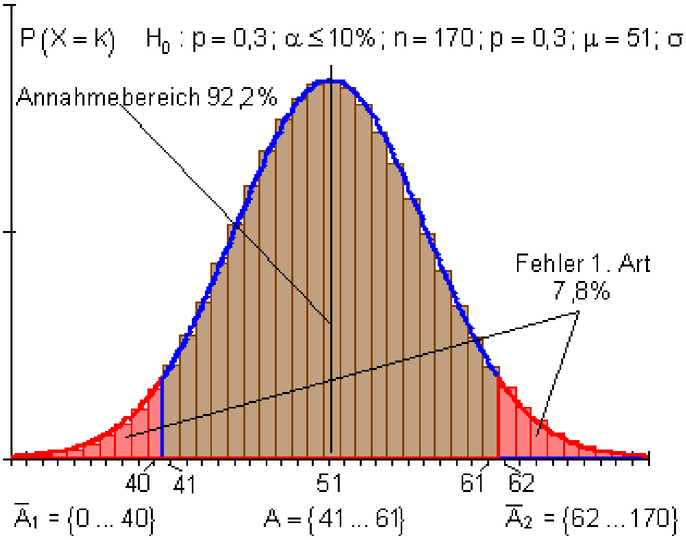
ځلورم: مفصل حل:
الف- د پوښتنې شننه او د هيوپوتيز راوړنه يا ځا په ځاي کونه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

و دې ازمايل شي، چې ايا د $p = 0{,}3$ احتمالوالي سره يو ټاکلی د کتې ګډون يا کمبينيشن رامنځ ته کيږي. دا چې نه پورته لور ته يا کښته لور ته د يوه يواځنی انحراف اټکل يا ګومان رامنځ ته کيدی شي، نو دا يو دوه اړخيز هيوپوتيز ازماېښت دی.

د هيوپوتيز ازماېښت دی:
صفر هيوپوتيز: $H_0 : p = 0{,}3$؛ بديلي يا الترناتيو هيوپوتيز $H_1 : p \neq 0{,}3$.
د رده ونې ورشو، چې د10% سيګنيفيکانځ له لارې ټاکل شوې په برابر ډول په داړو لورو وېشل کيږي يا خورشږي.

ارزونه:
که $p = 0{,}3$ ټيک وي، مګر که نمونه ازماېښت په توکلې توګه د ردونې په ورشو کې ولويږي، نو سرې په ناټيکه توګه له دې څخه مخ ته ځي، چې H_0 بايد رد شي. د لومړي ډول ناټيکاوي احتمالوالی د رده ونې احتمالوالي سره برابردی،
يعنې $1 - 0{,}922 = 0{,}078\ (7{,}8\%)$.



ب – که H_0 باور ونه ري، بلکه $p = 0{,}2$ ټيک وي، دا په دې معنا، چې هيوپوتيز $p = 0{,}3$ ناټيک ده، مګر نمونه ازماېښت توکلې د H_0 د قبلونې په ورشو کې پروت دی، نو په ناټيک ډول سرې H_0 قبلوي. د دې لپاره احتمالوالی دا ډول غلطې چې وکړي دويم ډول ناټيکاوی دی. دا ناټيکاوی سرې داسې شميرې، د فرضيې يا نيونې لاندې، چې $p = 0{,}2$ ټيک دی، چې د H_0 د قبلونې ورشو وټاکي.
$\beta = P_{0,2}(41 \leq X \leq 61)$ دشميرلو دی

(c) ketabton.com: The Digital Library

داتا:

$$n = 170;\ p = 0,2;\ \mu = n \cdot p = 170 \cdot 0,2 = 34$$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{34 \cdot 0,8} = \sqrt{27,2} \approx 5,215 > 3$$

د شمیرلو لپاره سیمتریک انتروال تر ښیرني لاندې نیسو

$$\left[\ldots \{7 \ldots 27\}\ \{28 \ldots 34 \ldots 40\}\ \ \underbrace{\{41 \ldots 61\}}_{\text{Annahmebereich von } H_0}\ \ldots \right]$$

$$P(41 \le X \le 61) = \frac{1}{2}\left[P(7 \le X \le 61) - P(28 \le X \le 40)\right]$$

$$P(7 \le X \le 61) \Rightarrow r = 27,5 \Rightarrow z = \frac{r}{\sigma} = \frac{27,5}{\sqrt{27,2}} \approx 5,27 \Rightarrow P(7 \le X \le 61) \approx 1$$

$$P(28 \le X \le 40) \Rightarrow r = 6,5 \Rightarrow z = \frac{r}{\sigma} = \frac{6,5}{\sqrt{27,2}} \approx 1,25 \Rightarrow P(28 \le X \le 40) \approx 0,789$$

$$P(41 \le X \le 61) = \frac{1}{2}(1 - 0,789) \approx \underline{\underline{0,106}}$$

ارزونه:

که H_0 ناتیک او $p = 0,2$ نیک وي، نو نتیجه سره له دې هم 10,6% د H_0 د قبلوني په ورشو کې پرته ده. د صفرهیوپوتیز به په ناټیکه توګهونیول – یاقبوله شي. دا د دویمډول ناټیکاوی بلل کیږي. دا 10,6% دی او لومړي ناټیکاوي ته په پرتله د 7,8% سره په خورا لږه توګه لوی دی.

د دې ښیره په لاندې مخ کې کېنل شوې ده.

پوښتنې:

د هیوپوتیز تست II

د یوه نورمال وېشل شوي توکلي یا تصادفي متحولي یا اووښتوني (variable) دسیګاچاپیریال لپاره ورکړ شوی جدول وکاروئ.

په دریمه پوښتنه کې د کمولیري بینوموېشني د ورکړ شوي جدول سره مخ ته بوځئ.

له دې د مخه ښیره په لادې مخ کې

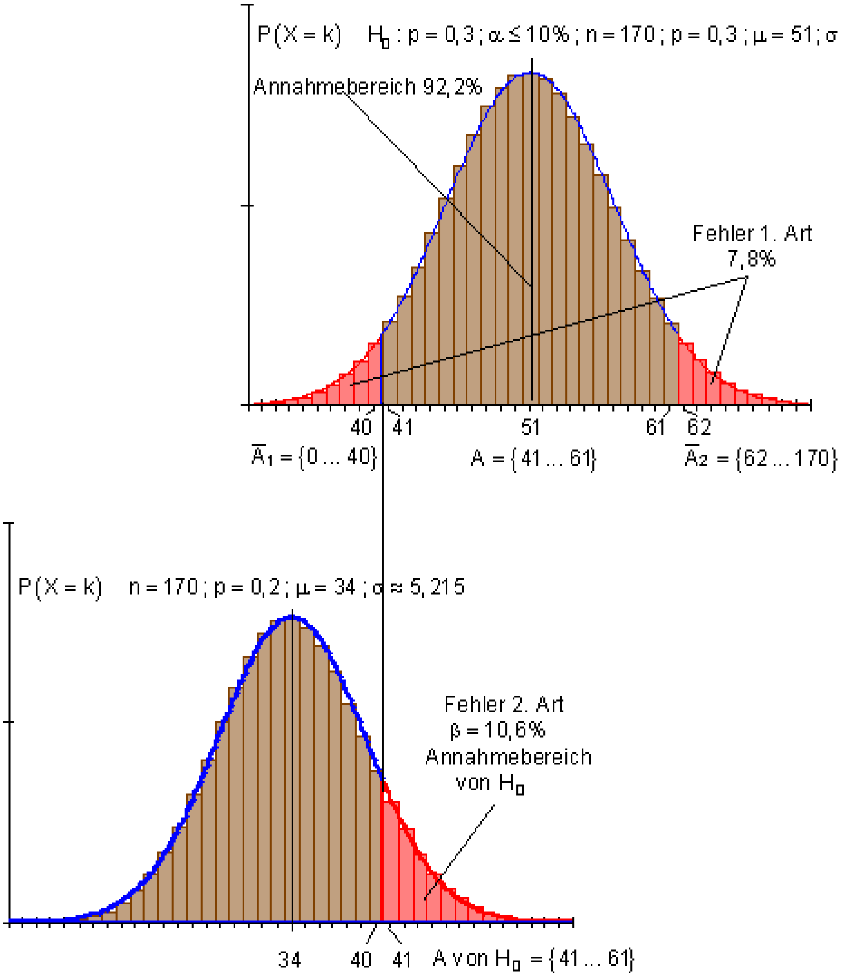
لومړی: د ،، شلمرلند،، فیرما غواړي ثبوت ته ورسوي، چې د رقابت فیرما يې،، ارزان غزا،، د وزن ورکړه، چې د هغه د ،،کاویار(د ماهي دانې دي) پاکټ،، باندې لیکل ، زیات وخت يې وزن له 5% څخه هم ټيټ دی او له دې املخ مشتریان غولوي.

اجازه شته، چې زیات له زیاته 5% کم وزنې ولري.

،، ارزان غزا،، دا ردوي:

(c) ketabton.com: The Digital Library

،، له %5 کم پاکټول کموزني ده،،.
يو د 300 کسانو خپلواک کميسين دا پاکټونه څيړي.
د دواړو فيرماګانو د مختلفو علاقو په بنسټ هر يوه هيو هيوپوتيز ارزښت د زيات له زياته %5 د يوه سيګنيفکانځنيو سره غوره کوي. پيښي تشريح کړئ يا کومنتار په ورکړئ.
دويم: د يوې ليسې په اخرني نمرو کنفرانس کې %15 زده کوونکو په ځنو مضمونون کې کمښت لروده. په سمستر جريان کې دې رده کوونکو ته په دې کريتيکل مضمونونو کې د کورسونو وړانديز کيږي. په بل د نمرو کنفرانس کې له ۱۴۰ زده کوونکو څخه ۱۸ کمښت لري.



الف- کيدی شي سړی زيات له زيات %5 داشتباه احتمالوالي سره قبول کړي، چې د ښوونکو هلې ځلې بريالئ وي؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب – صفرهیوپوتیز د تستپه بنسټ ردیږي. د لومړي ناټیکاوي ډول څومره لوي دی؟
دریم: یوې څیړنې ورکړه، چې پلاسیبو د ناروغانو همغه نتیجه ورکوي لکه اصلي ګولۍ.
د یوه کلینیک تجربه وایي، چې زیات له زیاته د ناروغانو60%، چې د سردرد ګولئ نیسي، په پلاسیبو جوړیږي. د شمیرنې لپاره د الف،، ب- او پ- په ورزیاتې ګولۍ(ګولۍ ۱ او ګولۍ ۲) و کاروي.
الف- یو د کلینیک ډاکتر ثبوتوې یا ادعا لري، چې د پلاسیبو زیاته استعمالولی شي، که دا یو تریخ مل خوند ولري. دا ۱۰۰ ناروغانو ته نوې ګولۍ ورکوي او کره کوي، چې له دوي څخه ۷۵ په دې اغیزمن کیږي.
Muss daraufhin die Nullhypothese $H_0 : p_0 \leq 0,6$ verworfen werden?
دا د زیات له زیاته یوه 4% اشتباه احتمالوالي سره وشمیرئ.
ب – د دویم ډول ناټیکاوی څومره لوي دی، که د ترخې ګولۍ لپاره $p = 0,7$ باور ولري؟
پ – د دویم ډول ناټیکاوی لږ ترلږه په نیمایي راکم کړئ. د دې لارې دH_0 د قبلونې – او ردونې ورشو څنګه تغیر خوري؟
د اشتباه کوم احتمالوالی مو نو بیا مخ ته پروت دی؟
ت- د ب- او پ- وېشنه رسم کړئ د لومړي- او دویم ډول ناټیکاوی په نخښنه کړئ.
جدول ۱ .

د $n=100$ او $p=0,7$ لپاره راټول شوی بینوم وېشنه

k	P(X ≤ k)	k	P(X ≤ k)	k	P(X ≤ k)	k	P(X ≤ k)	k	P(X ≤ k)	k	P(X ≤ k)
50	0,000	56	0,002	62	0,053	68	0,367	74	0,837	80	0,991
51	0,000	57	0,004	63	0,080	69	0,451	75	0,886	81	0,995
52	0,000	58	0,007	64	0,116	70	0,538	76	0,924	82	0,998
53	0,000	59	0,012	65	0,163	71	0,623	77	0,952	83	0,999
54	0,001	60	0,021	66	0,221	72	0,704	78	0,971	84	1,000
55	0,001	61	0,034	67	0,289	73	0,776	79	0,984	85	1,000

جدول ۲ :

k	P(X ≤ k)	k	P(X ≤ k)	k	P(X ≤ k)	k	P(X ≤ k)	k	P(X ≤ k)	k	P(X ≤ k)
50	0,000	56	0,002	62	0,053	68	0,367	74	0,837	80	0,991
51	0,000	57	0,004	63	0,080	69	0,451	75	0,886	81	0,995
52	0,000	58	0,007	64	0,116	70	0,538	76	0,924	82	0,998
53	0,000	59	0,012	65	0,163	71	0,623	77	0,952	83	0,999
54	0,001	60	0,021	66	0,221	72	0,704	78	0,971	84	1,000
55	0,001	61	0,034	67	0,289	73	0,776	79	0,984	85	1,000

ځوابونه

(c) ketabton.com: The Digital Library

د هیوپوتیز تست II . مفصل ځوابونه یا حلونه

لومړی: د پوښتنې شننه او د هیوپوتیز راونه یا ځا پهځای کونه:

د هرې فیرما له نظر یو هیوپوتیزتست منځ ته راځي. د مختلفو ګټو یا علاقو په بنسټ مختلفئ هیوپوتیز رامنځ ته کیږي. له دې سره هر د قبلوني – او ردوني ورشو هم توپیر پیدا کوي. ،، شلمرلند،، غواړي وښايي، چې $p > 0{,}05$ باور لري او لاندې هیوپوتیز رامنځ ته کوي: صفرهیوپوتیز H_0 : $p \le 0{,}05$؛ بدیلي هیوپوتیز H_1: $p > 0{,}05$: .

دا یو ښي اړخیز هیوپوتیز ازمايښت دی.

،، ارزان غزا(دا هم د مغازې نوم دیژباړی)،، غواړي وښايي، چې $p < 0{,}05$ باور لري او لاندې هیوپوتیز رامنځ ته کوي:

صفرهیوپوتیز H_0: $p \ge 0{,}05$ ، بدیل – یا الترناتیو هیوپوتیز H_1 : $p < 0{,}05$.

دا یو کیڼ اړخیز هیوپوتیز تست دی.

د،، شلمرلاند (دا د یوېمغازې نوم دی)،، لپاره تست

صفرهیوپوتیز H0 : $p \le 0{,}05$ سیګنیفیکانس نیو(s-niveau) $\alpha \le 5\%$

داتا:

$$n = 300;\ p = 0{,}05;\ \mu = n \cdot p = 300 \cdot 0{,}05 = 15$$
$$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{15 \cdot 0{,}95} = \sqrt{14{,}25} \approx 3{,}775 > 3$$

د یوه 5% سیګنیفیکانس نیو سره لاندې انتروالونه شمیرل کیږي:

{ 5% } { 90% } { 5% }

د H0 لپاره د رده وني ورشو.

له دې سره به $\mu + 1{,}64 \cdot \sigma = 15 + 1{,}64 \cdot \sqrt{14{,}25} \approx 21{,}19$ په21 راټوله یا راګرده شي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د H0 لپاره د رده ونې ورشو پورته پولې

باور لري:	د H0 لپاره د منلو ورشو د H0 لپاره رده ونو ورشو	$A = \{0 \dots 21\}$ $\bar{A} = \{22 \dots 300\}$

د ازمايلو لپاره د رده ونې ورشو ده، داسې چې باور ولرى:

$$P(22 \le X \le 300) \le \alpha = 5\%$$

$$\{0 \dots 8\}\{9 \dots 15 \dots 21\}\{22 \dots 300\}$$

$$P(22 \le X \le 300) = \frac{1}{2}\left[1 - P(9 \le X \le 21)\right]$$

$$P(9 \le X \le 21) \Rightarrow r = 6{,}5 \Rightarrow z = \frac{r}{\sigma} = \frac{6{,}5}{\sqrt{14{,}25}} \approx 1{,}72 \Rightarrow P(9 \le X \le 21) \approx 0{,}915$$

$$\Rightarrow P(22 \le X \le 300) \approx \frac{1}{2}[1 - 0{,}915] = 0{,}043$$

د،، ارزان غزا،، لپاره تست:

صفرهيوپوتيز H0 : $p \geq 0{,}05$ سيګنيفيکانس نيو $\alpha \le 5\%$

داتا:

$$n = 300;\ p = 0{,}05;\ \mu = n \cdot p = 300 \cdot 0{,}05 = 15$$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{15 \cdot 0{,}95} = \sqrt{14{,}25} \approx 3{,}775 > 3$$

د يوه 5% سيګنيفيکانس نيو سره لاندې انټروالونه شميرل کيږي:

{ 5% } { 90% }{ 5% }

Ablehnungsbereich für H_0

د H0 لپاره د رده ونې ورشو

له دې سره $\mu - 1{,}64 \cdot \sigma = 15 - 1{,}64 \cdot \sqrt{14{,}25} \approx 8{,}81$ په 9 راګرديږي

د H0 لپاره د منلو ورشو لاندې پولې

(c) ketabton.com: The Digital Library

باور لري	د H0 د منلو ورشو د H0 د رده وني ورشو	$A = \{9 \ldots 300\}$ $\bar{A} = \{0 \ldots 8\}$

د ازمايلو د رده وني ورشو ده، داسي چي باور لري

$$P(0 \le X \le 8) \le \alpha = 5\%$$

$$\{0 \ldots 8\}\{9 \ldots 15 \ldots 21\}\{22 \ldots 300\}$$

$$P(0 \le X \le 8) = \frac{1}{2}\left[1 - P(9 \le X \le 21)\right]$$

$$P(9 \le X \le 21) \Rightarrow r = 6{,}5 \Rightarrow z = \frac{r}{\sigma} = \frac{6{,}5}{\sqrt{14{,}25}} \approx 1{,}72 \Rightarrow P(9 \le X \le 21) \approx 0{,}915$$

$$\Rightarrow P(0 \le X \le 8) \approx \frac{1}{2}[1 - 0{,}915] = 0{,}043$$

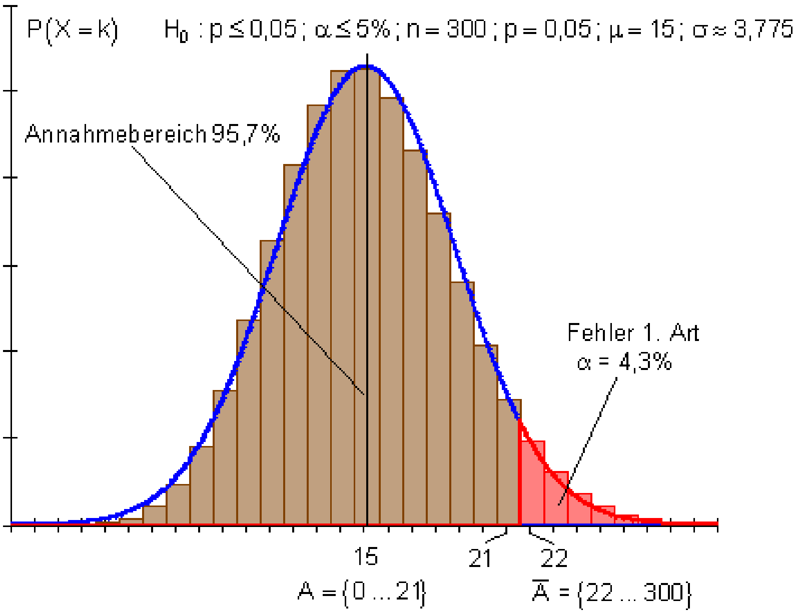
ارزونه: يوه مخامخ كونه يا مخامخ سره درونه بنايي:

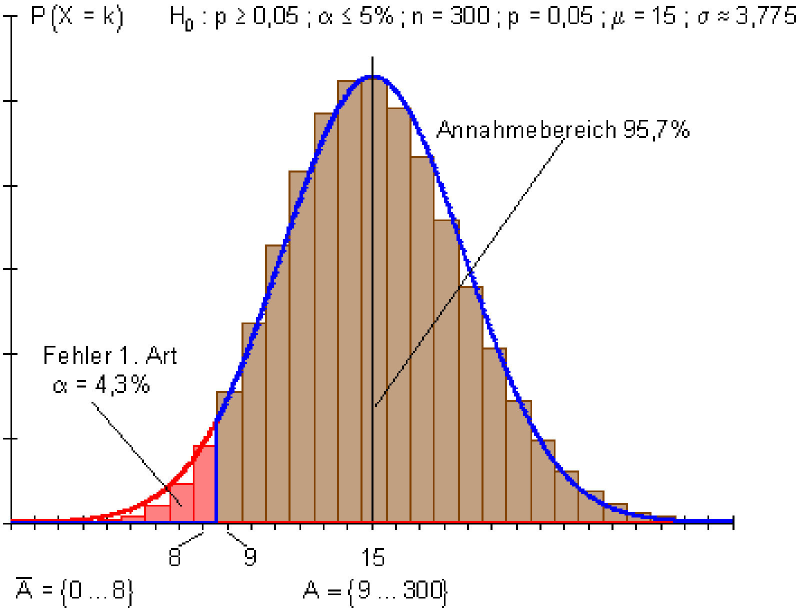
،، ارزانه غزا،،	،،شلمرلاند،،
هيوپوتيز: $H_0 : p \ge 0{,}05 ; H_1 : p < 0{,}05$ $A = \{9 \ldots 300\}$ $\bar{A} = \{0 \ldots 8\}$ كيڼ ا رخيز تست لومړي ډول ناتيكاوى: 4,3% كه په كنترول كې له ۹ پاكټونو زيات كموزني ولري، نو H_0 رديږي. له دې څخه بيا،، ارزانغزا،، د4,3% اشتباه احتمالوالي سره له دې مخ ته څي، چې له 5%كم كموزنيز پاكټونه لري. كه د كنرول ورشو د قبلوني په ورشو H_0 كې پرته وي بايد په حقيقت كې H_0قبول شي، مګر له دې سره څه نه دي بنوول شوي.	هيوپوتيز $H_0 : p \le 0{,}05 ; H_1 : p > 0{,}05$ $A = \{0 \ldots 21\}$ $\bar{A} = \{22 \ldots 300\}$ ښى اړخيز تست لومړي ډول ناتيكاوى: 4,3% كه په كنترول كې له ۲۱ پاكټونو زيات كموزني ولري، نو H_0 رديږي. له دې څخه بيا،، شلمرلاند،، د4,3% اشتباه احتمالوالي سره له دې مخ ته څي، چې د 5% څخه زيات ټول پاكټونه كموزنه دي. د غولني ګومان به سخت يا جدي شي. كه د كنترول ورشو د قبلوني ورشوH_0 كې پرته وي، بايد په حقيقت كېH_0 قبول شي، له دې سره څه نه دي بنوول شوي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د يوه بنې اړخيز هيوپوتيزتست پرتله کونه د يوه کيڼ اړخيز هيوپوتيز تست سره.

د الماني پينتو مانا: له بنې کيڼ کښته لور ته: د منلو ورشو، لوړی ډول ناتيکاوی، د منلو ورشو، لومړی ډول ناتيکاوی.





(c) ketabton.com: The Digital Library

د اشتباهي احتمالوالي شميرنې لپاره يادونه.

د هر ردېد ونکې ورشو د انتروالاحتمالوالي شميرنې د نورمالوېشنې د جدول سره سرته ورسيده.

د نورمالوېشنې ارزښتونه انتظار ارزښت ته سيومتريک دي.

برابر [اپيرېال وړانګې(شعاع وې)د برابرو سېحو هوداسې %-ارزښتونو په معنا دی. دا په ګراف کې انځور شوې متې يا ستنې بينوميالوېشنه په ګوته کوي يا ښايي.دا فقط په $p = 0,5$ کې د انتظارارزښت سره سيومتريک دي. يوه ټيک شميرنه به دبينوميالوېشنې ارزښتونو سره د يوې د $4,9\%$ ناټيک ښې اړخيز تست سره اود $3,4\%$ ناټيک کيڼ اړخيز تست يا ازماېښت سره و ښوول شي.

دا توپير په $p = 0,05$ د بينوميالوېشنې د اکستريم يا افراطي کړوالي کې پروت دی.

دويم: مفصل ځواب

الف- د پوښتنې شننه او د هيوپوتيز راوړنه

که د ښوونکو انګاژما يا فعاليت بريا لروده؟ که هو، بايد له 15% ځخه لږ زده کوونکي کمښت يا ضعف وښايي. ځيرنه بايد وښايي، چې $p < 0,15$ باور لري.

له دې سره لاندې هيوپوتيز راوړل کيږي يا ځا په ځای کيږي:

صفر هيوپوتيز H_0: $p \geq 0,15$ ؛ بديل هيوپوتيز H_1: $p < 0,15$.

صفر هيوپوتيز دې ټيک هلته رد شي، که د لږو زده کوونکو سره ضعف رامنځ ته کيږي. سږی هم وايي چې د X کوچني ارزښتونه د H_0 په ضد خبرې دي.

دا يو کيڼ اړخيز هيوپوتيز تست دی.

صفر هيوپوتيز H_0 : $p \geq 0,15$ سيګنيفيکانس نيو $\alpha \leq 5\%$

داتا

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$n = 140 ;\ p = 0,15 ;\ \mu = n \cdot p = 140 \cdot 0,15 = 21$$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{21 \cdot 0,85} = \sqrt{17,85} \approx 4,225 > 3$$

د 5% يوه سيګنيفيکانس نيو سره لاندې انټروالونه ر څيرني لاني نيسو:

$\{\quad 5\% \quad\}\ \{\quad 90\% \quad\}\{\quad 5\% \quad\}$

د H0 لپاره د رده وني ورشو

له دې سره $\mu - 1,64 \cdot \sigma = 21 - 1,64 \cdot \sqrt{17,85} \approx 14,07$ په 14 راګرديږي.

د H_0 لپاره د منلورشو لاندې پولې

باور لري	دH0 د منلو ورشو د H0 د ردهوني ورشو	$A = \{14 \ldots 140\}$ $\overline{A} = \{0 \ldots 13\}$

د رده وني ورشو د شميرلو ده، داسې چې باور ولري:

$$P(0 \le X \le 13) \le \alpha = 5\%$$

$$\{0 \ldots 13\}\{14 \ldots 21 \ldots 28\}\{29 \ldots 140\}$$

$$P(0 \le X \le 13) = \frac{1}{2}\left[1 - P(14 \le X \le 28)\right]$$

$$P(14 \le X \le 28) \Rightarrow r = 7,5 \Rightarrow z = \frac{r}{\sigma} = \frac{7,5}{\sqrt{17,85}} \approx 1,78 \Rightarrow P(14 \le X \le 28) \approx 0,925$$

$$\Rightarrow P(0 \le X \le 13) \approx \frac{1}{2}[1 - 0,925] = 0,038$$

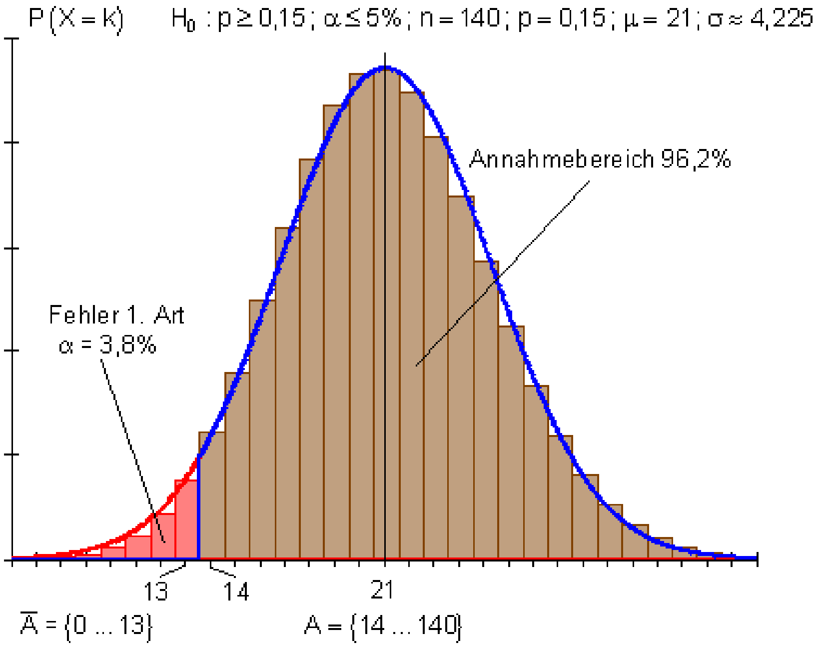
ارزونه: د H_0 د قبلونو ورشو له 14 څخه تر 140 پورې زده کوونکي د ضعف يا کمبنت سره خوندي لري.
د H_0 د ردوني ورشو له 0 څخه تر 13 پورې زده کوونکي د ضعف يا کمبنت سره خوندي لري.

دا چې ۱۸ زده کوونکي نوي ځل کمبنت ښايي،، دا د H_0 د قبلولو په ورشو کې لويږي يا پرېوځي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د صفرهیوپوتیز باید وساتل شي، سره له دې چې لږ زده کوونکي، لکه چې انتظار یې باید شوی وی یاکیده، کمښت لري. سړی له مثبت تغیر څخه مخ ته نه شي تللی. لومړی کله چې ۱۴ زده کوونکي کمښت وښايي، سړی له دې مخ ته تللی شي، چې د ښوونکو فعالیت برياوې لرودې.

له دې سره به د اشتباه احتمالوالی نږدې 3,8% وی.



ب – د پوښتني شننه او د هیوپوتیز راوړنه

د دې واقعیت په بنسټ چې ۱ زده کوونکي، یعني له ۲۱ څخه کم، لکه په p = 0,15 کې یې چې انتظار باید شوی وی، کمښت ښایي، باید د صفرهیوپوتیز رد شي. د دې لارې، چې سړی اوس ۱۹ د قبلوني ورشو لاندې پوله نیسي ، د لومړي ډول ناتیکاوی تغیر خوري. د قبلوني – او ردوني ورشو په لاندې توګه تغیر خوري.

د قبلوني ورښو: { 140 ... 19 }؛ د ردوني ورشو:{ 18 ... 0 }

د ناتیکاوي احتمالوالی د ردوني ورشو له لارې ټاکل کیږي.

{ 0 ... 18 } {19 ... 21 ...23 } { 24 ... 140 }

(c) ketabton.com: The Digital Library

$\{0 \ldots 18\}\{19 \ldots 21 \ldots 23\}\{24 \ldots 140\}$

$$P(0 \le X \le 18) = \frac{1}{2}\left[1 - P(19 \le X \le 23)\right]$$

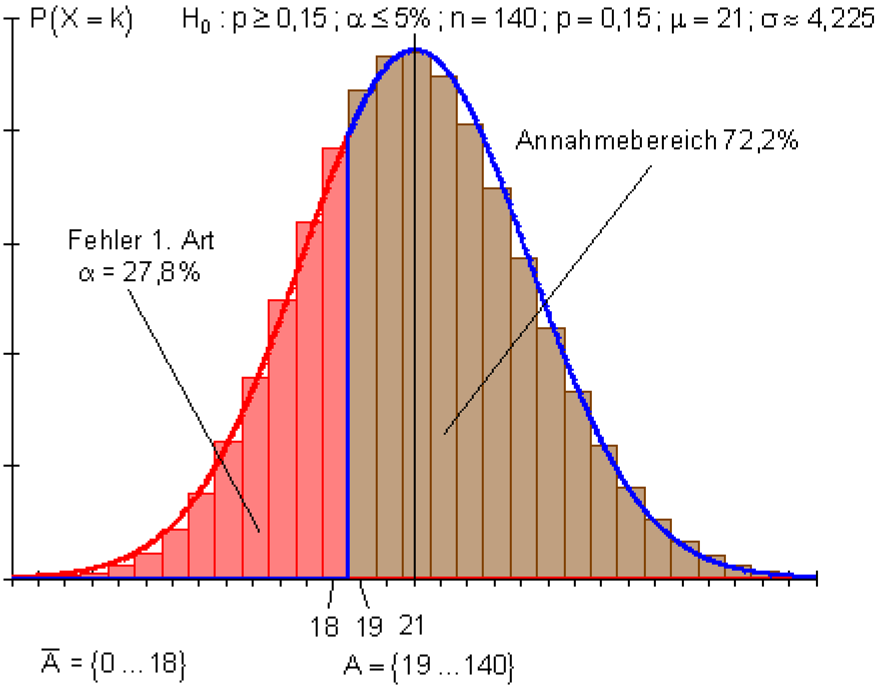
$$P(19 \le X \le 23) \Rightarrow r = 2{,}5 \Rightarrow z = \frac{r}{\sigma} = \frac{2{,}5}{\sqrt{17{,}85}} \approx 0{,}59 \Rightarrow P(19 \le X \le 23) \approx 0{,}445$$

$$P(0 \le X \le 18) = \frac{1}{2}[1 - 0{,}445] = 0{,}278 = \alpha$$

ارزونه: د H_0 د قبلوني ورشو د کمښت يا ضعف سره له ۱۹ څخه تر ۱۴۰ پورې زده کونکي خوندي لري.

د H_0 د رونې ورشو د کمښت سره له صفر څخه تر ۱۸ پورې زده کوونکي خوندي لري.

که د صفرهيوپوتيز دستي له ۱۸ د کمښت سره زده کوونکو سره رد شي، نو دي پرېکړې لپاره د اشتباه احتمالوالى نږدې يا څه ناڅه 27,8% دي. وينا، چې دښوونکو فعاليت برابرې لروده، د يوې 27,8% غلطې سره شتون لري.



(c) ketabton.com: The Digital Library

دريم: مفصل حل

الف- د پوښتني شننه او د هيوپوتيز راوړنه

د شميرلو لپاره د $n = 100$ او $p = 0,6$ همداسي د $n = 100$ او $p = 0,7$ لپاره د بينومي وېشني مل جدول استعمال کړئ.

د هيوپوتيز راوړنه يا ځاى په ځاى کونه:

د دې لپاره احتمالوالى، چې پلاسيبو اغيزلري، زيات له زياته 60% دى. ګومان کيږي، چې د ترخه خوند سره پلاسيبو ډېره اغيزمنه ده. معاينه يا پلټنه ښايي، چې $p > 0,6$ باور لري.

له دې سره لاندې هيوپوتيز منځ ته راځي:

صفر هيوپوتيز H_0 : $p \leq 0,6$ ، الترناتيو هيوپوتيز H_1: $p > 0,6$

صفرهيوپوتيز دې تيک هلته رد شي، کله چې ډېرو ناروغو باندې پلاسيبو اغيز ولري.

سړى هم وايي، چې د X لوي ارزښتونه د H_0 په ضد دي . دا ړخيزه هيوپوتيزي يو ښي ازماېښت دى. د رده وني ورشو د $p = 0,6$ لپاره د انتظارارزښشت ښي لور ته پرته ده.او يوه لويه (لويوالى) زيات له زياته 4% لري.

جدول ارزښتونه

د سيګما-چاپيريال لپاره د نورمال وېشل شوي تصادفي متحولي احتمالوالى.

$P = P(\mu - z \cdot \sigma \leq X \leq \mu + z \cdot \sigma)$ 1 که $\sigma > 3$ د لاپلاس شرايط وي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

z	P	z	P	z	P	z	P	z	P	z	P
0,01	0,008	0,51	0,390	1,01	0,688	1,51	0,869	2,01	0,956	2,51	0,988
0,02	0,016	0,52	0,397	1,02	0,692	1,52	0,871	2,02	0,957	2,52	0,988
0,03	0,024	0,53	0,404	1,03	0,697	1,53	0,874	2,03	0,958	2,53	0,989
0,04	0,032	0,54	0,411	1,04	0,702	1,54	0,876	2,04	0,959	2,54	0,989
0,05	0,040	0,55	0,418	1,05	0,706	1,55	0,879	2,05	0,960	2,55	0,989
0,06	0,048	0,56	0,425	1,06	0,711	1,56	0,881	2,06	0,961	2,56	0,990
0,07	0,056	0,57	0,431	1,07	0,715	1,57	0,884	2,07	0,962	2,57	0,990
0,08	0,064	0,58	0,438	1,08	0,720	1,58	0,886	2,08	0,962	2,58	0,990
0,09	0,072	0,59	0,445	1,09	0,724	1,59	0,888	2,09	0,963	2,59	0,990
0,10	0,080	0,60	0,451	1,10	0,729	1,60	0,890	2,10	0,964	2,60	0,991
0,11	0,088	0,61	0,458	1,11	0,733	1,61	0,893	2,11	0,965	2,61	0,991
0,12	0,096	0,62	0,465	1.12	0,737	1,62	0,895	2,12	0,966	2,62	0,991
0,13	0,103	0,63	0,471	1,13	0,742	1,63	0,897	2,13	0,967	2,63	0,991
0,14	0,111	0,64	0,478	1,14	0,746	1,64	0,899	2,14	0,968	2,64	0,992
0,15	0,119	0,65	0,484	1,15	0,750	1,65	0,901	2,15	0,968	2,65	0,992

(c) ketabton.com: The Digital Library

0,16	0,127	0,66	0,491	1,16	0,754	1,66	0,903	2,16	0,969	2,66	0,992
0,17	0,135	0,67	0,497	1,17	0,758	1,67	0,905	2,17	0,970	2,67	0,992
0,18	0,143	0,68	0,503	1,18	0,762	1,68	0,907	2,18	0,971	2,66	0,993
0,19	0,151	0,69	0,510	1,19	0,766	1,69	0,909	2,19	0,971	2,69	0,993
0,20	0,159	0,70	0,516	1,20	0,770	1,70	0,911	2,20	0,972	2,70	0,993
0,21	0,166	0,71	0,522	1,21	0,774	1,71	0,913	2,21	0,973	2,71	0,993
0,22	0,174	0,72	0,528	1,22	0,778	1,72	0,915	2,22	0,974	2,72	0,993
0,23	0,182	0,73	0,535	1,23	0,781	1,73	0,916	2,23	0,974	2,73	0,994
0,24	0,190	0,74	0,541	1,24	0,785	1,74	0,918	2,24	0,975	2,74	0,994
0,25	0,197	0,75	0,547	1,25	0,789	1,75	0,920	2,25	0,976	2,75	0,994
0,26	0,205	0,76	0,553	1,26	0,792	1,76	0,922	2,26	0,976	2,76	0,994
0,27	0,213	0,77	0,559	1,27	0,796	1,77	0,923	2,27	0,977	2,77	0,994
0,28	0,221	0,78	0,565	1,28	0,799	1,78	0,925	2,28	0,977	2,78	0,995
0,29	0,228	0,79	0,570	1,29	0,803	1,79	0,927	2,29	0,978	2,79	0,995
0,30	0,236	0,80	0,576	1,30	0,806	1,80	0,928	2,30	0,979	2,80	0,995
0,31	0,243	0,81	0,582	1,31	0,810	1,81	0,930	2,31	0,979	2,81	0,995

(c) ketabton.com: The Digital Library

0,32	0,251	0,82	0,588	1,32	0,813	1,82	0,931	2,32	0,980	2,82	0,995
0,33	0,259	0,83	0,593	1,33	0,816	1,83	0,933	2,33	0,980	2,83	0,995
0,34	0,266	0,84	0,599	1,34	0,820	1,84	0,934	2,34	0,981	2,84	0,995
0,35	0,274	0,85	0,605	1,35	0,823	1,85	0,936	2,35	0,981	2,85	0,996
0,36	0,281	0,86	0,610	1,36	0,826	1,86	0,937	2,36	0,982	2,86	0,996
0,37	0,289	0,87	0,616	1,37	0,829	1,87	0,939	2,37	0,982	2,87	0,996
0,38	0,296	0,88	0,621	1,38	0,832	1,88	0,940	2,38	0,983	2,88	0,996
0,39	0,303	0,89	0,627	1,39	0,835	1,89	0,941	2,39	0,983	2,89	0,996
0,40	0,311	0,90	0,632	1,40	0,838	1,90	0,943	2,40	0,984	2,90	0,996
0,41	0,318	0,91	0,637	1,41	0,841	1,91	0,944	2,41	0,984	2,91	0,996
0,42	0,326	0,92	0,642	1,42	0,844	1,92	0,945	2,42	0,984	2,92	0,996
0,43	0,333	0,93	0,648	1,43	0,847	1,93	0,946	2,43	0,985	2,93	0,997
0,44	0,340	0,94	0,653	1,44	0,850	1,94	0,948	2,44	0,985	2,94	0,997
0,45	0,347	0,95	0,658	1,45	0,853	1,95	0,949	2,45	0,986	2,95	0,997
0,46	0,354	0,96	0,663	1,46	0,856	1,96	0,950	2,46	0,986	2,96	0,997
0,47	0,362	0,97	0,668	1,47	0,858	1,97	0,951	2,47	0,986	2,97	0,997

(c) ketabton.com: The Digital Library

0,48	0,369	0,98	0,673	1,48	0,861	1,98	0,952	2,48	0,987	2,98	0,997
0,49	0,376	0,99	0,678	1,49	0,864	1,99	0,953	2,49	0,987	2,99	0,997
0,50	0,383	1,00	0,683	1,50	0,866	2,00	0,954	2,50	0,988	3,00	0,997

د نورمالتوته کوني تصادفي متحولي او احتمالولود جدول استعمال

1. انتروال و انتظار ارزښت ته سيومتريک دی.

$n = 150 ; p = 0,5 ; P(65 \le X \le 85)$

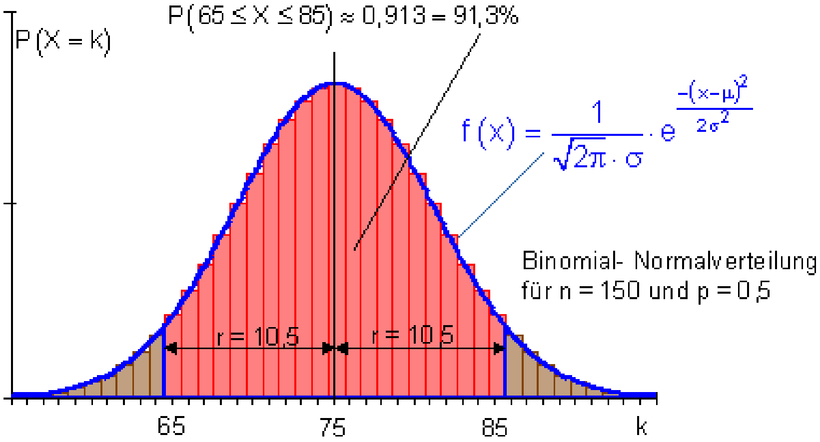
$$\left.\begin{array}{l} n = 150 \\ p = 0,5 \end{array}\right| \Rightarrow \begin{array}{l} \mu = n \cdot p = 150 \cdot 0,5 = 75 \\ \sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{75 \cdot 0,5} = \sqrt{37,5} \approx 6,124 > 3 \end{array}$$

$[\ \dots \{ 65 \dots 75 \dots 85 \} \dots]$ (سيومتريک انتروال په انتظار ارزښت)

$P(65 \le X \le 85) = P(64,5 \le X \le 85,5)$ د نورمالوېشني لپاره

چاپيريال وړانګه(شعاع):

(c) ketabton.com: The Digital Library



$$r = 85{,}5 - 75 = 10{,}5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{10{,}5}{\sqrt{37{,}5}} \Rightarrow r \approx 1{,}71 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 1{,}71$$

د $z = 1{,}71 \text{ ist } 0{,}913 \Leftrightarrow P(65 \le X \le 85) \approx \underline{\underline{0{,}913}}$ لپاره جدول ارزښت

لاندې ښي لورته د الماني پښتو: بينوميال-ويشنه

د ... او ... لپاره.

2. د زيات له زياته k برياوو لپاره انتروال

$$n = 150\,;\, p = 0{,}5\,;\, P(X \le 65)$$

$$\left.\begin{array}{l} n = 150 \\ p = 0{,}5 \end{array}\right| \Rightarrow \begin{array}{l} \mu = n \cdot p = 150 \cdot 0{,}5 = 75 \\ \sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{75 \cdot 0{,}5} = \sqrt{37{,}5} \approx 6{,}124 > 3 \end{array}$$

$$[\,\{0 \ldots 65\}\,\{66 \ldots 75 \ldots 84\}\,\{85 \ldots 150\}\,]$$

$$P(X \le 65) = \frac{1}{2}\left[1 - P(66 \le X \le 84)\right]$$

ترخنګ يا څنګيزه شميرنه : $1 - P(66 \le X \le 84) = P(x \le 65) + P(X \ge 85)$

مګر د سيومترۍ دلايلو له امله دی

(c) ketabton.com: The Digital Library

$P(x \leq 65)+P(X \geq 85)$

او له دې سره

$1 - P(66 \leq X \leq 84) = 2 P(x \leq 65) \quad |:2$

$\Leftrightarrow P(x \leq 65) = 1/2 \, [1 - P(66 \leq X \leq 84)]$

د نورمال وېشني لپاره $P(66 \leq X \leq 84) = P(65{,}5 \leq X \leq 84{,}5)$

چاپیریالوړانګه

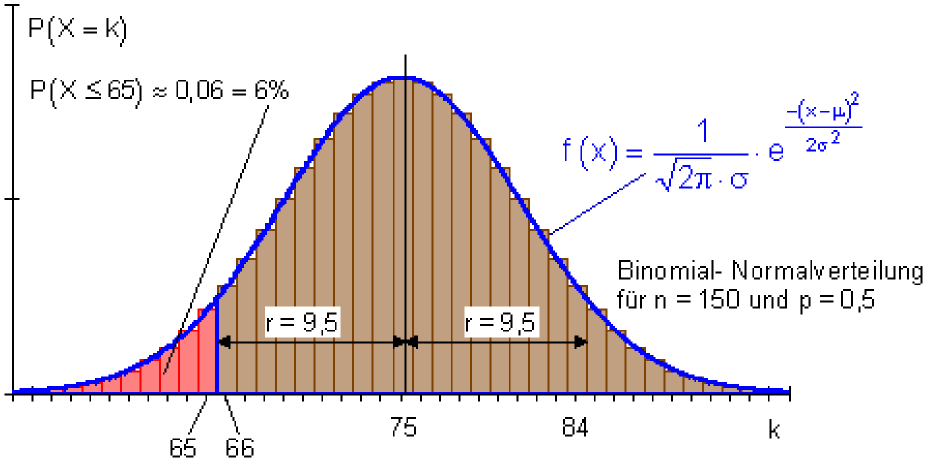
$$r = 84{,}5 - 75 = 9{,}5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{9{,}5}{\sqrt{37{,}5}} \Rightarrow r \approx 1{,}55 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 1{,}55$$

د

$$z = 1{,}55 \text{ ist } 0{,}879 \Leftrightarrow P(66 \leq X \leq 84) \approx 0{,}879$$

لپاره جدول ارزښت:

$$P(X \leq 65) = \frac{1}{2}[1 - P(66 \leq X \leq 84)] \approx \frac{1}{2}[1 - 0{,}879] = \underline{\underline{0{,}06}}$$



(c) ketabton.com: The Digital Library

3. د لږ تر لږه k برياوو لپاره انتروال

$n = 150 ; p = 0,5 ; P(X \geq 85)$

$$\left.\begin{array}{l} n = 150 \\ p = 0,5 \end{array}\right| \Rightarrow \begin{array}{l} \mu = n \cdot p = 150 \cdot 0,5 = 75 \\ \sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{75 \cdot 0,5} = \sqrt{37,5} \approx 6,124 > 3 \end{array}$$

$[\{0 \ldots 65\}\{66 \ldots 75 \ldots 84\}\{85 \ldots 150\}]$

$$P(X \geq 85) = \frac{1}{2}[1 - P(66 \leq X \leq 84)]$$

ترخنګ يا فرعي شمرنه

$$1 - P(66 \leq X \leq 84) = P(X \leq 65) + P(X \geq 85)$$

د سيومترى دلايلو له امله دى:

$$P(X \leq 65) = P(X \geq 85)$$

او له دې سره:

$$1 - P(66 \leq X \leq 84) = 2 \cdot P(X \geq 85) \,|: 2$$

$$\Leftrightarrow P(X \geq 85) = \frac{1}{2}[1 - P(66 \leq X \leq 84)]$$

د نورمالوېشني لپاره $P(66 \leq X \leq 84) = P(65,5 \leq X \leq 84,5)$

چاپريالوړانګه:

$$r = 84,5 - 75 = 9,5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{9,5}{\sqrt{37,5}} \Rightarrow r \approx 1,55 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 1,55$$

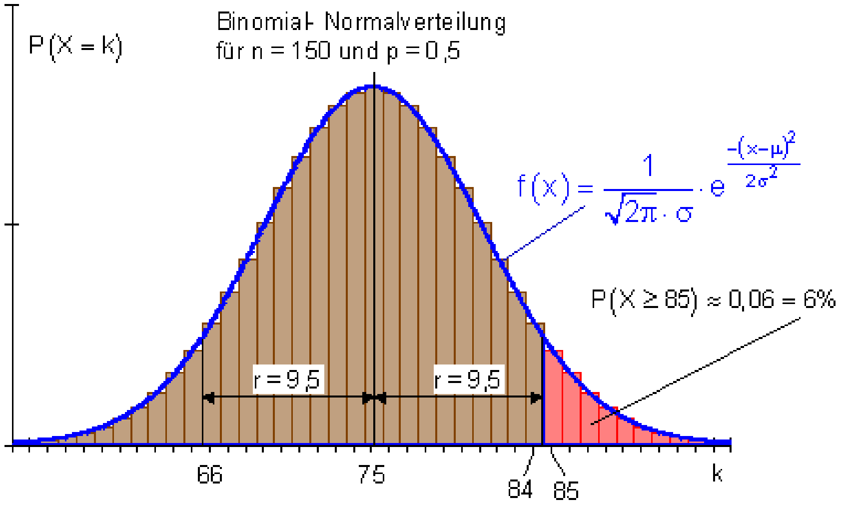
د $z = 1,55$ ist $0,879 \Leftrightarrow P(66 \leq X \leq 84) \approx 0,879$ ارزښت لپاره جدول:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P(X \geq 85) = \frac{1}{2}\left[1 - P(66 \leq X \leq 84)\right] \approx \frac{1}{2}\left[1 - 0,879\right] = \underline{\underline{0,06}}$$

لاندې د الماني پښتو: بینومیال-نورمالوېشنه یا نوره هم ښه :نورمال توېنه کونه

د... لپاره



4. انټروال انتظار ارزښت ته سیومتري نه دی

$$n = 150\,;\ p = 0,5\,;\ P(65 \leq X \leq 80)$$

$$\left.\begin{matrix} n = 150 \\ p = 0,5 \end{matrix}\right| \Rightarrow \begin{matrix} \mu = n \cdot p = 150 \cdot 0,5 = 75 \\ \sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{75 \cdot 0,5} = \sqrt{37,5} \approx 6,124 > 3 \end{matrix}$$

$$\left[\ \ldots \{65 \ldots 69\}\{70 \ldots 75 \ldots 80\}\{81 \ldots 85\}\ \ldots\right]$$

ږدو:

$$P(65 \leq X \leq 80) = P(65 \leq X \leq 69) + P(70 \leq X \leq 80)$$

$$= \frac{1}{2}\left[P(65 \leq X \leq 85) + P(70 \leq X \leq 80)\right]$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ځنګیزه یا فرعي شمیرنه:

$$P(65 \le X \le 85) - P(70 \le X \le 80) = P(65 \le X \le 69) + P(81 \le X \le 85)$$

د اسیمپتوتي شرطونو له مخې لرو

$$P(65 \le X \le 69) = P(81 \le X \le 85)$$

او له دې سره

$$P(65 \le X \le 85) - P(70 \le X \le 80) = 2 \cdot P(65 \le X \le 69) |: 2$$

$$\Leftrightarrow P(65 \le X \le 69) = \frac{1}{2}\left[P(65 \le X \le 85) - P(70 \le X \le 80)\right]$$

$$P(65 \le X \le 80) = P(65 \le X \le 69) + P(70 \le X \le 80)$$

$$= \frac{1}{2}\left[P(65 \le X \le 85) - P(70 \le X \le 80)\right] + P(70 \le X \le 80)$$

$$= \frac{1}{2}\left[P(65 \le X \le 85) + P(70 \le X \le 80)\right]$$

د نورمال وېشنې لپاره $P(65 \le X \le 85) = P(64{,}5 \le X \le 85{,}5)$

چاپېریالوړانګه:

$$r = 85{,}5 - 75 = 10{,}5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{10{,}5}{\sqrt{37{,}5}} \Rightarrow r \approx 1{,}71 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 1{,}71$$

د $z = 1{,}71$ لپاره جدول ارزښت دی $0{,}913 \Leftrightarrow P(65 \le X \le 85) \approx 0{,}913$.

د نورمال وېشنې لپاره $P(70 \le X \le 80) = P(69{,}5 \le X \le 80{,}5)$

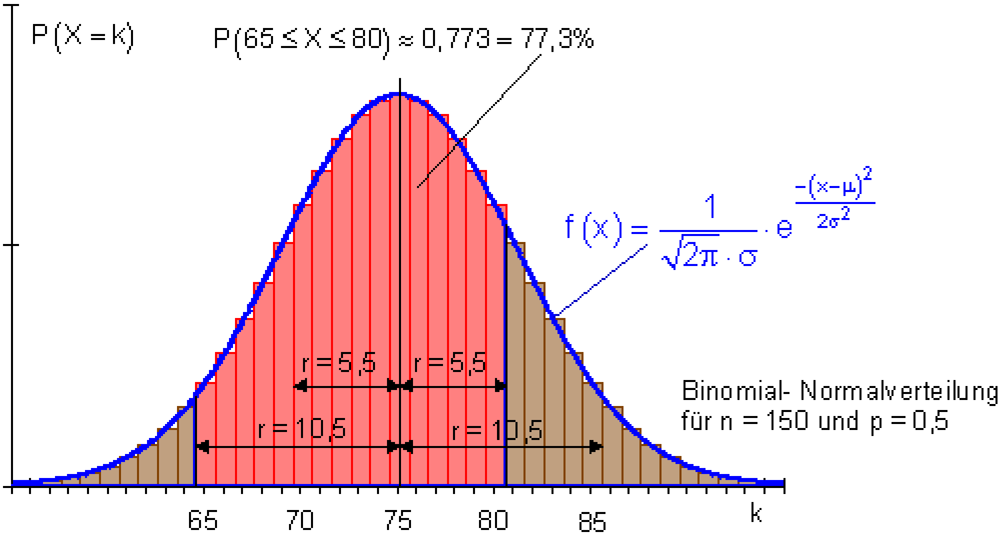
چاپېریالوړانګه:

$$r = 80{,}5 - 75 = 5{,}5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{5{,}5}{\sqrt{37{,}5}} \Rightarrow r \approx 0{,}9 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 0{,}9$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د $z = 0,9$ لپاره جدول ارزښت دی $0,632 \Leftrightarrow P(70 \le X \le 80) \approx 0,632$.

$$P(65 \le X \le 80) = \frac{1}{2}\left[P(65 \le X \le 85) + P(70 \le X \le 80)\right] \approx \frac{1}{2}[0,913 + 0,632] = \underline{\underline{0,773}}$$



5. د یوه له مخه ورکړل شوي چاپیریال احتمالوالي وړانګې شمیرنه

90% $n = 150;\ p = 0,5;$ -چاپیریال: $[\ldots\{?\ldots75\ldots?\}\ldots]$.

$$\left.\begin{array}{l} n = 150 \\ p = 0,5 \end{array}\right| \Rightarrow \begin{array}{l} \mu = n \cdot p = 150 \cdot 0,5 = 75 \\ \sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{75 \cdot 0,5} = \sqrt{37,5} \approx 6,124 > 3 \end{array}$$

Z=1,64 (د 90%- چاپیریال لپاره دول ارزښت)

د چاپیریال وړانګه $r = z \cdot \sigma = 1,64 \cdot 6,124 \approx 10,043$

لاندې یا کښته پوله $\mu - r = 75 - 10,043 \approx 64,957$

پورته پوله:

$$\mu + r = 75 + 10,043 \approx 85,043$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ګردوني Round ofته پام:

90% کې چاپيرياِل دې انتظار ارزښت ته سيومتريک پروت وي.

ګردونه: $[\ \dots \{65 \dots 75 \dots 85\} \dots\ ]$ انتروال انتظارارزښت ته سيمتريک دی.

$P(65 \le X \le 85) = P(64{,}5 \le X \le 85{,}5)$ د نورمال وېشني لپاره.

$$r = 85{,}5 - 75 = 10{,}5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{10{,}5}{\sqrt{37{,}5}} \Rightarrow r \approx 1{,}71 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 1{,}71$$

چاپرياِلورانګه

د z لپاره جدولارزښت

$$z = 1{,}71 \text{ ist } 0{,}913 \Leftrightarrow P(65 \le X \le 85) \approx 0{,}913 = 91{,}3\%$$

کنترول چې ايا ښه ارزښت ممکن دی:

$[\ \dots \{66 \dots 75 \dots 84\} \dots\ ]$ د انتروال کوچنی کيدنه

$P(66 \le X \le 84) = P(65{,}5 \le X \le 84{,}5)$ د نورمالوېشني لپاره

چاپرياِلورنګه

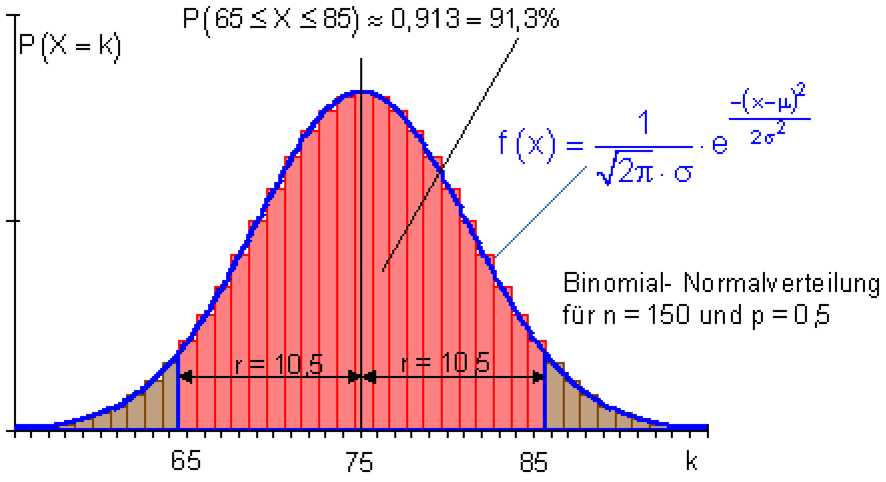
$$r = 84{,}5 - 75 = 9{,}5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{9{,}5}{\sqrt{37{,}5}} \Rightarrow r \approx 1{,}55 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 1{,}55$$

د z لپاره جدول ارزښت.

$$z = 1{,}55 \text{ ist } 0{,}879 \Leftrightarrow P(66 \le X \le 84) \approx 0{,}879 = 87{,}9\%$$

$\underline{\underline{P(65 \le X \le 85) \approx 0{,}913 = 91{,}3\%}}$ i خورابنه ارزښت دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library



شپېړم: د نورو احتمالوالي شميرنې لپاره ورته ډول تلنه کيږي. (دلته 95% -چاپيرياِل)

$n = 150 ; p = 0,5 ;$

90% - چاپرياِل: $[\ldots\{?\ldots 75 \ldots ?\}\ldots]$

$$\begin{array}{l} n = 150 \\ p = 0,5 \end{array} \Bigg| \Rightarrow \begin{array}{l} \mu = n \cdot p = 150 \cdot 0,5 = 75 \\ \sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{75 \cdot 0,5} = \sqrt{37,5} \approx 6,124 > 3 \end{array}$$

z=1,96(د 90% - چاپيرال لپاره جدول ارزښت)

چاپيريالوړانګه: $r = z \cdot \sigma = 1,96 \cdot 6,124 \approx 12,00$

لاندې پوله يا ليميټ: $\mu - r = 75 - 12 \approx 63$

پورته پوله: $\mu + r = 75 + 12 \approx 87$

د ګردونې لپاره فکرکونه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

د 95% -چاپیریال دې انتظارارزښت ته سیومتریک وي.

ګردونه: $[\ \dots\ \{\ 63\ \dots\ 75\ \dots\ 87\}\ \dots\ ]$ انتروال انتظارارزښت ته سیومتریک دی.

$P(63 \le X \le 87) = P(62{,}5 \le X \le 87{,}5)$ د نورمالوېشنې لپاره.\

$$r = 87{,}5 - 75 = 12{,}5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{12{,}5}{\sqrt{37{,}5}} \Rightarrow r \approx 2{,}04 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 2{,}04$$

چاپریالوړانګه

د z لپاره جدول ارزښت

$$z = 2{,}04 \text{ ist } 0{,}959 \Leftrightarrow P(63 \le X \le 87) \approx 0{,}959 = 95{,}9\%$$

کنترول د یوه نور ښه ارزښت لپاره:

$[\ \dots\ \{\ 64\ \dots\ 75\ \dots\ 86\}\ \dots\ ]$ I د انتروال کوچنیوال

$$r = 84{,}5 - 75 = 11{,}5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{11{,}5}{\sqrt{37{,}5}} \Rightarrow r \approx 1{,}88 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 1{,}88$$

چاپریال وړانګه

د z لپاره جدول ارزښت $z = 1{,}88 \text{ ist } 0{,}94 \Leftrightarrow P(64 \le X \le 86) \approx 0{,}94 = 94\%$

$\underline{\underline{P(63 \le X \le 87) \approx 0{,}913 = 91{,}3\%}}$ خورابنه ارزښت دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ډاکتر ماخان شینواري چاپ شوې لیکنې:

<u>1988 Vienna (Austria):</u>

<u>لومړی:</u>

H.K. Kaiser , M. Shinwari : Aproximation compact pological algebra : general algebra 6 ; Page 117 – 122 contributions to

<u>1987 Vienna (Austria):</u>

<u>دویم:</u>

Diss . Interpolation und Aproximation durch Polynime in Universalen Algebren . Uni. Wien

Dissertation Interpolation and Aproximation by Polynome in universal Algebras, at the University of Vienna/Austria

لاندې د شمیرپوهنې پښتوټول کتابونه په المان کې د ،، افغانستان کلتوري ودې ټولنه،،له خوا چاپ شوي دي

<u>2000 Bonn (Germany):</u>

دریم: د شمیرپوهنې ستر کتاب : د شمیرپوهنې برسیره د انجنري، فزیک او اقتصاد لپاره ، همداسې د ښوونکو او زده کوونکو لپاره (دا کتاب په ۹۰۰ مخونو کې چاپ او دا نوې لیکنه به یې ځنو ځایونو غزېدلې او ځنې ځایونه ترې لرې شوي دي)

<u>2003 Bonn (Germany):</u>

څلورم: ځمککچپوهنه(هندسه) ، په سلو زرو کې شمیرنه، د ګټې – او کټې د کټې شمیرنه ، د اختمالوالې شمېرنه کتاب د ښوونځې تولې اړتیاوې پوره کوي

<u>2003 Bonn (Germany):</u>

پنځم: الجبرونه (د الجبر بنسټونه دي)

<u>2003 Bonn (Germany):</u>

شپږم: د شمیرپوهنې انګرېزي – پښتو ډکشنري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

2003 Bonn (Germany):

اووم: د شمیرپوهنې الماني ـ پښتو ـ او پښتو الماني ډکشنري

Mathematical dictionary German/ Pashto and Pashto/German

2003 Bonn (Germany):

اتم: دفرنځیال برابرون (دا کتاب په دې ځانګه کې یو پیل دی، ساده لیکل شوی)

Differential equation Translation; An Introduction

Bonn (Germany): 2003

نهم: د شمیر پوهنې فرمولونو ټولګه

Mathematical Formulas

2003 Bonn (Germany):

لسم: شمیرپوهنه له عربي په پښتو

1997 Bonn (Germany):

یوولسم: د افغانستان په هکله سپینې خبرې: په المان کې

،،د افغانستان روغي او بیا ابادولو ټولنه،، له خوا

.یادونه: له ۲۰۰۰ کال دمخه ډاکتر ماخان شینواري د ،،د افغانستان روغي او بیا ابادولو ټولنه،، له خوا درې ساسي مجلې هم را وستلي.

د ډاکتر ماخان ،،میرې،، شینواري لیکنې او ژباړې چې په چاپیدو یې پیل کیږي

2012 Bonn; Germany; Kabul Afghanistan

ژباړې:

: *Prof. Brinkmann. (From Brinkmann.du.de)*

(c) ketabton.com: The Digital Library

لاندې د برېنښکن لیکنې چې له پرېنمن ن ج څخه ژباړل شوي دي.

۱ - شمیرپوهنه د ښوونځي لپاره لومړی ټوک

۲ – شمیرپوهنه د ښوونځي لپاره دویم ټوک

۳ – شمیرپوهنه د ښوونځي لپاره دریم ټوک

۴ - د احتمالوالي شمیرنه د ښوونځي لپاره

۵ – احصایه یا ستاتیستیک دښوونځي لپاره

لاندې کتابونه د شتوتګارت د پوهنتون د استادانو د لکچرونو څخه چې د شتوتګارت پوهنتون ن ج څخه خپاره شوي را ژباړل شوي.

۶ – انالیزی ۱

۷ – انالیزې ۲

۸ – کرښیز الجبر

۹ - د شمیرپوهنې بنسټونه

۱۰ - د فرمولونو ټولګه

۱۱ – فنکشنل انالیز

۱۲ – وکتور شمیرنه

نورې ژباړې

۱۳ – له www./grundstudium.info/linearealgebra څخه:کرښیز الجبر

۱۴ – Georg Gutenbrunner ګڼونپوهنه یا د اعدادو تیوري

(c) ketabton.com: The Digital Library

زما ليکنې

Bonn (Germany):

۱۵ - د شمیرپوهنې ستر کتاب دویم چاپ د پوره تغیراتو سره : دا کتاب د شمیرپوهنې برخې برسیره د

انجنري، فزيک او اقتصاد لپاره ، همداسې د ښوونکو او زدهکوونکو لپاره پوره ګټور دی. په

کتاب کې د اړتیا سره زیاتونه او کونه راغلي

۱۶ - ځمککچپوهنه (هندسه) دویم چاپ د پوره تغیراتو سره

۱۷ ــ الجبر بنسټونه دویم چاپ له تغیراتو سره

۱۸ - ډیرۍ پوهنه یا سټ تیوري

۱۹ ــ د شمیرپوهنې سم اند (منطق ریاضي)

۲۰ - د یو څو شمیرپوهانو ژوندلیک

۲۱ ــ د شمیر پوهنې ګډې وډې لیکنې

۲۲-   داهم ژباړه ده، خو لیکونکی یې متآسفانه راڅخه نابلد شوی: د مشتق او انتیګرال شمیرنو ته

تمرینونه او اوبیونې یا حلونه یې

۲۳ ــ د شمیرپوهنې انګریزې پښتو او عربي + دري ډکشنري

۲۴ ــ د شمیرپوهنې پښتو انګرېزي ډکشنري

۲۵ ــ د شمیرپوهنې پښتو ډکشنري د شمیرپوهنیزو وییونو په پښتو روښانه ونه

۲۶ - د زړه له کومې(دا هغه لیکنې دي، چې ځنې یې په نړیول جالونو کې خپرې شوي دي.)

(c) ketabton.com: The Digital Library

۲۷ – د افغانستان په هکله سپینې خبرې، چې وبه غزیږي.

نوري لیکنې، چې په ژباړه یې پیل شوی، خو لا پوره نه دي

– د شتوتکارت پوهنتون لکچرنوټونو څخه ، چې د شتوتګارت پوهنتون ن ج څخه خپریږي:

د ګروپونو تیوري

- د ښوونځي لپاره فزیک د برینکمن لیکنه

له پنځم ټولګي څخه تر اومم ټولګي پورې ژباړل شوی (دا چې زما دویم مسلک فزیک دی، دا لیکنې ژباړم. دا هم د دې لیکوال یوه ډېره ښه لیکنه ده، چې -د شمیرپوهنې په څیر- دلته هم زیات تمرینونه د حل یا اوبیونې سره په کې راغلي او ماته زیات ګټور برېښي)

(c) ketabton.com: The Digital Library

د لیکوال ژوند ته لنډه کتنه

ماخان په اولني نوم میرږي شینواری د ارواښادې پستو او ارواښاد نوررحمان زوي په ۱۳۲۰ ؟ ه لمریز کې د شینوارو هسکه مینه کې دې نړۍ ته سترگې راغړولي.

د هسکې میني د لومړني ښوونځي (د لومړنیو زده کوونکو څخه) څخه وروسته د رحمان بابا لیسه له ۱۹۵۴ تر ۱۹۶۵ پورې(ښوونځي له لومړي ټولگې پیل او د دویم ټولگې څخه گام او پای).

د ۱۹۶۶ تر سپتبر د کابل طب پوهنځی. له ۱۹۶۶ سپتمبر څخه د اتریش برس، چې هلته یې د شمیرپوهنې ډاکتري په پوره ستونځو تر لاسه کړه.

د۱۹۹۸۷ ش ک تر ۱۹۸۸ د فبروري تر پای د دباندنیو چارو وزارت کې مامور. د ۱۹۸۸ مارچ څخه تر ۱۹۹۲ جون پورې په بن کې د افغانستان جمهوریت سفارت شارژد افیر(صفر نه وو). له هغې وروسته په جرمني کې سیاسي پناه. له ۲۰۰۸ مارچ څخه د ۲۰۰۹ دسمبر پورې د د ریاضي ځانگه کې د پوهنې وزارت درسي نساب کې دنده.

ماخان میرږي په ۱۹۷۲ کې له لرې د میرمن ښاپیرۍ سره واده شوی، چې د واده خبر ورته اتریش ته راغی. ده له میرمن ښاپیری سره په ۱۹۶۳ ز ک کې کوزده کړې وه.

دوي ته لوي څښتن په اتریش ویانا کې د مای په شلم ۱۹۷۹ ز ک دوه بچیان وبخښل، چې ځانگه او اباسین نومیږي. ځانگه په المان کې د پوهنتون علمي همکاره وه او د حقوقو ډاکتره ده او اباسین ملي اقتصاد او ټولنیزه سایکولوژي لوستلې.

ماخان شینواري بې کاره نه دی او لږ تر لږه له ۹۷ ۱۹ څخه همدا د کتابونو لیکلو اوو د ژباړې دنده یې په غاړه اخستې، چې خپل فکر د شونې پولې تازه وساتي.

ډاکتر ماخان (مېړی) شینواری
ډېرې ـ پوهنه (سټ تیوري)
SET THEORY
لیکونکی:
ډاکتر ماخان (مېړی) شینواری
احصــایه
(ستاتیستیک)
لیکونکي: برینکمن (له برینکمن ټ خخه)
ژباړې: ډاکتر ماخان (مېړی) شینواري
احتمالاوالي شمېرنه
لیکونکي:
برینــکمن (له برینکمن ن ج خخه)
ژباړې: ډاکتر ماخان (مېرې) شینواری
۳
شمېر پــوهنه
د ښوونځي لپاره
دریمه برخه
لیکونکي:
برینــکمن (له برینکمن ن ج خخه)
ژباړې: ډاکتر ماخان (مېرې) شینواری
د افغانستان د کلتوري ودې ټولنه ـ جرمني
VEREIN ZUR FORDERUNG DER
AFGHANISCHEN KULTUR E.V

Get more e-books from www.ketabton.com
Ketabton.com: The Digital Library