څمککچپوهنه(هندسه)

Geometry

ليکونکی:

ډاکتر ماخان (ميرزی) شينواری

2012

Ketabton.com

جرمني د بن ښار

(c) ketabton.com: The Digital Library

څمککچپوهنه (هندسه)

لیکونکی:
ډاکتر ماخان (میرزي) شینواری

ناچاپ

(c) ketabton.com: The Digital Library

سرليک

ځمککچپوهنه(بنسټيزه هندسه)

هندسي بنسټيزې کليمی

تکی ، کرښه ، هواره(سطحه) ١
نيمه – يا نيمهواره ٧

کونجکليمه ١١

څرخونپروسه: څرخونکنج : ١۴

ګراد ١۵

کونج کلمه ١٧

(c) ketabton.com: The Digital Library

ځمککچپوهنه(بنسټیزه هندسه)

هندسي بنسټیزې کلیمې

ټکی ، کرښه ، هواره(سطحه)

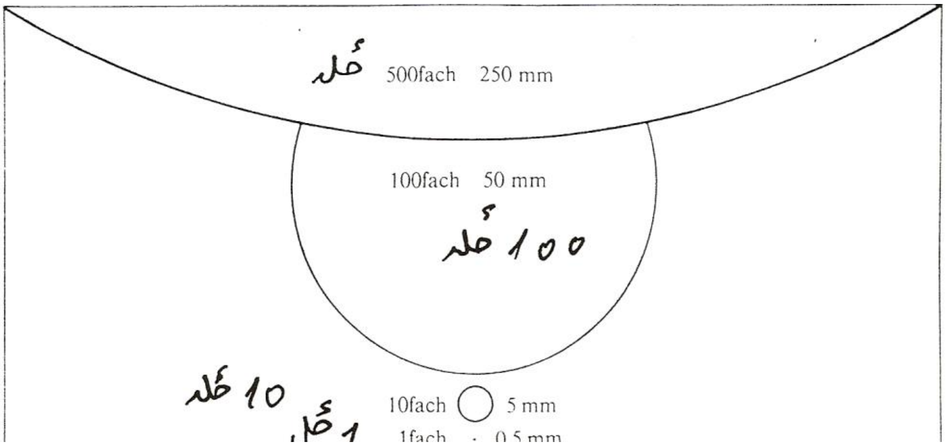
پیژند(تعریف): اویکلید(Euklid) اویکلید وایي، چي ټکی هغه دی چی نور نه شي کوچنی کیدی. ددې پيژند ستونځی په دې کې دي، چی بیا نو د داسی واړه شي ځخه ځنګه کرښه، او هواره جوړیدلی شي. یعنی که ټکی د هندسی اتم (لاتین Atom نه ویشونکی) وي بیا نو ځنګه کیدی شي چی پراخه شي یا وغزیږي؟ یا یی که مایکروسکوپ له لارې لوي کړو، نو پوره ستره هواره نیوی شي په عمل کی د کښلو (رسم ویستلو) له لارې ګورو چی ټکی څرګند غزیدلی یا پراخیدلی شي، لکه څنګه چی لوییدل یعنی غټیدلی شي:

په لاندې کې ګورو، چې ټکی د همدې شمیروني له لارې څومره غټیدلی شي

(c) ketabton.com: The Digital Library

يادونه : هندسه ځمککچ ته وايي، نو که هندسه ځمککچ پوهنه وبلل شي، د لمړنيو پوهيدلو لپاره به هم سملاسي اسانه وي .همدا اوس هم، له دې امله چې په هندسه کی ډيرڅه ليدلکيدی شي او د رانيولو وړ دي).
لنډ: شيان يا ليديدونکي»رانيولوړ «(يا شي ډوله ځرګنديږي، همدومره ستونځی ليدل کيږي، چې نومونه اړوند (تړلی) کره وټاکلی شو، اوهمداسی يي دا اړونده کره ټاکنه روښانه يا فکروړ کړی شو، که څه هم په لومړي وار سره، چې ګوندې دا شکلونه ليدوړ او نيولوړ دي، ساده ښکاري، مګر په خپل دننه کی (خپله ختّه کی) خورا پيچلي دي چې يواځی ور نږدې پيژند(تعريف) يی کيدلی شي او په لاندې کی به راته روښانه شي:

-موږ په لاندې څيره کی د ټکی غټيدل يا لوييدل ښايو



ګورو چی ټکی هوارې او کرښی ته پراخيدلی شي يعني عملي څيره ښوونه يا شکل نخښوونه يی د ستونځو سره مل ده، خو سره ددې هم ځنی تيوريکي کره (ټيك) ښوونه يي ضرور ده ، يا نه پريښودونکی ده. دا پرابلم په مقايسوي- يا د پرتلي په توګه- ساده له منځه وړل کيدی شي: په لاندې کی د تشريح شوو شيانو يا ليديدونکی لاندې د هغو تيوريتيکی اديااله(خيالي)څيره پوهيږو او نه د هغه عملي ريښتينوالی يا رياليزه کوونه٠ د دې لپاره، چی ځانونه دې له دې ستونځو راوباسلی شو، دا مو د هندسی د ډيرۍ کنځپت ته لارښودوي. د پورته شکلونوسره سره، د هندسي جوړختونو (څيرو) لاندې ، د ټکو ډيری پوهيږو. يعنی هندسي جوړښتونه بل څه نه دي، بی د ټکو له ډيرۍ٠ داسی تعريفوو:
لنډ: ټکی او کرښه

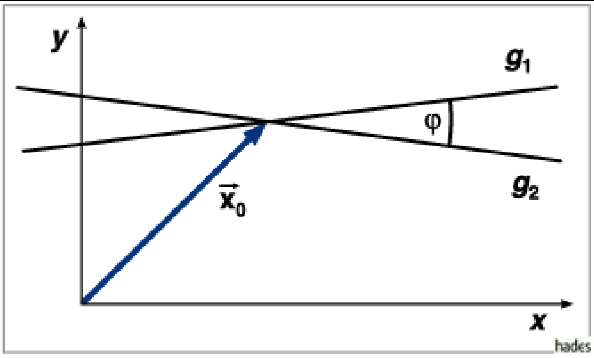
(c) ketabton.com: The Digital Library

پیژند(تعریف) :
یوه هواره یا سطحه د یوې ډیرۍ په څیر کلکه نیسو، چې توکی یې ټکی بللکیږي. او په غټو لاتین تورو یې ښایو لکه A,B,C,P,Q,….. ، په هواره کی یوه برخډیرۍ په نخښه شوې ده، چې توکي يي کرښی بلل کیږي او په کوچنیو لاتیني تورو..... , a , b , c سره ښوول کیږي
یا په بل ډول :یوه هواره E د ناپای ټکو ډیرۍ ده. د هوارې هره برخه (چی پخپله پای یا ناپای کیدی شي) د هوارې یا سطحې څیره (فیګور یا شکل) بلل کیږي.

د کښلو(رسمولو، انځورولو هوارې غزول)لکه د بیلګي په توګه د کاغذ دمخ (تخنیکي بندیزونه لري (محدود دي). د هندسي هدفمندۍ لپاره باید بیا دا کاغذ هرې لور ته ناپای غزیدل شوی وي او پنډوالی یې صفر ته را کښته شوی وي، ځکه چې یوه هواره دوه دیمینزیونال ده) دوه اړخیز یا دلته ښه دی چی د اړخ په ځاي خوا وو ایو، ځکه چې اړخ مو د n-ګوډیو لپاره کارولی دی. د لته یی د خواوو څخه سور او اوږدوالی عبارت دی . (په دي کتاب کی او بیا دې موضوع کی له وړو څرګندونو تیریږو او هغه څه چی خورا مهم دي هغه دلته راوړو)٠

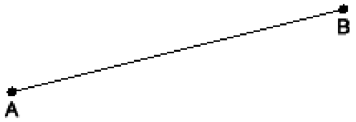
لنډ : ټکی هغه کوچنی څه دی، چې هواره او کرښه ترې جوړیدی شي او له دې امله ټکی دهوارې یا سطحې، چې د ټکوډیرۍ جوړوي، توکی دی٠

ټکی د دوه کرخو غوڅې له لارې انځوریدی شي ٠ که دوه کرښې g او h په P کې غوڅې کړي، نو د دې لپاره داسې لیکو:
h = { P □ g}
یا لاندې انځورونه
په لاندې ځیره کې g_1 او g_2
په یوه ټکي کې سره غوڅوي



پیژند :
ټوټه کرښه (پای کرښه یا بنده کرښه) AB د ټولو ټکو هغه ډیرۍ ده، چې له ټکي A و B ته د هوارې یا سطحې په دننه کی لنډ واټن یا - فاصله وهي، یعني که دا دواړه ټکي یو بل په لنډ واټن کی د هوارۍ په دننه کی سره وتړي، چې د غاړې ټکي A او B هم په دې پورې اړه لري. یعني ټکی A او B هم په دې کرښه پراته دي٠داسې لیکو:

(c) ketabton.com: The Digital Library

A € AB; B € AB یا هغه کرښه، چې دوه ټکی په لنډ واټن کې سره وتړي بندکرښه بلل کیږي، ټکي د کرښې توکي دي	

که بند کرښه د «ځیرکرښې» په څیر ونیسو او یا د کاغذ پرمخ کرښی (ختکش) کیږدو نو دا کرښه دواړو لورو ته غزیدلی شي، چې موږ دا کرښه بولو٠

کرښه د ځمککچپوهنې بنسټیزه کلیمه ده٠ لیدوږ د اویکلید جیومتري کې دا یوه ناپای غزیدلی کرښی ته وایې، چې ناپای نرۍ وي، د لاندې خویونو سره:
که په یوه کرښه دوه یو له بل بیل ټکي پراته وي، نو د دوي ترمنځ ټوټه کرښه یو لنډ واټن په نخښه کوي، چې موږ ورته ټوټه کرښه یا بند کرښه وایو٠

دا کلیمه ټیک زموږ پیژند نه راکوي٠ اوس هندسه په اکسیومونو ودانه ده، چې کرښه او ټکی داسې ورکړ شوي، چې مخ د مخه یې پیژند څرګند ورکړ شوی او نیول شوی یانې موږ یې پیژنو ٠

پیژند یا تعریف :

د بندکرښی (پای AB)- دواړو لورو ناپای غزولوته کرښه (ناپایکرښه) AB یا g ویل کیږي. بندکرښه نو بیا د (ناپاي -) کرښي اصلي برخدیری ده٠

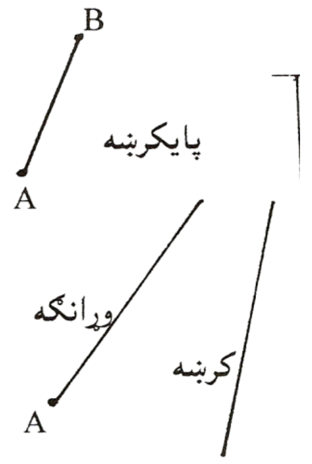
په نخښونه یې g (برخدېرۍ)□ AB

طبعآ کیدی شي، چی کرښه په یوه لور وغزول شي

پیژند :

که بندکرښه یواځي په یوه لور ناپای وغزول شي،(نا پای) نیمکرښهشي (ناپاي) نیمکرښه یا وړانګه(شعاع) بلل کیږي. نیمکرښه یا وړانګه یوې لورته بنده او بلی لور ته ناپای غزول کیدی شي، یعني پیل لري مګر پای نه لري .

(c) ketabton.com: The Digital Library

لنډ: د بندکربنی دواړه لورې بندې ، د نیم کرښې یوه لور بنده او بله وازه او دکربني دواړه لورې وازي دي. په پورته څیرو کې د بند کرښی، وړانګې او کرښی توپیر څرګند دی٠ نیمکربنه د کرښی برخډیری دی	

که په یوه هواره کی په یوه کرښه g ټکیPکیښوول شي، نو وایو چیPدgاینڅیدیر (inzidiert) کیږي یاټکیPپه کرښهgپروت دی یاgلهPتیریږي اوgد هواریEسره اینڅیدیرت کیږي، په دې حالت کی د اینڅیدینڅ اړیکو(inzidenzrelationen) یا »پروتوالی اړیکو«څخه غږیږو٠
که په همغه کرښه له دوه ټکو (په همغه هواره له درې ټکو زیات) زیات ټکي پراته وي، نو دې ته سرې کولینیار(kollinear() کومپلانار(چې په همغه هواره یا سټڅه کې شته ويkomplanar) وایي .که یو ټکی P په دوه (زیاتو) کرښوg اوhپروت وي نو دا د gاوh غوڅټکی بلل کیږي اوداسی یې لیکو:

$$h= \{ P \cap g\}$$

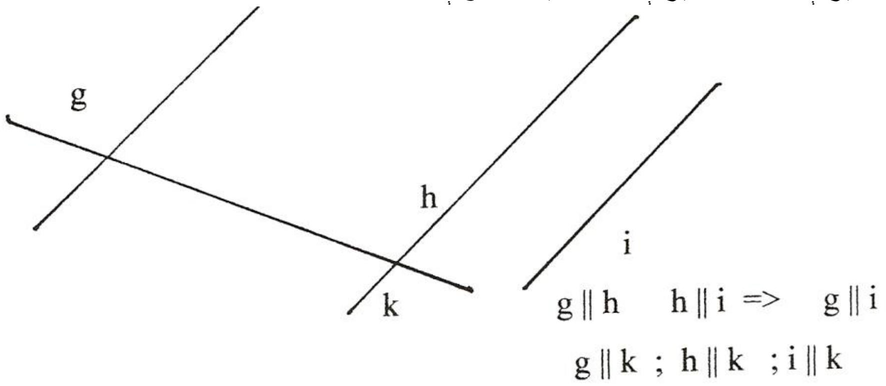
د پام وړ : ټکی د ډیری نوك کی{ } لیکل کیږي(یا د ډیری غیږ کی نیول کیږي)، ځکه چی ناپاںکربنې g او hد ټکو ډیری دي او ټکی P د غوڅډیری توکی دی .
که چیرې ډیرې ناپایکربنی په یوه ټکي کی سره غوڅی کړي نوکوپونکتال (kopunktal) بلل کیږي، کوپونکتالی ناپای کربنی د ناپاںکربنو غونچه (Büschel)یا بهتره ستوری جوړوي٠

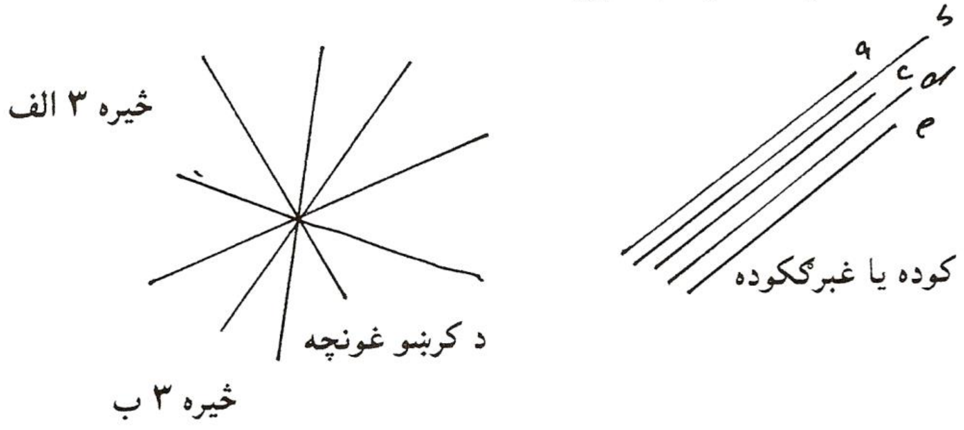
د کربنو کوده(څېرې ټولې لاندې کښل شوي دي)

پیژند(تعریف) : کربني g او h بې له ګډو ټکو یابهتره : بی له غوڅټکو غبرګکربنی (موازیکربنی) بللکیږي، لیکدود(مطلب د شمیرپوهنی لیکدود) یې د ی $g||h$

(c) ketabton.com: The Digital Library

کرښی د ناپای ډیرو غوڅټکو سره کټمټ یا (ایدنتیك identisch) بلل کیږي یا مساوي کیږي. دا په دې مانا چی یو په بل پرتی دي. یو بل ته کټمټ کرښی سره غبرگی دی۰
ددې لپاره لیکو: g = h
ناغبرگی کرښی g او h په نخښونه کی داسی په نخښه کیږي: g|/|h (دا دې منل شي، چې دا د ناغبرگ کرښو لیکډول دی یا لیکدود)۰
د لاندې څیرې شننه د څیرې کښته لیکل شوې:





هندسی څیره : یوه هندسي څیره یوه ناتش ټکیډیرۍ ده.
هغه لاین (یوخوایز یا یو دیمنزیونال (لاتین: په ټولیزه توگه مانا یی: هرې لور ته پراخیدنه، یوې لورته پراخېدونی(1Dimensional) بلل کیږي، که هغه په یوه کرښه پروت وي او ټکی نه وي .
پیژند(تعریف):هغه هندسي څیره »هواره (Fläche) بلل کیږي، که هغه په یوه هواره هوره (Ebene) پرته وي، مگر نه په یوه ټکي پرته وي ۰ هواره یا سطحه دوه پراخیدونې یا –دیمنزیونال(2 Dimensional)ده۰

په پورته کې د کرښو کوده یا د کرښو ډله سره غبرگې هم دي۰

(c) ketabton.com: The Digital Library

دلته B > A پە دې مانا دە چي « A پە يوە کرښنە g د B تر مخ يعني څمور پە بلد دود، کيڼ لور تە پرتە دە» دا پە دې مانا چي پە کرښنە g ځغاستە باندې لمړی د A ټکی او بيا پە ترتيب د B او C ټکو تە راځو. پە دې توګە د منځ اړيکی لە لارې لوريزې کرښی تە راځو. دا پە دې مانا چي داسی کرښی لوريزې کرښی دي. يعني پە هغە پخوانی ډول سمت يا لور يی څرګند دی.

منځ اړيکی (Wz(ABC دا مانا لري چی يا A<B<C او يا A>B>C . دا پە دې مانا، چي هرە کرښنە پە دوە ډولە لوريزە کيدی شي يعنی سمت يی ټاکل کيدی شي.

تعريف : g دې يوە لوريزە کرښنە وي او A دې د g يو ټکی وي، نو د A بدل يا توپيري ټکی کرښنە g پە دوە برخېيريو ويشي: (دلتە کرښنە ناپای کرښنە دە)

$$\{X : X \in g \text{ او } X < A\}, \quad \{Y : Y \in g \text{ او } Y > A\}$$

کە دواړو برخېيريو تە ټکی A ورزيات شي، نو لە A څخە پە g پيداشوې وړانګي منځ تە راځي . A منځ ټکی او g د دواړو، نسبت و A تە يو بل تە مخامخ يا يو د بل پە خټ وړانګو وړونکرښنە بلل کيږي.

يوە وړانګە د پيلټکی A او لە دې توپير ټکی P(P |= A) لە املە يواځنی (يواځنی شمير پوهنيزە کليمە دە او تل دې ورتە پام وي، دا پە څيرونە کی زياتە کاروول کيږي. دا پە دې مانا ، چی بل نە شتە) ټاکلی دی. يعنی پە دې ټکو بلە لە دې وړانګي توپيري يا بدلە وړانګە نە شتە. دا پە AP ښوول کيږي. دې AP تە مخامخ يا پە خټ وړانګە پە AP ښوول کيږي.

تل باور لري:

$$AP^+ \cap AP^- = \{A\} \quad \text{او} \quad AP^+ \cup AP^- = Zw(AP)$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

که وکتلی شو چی د پای کرښی یو سر له بل څخه د مخه پروت وي، نو پایکرښه لوریزه ده. که A له B مخ ته یا کیڼ لور ته پرته وي نو کرښه په AB ښایو د کرښي لوریزوالی د یوه غشي په مرسته ښوولی شو یعنی: پایکرښه AB او BA یو بل ته مخامخ یا په بل ډول یو بل ته په شټ پرتی دي.

نیمه هواره یا لنډ: نیمهواره

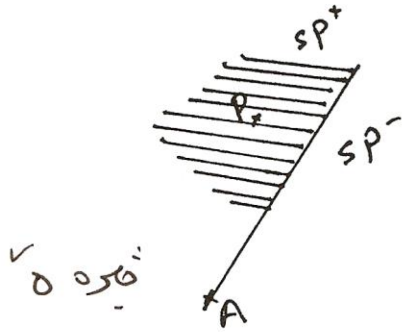
تعریف : هره کرښه g په هغي کرښه پورې اړه نه لرلو ټکو باندي په دوه وازو نیمهوارو باندې ویشي. دوه ټکی د نیمهوارې یوه لور ته ، ټیك او ټیك هلته پراته دي، چی ددې ټکو ترمنځ د کرښي g کوم ټکی نه وي پروت. g د دواړو هرې یوې هوارې ژیکرښه یا لنډه: ژی یا غاړه ده.
د یوې وازې هوارې او ژی کرښی ټولنه نیمهواره جوړوي. یوې ژیکرښي پورې اړونده دواړه نیمهوارې یو بل ته مخامخ یا یو بل ته په شټ نیمهوارې بلل کیږي.

که ټکی A او B له g پیداشوي یا منځ ته راغلی نیمهوارې په یوه لور پراته وي، نو وایو چی A او B د کرښی g په همغه لور پراته دي.

یوه نیمهواره د پیداکرښي او یوه ټکی P له لارې (چي په ژیکرښه g نه وي پروت) یوائنی ټاکلی ده، یعني له دې نیمهوارې بدله بله داسی نیمهواره نه شته.

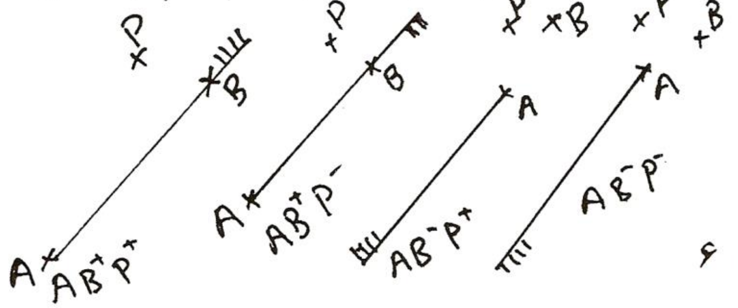
یو ټکیډیری ، چی له یوې وازې نیمهوارې او یوې وړانګي، داسی په نامه هوارجوړوونکی وړانکی ، جوړ وي، جنډه یا بیرغ بلل کیږي. دلته د وازې هوارې ژیکرښه د وړانګي وړونکی کرښه بلل کیږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library



وړانګه د جنډې ژیوړانګه ، ددې پیل ټکی د جنډې پیلټکی بلل کیږي. یوه جنډه f د ژیوړانګي s سره او په دې وازه هواره پراته ټکي P سره په sP^+ ښوول کیږي. جنډه د همغې وړونکې وړانګي یا ژیوړانګي s سره ، چې د sP^+ سره مخامخ یا په څټ ده ، د sP^- سره ښایو. (خیره: ۵)

که په sP^+ همداسې sP^- سومبول، په پورته د وړانګي s لپاره اینښوول شوی سومبول، چې له A و B ته ځي او AB^+ همداسې AB^- بدل کړو یا کیږدو، نو د لاندې سومبولونو AB^-P^-; AB^-P^+; AB^+P^-; AB^+P^+ سره کرکترستیك یا ښوول شوې یا ټاکل شوي جنډې ښایي. لاندې خیرې ددې لپاره کارېږو:

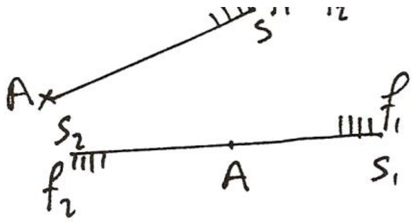


خیره ۶

دپورتې خیرو بیرغونه AB^+P^+ او AB^-P^- یو بل سره مخامخ دي، ځکه چې وړونکې وړانګه او نیمهوارې یو بل ته مخامخ یا یو بل ته په څټ دي(پام دې وي چې مخامخ او په څټ همغه مانا لري یعني همغه یو ډول شمیرنیزې کلیمې دي)،

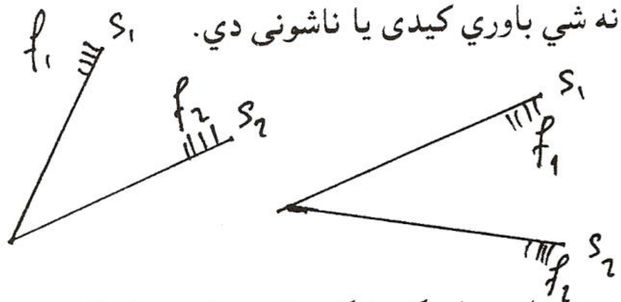
دوه بیرغونه (f_2 , f_1 د همغه پیل ټکي A سره) وپیل ټکي A ته همغه لوریز یا مساویلوریز بلل کیږي، د کولینیارې ژیوړانګو سره، که $f_1 = f_2$ یا f_1 و f_2 ته مخامخ یا په څټ وي.

(c) ketabton.com: The Digital Library



خيره ۷

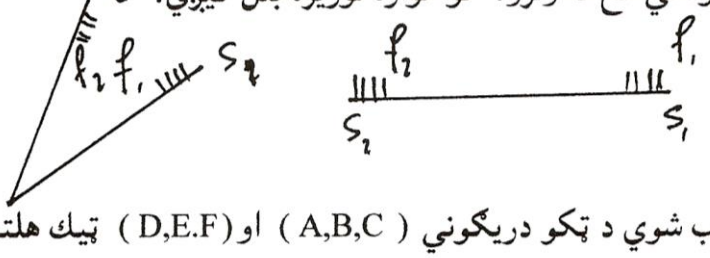
دا دوه بيرغونه يو بل ته مخامخ بلل کيږي د همغه پيلټکي، د ناکولينيارڼ
ژيوړانګو سره، که د f_1 ژيوړانګه په f_2 يا f_2 ژيوړانګه د f_1 په ژيوړانګه پرته وي
، مګر دواړه امکانات نه شي باوري کيدی يا ناشونی دي.



خيره ۸

د ټولو جنډو ډيريو کی همغه لوريز اړيکی ايکويوالنت يا ورته اړيکی دي. هغه په
دوه ټولګيو د ډيريو ويشنه ممکنوي.
هغه جنډې چی مساوي لوريز نه دي يو بل ته مخامخلوريز يا يو بل ته په ښټلوريز
بلل کيږي. دې ته خو پام شته چی مخامخ يا په ښټ لوريز همغه مانا لري

که دا ډول لوريزټولګي مخ ته ولرو، نو هواره لوريزه بلل کيږي.



خيره ۹

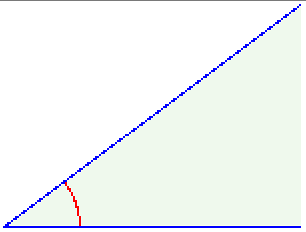
دوه منظم يا ترتيب شوي د ټکو دريګوني (A,B,C) او (D,E.F) ټيك هلته يا
هلته او هلته همغه څرخونموخه لري(يعنی د څرخونی هدف يی همغه دی)، که

(c) ketabton.com: The Digital Library

جنډې AB C او DE F همغه لوريزې وي. د يوه منظم نه کولينيار يا کولايني دريګونټېکو (A,B,C) څرخونموخی لاندې د جنډې AB C لوريزټولګی پوهيږو.

کونجکليمه

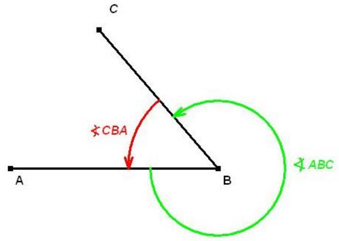
پيژند (تعريف): په يوه هواره کي، چی دوه وړانګی S 1 او S2 ياني S1∧ S2 د پيل غوښتکی S ولري په هواره يا سطحه E کی کونج β جوړوي .وړانګي د کونج پښی بلل کيږي او پيلټکي S دکونج > ککره (لنډ : کونجککره)بلل کيږي.

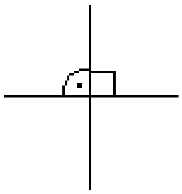


لنډ: دوه کرښې، چې په يوه ټکي کې سره غوڅې کړي، کونج جوړوي، چې کرښې د کونج پښې او غوڅټکی يې د کونج ککره يا (رآس الزاويه) بلل کړي ۰ پورته څېره دې وکتل شي۰ګونجونه په ګراد (لاتين پل يا لاقدم)کچيږي

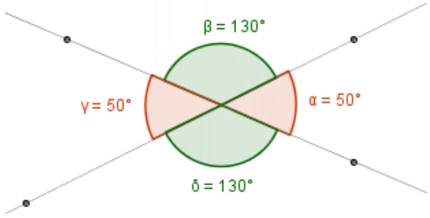
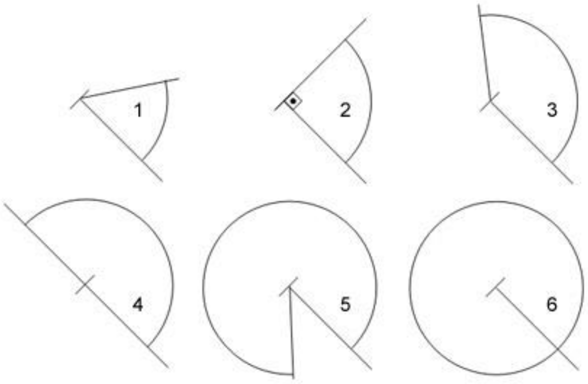
د کونجونو رسمونه او نومه ونې

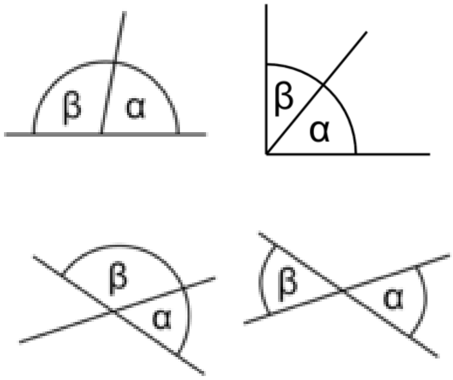
هغه کونج ، چې له ۱۸۰ درجو کوچنی وي هغې ته ننوتی کونج واې او هغه کونج، چې له ۱۸۰ درجو لوي وي هغه ته وتلی کونج واې
ننوتی کونج Konvexes Winkel وتلی کونج konkaves Winkel
تيره کونج، چې له ۹۰ درجو کوچنی دی، ولاړکونج، چې پوره ۹۰ درجې دی، پځکونج، چې له ۹۰ درجو لوي او له ۱۸۰ درجو کوچنی دی، غزيدلی کونج، چې ۱۸۰ درجې دی ، له پځ زيات- يا د پځ په څټ- يا له پځ اخوا کونج ، چې له ۱۸۰ درجو لوي او له ۳٦۰ درجو کوچنی دی، پوره کونج، چې ۳٦۰ درجی دی۰ دا دې په ګوته وي، چۀ صفرکونج صفر دی۰



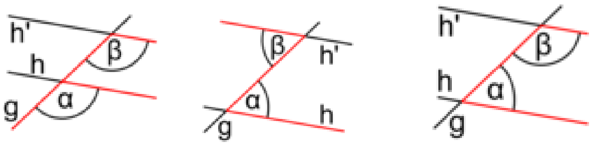


يادونه: دا مې ډير تکرار راوړی، هيله ده، ګران لوستونکي به ورسره ستړي نه شي

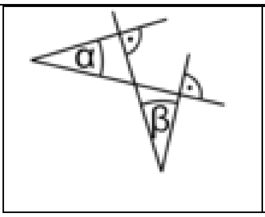
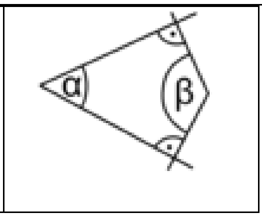
	مخامخ څیره : ککر په ککر کونجونه یورنګیزدي، بدلرنګیز کونجونه ګاونډي بلل کیږي۰
	لاندې کونجونه پخپله ونوموی‌کړی ۰

	کمپلیمنت یا ۹۰ درجو ته پوره کیدونکي کونجونه(مخامخ څیره دي وکتل شي)۰ په څنګ کي يي سوپليمنت یا ۱۸۰ درجو ته پوره کیدونکی کونجونه ۰مخامخ څیره ۰ مخامخ کونجونه ښی لور ته : ککر په ککره کونجونه۰ کیڼ لور ته : ګاونډي کونجونه

له کیڼ څخه و ښی لور : پوړیز کونجونه ، ردبدلکونجونه



(c) ketabton.com: The Digital Library

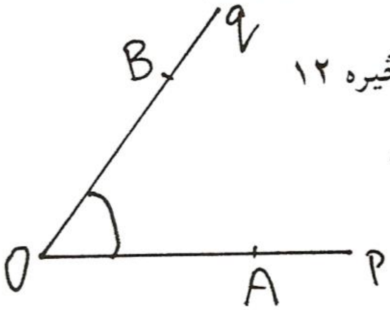
مخامخ کونجونه، چې پښې یې یو په بل ولاړې وي, ۱۸۰ درجو ته یو بل پوره کوي۰ په دې بل حالت کې کونجونه یو بل سره برابر دي۰	 

يادونه : ګران لوستونکي به راته بخښنه وکړي، چې د زياتو کونجونو هغه ورسره بلد نامه سره ښه نه یم بلد، ځکه چۀ په محدب ، مقعر او داسې نورو باندې نه پوهيږم، يواځی له قايم الزاويه ښخه پرته۰

يو ګراد Grad لاتين: پل يا قدم

لاندې کونجونه سره توپير کيږي، چې ايا د پښو لړی پرلپسی کره ټاکلي او ايا د کونج دننه په نخښنه شوی دی او که نه.

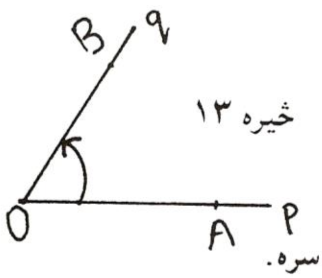
د کونج دننه په نخښنه شوی نه دی: د پښو لړی پرلپسی کره نه ده ټاکلی



خيره ۱۲

بنسټيز کونج:
د وړانګو p , q (نامنظمی) جوړې،
د ګډ پيلټکي O سره، د (p,q) ∢
يا (ABC) ∢ په نخښنوني

د A ∈ p , B ∈ q سره.
دلته O ککرټکی دی، p او q د کونج پښی دي.



خيره ۱۳

د پښو لړی پرلپسی کره ټاکلی ده:
لوريز بنسټيزکونج: د وړانګو p او q
منظمه جوړه د ګډ ټکی O سره د (p,q)∢
يا AOB ∢ په نخښنونی د A ∈ p او B ∈ q سره.

دلته هم لکه د مخه o ککرټکی، p لومړی پښه او q دويمه پښه ده. دا کونج په

(c) ketabton.com: The Digital Library

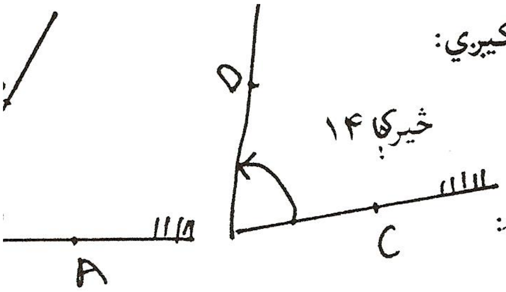
شمیرپوهنیزه موخه مثبت لوریز دی

یادونه : هغه د څرخون لور چی د ساعت څرخیو مخامخ یا په بل ډول په څټ ځغلی

مثبتلوریز او هغه چې د ساعتڅرخیو په لور ځغلي مفي لوریز څرخون بلل کیږي.

دوه کو نجونه ټیك هلته او یا هلته او هلته مساویلوریز دي، که د هغو جنډې همغه لوریز یا مساوي لوریزې وي.

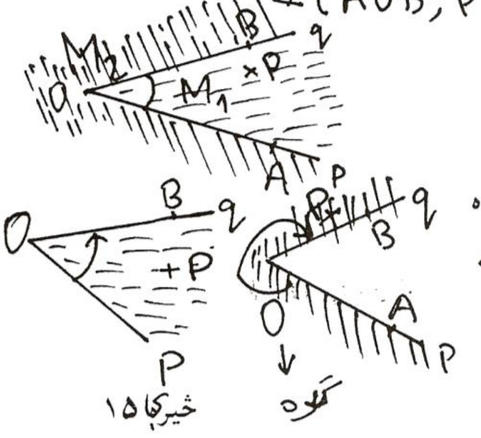
لکه په دې څیره کی چی لیدل کیږي:



د کونج دننه په نخښنه شوی دی:

د کونجونو لړی پرلپسی یی کره نه ده ټاکل شوې. (بلد یا عادي) کو
بنستیز کونج هواره په دوه برخهیریو M_1 او M_2 ویشي. په نخښنه برخ
بیلګي په توګه په ټکی P کی) د کونج دننه بلل کیږي(د کونجهوار

نخښنونه کي: ∢(p,q; p) ، ∢(AOB; P)
که دننه یی تش ډیری وي نو
دا کونج صفر کونج دی .

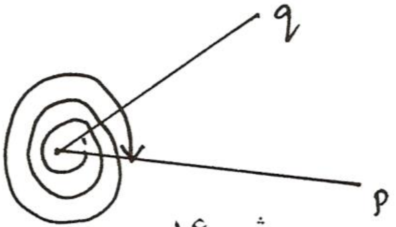


د ښنو لړی پرلپسی کره ټاکلی شوې ده
لوریز کونج: په ګښنونه ∢(p,q;p)
لوریز بنستیز کونج او دننه یی په
نخښنونهp≠q، که وي، نو (p,q;p)
او (q,p;p) بدللوریز دي. (p≠q)

(c) ketabton.com: The Digital Library

که دلته هم که د کونجونو دننه تش وي،
نو کونج صفر کونج دی: $\measuredangle(p,q;p)=0°$

څرخونپروسه: څرخونکونج:



څیره ۱۶

لوریز کونج، که د کونج په همغه لور د یوه طبیعی ګڼ یا پیدایښتي ګڼ په اندازه چی یوه پښه یی ځاي په ځاي ده وڅرخول شي، نو د کونج لور کی تغیر نه راځي.

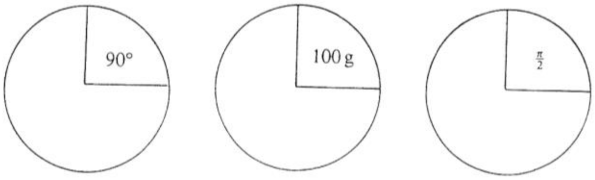
ګراد (لاتاین Grad پل یا قدم)

د کونج لویوالی په مختلفو ډولونو ورکول کیدی شي. د اندازې یووني (یو یې : یوون) یا واحدونه(یو یې : واحد) لاس ته راځي، چی یو کونج - په یوه ګردۍ کی کښل شوې- په مساوي برخو یا سکتورونو وویشل شي.) سکتور او ګردۍ لپاره دې، د ګردۍ لوست ځاي وکتل شي (و رسره بلد یا مروج یی پهٍ360° مساوي برخو ویشنه ده)
پیژند : 1/360° د یوه پوره کونج 1° (په تورو :یوه درجه. ، لاتین یي = gradus پل قدم) بلل کیږي.
ګراد نور هم په 60° کونجدقیقو ویشل کیږي) ’60 =°1 او کونجدقیقه په "60 کونجثانیو(.(1’= 60’’

د» ګراد یا درجی« لاندې »زړه درجه«(زوړ ګراد) پوهیدل کیږي. دا د زاړه بابیلوني زاړه شپیتیز سیستم څخه دی. په تریګونومیتري یا کونجکچ کي کونج برسیره پردې په لینده کچ یا - اندازه پاندې هم اندازه کیږي او په ګیودازي (Geodäsie د اندازه کولو تخنیك، - پوهنه یا- علم (په نوي ګراد یا ګون (gon (اندازه کیږي چی دلته ګردۍ په ۴۰۰ برخو ویشل کیږي .دا په جبشمیري کی مودوس"GRAD" « دی .څیرې :

د ګردۍ څلورمی انځورونه

(c) ketabton.com: The Digital Library



ښیرې۱۷

لینده کچRAD نوی ګراد GRAD زوړ ګراد DEG

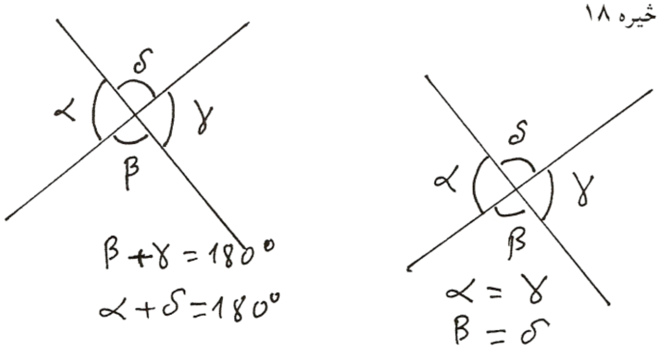
د کونج مثبت- او منفی – یا زیاتون - او کموننخښي د کونججوړونکی یاکونج تولیدیدونکي څرخونلورې څخه لاس ته راځي. کیڼ څرخون (د ساعت د څرخی په څټ څرخیدنه) مثبت- زیاتونمخنخښه مخ ته یعنی کیڼ لور ته لري او ښی څرخون (د ساعت د ځرخولو په لور) منفی – یا کمونمخنخښه مخ ته لري یعني کیڼ لور ته لري. د دوه کونجونو مقایسی یا انډول یا پرتلی لپاره بیا یواځی مطلقه ارزښت مهم دی. مطلقه ارزښت سوچه یا خالص د ځاي ارزښت یا څیفرارزښت دی، بي له مخنخښي. د مطلقه ارزښت همداسی ځاي ارزښت لپاره دې ځما د شمیرپوهنی بنسټیزکتاب وکتل شي۰(په نړیوال جال کې به هم راشي)

بیلګه : $5 = |-5|$, $3 = |3|$دوه کرښی یو د بل سره څلور غوڅکونجونه جوړوي، چی په تولیزه یا عمومي ډول یی جوړه سره مختلفی لوي وي. د بیلګې په توګه که له غوڅکونج غبرګو نو موخه به مو وړوکی کونج وي۰

پیژند :که دوه ناپانکرښی یو بل سره په یو ټکی کي پرېکړي، نو څنګ په څنګ کونجونو ته ګاونډي کونجونه واي، چی دوي یوه پښه ګډه لري او دواړه کونجونه 180° لري (د درجې نخښه کله کله کیڼ لور ته لیکل شوې، خو دا په پوهېدنه کي کومې ستونځې نه رامخ ته کوي) ۰

کونجونه چی ککرې یي سره نښتی یا په بل ډول ککره په ککره وي، هغو ته ککرنکونجونه ویل کیږي. ککریکونجونه مساوي لوي دي، دوي یو ګډککریټکی لري او پښی یی یوه یوه په ګډو کرښو پرتی دي .

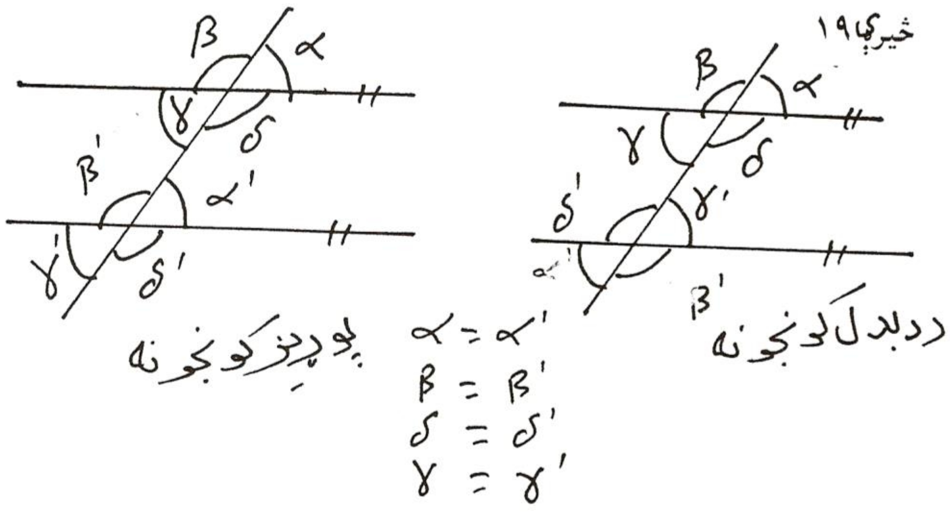
ښیره ۱۸



(c) ketabton.com: The Digital Library

ځیرهکونجونه چې ځانونه °180 ته پوره کوي سوپلیمینت (Supplementwinkel) بلل کیږي او کونجونه چې ځانونه °90 درجو ته پوره کوي کومپلیمینتکونجونه (Komplementwinkel)بلل کیږي. دې دواړو کونجونو ته تر یوه نامه لاندې چې راشي پوره کوونکی کونجونه وایي .که دوه غبرګی کرښی g اوh د یوې بلی ناپایکرښي k له خوا غوڅی شي، نو څلور دننه پریکونجونه منځ ته راځي ۰ دوي د g او h تر منځ، او د k په مختلفو خواوو(او څلور دباندې پریکونجونه)نه د غبرګکرښو g او hترمنځ، بلکه له دوي دباندې(د k په یوه لور یو دباندنی او یو دننه غوڅ- یا پریکونجونه پوړیزکونجونه بلل کیږي، دوه دنننی یا دوه دباندنی غوڅ- یا پریکونجونه چی د k په بیلو لورو پراته وي ردبدلکونجونه بلل کیږي(ځیرې پورته ورکړ شوي دي) ۰

جمله: پوړیز- او رد بدل کونجونه په غوڅغبرګکرښو(غبرګي کرښي، چې له دې کرښي غوڅي شوي دي) کې سره برابر دي



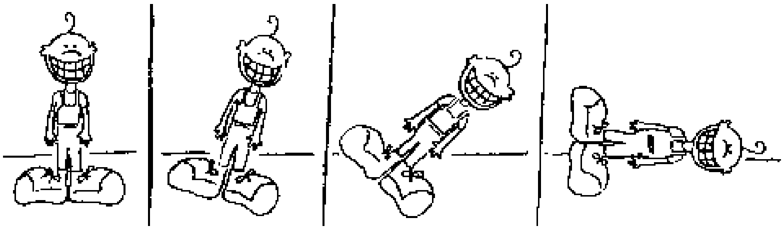
کونج کلمه

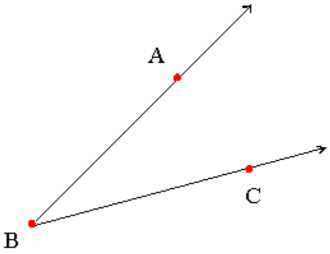
کونج څه شی دی؟ What is an Angle

یادونه: لاندې برخه څه تکرار لري، خو بیا بیا راوړنه ښه زده کړه ځان پسې لري۰

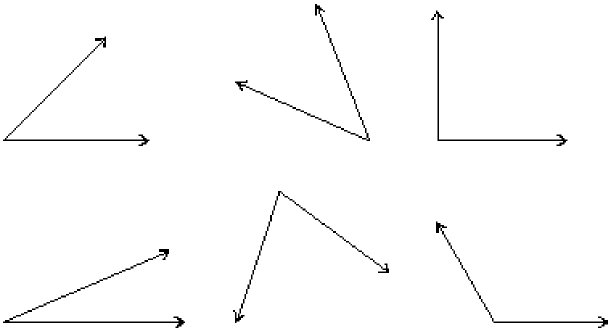
دوه وړانګی، چې یو پای لري او سره غوڅي کړي کونج جوړوي۰ وړانګی د کونج پښي یا اړخونه بلل کېږي او هغه ټکی، چی هلته کرښی غوڅوي ککرټکی یې بولو۰

(c) ketabton.com: The Digital Library





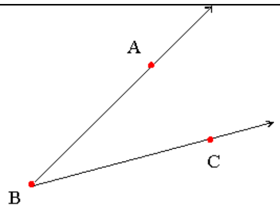
Example: دلته د کونجونو ځنې بیلګی راوړو .

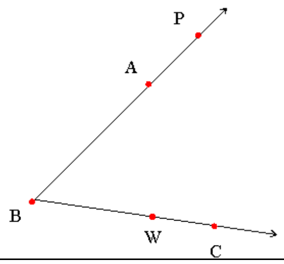


که توري د کونج په خوله کي راشي بنه به وي، خودا هم د لیکني ستونځي دي، چي زه ورسره لاس پهکریوان یم• ∠ABC کونجونه داسي بنایو

Example: د همغه کونجلپاره بیل بیل نومونه لرودی شو لکه

WBA ∠ CBPd∠ ,PBW∠ ,PBC∠ ,

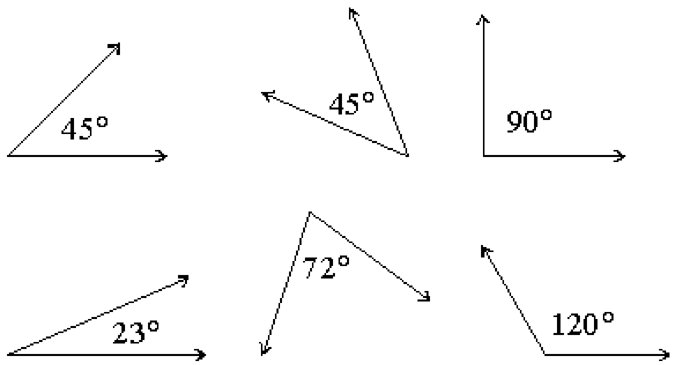




(c) ketabton.com: The Digital Library

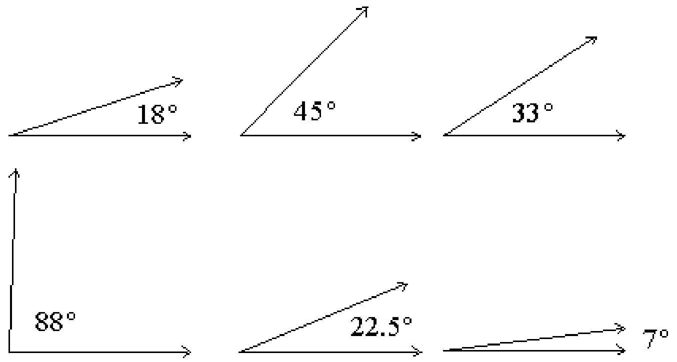
Degrees: د کونج کچوني يوون يا واحد يا يووالی: کونج په درجه کچيږي

Example په لاندې کې ځني بيلګي :



تيره کونج ، چي د صفر او ۹۰ درجو ترمنځ وي Angles Acute

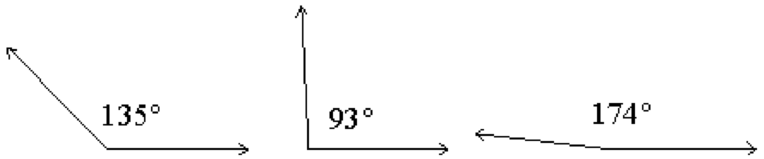
Example لاندې کونجونه تيره دي .



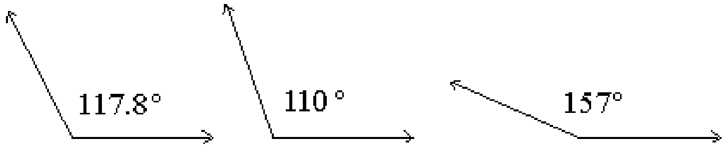
پخ کونجونه Obtuse Angles

پخ کونجونه ، حي د ۹۰ درجو او ۱۸۰ درجو ترمنځ وي پخ کونجونه بلل کيږي.

Example لاندې کونجونه تولپخ کونجونه دي:

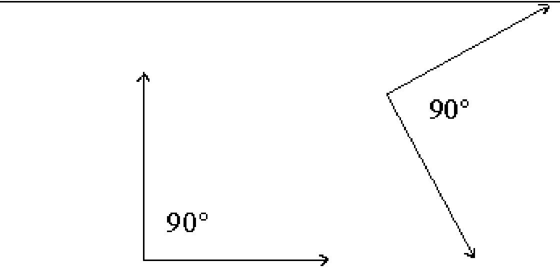


(c) ketabton.com: The Digital Library

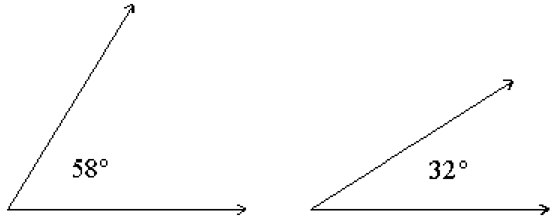


Right Anglesولاړکونج: هغه کونج، چې ۹۰ درجې وي

لاندې دواړه کونجونه ولاړ کونجونه ديExample:

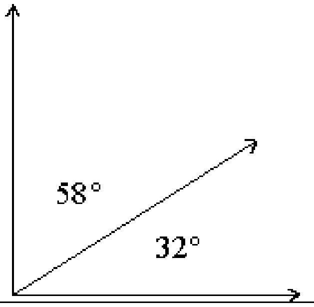


Complementary Anglesکمپليمنت ګونجونه: هغه کونجونه، چې يو بل و ۹۰ درجو ته پوره کوي٠کمپليمنټکونجونه بلل کيږي٠ يو کونج د بل کونج کمپليمنت بلل کيږي



بيلګهExample: دا مخامخ دوه کونجونه کمپليمنت کونجونه دي

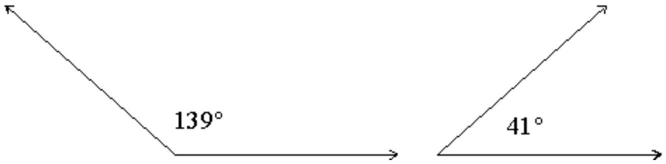
دوه کونجونه، چې داسې سره يوځاي شي،چې يو ولاړ کونج جوړ کړي،نو دا کونجونه يو له بل سره کمپليمنت دي!



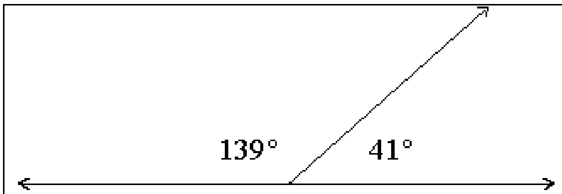
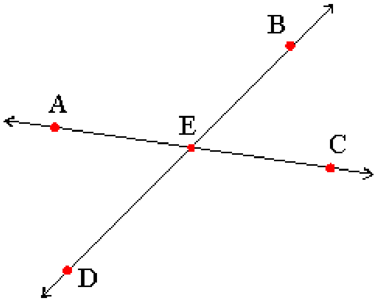
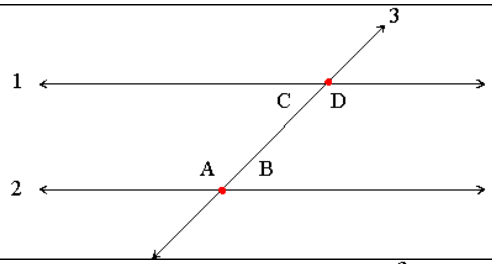
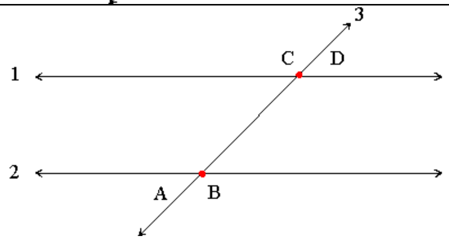
Supplementary Anglesسوپليمنت کونجونه :

هغه کونجونه، چې ۱۸۰ درجکو ته سره پوره کوي سوپليمنت کونجونه بلل کيږي

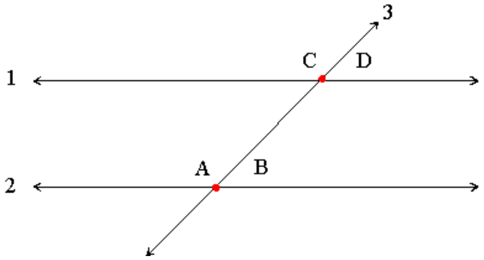
بيلګه Example: لاندې دوه کونجونه سوپليمنت دي



(c) ketabton.com: The Digital Library

داسي دوه سره ترلي کونجونه، چې ځانونه ۱۸۰ درجو ته پوره کړي سوپليمنت کونجونه جوړوي Vertical Anglesککر په ککر کوجونه: چې دوه کرښې داسي سره غوځې کړي، لکۀ په لاندې خيره او کونجونه، همغه ککره ولري ککر په ککره کونجونه بلل کيږي او سره برابر ده , AEB او DEC کونجونه او همداسي BEC او AEDککر په ککره کونجونه دي.	 
Alternate Interior Anglesرد بدل دننه کونجونه : په لاندې کې کونجونه Aاو Dهمداسي B او C ردبدل دننني کونجونه او سره برابر دي . A اوB ، C او D ګاونډي کونجوه دي.	
Alternate Exterior Angles ردبدل دباندې کونجونه : په لاندې کې کونجونه B او C ردبدل همداسي A او D بدل - يا ردبدل دباندني کونجونه او سره برابر دي	

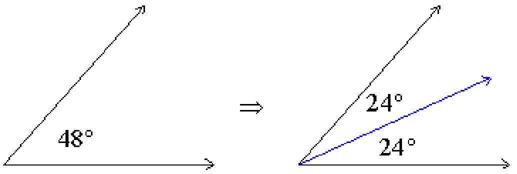
پوړيز کونجونه Corresponding Angles دا کونجونه A او C همداسي D او Bپوړيز کونجونه دي او يو له بل سره برابر دي



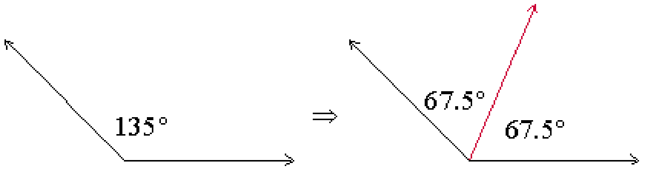
(c) ketabton.com: The Digital Library

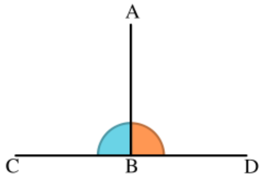
Angle Bisectorکونجنيمی : هغه کرښه، چې کونجونه نيموي کونجنيمی يې بولو

بيلګه Example: د ښي کونج شنه کرښه ، د کيڼ کونج نيمی ده



په ښي كونج كي سره كرښه د كيڼ كونج نيمی ده .



	Orthogonal or Perpendicular Lines ولاړې کرښې: هغه کرښې، چې يو په بل نيغې ولاړې وي پرپينډکيولار نوميږي٠(زما وړانديز: نيغې ولاړې کرښې)

نښلونه:

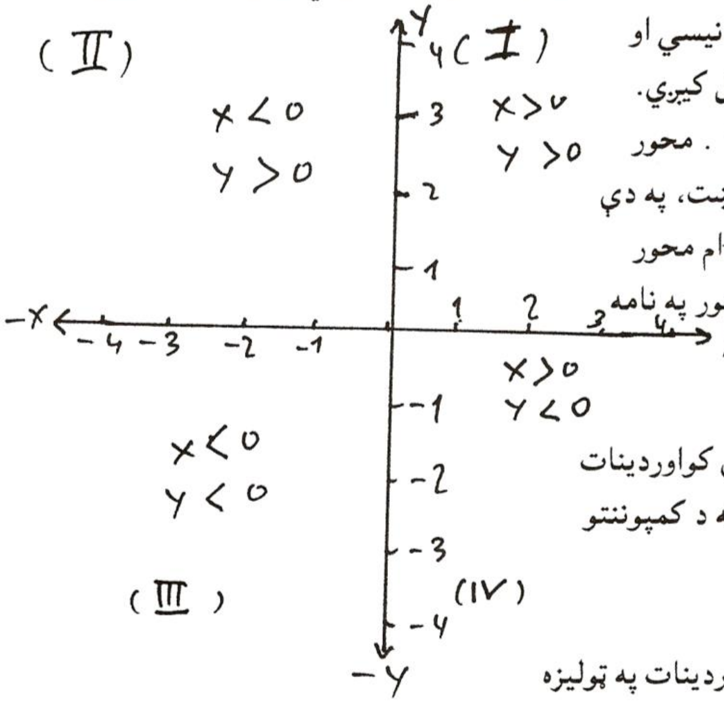
کواوردينات سيستم

يادونه: کواوردينات سيستم ځخه ځموږ موخه پروتولاړسيستم دی. دا په ادبياتو کې په همدسې يادېږي. ما دا دواړه ترمينولوژي کارولې، هيله ده چې ستونځې به پيښې نه کړي.

د شميرپوهنې او همدا ډول د تخنيک په ډېرو څانګو کې د کواورديناتو سيستم ډير مهم رول لوبوي. په کارتيزي کواوردينات سيستم کې د هوارې هر ټکي P د خپلو دواړو کواورديناتو(x,y) ورکولوسره کره يا ټيک ورکړ شوی دی. لمړی کمپوننت يا ابسخيز (Abszisse) د x –ارزښت يا پروت ارزښت او دوهم کمپوننت يا اوردينات

(c) ketabton.com: The Digital Library

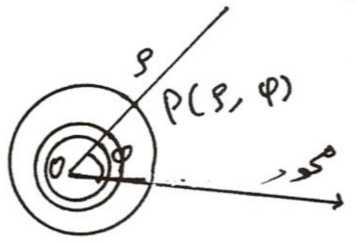
(Ordinate) د y–ارزښت بلل کیږي یا ولاړارزښت. کارتیزي کواوردینات سیستم هواره د دوه یو په بل نیغ ولاړ محورونو (لنډ : ولاړ محورونو) له لارې په څلورو برخوویشي (څلورمی Quadranten) د کوادرانتو نومره بندي یا نمره کول د ساعت څرخیدلو په څټ صورت نیسي او د ښي پورته لور څخه پیل کیږي. پروتنیغ پروت محور د ۱ . محور یا x–محور یا پروت ارزښت، په دې لوتنیغ ولاړ محور د ۲ –ام محور یا y– محوراو یا ولاړمحور په نامه یادیږي.



څیره ۲۰ : د کارتیزي کواوردینات سیستم څلور کوادرانتونه د کمپوننتو له مخنخښي سره.

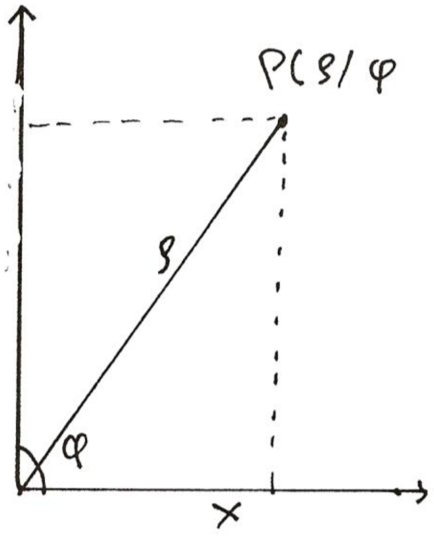
د یوه ټکي P(x,y) کواوردینات په ټولیزه توګه اجازه نه لري چې بدل شي، ځکه چې دا کپموننتونه تنظیم شوې یا منظمه جوړه ده. د ځل یا ضرب لمړنی کپموننت د y– محور څخه فاصله ټاکي دوم کپموننت د x– محور څخه. که لمړی کمپوننت منفي وي، نو ټکی د y–محور کینې لور ته

د دریګوډیز ناخپلواکو (تریګونومتریکي مثلاثاتي فنکشنونو) (چې وروسته راغلی) او همدارنګه دپیتاګوراس له بنسټیزی جملی شمیراړونی (څیره ۲۳) کولی شو چې د کارتیزي کواوردینات څخه و پولار کواوردینات ته راشو او سرچپه هم.



څیره ۲۳

(c) ketabton.com: The Digital Library



ځیره ۲۴

جمله : د پولارکواوردینات بدلون یا
ترانسفورمیشن (Transformation
لاتین : **شکل** اړول یا بدلول) و
کارتیزي کواوردینات ته

$$x = \rho . \cos \varphi$$
$$y = \rho . \sin \varphi$$

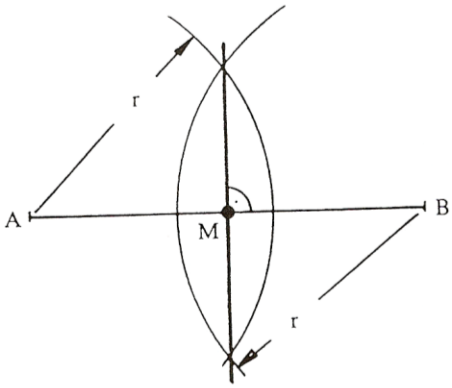
د کارتیزي کواوردینات بدلون یا
ترانسفورمیشن و پولارکواوردینات ته

$$x^2 + y^2 = \rho^2 \Rightarrow \rho = \sqrt{x^2 + y^2}$$
$$\cos \varphi = \frac{x}{\rho} = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$
$$\sin \varphi = \frac{y}{\rho} = \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

هندسی بنسټیز جوړښتونه:

زه دلته داموضوع اوږده نه ځیرم، خو دومره غواړم چي په ګوته کړم، چي تراوسه مو یو څه د هندسی ځنی بنسټیزې کلیمي تشریح کړې او دلته دا غواړم وښایم، چی څنګه ځنی بسټیز شکلونه کښل کیږي، په هغه صورت کی چی له موږ سره ګردونی یا څرخی (ځیرکل یا پرکال او که پرکار مو ورته وایه) او کرښی یا ختکش وي یا همداسی کونجکچ د مناسبو ویشنو سره موجود وي. ددې لپاره چی ځنی ستونځی مو له منځه لرې کړې وي باید له دې ځیرو یوه لیدید ونکی ځیره ولروچی دا د دې ځیرو په کښلو یا رسم کولو ممکن کیدی شي. دا د عملي اندازې پرابلومونو حل یا ستنځوبي کي هم مرسته کوي، که د اندازي یوونونه (واحدونه) ونه لرو.

(c) ketabton.com: The Digital Library



خیره ۲۵

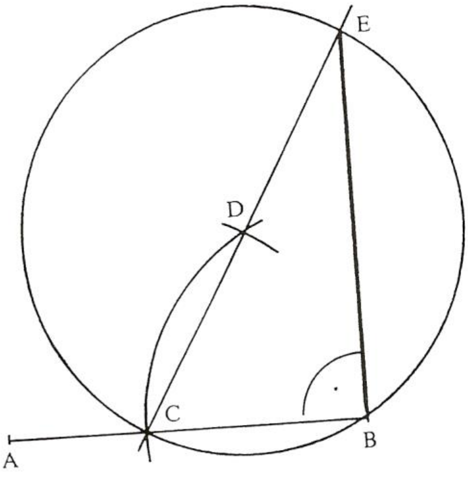
۱ – د AB کرښې نیمول او

۲ – د منځ ولاړکرښې کښل

د A او B په هر ټکي یوه ګردۍ د وړانګی $r > (1/2).|AB|$ سره ووهی (سیومتري دوه ګردۍ ځیرې)

د دواړو ټکو تړلکرښه په غوځټکی M کی په کرښه AB منځولاړکرښه ده او دا کرښه په M کی نیموي.

۳ – د یوې کرښې په سرټکي کی د ولاړکرښې جوړول (یا کښل). په B یوه ګردیلینده ووهی د وړانګی $r < |AB|$ سره، چی AB په C کی پرې کړي، وروسي بیا په C یوه ګردیلینده په همغه وړانګه ووهی چی د مخه وهل شوې ګردیلینده په D کی پرې کړي. D د دریمی ګردۍ منځ ټکی دی د وړانګی $r = CD$ سره. چی CD غزولشوې تر ګردۍ په E کی پرې کوي. E نو په B نیغه ولاړه ده. (تالس ګردۍ دې وکتل شي)



خیره ۲۶

(۳ - یو دې اړوډ)

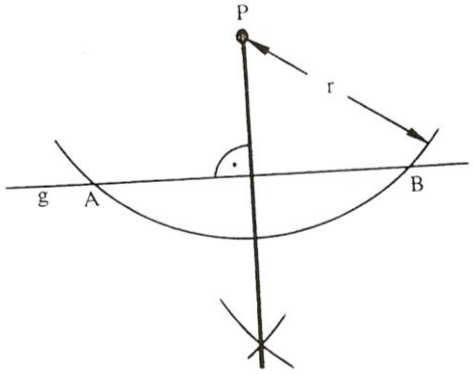
۴ – د ټکي P څخه په کرښه g باندې یوه نیغه ولاړکرښه واچوی $(P \notin g)$.

په P کی په وړانګه r یوه ګردۍ ووهی، چی هغه د g له فاصلې (واټن) لوي وي او کرښه g په A او B کی پرې کړي.

اوس نو لکه په (۲) کی الترناتیو: لکه د (۳) لاندې په کرښې او هندسي دریکوډي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

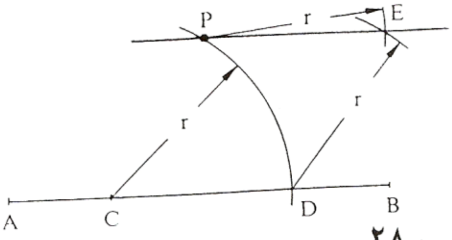
۵ – د AB کرښې سره دټکي P ∉ AB یوه غبرګکرښه جوړول(کښل): د خوښې په یوه ټکي C ∈ AB د وړانګې r = |CP| یوه ګردۍ ووهی چی کرښه AB په D کی پرې کړي، بیا نو په D او P همغه لینده ووهی چی یو بل سره د E په ټکی کی غو ثوي. دا د PE کرښه د AB کرښی سره غبرګه ده. (دا د روتی نومي څلورګوډي جوړول دي).



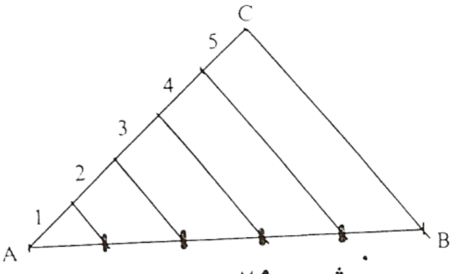
څیره ۲۷

الترناتیو : لکه په(۴) کی په ټکي P کی ولاړه کرښه s و AB باندي او بیا همداسی نیغ – یا ولاړکرښه په s د P ټکی کی.

۶ – د یوې کرښې AB ویشل په n مساوي برخو(د بیلګي په توګه ۵) د A ټکی څخه یوه د خوښې وړانګه وغزوی. په دې کرښه بیا n – ځله (دلته ۵ ځله) د خوښي اوږدې کرښې ووهی. اخرنی ټکی C له B سره وتړی او بیا له هر ټکي د BC مرستکرښې سره غبرګی کرښې وکاږی، دا غبرګی کرښی د AB کرښه په (۵) مساوي برخو ویشي.

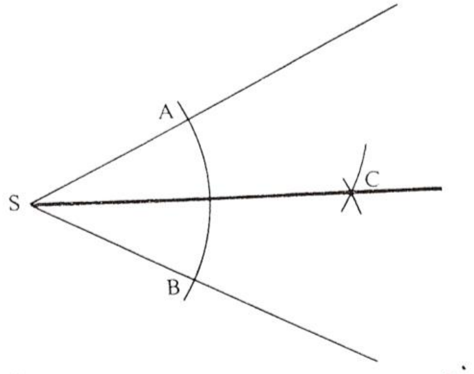


څیره ۲۸

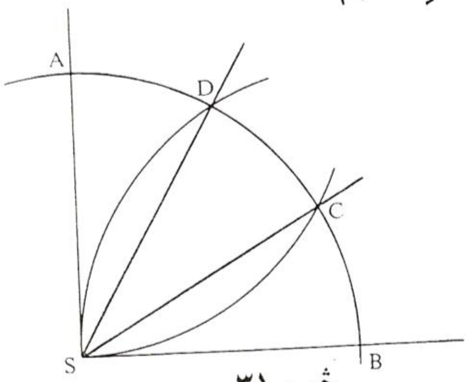


څیره ۲۹

(c) ketabton.com: The Digital Library



ځیره ۳۲



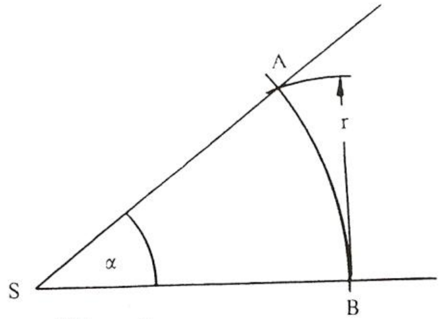
ځیره ۳۱

۷ – د یوه کونج نیمول

په ککره S یوه د خوښی لینده ووهه چی د کونج پښی په A او B کی پرې کړي، بیا په A او B په همغه وړانګه یو د خوښی ګردیلینده ووهۍ چی یو بل سره په C کي پرې کړي، پریټکی د S سره وتړی.

۸ – یو ولاړګوړی په درې مساوي برخو هره °30 وویشی

په ککره S باندې یوه د خوښی ګردیلینده وباسی چی دواړه پښی په A او B کي پری یا غوڅی کړي او له .

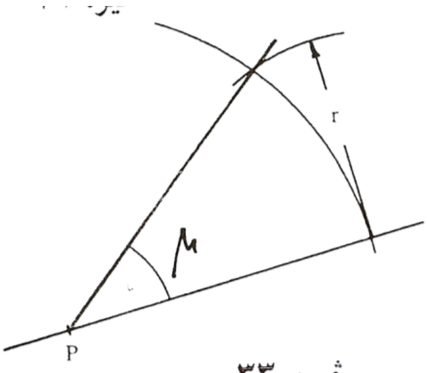


ځیره ۳۲

دې وروسته د ځرښوونکي په همدې بیرته والي یا وازون د A او B ټکو ځخه ګردیلیندی وکاږی، اوس د S ځخه د C او D په لور وړانګی وکاږی، دا دوه وړانګی دا ولاړ– یا نیغکونج درې مساوي ټوټی کوي یا په درې برابو برخو ویشي.

یادونه : هر د خوښی کونج په ځرخی او کرښي باندې په درې مساوي برخو نه

(c) ketabton.com: The Digital Library

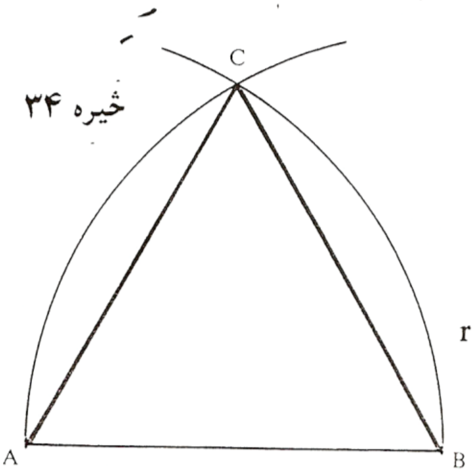


خیره ۳۳

ویشل کیږي، ددې لپاره بیا الجبري مواد په کار دي.

۹ – د μ کونج په یوه ټکي P

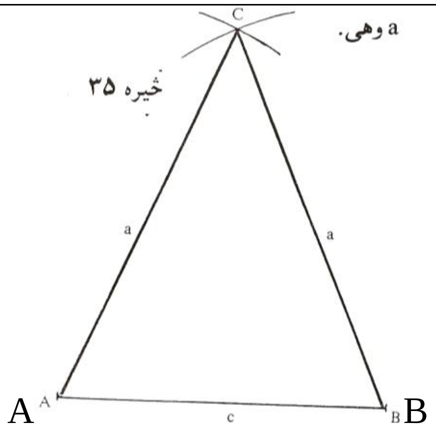
وغزوئ، د ورکړشوي کو نج په ککره S باندې یو ګردیلینده ووهي چې پښې یې په A او B کې پرې کړي، بیا نو په همغه ګردۍ ووهئ چې څرخې د |AB| په اندازه وي. اوس نو دا پریتکی د P سره وتړئ.



خیره ۳۴

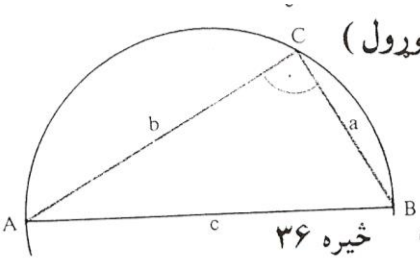
۱۰ – د مساوي اړخیز درېګوټي

کښل: په A او B باندې یوه ګردیلینده ووهئ چې وړانګه یې r = |AB| وي ، چې یو بل په ټکي C کې پرې کړي.

 a وهي. خیره ۳۵	بیانوC دA او B سره ونښلوو، دا لاس ته راغلی درېګوټی مساوي اړخونه لري. په همدې ډول مساوي پښیز درېګوټی انځوریږي، د ورکړشوي بسټ AB=c سره. په A او B یوه یوه پښه وه,

(c) ketabton.com: The Digital Library

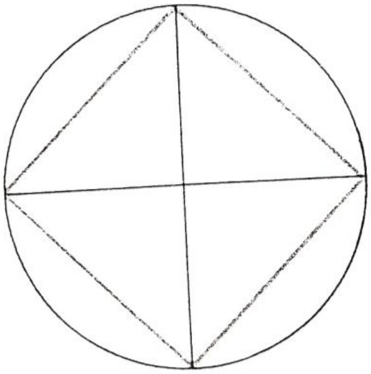
۱۱ – د ولاړکونجيز درېګوړي کښل(جوړول)



هر درېګوړی چي اوږد اړخ يې د يوه ګردي قطر وي، ولاړکونجيز درېګوړی دی.

(د تالس (Thales) جمله ودرسته راځي

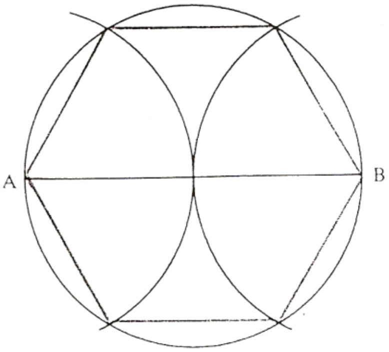
خيره ۳۶



خيره ۳۷

۱۲ – په ګردۍ کی د يوې مربع کښل

د ګردۍ په منځټکي باندې لکه په (۲) کی دوه يو په بل ولاړ نيمي (قطرونه) وکاږی او هغه ټکي چی ګردۍ پرې کړی سره ونښلوی.

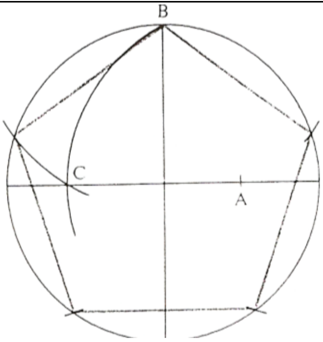


۱۳ – په يوې ورکړ شوې ګردۍ کی دمنظم پنځه ګوډی کښل:

د ګردۍ وړانګه په A کی نيمه کړی ، له A څخه کرښه AB تر C وکاږی، |BC| د پنځه ګوډي د اړخ اوږدوالی دی.

(ځيره ۳۹)

خيره ۳۸

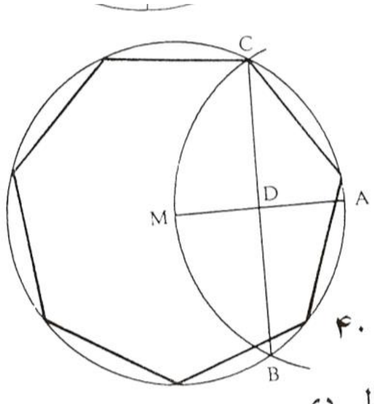


۱۴ – په ګرۍ کې د منظمم درېګوډي کښل:

د نيمي يا قطر اخرني ټکو څخه د ګردۍ وړا نګې په اندازه ګردۍ لينده ووهۍ. د دې ټکو چې ګردۍ پرې کوييوځای کول منظم شپږګوډۍ چوړوي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

۱۵ – د مساوي اوه گړي

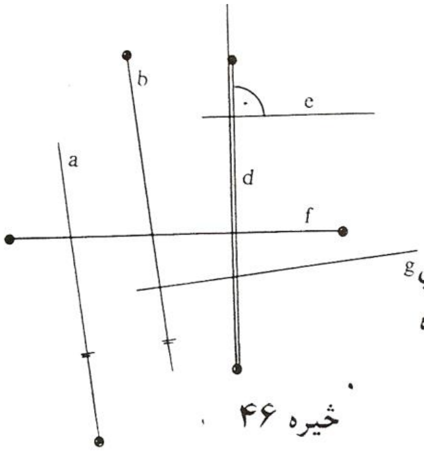


شیره ۴۰

جوړول یا کښل:

د ورکړ شوې گردي دنیمي اخر ټکی A
څخه دAM وړانګه په اندازه گردیلینده
ووهی چی گردی په B او C کي پرې
کوي. د BC کرښه د AM وړانګه
په D کي په ولاړکونجي غوڅوي،
پس |BD| د مساوي اوه گړيز د اړخ اوږدوالی دی.

تمرینونه



شیره ۴۶

۱ – په ډیري ژبه باندې یی افاده کړی:

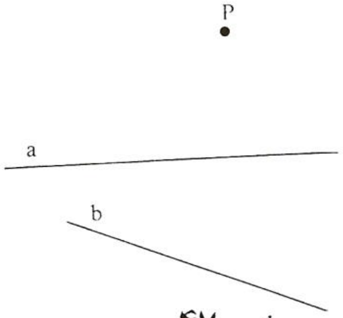
الف – ټکی A په کرښه g پروت دی.

ب – کرښه g د ټکو A او B ترمنځ څغلي

پ – کرښه AB په ناپای کرښه g پرته ده

ت – ټکی C په کرښه . چی له A وبه B
ته څغلي، پروت دی،

۲ – په شیره ۴۶ کی څومره ناپاي کرښی،
کرښی او وړانګي پرتی دي؟



شیره ۴۷

۳ – کومی کرښی غبرگي، او کومی یو په بل
ولاړې پرتی دي؟ دا په سمبولو
وکاروی (شیره ۴۷)

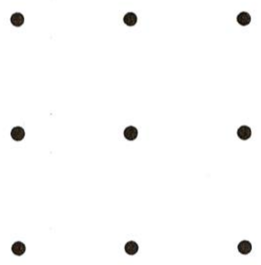
۴ – هرې کرښي ته جوړ کړی :

الف – یوه ولاړه

ب – په ورکړشوي ټکي کی یوه غبرگه
(شیره ۴۸)

۵ – د اسمان کومی لورې یو په بل ولاړې دي؟

۶ – داسي کرښه لار (چې یو بل سره تړلي وي) وباسی، چې له ټولو په ځیره ۴۹ کی ورکړ شووټکو تیریږي. دا کرښو تلنه یا کرښو.



ځیره ۴۸

خوزیدنه یا تلنه (حرکت)

د یوې هوارې په خپل ځان یویواځنی ځیرونه تلنه یا خوزیدنه (حرکت) بلل کیږي او په φ ښوول کیږي، که چیرې دا لاندې خویونه ولري:

۱ – د یوې هندسي ځیرې (کرښی، هوارې ، وړانګی ناپایکرښی، نیمهوارې) ځیره ډیري لاندې، یوه هغه هندسي ځیره پوهیږو، د کومی چې په غوښتونکی ځیره ډیري ژیکرښی پیلټکي ، پایټکي په ژیکرښی ، پیلټکي ، پایټکي باندې ځیره شي.

۲ – که f_1 او f_2 دوه جنډې وي ، ~~نو ټیك یوه تلنه شته~~ نو ټیك یوه تلنه φ شته، د $\varphi(f_1) = f_2$ سره.

۳ – که A او B دوه په خوښه ټکي وي، نو یوه تلنه φ شته د $\varphi(A)=B$ او $\varphi(B)=A$ سره

۴ – که p او q دوه وړانګي وي ، د ګډ پیلټکي سره ، نو یوه تلنه φ شته د $\varphi(p)=q$ او $\varphi(q)=p$ سره.

۵ – د تلنو یا خوزیدنو ډیری، د یو په بل پسی ځیرونو ته یو ګروپ جوړوي (د الجبر برخه یا د لیکوال الجبر کتاب دې وکتل شي)

د تلنویا خوزیدنو (حرکت) ځانګړې ډولونه دي :

(c) ketabton.com: The Digital Library

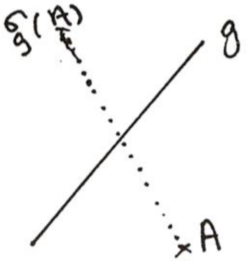
– راکښنه ، چی د τ سره یی ښایو
– ایینونه یا هندارونه، چی د σ سره ښایو
– څرخون چی د ρ سره یی ښایو
که یو ټکی همداسی یوه کرښه ، چی په خپل ځان څیره شي ، نودا ودې څیرونی ته

یا نسبت ودې څیرونی ته فیکسټکی ځای په ځای ټکی او همداسی فیکس کرښه یا ځای په ځای کرښه بلل کیږي.
راکښنه τ یوه تلنه یا خوزیدنه ده د لاندې ځانګړو خویونو سره

تلنه ۱ (V) : د یوې په خوښه کرښی څیره و هغي کرښی ته غبرګه کرښه ده.
تلنه ۲ (V) : که څیرونه کټمټ څیرونه نه وي، نو هر څیره ټکی د خپل اصل ټکي څخه توپیر لري .

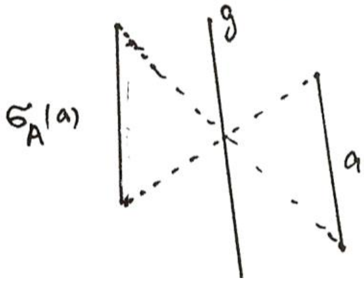
اینونه یا هندارونه . د اینونی دوه ډولونه موجود دي:

لمړی : ایینونه σ_g په یوه کرښه g ، چی کرښ ایینونه ورته ویل کیږي، یوه تلنه ده، د لاندې خویونو سره



س ۱ : دکرښی g هر ټکی فیکسټکی یا په خپلځان څیره ټکی دی ، له دې سره کرښه یوه فکسکرښه ده.
س ۲ : دواړه د کرښی g وازې هوارې یو له بل سره بدلیدلی شي.
څیره ۵۲

دوم: ایینونه σ_A په په یوه ټکی ، چی ټکی ایینونه بلل کیږي، یوه تلنه ده ، د لاندې خویونو سره : (څیره ۵۲)

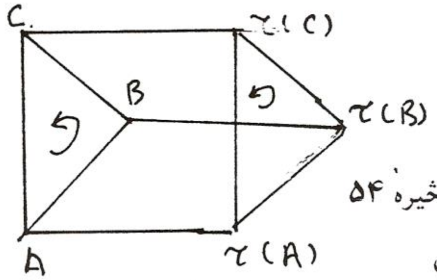


پ ۱ : هره کرښه چی له A تیریږي په خپل ځان داسی څیره کیږي، چی دواړه له A پیداشوې وړانګي یو له بل سره بدلی شي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ ۲ : هره کرښه و دې کرښې ته غبرګې کرښې باندې خیره کیږي. (خیره ۵۴)

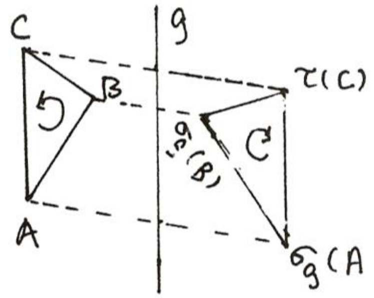
خیره ۵۳



لوریزه تلنه یا خوزیدنه:

یوه تلنه φ همغه لوریزه ده ، ټیك هلته یا هلته او هلته، کله چې هره خیره F د φ(F) سره همغه لور ولري یا مساوي لوریز وي.

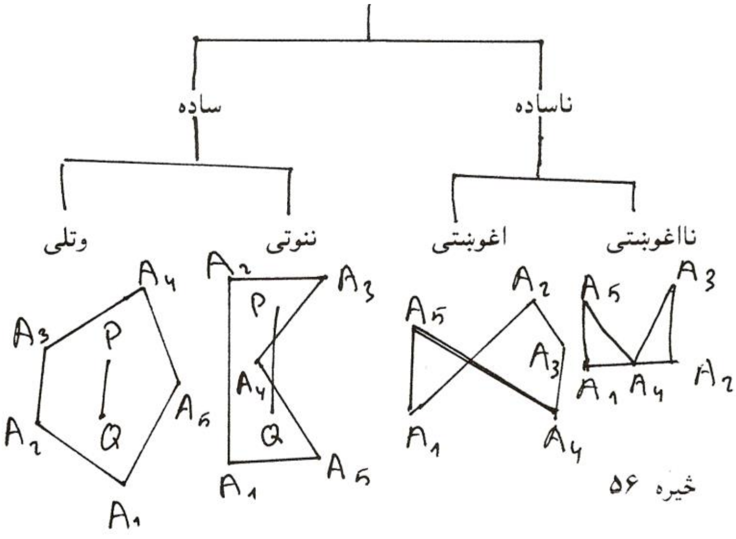
خیره ۵۴



یوه تلنه φ همغه لوریز نه یا نامساویلوریز ده، ټیك هلته یا هلته او هلته، کله چې هره خیره F و φ(F) ته مخامخ یا په څټ لوریز وي.

خیره ۵۵

ډېرګوډیز (د بیلګې په توګه پنځه ګوډیز)

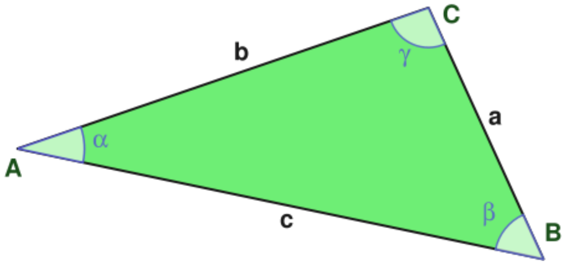


خیره ۵۶

(c) ketabton.com: The Digital Library

يو وتلى $n-$ کوډی منظم بلل کيږي، که د اړخونو اوږدوالی يې برابر وي او دننه کونجنونه يې مساوي يا برابر لوي وي.

درېکوډی (درېکوټی، مثلث)

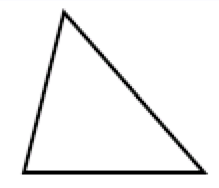
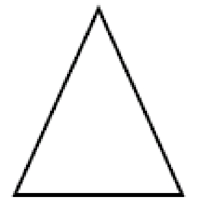
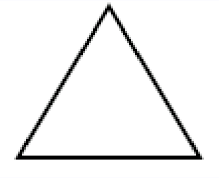
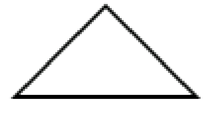
دا چې د دوه ټکو ترمنځ تل يوائی يوه کرښه انځوريدلی شي، نو د يوه شکل لپاره کم له کمه درې ټکی په کار دي، په داسی ډول چې دا ټکي په يوه کرښه نه وي پراته. دا اوس هم په همغه هواره پراته دي. که دا ټکی د خيرې د کوډټکو په خير ونيول شي، نو درېکوډی لا سته راځي٠ کرښي، چې درېکوډی په کې راګير دی يا درېکوډی جوړوي د درېکوډي اړخونه يا هغه عربي يې ضلع بولو٠	 کورو، چې کوجونه الفا ، بيتا او ګاما دي او اړخونه a,b او c دي. په خيره کې کوډونه په لويو تورو سره په نخښنه کيږي يانی A,B او C کوډونه دي٠

ولې درېکوډی ؟

موږ وايو، چې سپين مې د برګ د کور د کوډ سره وليد، يا د برګ د پټي يو کوډ اوبو وړی، په يوه خيره کې يا يوه جوړښت کې دننه د دوه کرښو غوځی کونج بولو او دباندنی کوډ ٠ کندهاريان وايی کوټ٠ دا پروا نه لري، که څوک يې کوډ ، کوټ او که کونج بولی يانی درېکوډی، درېکوټی او که درېکونجی بولي ، خو ماته يې درېکوډی نوم ښه برېښي٠ پام دې وي، چې له ما څخه دا نوم درېکوډی نومول شوی، دا څيره ده نارينه نه ده، نو له دې امله به ښه وي، که درېکوډی وبللشي، نوره يې د ګرانو هيوادوالو او د ځککچپو هني مينه والو خوښه٠

د درېکوډيو مختلف ډولونه يا تيوپونه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

	نامنظم کونجونه او اړخونه يې برابر نه دي.	برابرپښيز دوه اړخونه او دوه کونجونه يې برابردي.	برابراړخيز ټول اړخونه او کونجونه يې برابردي.
تيره کونجيز- درېګوډي **ټول کونجونه يې تيره دي ياني له ۹۰ درجو کوچني دي <90°.**			
ولاړکونجيز درېګوډی، يو کونج يې ولاړکونج دی			
پڅکونجيز درېګوډی **يو کونج يې پڅ دی ياني له ۹۰ درجې لوي دی.(>90°)**			

د کونجونو الفا ، بیتا او ګاما (α,β,γ) او اړخونو a,b,cله مخې د درېګوډيو مختلف تیوپونه سره بېليدی شي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

په پورته ځیرو کې پورته ښی لور ته درېګوډي همغه رسم شوي، خو دا یو دې د بل سره برابر پام کې ونه نیول شي، یانی د یوه درېګوډي پښی دی نابرابرې وي۰ تیره کونجیز درېګوډی، چې دریواړه کونجونه توپیر لري، درې برابرکونجونه لري ، دوه کوجونه یې سره برابر وي، ولاړکونیز، پڅکونجیز، دا هم د برابرو او نا برابرو کونجونو سره ۰ هغه درېګوډی، چې دوه کوجونه یې سره برابر دي، اړخونه یې هم برابر دي او د برابرو کونجونو په مخامخ برابر اړخونه پراته دي۰ دا لاندي ښه ځیړل شوي دي، د ځیرو سرهږ

د درېګوډي یو له بل بیل ډولونه

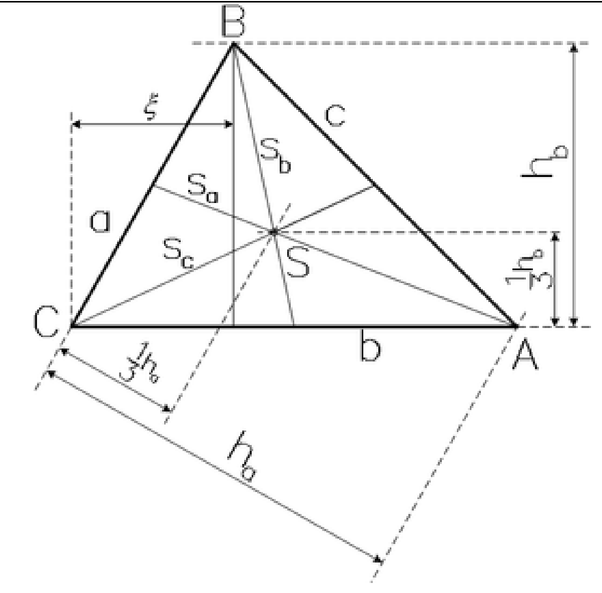
د دریګوډي د پام وړ ټکی

- د دریګوډي هر درې یوډوله کرښی ، یو بل په یوه ټکی کی پرې کوي

- اړخنیمی په S کی

- د کونجنیمی یا نیموونکی په W کی-

- اړخنیمی د منځ ولاړې (کرښی) په M کی: دا هغه کرښه ده، چې د دېګوډی د اړخ په منځ ولاړه ده، چې موږ یې منځولاړه بولو

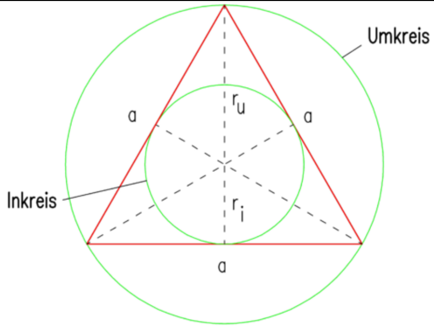
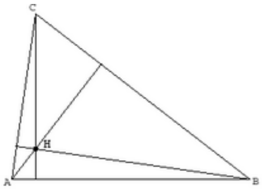
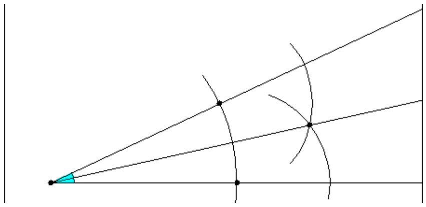
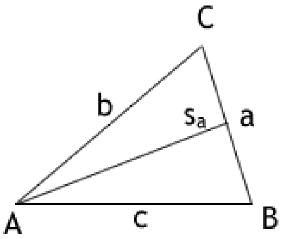
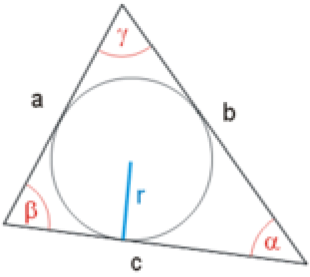
<table>
<tr>
<td>
</td>
<td>-. جګکرښی یا جګي په H کی

دا ټکی د یوه دریګوډي د پام وړ ټکی دي - :

له دوي څخه S دروندټکی(د ثقلمرکز)

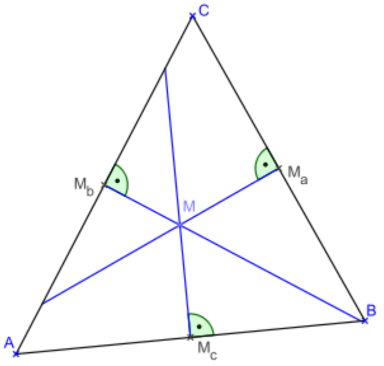
له دوي څخه W د دننه ګردۍ منځ ټکوړانګه او M د دباندې یا راګردې ګردۍ یا نوره هم ښه خورا ښه او مناسبه نوم یې چاپیریالګردۍ منځ ټکی دی (وړانګه) r ، د چاپیریالګردۍ منځټکی</td>
</tr>
</table>

(c) ketabton.com: The Digital Library

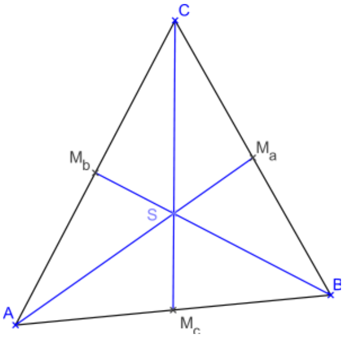
دلته هڅیرو، چې څیرې راوړو، د څیرنې سره یې : اي ىدرګـيدنوخ Inkrei Umkreis دهراتاو-يا په راتاوګردى	
په لاندې څیره کې جګې کرښې وینو. دا هغه کرښې دج، چې را په ګوته کوي، چې اړخ د کونې سره کوم جګی لري او دا کر په یوه ټکی کې غوځوي.	
په مخامخ څیره کې کونجنیمی ګورو او وینو، چې څنګه کښل یا رسم کیږي.	
په مخامخ څیره اړخنیمی کتل کیږي. دا هغه کرښه ده، چې له کونج څخه اړخ نیمی.	
په مخامخ په درېکوډی کې د خوندي ګردی منځټکی د وړانګی سره کتل کیږي.	

(c) ketabton.com: The Digital Library

لاندې څېره په درېګوټي کې په منځولاړې
ګرښې په ګوته کويو چې پّ لږونده ټکي
کې سره غوڅوي

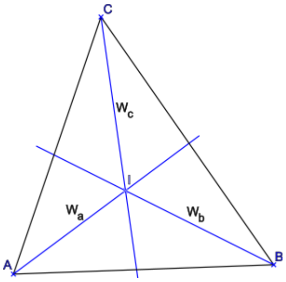


په لاندې مخامخ دريګوټي کې درې
اړخنيمى ورکړ شوي،چې ټه يوه ټکي کې
سره غوڅوي

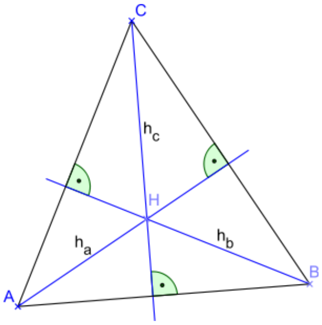


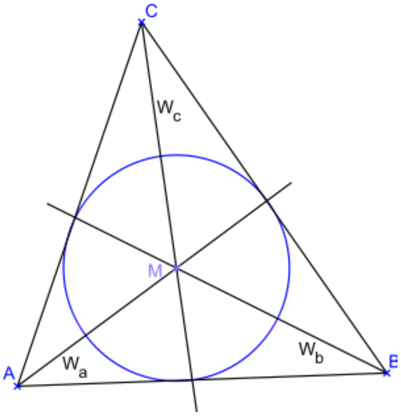
په مخامخ څېره کې ګوروړ چې کونجنيمى
ی خونديګردی منځټني کې سره غوڅوي

په لاندې درېګوټي کې دې کونخنيمۍ ديو
جې په يوه ټکي سه پرې کوي

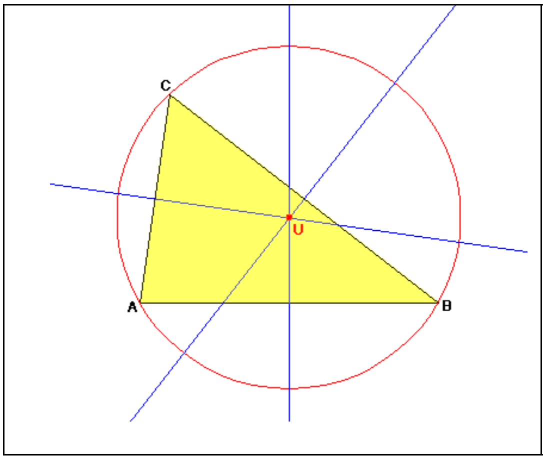


په لاندې څېره کې د درېګوټي درې جګي
ورکړ شويو چې په يوه ټکي کې سره
غوڅوي

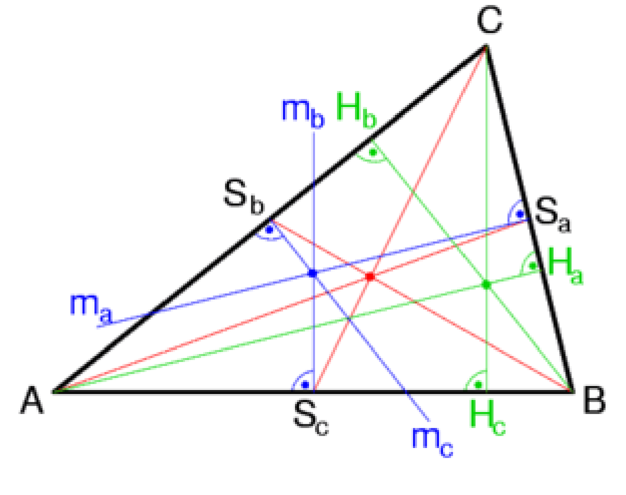




(c) ketabton.com: The Digital Library



په مخامخ ځيره کې د درېکوډی منځولاړې ګورو چې غوښتککی بې ی راتاوګردی منځټکي دی



په مخامخ ځيره کې هغه اړخنيمی، چې په اړخ ولاړې دي کټل کيږي، په اړخنيمی ولاړې، جګی او اړخنيمی کټل کيږي، چې درېواړه په يوه کرښه پرتي دي ٠

د جګو غوښتکی (شين)، راتاوګردی منځټکی(اسماني يا زرغون)، دروندټکی(سور) په يوه کرښه پراته دي.

د درېکوډيو جوړيد امکانات يا شونتوب: درېکوډي يواځنی جوړيږي (همدا يو درېکوډی او بل، چې له دې درېکوډي توپير ولري نه شي جوړيدی) ،

-که د دريګوډيو درېواړه اړخونه ورکړ شوي وي،

-يا دوه اړخونه او له دې اړخونو بند کونج يا

- يو اړخ او ددې اړخ په دواړو سرونو يا اخرونو کونجونه وپيژنو

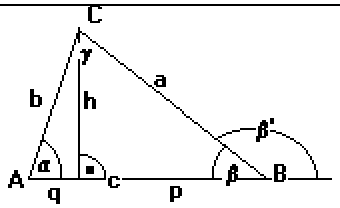
(c) ketabton.com: The Digital Library

یا په همدې ډول هغه دریګوډی، چی دوه اړخونه او د لوي اړخ مخامخ کونج یی پیژندل شوی وي. د کونګروا ینځ جملو کی یی بیلګي راځي .

د دریګوډي پیژندنه لنډ: یو n - ګوډی، چی n=3 وي، دری ګوډی بلل کیږي .

په درېګوډي کی جملی:

په عمومي ډول لاندې جملی باوري یا معتبرې دي چی بي له ثبوته دلته راوړل کیږي.

	۱ - د کونجزیاتون جمله : په درېګوډي کی ټول کونجونه 180° لري °180 = □ + □ + □ په مخامخ څیره ګي β' د β ګاونډی کونج دئ

۲ - د دباندني کو نج جمله: دباندی کونج د ناګاونډیو کونجونو زیاتون یا مجموعی سره مساوي دی،له دې امله د درېګوډي د دباندنیو کونجونو زیاتون 360° لري:

یادونه : ګران د ځمککچ مینه وال دې دا څیره له پ ورتہ ه ځ برې څخه پوره کړي ۰:

۳ – درېګوډي نامساوات یا دریګوډي نابرابرونو نه:

په هر درېګوډي کی د دوه اړخونو اوږدوالی زیاتون د دریم اړخ اوږدوالی څخه لوي دئ

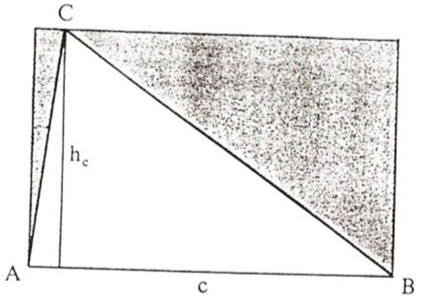
$$a + b > c \;;\quad a + c > b \;;\; b + c > a$$

۳ الف-د هر دریګوډي دوه اړخونو اوږدوالي مطلقه ارزښت کمون، توپیر یا فرق د دریم اړخ اوږدوالی همغه- یامطلقه ارښت څخه کوچنی دئ

$$|a - b| < c \;;\qquad |a - c| < b \;;\quad |b - c| < a$$

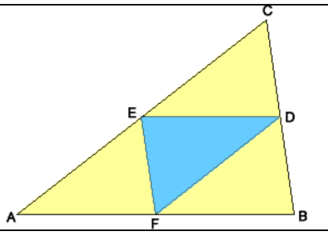
۴ - د درېګوډي چاپیرـال د دریواړو اړخونو زیاتون دئ $U = a + b + c$

(c) ketabton.com: The Digital Library

	۵ - د درېګوډی منځهواره (د هواري دننه) لنډ : هواره (، د يوه اړخ اوږدوالی او په هغی کښلی (نيغ) ولاړ جګوالی(لنډ: جګوالي) د ځل نيمايي دی F =a.ha/2 = b.hb/2=c.hc/2

د ښووني لپاره يي د يوه لنډ چل ځخه کار اخلو: موږ درېګوډی د جګکرښي په اوږدو باندې په دوه ولاړکونجيو غوځوو او د درېګوډي په اړخ يی ځيره باسو، په دې ډول دوه ولاړکونجيز دريګوډي منځ ته راځی، چی د هغی ټوله هواره، د غوښتونکي درېګوډي هوارې دوه برابره ده.

دا له پورته ځيرې ځخه هم ځرګنديږي.

	۶ - د درېګوډي اړخونو نيمايي هغه منځنی درېګوډی جوړوي، د کوم اړخونه چی نيمايي دومره اوږده وي لکه د پيل شوي درېګوډي(د و ړانګي جمله دي وکتل شي

ګورو چی د يوه دريګوډي جګی تل ځرګند نه دی. مګر دا چی د يوه جګي له لارې يو دريګوډی په دوه برخو ويشل کيږي، چی په دې ډل دوه ولاړکونجيز دريګوډي ترې منځ ته راځي، چی دا جګی بيا د پيتاګوراس له لارې -جملی چی وروسته راځي - او يا د تريګونومتري يا کونجکچ متودو يا لارو له لارې ، چی هغه وروسته ځيرل کيږي، لاس ته راوړی شو .

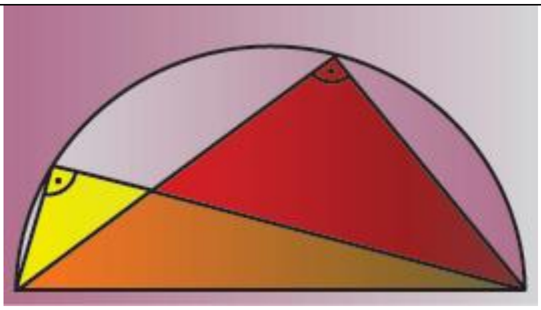
	د تالس جملهSatz des Thales: که AB د يوې ګردی(دايرې) يوه نيمی (قطر) وي او C په دې ګردی پروت وي، نو درېګوډي

(c) ketabton.com: The Digital Library

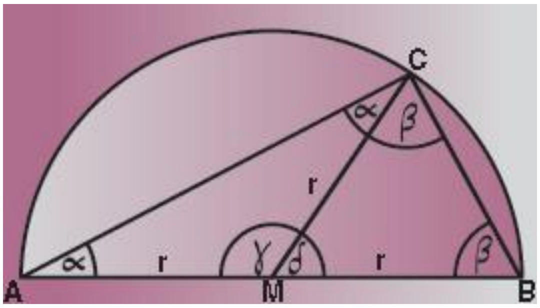
ABC په C کې ولاړکونجيز دی٠

د دې جملې په خټ يا برعکس دی:

که چيرې درېګوډي ABC په C کې ولاړکونجيز وي، نو C په ګردی پرته ده د نيمې AB سره



د جملې د ښووني لپاره: دا برخه دې دا دلته د ښوونځي شاګردانو لپاره نه وي٠



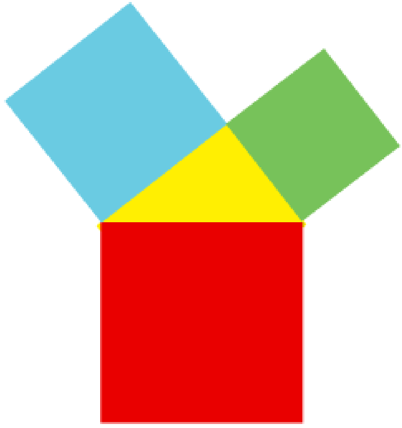
$$\alpha + \beta + (\alpha + \beta) = 180^\circ$$

$$2\alpha + 2\beta = 180^\circ$$

له دې لاس ته راځي

$$\alpha + \beta = 90^\circ$$

د پيتاګوراس (فيثاغورث Satz des Pythagoras)



په يوه ولاړکونيجز درېګوډي کې ، چې کاتيتونه يا ولاړ اړخونه يې a او b وي، د هيپوتينوزی يا اوږد اړخ يې c سره پخ نخښنه ګوو , باور لري

$a^2+b^2=c^2$

د دې جملې په خټ يا برعکس

که د يوه درېګوډي ABC د اړخونو a, b, cلپاره باور ولري

$$a^2+b^2=c^2. F = \frac{b}{2}\sqrt{a^2 - \frac{b^2}{4}} = b.\frac{h_b}{2}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

نو دا درېګوډي په C کي ولاړکونجيز دی يا د پيتاګوارس جمله وايي، چې په يوه ولاړکونجيز درېګوډي کې د هيپوتينيوز(لوي اړخ) ځلوری يا مربع د کاتيتونو(ولاړ اړخونو) د ځلوريو يا مربعګانو د زياتون سره برابره ده.

ولاړکونجيز درېګوډی يو ولاړ کونج لري ياني ۹۰ درجې کونج

د درېګوډی اوږد اړخ د لوی کونج مخامخ پروت دی ، چې هيپوتينوز *Hypotenuse* يا لوی اړخ بلل کيږي

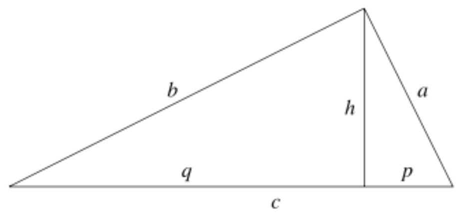
نور دوه اړخونه کاتيتونه *Katheten* يا ولاړ اړخونه بلل کيږي٠

لاندې جملې ښايو:

دا جملې ټولې يوځاي راوړل شوي

جمله : ولاړ کونجيز درېګوډی $a + b + c = U$

$a.b / 2 = c . hc / 2 = F$

	$c^2 = a^2 + b^2$	د پيتاګوراس جمله
	$a^2 = c \cdot p$	د اويکليد د کاتيتونويا ولاړ اړخونو جمله
	$b^2 = c \cdot q$	
	$c = p + q$	
	$h^2 = p \cdot q$	د اويکليد د جګيو جمله

(c) ketabton.com: The Digital Library

جمله : برابر- یا مساوي پښیز درېګوډی جګی

$$h = \sqrt{a^2 - \frac{b^2}{4}}$$

$$U = 2a + b$$

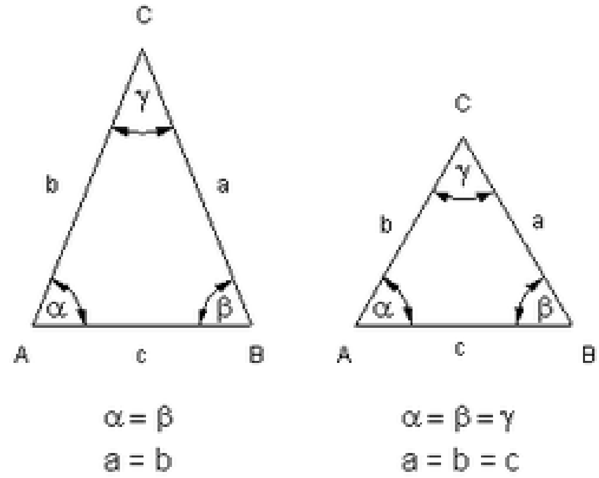
$$F = \frac{b}{2}\sqrt{a^2 - \frac{b^2}{4}} = b.\frac{h_b}{2}$$

ځکه چی $h = \sqrt{a^2 - \frac{b^2}{4}}$ (د پیتاګوراس جملی له مخی(پیتاګوراس جمله وګوری)

جمله : برابر اړخیز درېګوډی :

د یوه برابر اړخیز درېګوډي ټول دري آړخونه برابر دي، دنني کونج ونه برابر لوي دي، له دې امله برابر اړخیز درېګوډي منظمو پولیګونونو پورې اړه لري۰) پولیګون لاتین ډیرکوډیز (Polygonen).

د برابر اړخیز درېګوډي هر کونج ٦٠ درجي دی۰ برابر اړخیز درېګوډي تره کونجیزو ډریوګوډیو په ډله کې دی، ځکه، چې ټول درېکونجونه له ۹۰ درجو کم دي
په دې برسیره یوه برابراړخیزه درېکوډیېوه برابرپښیزه درېکوډی هم ده۰
ټول برابراړخیزدرېکوډي یو بل ته ورته دی (وروسته راځی)

	په یوه برابراړخیز درېګوډي کی، د یوه اړخ کونجنیمی-، اړخنیمی-، په منځولاړې-اوجګی –یو په بل پریوځي۰ په ورته توګه دا د ضوندي ګردی دباندې ګردی او دروندټکی اړخ جګیو غوڅټکی لپاره هم په یوه برابراړخیز درېکوډي کې باور لري۰

(c) ketabton.com: The Digital Library

پورته خیره کې کیڼ لور ته برابر پېنيز - او ښي لور ته برابراړخيز درېګوڼۍ دی٠ هر برابر څه یې کښل شوي٠

د یوه برابراړخيز درېګوڼی، چې د اړخ اوږدوالی یې a دی، لپاره باور لري

$A = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$	Fläche *A* *هواره يا سطحه*
$h = \frac{\sqrt{3}}{2} a$	*جګوالی*Höhe *h*
$r = \frac{\sqrt{3}}{3} a = \frac{a}{\sqrt{3}}$	د چاپيريالګردی وړانګهUmkreisradius *r*
$\rho = \frac{\sqrt{3}}{6} a$	د خوندي ګردی وړانګهInkreisradius ρ
$u = 3 \cdot a$	*چاپيريال*Umfang *u*

د برابراړخيز درېګوډي خويونه دې ګران لوستونکي وښايي

د اويکليد د کاتيتونو يا ولاړ اړخونو جمله

دواړه سرې هوارې يو له بل سره او همداسې دوآړه شنې هوارې همغه منځهواره لري٠ يا په بل ډول : د سرو او شنو ولاړګوډيو هوارې يو له بل سره برابرې دي٠

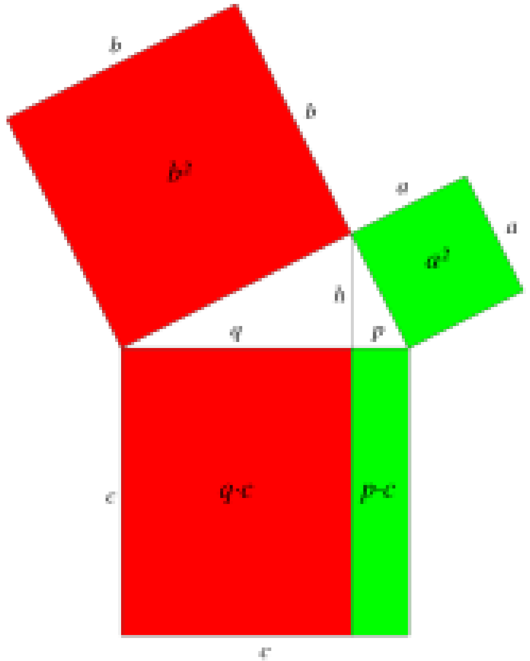
$a^2=pc$ او $b^2=qc$

(c) ketabton.com: The Digital Library

که a,b,c د ولاړکونجيز درېګوډي اړخونه وي، د هيپوتينوز c سره٠ که دا درېګوډې په جګي h په دوه برخو وويشل شي او p يې هيپوتيوز ټوټه په a ده او qهمداسي ټوټه ده په b، نو باور لري:

په aځلورى د p او cولاړکونجيز ځلورکوډي او په bځلورى د ولاړکونجيز ځلورګوډي، د اړخونو q او cسره هوار برابره ده ياني هوارې يا سطحی يې برابرې دي٠

لاندې ځيره دې وکتل شي٠ پام دې وي ، چې دا پورته ښونه او دا لاندی سره برابرې دي، خو يواځی ځيرې يې بدې دي، دوه ځله ښوونه پروا نه لري٠

	*فرمول يې :* $a^2 = p.c$ $b^2 = q.c$

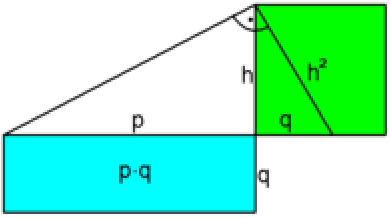
Kathetensatzد کاتيتيونو جمله:دواړه سرې هوارې همغه منځهواره لري او همداسې دواړه شنې هواري هم *د اړخ او ځلورى د فرمول په ځير په لاندې ډول دي*

$$a^2 = p \cdot c$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$b^2 = q \cdot c$$

د اویکلید جګجملهHöhensatz des Euklid

<table>
<tr>
<td>


</td>
<td>
$$h^2 = p \cdot q$$
د جګجملی د بیاتیوني ښوونه(دا لړ ستونځمنه ده، خو زما يي دا ځيره بدلون ښه راځی ګرانو لوستونکو ته په مینه وړاندې کيږي) :
</td>
</tr>
</table>

د جګجملی ښوونه : د پیتاګوراس له جملې $a^2 + b^2 = c^2$

او د بینوم له فرمول

$$(p + q)^2 = p^2 + 2pq + q^2$$

ځخه ښوونه لاس ته راځي

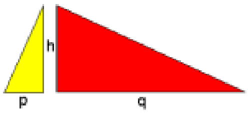
په دیاګرام کې درې درېګوډي لیدل کیږي، یو له اړخونو a,b,c, ، بل له اړخونو h,p,a او h,q,b. سره، د دې هریوه درېګوډي لپاره د پیتاګوراس جمله باور لري۰:

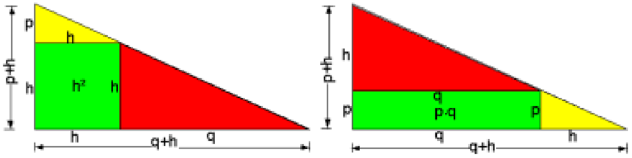
$$h^2 = p.q \Leftrightarrow q^2 = pq + q^2 + h^2$$

د پورته بیاتیوني له لارې ښوول کیږي۰

جیومتريکي ښوونه

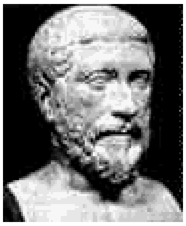
(c) ketabton.com: The Digital Library





دا ځیره دې ګران لوستونکی پام ته را وبولي، چې څنګه د ښووني کار مخ ته ځي

(تمرین)



د ساموس پیتاګوراس Pythagoras von Samos

تکرار: په ولاړکونجیز درېکودي کي د کاتیتونو(ولاړ اړخونو) د ځلوریو یا مربعګانو زیاتون د هیپوتینوز(اوږده اړخ) د ځلورئ سره برابر دئ٠

دا جمله د پیتاګواراس جملي ترنامه شهرت لري او د ساموس پیتاګوراس د ژوند سره برابر ځاي نیسي٠ لکه لاندې په ګوته کوي،چې دا انسان له دې خورا زیات وو٠

دا یو له مانا ډک انسان دئ»برتراند راسل « Bertrand Russell - ",,

دئ د جلبازو مشر دئ « هیراکلیت»Heraklit - ",,
Ludwig Börneلودویک بورني د هغۀ په هکله وایې« کله، چې هغه دا جمله پیداکړه، هغه د خدای په نامه سل سوخندر خیرات کړل٠ له هغې وروسته ټول سوخندر لړزیږي، ترهغې، چې نوي څه کشف شي »

(c) ketabton.com: The Digital Library

پيتاکوراس په570دزکال پخواپه جزيره ساموس کې پيداشوی .
پلارلر يې سامي زرګر منيسارښوس **Mnesarchos** دی

چې شل کلن وو د تالس **Thales** په ميلت Milet او انيکشيماندر کې يې زده کړې کولې

د پيتاګوراس ښوونه يا پوهنه Die Lehre Pythagoras

روح نه مري او ځاي بدلوي، داسې، چې له يوه ژوندي ځخه وبل ته ځي

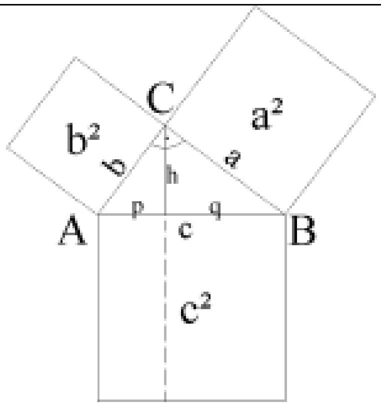
د پيتاګوراس جمله

په يوه ولاړ کونجيز درېګودي کې د کاتيډونو(ولاړو اړخونو) ځلوری زياتون د هيپوتيډنوز (اوږده اړخ)له ځلوری سره برابر دی

c^2	**=**	**$a^2 + b^2$**
(د کاتيتونو جمله) $p \cdot c$	=	b^2
$q \cdot c$	=	a^2
Kathetensatz کاتيت جمله د		
$p \cdot c + q \cdot c$	=	$a^2 + b^2$
$(c \cdot (p + q)$	=	$a^2 + b^2$

دپورته لپاره لاندې ځېره وګورى

(c) ketabton.com: The Digital Library

	د دې جملې د ښوونې لپاره له ۲۰۰ څخه زیاتې اوبیونې یا ښوونې (ثبوتونه) شته

پیلونې او ښوونې

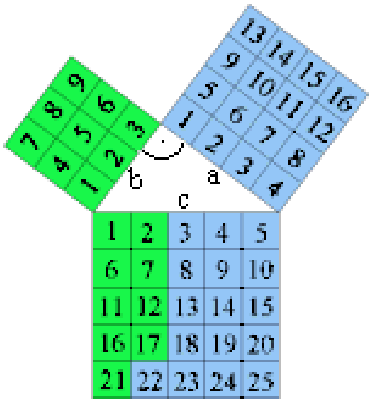
د یوونڅلوری یا یوون مربع څیره

یو ولاړ کونجیز درېګوډی لرو، چې اړخونه یې په لاندې ډول دي

(z.B. a= 3cm; b= 4cm; c= 5cm)

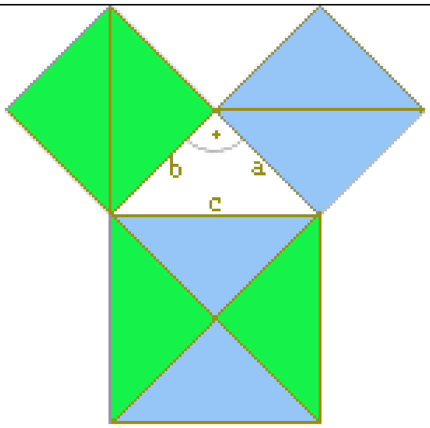
په هر اړخ څلوری جوړوو، لکه لاندې څېره

$25cm^2$	=	$9cm^2$	+	$16cm^2$
c^2	=	b^2	+	a^2

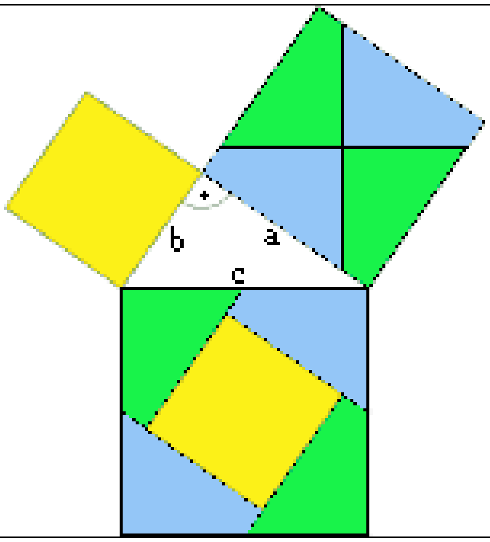


(c) ketabton.com: The Digital Library

په لاندې کې يو برابرپېنيز ولاړکونجيز درېګوډی لرو:

 	ولاړکونجيز برابربرپېنيز درجګوډی، چې اوږد اړخ يې دی (z.B. c=5cm). اړخونه a^2 او b^2 ګورو، نو کره به ورته وګورو، چې څه شوي ياني ځني څلوری نيمې شوي او ځنی بيا په څلور برخو ويشل شوي۰ که څير Jته وګورو، څه کره کولی شو؟

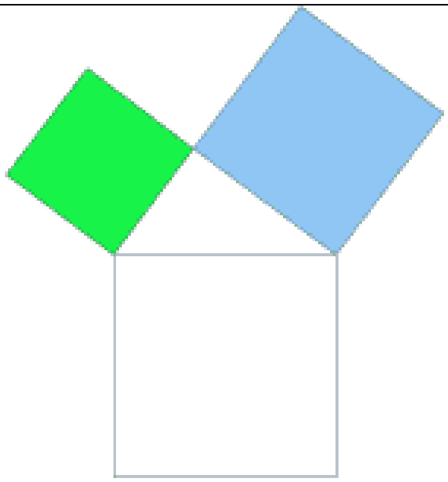
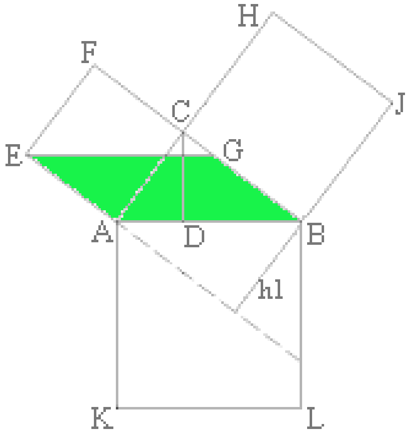
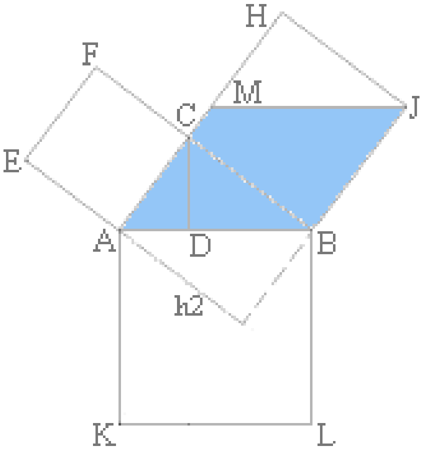
2.2 په خوښه ولاړګوډيز لرو

 	دا په خوښه ولاړکونجيز درېګوډی دی (z.B. c= 4,5cm) تالس ګردی د لويې کتيت څلری له منځ څخه لوي اړخ ته يوه غبرګهکرښه وکاږی او هيپوتينوز ته يوه ولآړه a^2 غوڅه کړي۰ ګران لوستونکي دې له څيرې څخه پخپلهپه ګوته کړي، چې د لوي اړخ څلوری د نورو اړونو د څلوريو سره برابره ده

3. د څيرې ځمککچيزه لارښودنه

د لوړو ګوډونو يا کاتيتونو څلوری په درېګوډي ABC کې دننه د غبرګ اړخيز په څېر غوڅ کړی

(c) ketabton.com: The Digital Library

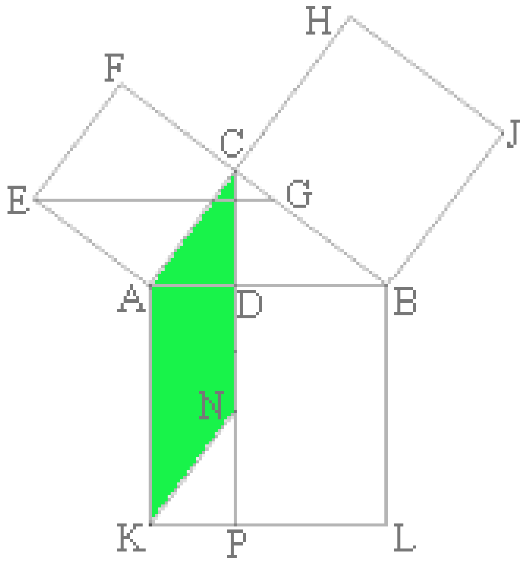
	غبرګ اړخیز د لوی اړخ څلوری(مربع) کډېکي باندې د هغې تر یوه اړخ پوری و څرخوی . غبرګ اړخیز (مایلګوډیز) یوه ولاړګوډیز په ډول د لوی اړخ مبع یا څلوری هوارې کې دننه بیاتي کړی
	بنوونه :الف : بیاتیونه: EACF = EABG . 1 ځکه, جي برابر بنستلاین EA او برابر حکی BJHC = BJMA . 2 ځکه،برابر بنستلاین BJ او برابر جګی(h) JHلري

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب . ثرخون : ۳ . EABG = AKNC

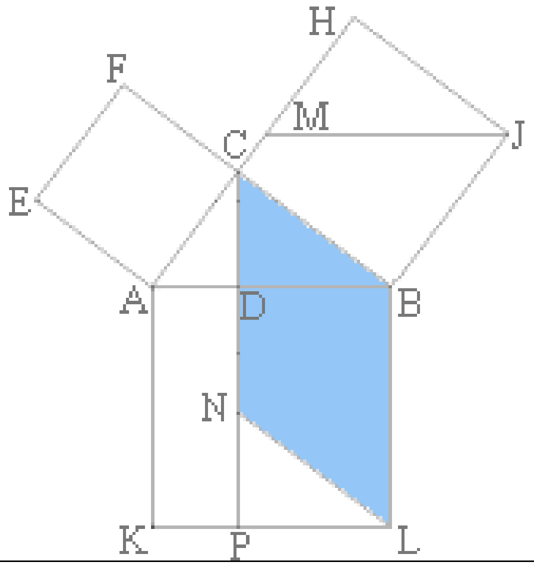
ځکه په A باندې EA = AC (د يوې ثلورى اړخونه)

AB = AK (ديوې ثلورى اړخونه)



۴ . BJMA = BCNL

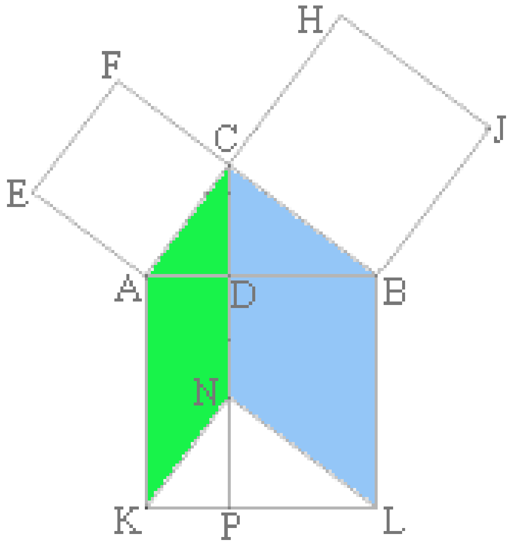
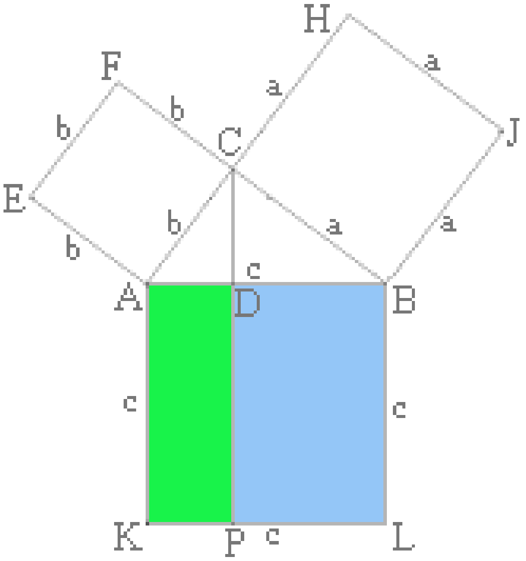
ځکه، چې په B باندې BJ = BC (د يوې ثلورىاړخ اوړوالی) BA = BL (د يوې ثلورى اړخونه)



پ . بياتيونه:

۵ . AKNC = AKPD ځکه، چې همغه بنستلايد AK شر ه نغه جګي KP لري

(c) ketabton.com: The Digital Library

	۶ . NLBC = DPLB ځکه،چې همغه بنسټلاین BL اوهمغه جګی PL لري د پورته دواړو لپاره لاندې څېره وګورئ
	له مخامخ څيرې لاس ته اځي $a^2 = c \cdot DB$ $b^2 = c \cdot AD$ له دې لاس ته راځي : $c.AD+c.DB=C^2$ $b^2+a^2 = C^2$

بیاتیونه پیل(لاندې څیره)

۱ - په هر دې اته دريګوډيو ځلوری داسي کيږدئ،جي برابر اوږده اړخونه يو په بل پريوزي، لکه چې ګور د يوې ځلورئ اړخونه د يوه دريکوډي داړخونو سره برابر دي .

(c) ketabton.com: The Digital Library

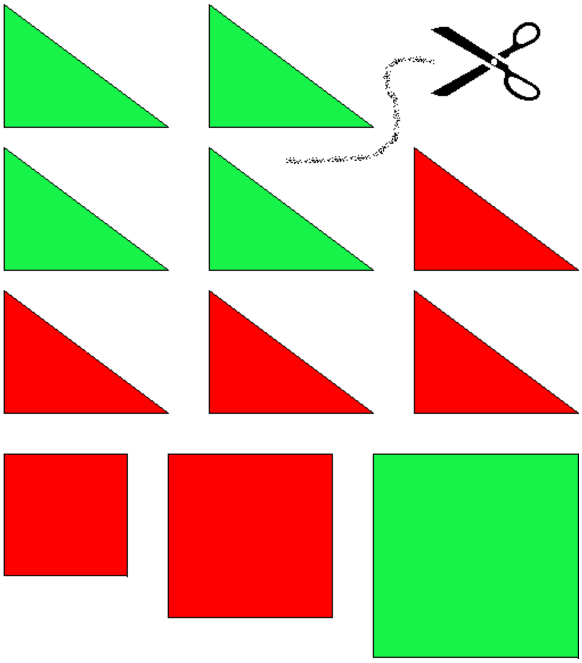
۲ - ټولې سرې څیرې (دوه ځلورۍ اوڅلور درېګوډي) داسې یوځای کیږدی، چې یوه لویه څلورۍ منځ ته راشي .

۳ - ټولې شنې څېرې (یوه څلورۍ او څلور درېګوډي) داسې یوځای کیږدی، جې یوه لویه څلورۍ منځ ته راشي.

۴ - ځان ته باور پیدا کړه،چې دواړه داسې منځ ته راغلې څلورۍ یو بل پټه وي.

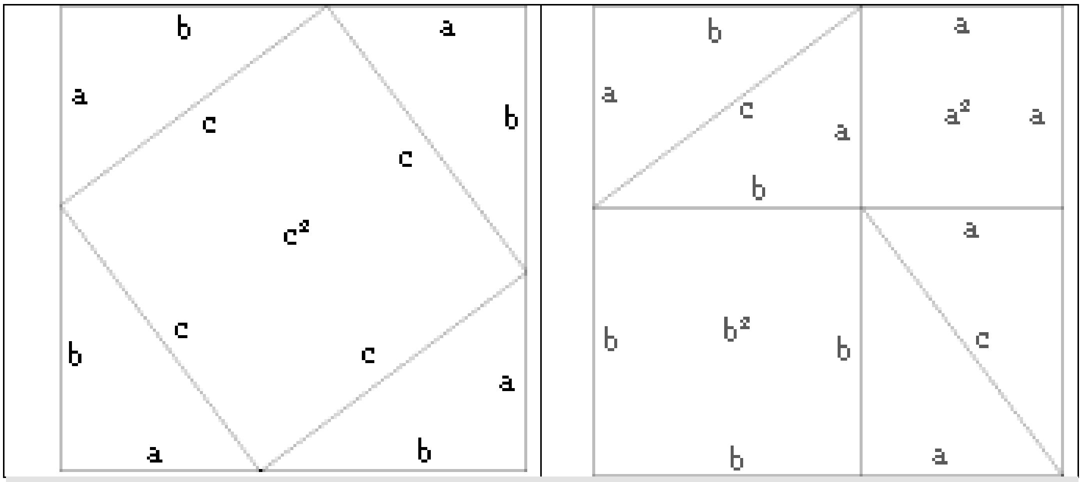
۵ - ټول درېکوډي لرې کړه، نو دا پاتې شنه څلورۍ، د هوارې یا سحې له مخې کوچنۍ یا برابره ده دې نورو دواړو سرو څلویو سره.

د ځواب لپاره دلایل راوړه!



۵. Berechnungsbeweisد شمیرلو ښوونه

(c) ketabton.com: The Digital Library



$4\cdot \frac{1}{2} \cdot a\cdot b + c^2$	=	$(a+b)^2$
$2ab + c^2$	=	$a^2 + 2ab + b^2$
c^2	=	$a^2 + b^2$

دا ځيرې دې د ځمککچپوهنې مينه والو ته وړاندې وي، كه وخت پيدا شو دا څه په منځ كې پاتې به هم وژباړل شي او ګرانو لوستونكو ته به وړاندې شي

لاندې ځيره كې د،پيتاګوراس ونه، ليدل كيږي

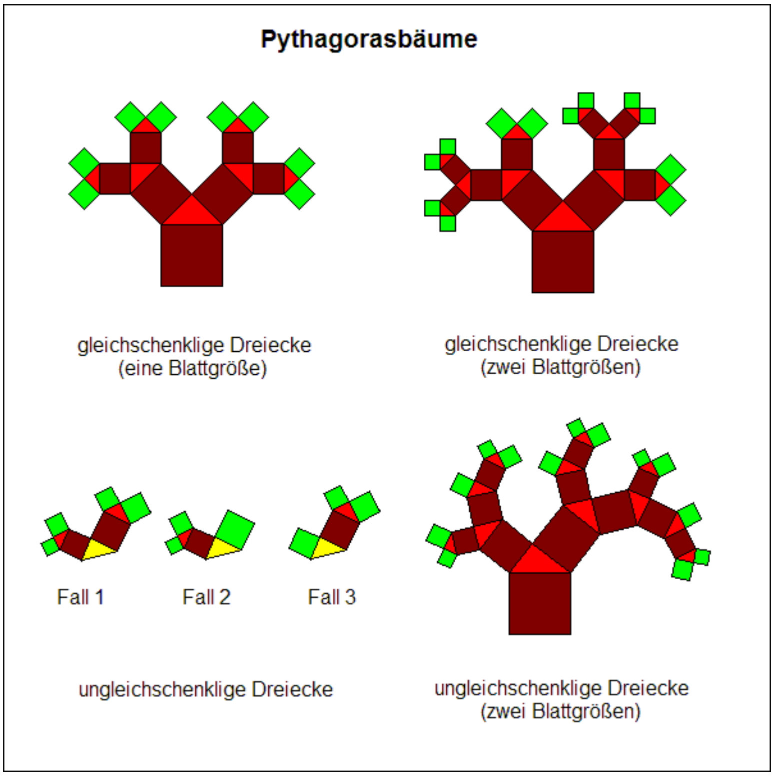
له كيڼ و ښي-، له پورته و كښته لور ته

برابرپښيز درېګوډى (يوه پاڼه لويوالى)

- برابرپښيزدرېګوډى(دوه پاڼې لويې)

حالت ۱ تر۳نابرابرپښيز درېګوډي- نابرابرپښيز دېګوډى(دوه پاڼې لويى)

(c) ketabton.com: The Digital Library



تمرینونه:

۱ – لاندې درېګوټي وکاږئ :

a) a = 4 cm ; b = 8 cm ; c = 9 cm

b) a = 8 cm; b = 8 cm ; ß = 50°

c) a = 8 cm ; ß = 40° ; γ = 50°

۲ – د هوارې فرمول په مرسته

وښایئ: چې د یوه درېګوټي خواوې یا اړخونه او ځګي ، یو له بل سره په ځت اړیکو یا ځانښونو یا تناسب پرتې وي.

۳ – درېګوټې د لاندې ورکړو سره کومه هواره لري

a) a = 7 cm ; h_a = m6 cm

b) c = 3 cm ; h_c = 5 cm

(c) ketabton.com: The Digital Library

c) $a = b = c = 6$ cm

d) $a = 10$ cm ; $\beta = 45°$; $\gamma = 90°$

۴ – د هوارې اندازولو بل امکانات داسی په نامه د هیرون لیما ورکوي(د سکندریي هیرون Hronsche Dreiecksformel). که دري اړخونه معلوم وي ، نو هواره له لاندې فرمول څخه ټاکل کیږي

$$F = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

د $s = U/2 = (a + b + + c)/2$ سره

د هوارې شمیرنی لپاره د په باندې ګردی همداسی دننه ګردیو وړانګو څخه هم کار اخستل کیدی شي.

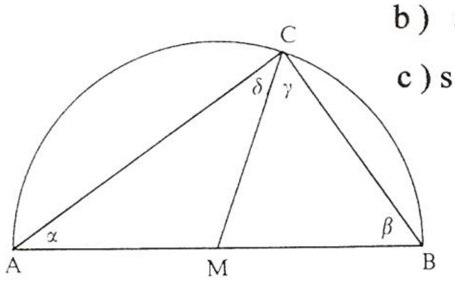
$$F = a.b.c / 4r = s.\rho = \rho.U/2 = \frac{\rho.U}{2}$$

دلته د دننه ګردی او r د دباندې ګردی وړانګی دي. لاندې ټولی پاتی یا نامعلومی لویي د ټولو دریګوډیو لپاره وټاکی :

a) $a = 3$ cm ; $b = 4$ cm ; $c = 5$ cm

b) $a = 5$ cm ; $b = 7$ cm ; $U = 20$ cm

c) $s = 17$ cm ; $= 5$ cm ;
$h_a = 13$ cm $= h_b$

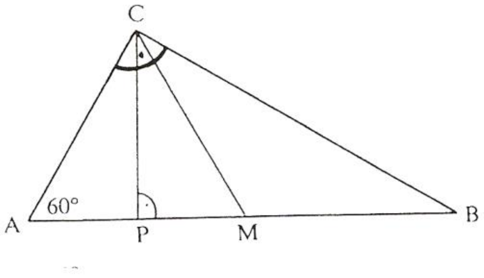


خیره ۸۲

۵ – د هندسی له لارې د لاندې خیرونو په مرسته د تالس جمله وښایی. (خیره۸۲)

(c) ketabton.com: The Digital Library

۶ – ځیره ۸۳ یو ولاړکونجیز دریګوړی
ښایي د کونج $= 90°$ سره، وښایي
چی کرښي $\overline{CP}$ او $\overline{CM}$ کونج په
دري مساوي برخو ویشي.



ځیره ۸۳

۷ – وي دې a,b,c د پیتاګوراس
(فیثاغورس) ګڼون دریګونی.
وښایي : (n>m)

a) $a = 2n + 1$; $b = 2n^2 + 2n$;

$c = 2n^2+2n+1$

b) $a = 2nm$; $b = n^2 - m^2$:

$c = n^2 + m^2$

۸ – د ولاړکونجیز دریګوړي پاتی برخی وښایی(ښوونه لکه په لیکنه کی):

a) $h = 4$ cm : $q = 5$ cm ;

b) h) 7 cm; $b = 10$ cm

c) $p = 4$ cm: $q = 12$ cm

۹ – د کانتی یا اړخ یا ژی a اوږدولای څخه د یوه مساوي اړخیز دریګوړي
جګوالی وښایی.

۱۰ – وښايي : په یوه مساوي اړخیز دریګوړي کی د دباندې ګردی
وړانګه $r = (a/3)\sqrt{3} = 2\rho$ ده او له دې سره سم د دننه ګردی وړانګه په
لاندې توګه ده: $\rho = (a/6)\sqrt{3} = r/2$.

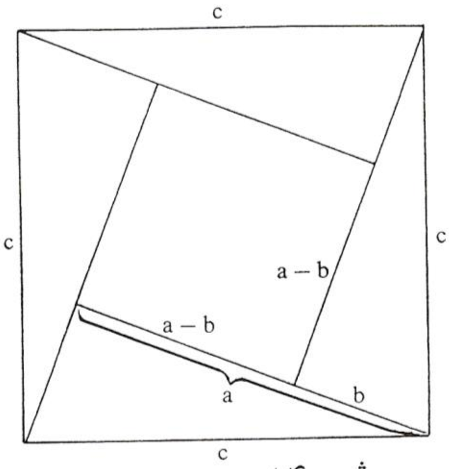
۱۱ – د ورکړشوي هوپوتینوزې سره د یوه ولاړکونجیز دریګوړي هواره کله خورا
لویه ده؟ دا په دې مانا چی بله له دې لویه هواره نه وي.

۱۲ – په یوه ولاړکونجیز دریګوړي کی یوه کانتی یا ژی ۳ سانتي متره اوږده ده،
بله نیمه دومره اوږده ده (x) ، لکه هیپتوینوزې (2x) نو x وشمیری.

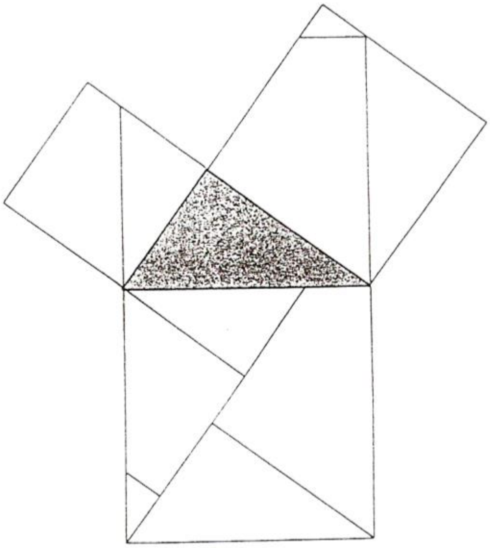
(c) ketabton.com: The Digital Library

۱۳ – د یوه ولاړکونجیز مساویپښیز دریکونجي هیپوتینوزې c = 10 cm ده،
کیدی شي له دې څخه د یوې پښې اودوالی وشمیرل شي؟

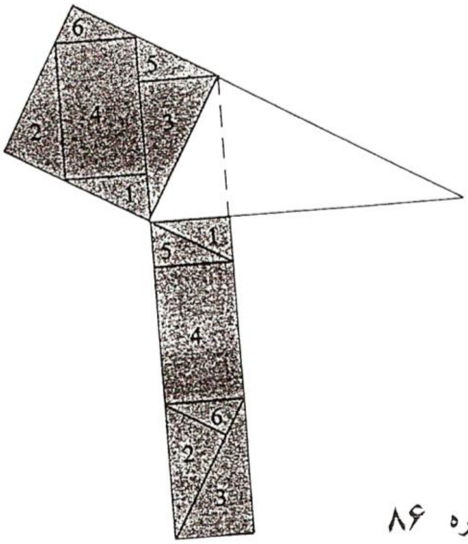
۱۴ – د لاندې څیرو په مرسته دې د پیتاګوراس درسي جمله وښوول شي:



څیره ۸۴



څیره ۸۵



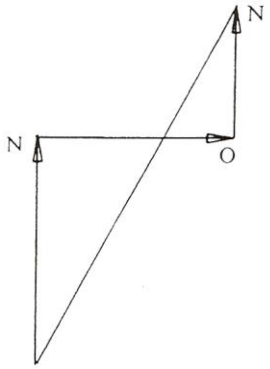
څیره ۸۶

۱۵ – د یوې مربع څخه چې د یوې کانتی یا ژۍ اوږدوالی یې ۵ سانتي متره وي، یو مساوي هواریز ولاړ– کونجي جوړ کړی، چې د یوې ژۍ یا اړخ اوږدوالی یي ۴ سانتي متره وي:

الف) د کاتیت له جملی سره

ب) د جګجملی سره.

(c) ketabton.com: The Digital Library



خیره ۸۷

۱۶ – د کاتیت جملی صدق د خیرونی په مرسته، د برخه هوارو د مساویوالی ښوونی له لارې وښايي« (خیره۸۶)

۱۷ – په برخه دریګوډیو MPC (خیره۸۷/) د پیتاګوراس جمله استعمال کړی، او په دې بنسټ د پیوتاګوراس جمله وښايي .

۱۸ – د مساویپښیز ولاړکونجیز دریګوډیوپښی داسی راکړ شوې

الف) ۶ سانتي متره»

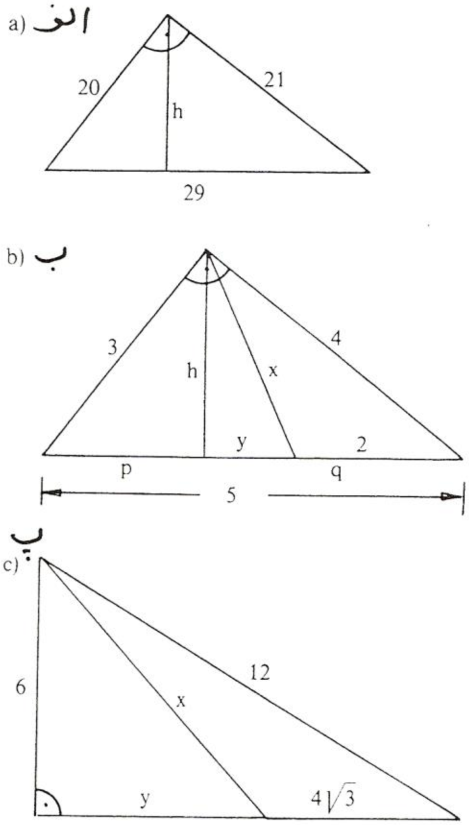
ب) ۸ سانتي متره ،

پ) x سانتي متره، هره اړونده هیپوتینوزې څومره اوږده ده؟

۱۹ – یو موټر ۷ کیلو متره د سهیل لور ته او ۶ کیلومتره ختیز لور ته او بیا ۴ کیلومتره د سهیل لور ته ځغلي. دا موټر د خپل وتلځاي څخه څومره لرې دی؟ (خیره ۸۷)

۲۰ – د خپل وتلځاي څخه به څومره لرې وي، که نور هم ۴ کیلو متره د ختیز لور ته وځغلي؟

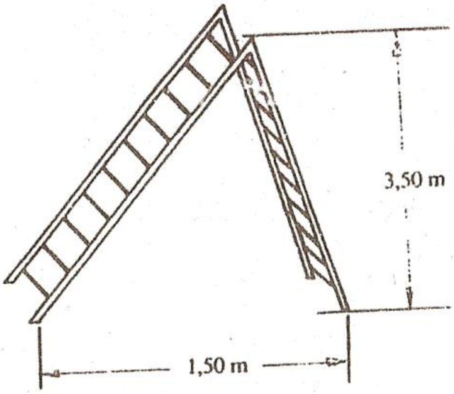
۲۱ – دا نامعلومی کرښی په خیره ۸۸کی وښايي.



خیره ۸۸

(c) ketabton.com: The Digital Library

۲۲ – یوه دیوال ته ۵ متره اوږده زینه
اینبول شوې د زینې بیخ له دیوال
۴ ، ۱ متره واټن لري زینه څومره
جګه رسیږي؟



څیره ۸۹

۲۳ – د یوې نقشې، چې د ۱۰۰۰۰۰ : ۱
اندازه ده یو د پلو لار غزیدلي ، چې
د نقشې اوږدوالی ۷ ، ۰ سانتي متره
دی د جګلاینونو ۲۵۰ متره او ۴۵۰
متره سره . دا د پلو لار په رینښتونی
څومره اوږده ده ؟

۲۴ – د یوه کور بنسټ فورم یو مساویپښیز
دریګوټی دی
الف) د ۹ سانتي متر په سور یا بر او
جګوالی ۶ ، ۰ سانتي متره د چت له
پورته ژی تر ناوی پورې .
ب) د یوه ۹ متره په سور او۵،۳
متره Sparenlänge د بنستفورم ۶،۵ متره
جګوالي سره د بنستفورم سور وشمیرئ

۲۵ – په یوه رامارته زینه کې ټولی پوړی مساوي
اوږدوالی لریهغه په څیورونه ۶۴ کې کښل
شوې د پوړیو واټن وشمیرئ

۲۶ – یو یوه مساوي پښیز دریګوټي کي چې
چاپیری یی ۲۵ سانتي متره دی او جګوالی
یی ۲ سانتي متره له بنسټ اړخ څخه کوچنی دی

(c) ketabton.com: The Digital Library

اړخونه څومره اوږده دي او جګوالی یې څومره اوږد دی ؟

۲۷ – هر یو ټال په زوړند ځغلول شوي رسی تړلی، چې د تړلو ټکی یې د یوه مساویپښیز دریګوډي کونجټکي دي. که وزنوړونکی ۶ متره اوږد او ۱ متر یو له بل لرې په کښتنۍ تړلي وي، نو کښتنۍ ټال څومره لرې ټال وهلی شي، که دریګوډیبنسټ منځټکی د لار جګ ټکي کی ۲،۵ متره د خپل ژورځای څخه جګه وي ؟

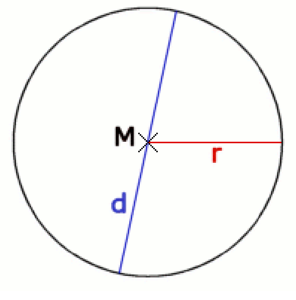
۲۸ – کوم یو د لاندې دریګوډیو څخه نه شي کښل کیدی؟

a) a = 3 cm; b = 4 cm ; c = 6 cm b) a = 5 cm ; b = 9 cm ; c = 7 cm c) a = 7 cm ; b = 4 cm ; c = 2 cm

d) a = 12 cm ; b = 13 cm ; c = 1 cm

۲۹ – ولی درې اړخیز دریګوډی هیڅوخت ولاړکونجیز دریګوډی نه شي کیدی؟

ګردی (دایره)



پیژند یاتعریف

د یوې هوارې ټول هغه ټکی، کوم چی له یوه ټکی داسی په نامه منځټکي M څخه همغه- یا برابر واټن r (په نامه وړانګه) ولري، ګردی لاین یا لنډ: ګردی بلل کیږي (مخامخ څیره)

$$k = \left\{ X \in E \middle| \, |\overline{MX}| = r \right\}$$

ګردی سطحه یا - هواره او ګردی چاپیریال یا - محیط

(c) ketabton.com: The Digital Library

په پام کی دی وي، چی د ټولو هغو ټکو ډیری، چی واټن یی له M څخه د r کوچنی یا د r سره برابر وي ګردۍ (موخه ترې ګردۍ منځهواره ده یا ټیك : ګردیټوټه څما په پام به بهتره وي که دا ګردۍچیترو یا لنډ : چیترو، چې موخه ترې یواځې منځهواره ده، وبولو) بلل کیږي

پیژند: لکه د مخه مو، چې په ګوته کړه، هغه کرښه چی د ګردۍ ژی یو ټکی د منځ ټکی سره تړي، هغه د ګردۍ وړانګه یا لنډ: وړانګه بلل کیږي، چې په r سره یې ښایو۰
پیژند: او هغه کرښه، چې ګردۍ نیموي د ګردۍ نیمونکې کرښه یا لنډ: نیمی (قطر) بلل کیږي او په d سره یې په نخښنه کوو۰

پیژند
دګردۍ دننه کونج پوره کونج ۳۸۰ درجې لري.
ګردیچاپیریال د وړانګې r سره په لاندې ډول ورکړ شوی دی

$$u = d \cdot \pi = 2r \cdot \pi$$

او همداسی ګردۍمنځهواره د وړانګې r سره په لاندې توګه ورکول کیږي

$$A = r^2 \cdot \pi = \frac{d^2 \cdot \pi}{4}$$

$$d = 2 \cdot \sqrt{\frac{A}{\pi}} = 2r$$

دا لاندې ورکړشوی ګڼ ګردۍ ګڼ بلل کیږي
: $\pi = 3{,}14159265$

یادونه: دا چې ما کله هواره یا سطحه په A یا F او π مې په Pi نخښنه کړې، دا به هیله ده کرانو لوستونکو ته ستونځې پیښنې نه کړیږ
په پورته کې ورکړ شوی ګردۍ ګڼ « پي » ګورو، چې بیرته راګرځیدونی دی۰ له دې امله یو ایرشنل ګڼ دی او د مات په څیر نه لیکل کیږي، بلکه له لسمیز (عشاریه) وروستی پریودي کیدونکی څیفر پرلپسی دی. په کارونه کي یی موږ نزدې شمرني ته مجبور یو، ځکه چه د جبشمیري د ګنځایونو له امله، چې پای دي یا پوله لري یا رابند(محدود) دي.

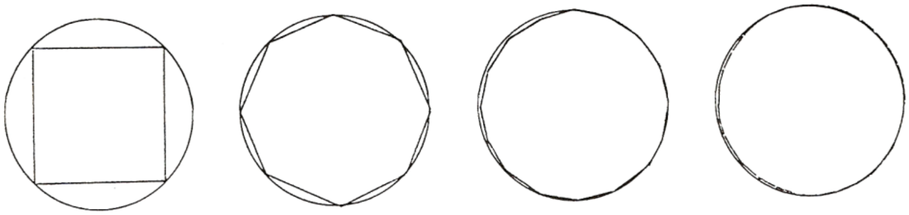
ښنګه سړی په دې بریالی شو چی دا ګڼ پیدا کړي؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

دا لار دې په لاندې کی لنډه ورکړ شي:

دا له ارښیمدس څخه پیل کارونه (عملیه) یا تګلار   داسی پیل کیږي، چی په ګردی کی یو
ه څلوری یا مربع راګیروي یا رابنده وي او بالاخره یی په منځنیو ولاړو سوکڅیسیف یا
یو په بل پسی ۸ ، ۱۶، ۳۲ او داسی نورو، لوړ یا جګ کړي یعني په همغه وخت کی دوه
برابره کړی .

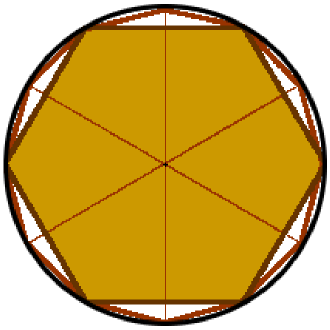
څیره ۱۱۹



یوې ګردی ته د یوه n –ګوډي له لارې نزدیونه (نزدې کیدنه)

څیرې ۱۱۹ جناګ چی،

په مخامخ څیرو کې نهه ګوډی ورپسې
شپږګوډی کښل شوي، دي ته ګورو، چې
څنګه ګردی ته نزدې کیږي



په پورته څیره څو څوګوډیز بریښي او ستره تری راتاو ګردی

پورته څیرو کې یوې ګردی ته د یوه   n -ګوډي له لارې نزدیونه (نزدې کیدنه)

کتل کیږي، هغه ۶۵۵۳۷ ګوډی، چې ګورو نزدې یا تیک ګردی ده)

د زیاتیدونکي n سره کانتی یا ژی یا اړخونه تل کوچني کیږي، چي پخپله له ۱۰۰ یا
۱۵۰ ور رسونو ته په یوه پانه کی د کښلو یا رسمولو څخه وځي یا نه کښل کیږي، په
همدې وخت کی د منځنکی څخه د په همغه واټن د ټکو ګڼون یا تعداد زیاتیږي (یعنی د

(c) ketabton.com: The Digital Library

ګوډټکوتعداد يا ګڼون) د مربع پيلګردۍ سره دا څيره تل نزدې کيږي. په ورته توګه د دې چاپيريال او منځهواره هم همغه چاپيريالګردي ته نزدي کيږي. د ګوډټکو زياتيدو سره د ګردۍ وړانګه هم لوييږي. د هغو چاپيريال او منځهواره تل همغه ډير کونجي او په همدې توګه د چاپيريالګردي څخه. په روښانه توګه ليدل کيږي چې د چاپير يالګردۍ او د منځ هوارې د ناپای ډير n ګوډونو سره د n - ګوډي سره يوځاي پريوځي يا يوځای کيږي.

په لاندې جدول کې د چاپيريال ارزښت او په همدې توګه د منځهوارې ارزښت د زياتيدونکي n ګڼ سره ستابيل (په خپل حالت، چې ډير تغير په کې نه راځي) پيژندوړ دی:

Fnمنځهواره	Unچاپريال	nپيدايښتي ګڼ
2	5,656854	4
2, 828427	6,122934	8
3,061467	6,242890	16
3,121445	6,273096	32
3,136548	6,280662	64
3,140331	6,282554	128
3,141277	6,283027	256
3,141572	6,283145	512
3,141572	6,283175	1024
3,141587	6,283182	2048
3,141591	6,283184	4096

وروسته به وکتل شي چې څنګه د ګردۍ چاپيری او ګردۍ منځهواره د تريکونومتري يا دريګوډيکچ له لارې ټاکل کيدی شي

پيلبيلګه:

د بانك مدير ښاغلی کړاو غواړي د کنفرانسونو لپاره يو د ښيښي ميز جوړ کړي چې په هره لور يی ۸ کسان ځاي نيولی شي. ايا ددې لپاره يو ميز چې ۲ متره نيمی(قطر) ولري

(c) ketabton.com: The Digital Library

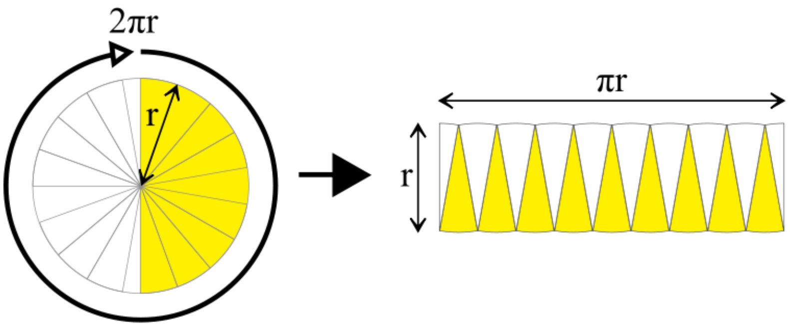
بسیا کوي، که د یوه نفر لپاره له ۷۵ څخه تر ۸۰ سانیمتره د میز په سور، ځاي په پام کی نیول شوی وي؟ دا میز به څومره ګران وي، که یو څلوری متر یا مترمربع د کار د معاش سره ۲۵۰ مارکه ګران وي یا ۲۵۰ مارکه ارزښت ولري؟

دمیز چاپیریال دی U = pi.1m=6,248m² په د هرکنفرانس برخوالو لپاره ۷۵ سانتي متره سرورځاي په پام کی وي، نو د میز چاپیریال دی : 8.75= 600cm

د ۸۰سانتیمتره ځاي د نفر په سر 80.8 = 640cm . منځ ازښت يې 6,2m دی. پس د نېکو هیلو سره ټول خاي نیولی شي

مېز دا هواره لري: $F = \pi.1m = 3142m^2$ او له دې امله 3,142.250=785,40 یانې الماني مارکونه ازښت لري..

په لاندې خیره کې کتل کیږي، چې د ګردی منځهواره نزدې



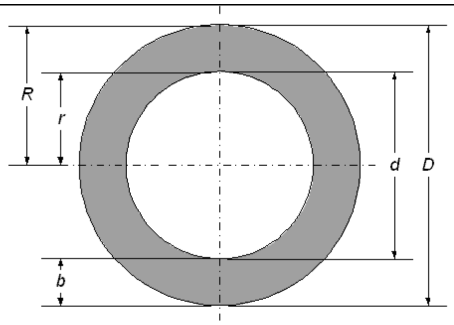
$$A = r^2 \cdot \pi = \frac{d^2 \cdot \pi}{4}$$

ده (په پورته خیره کې د خیرې کوچنیوالي له امله د ګردی خیره لږ تخریب شوه، خو دا ستونځې پوهوړ دي٠

ګردښوټه او ګردیبرخه، ګردیکړی

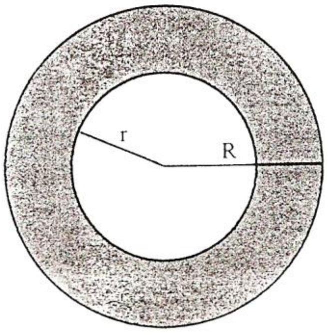
(c) ketabton.com: The Digital Library

ډېر وخت دننه- یا خوندیګردی له
چاپیریالګردۍ کوچنۍ وي. نو له دې امله د
دوي ترمنځ یوه کړۍ منځ ته راځي، چې د
هغې منځهواره د دواړو ګردیو د کمون یا
توپیر څخه شمیرل کیږي.



جمله : موږ دوه ګردۍ لرو، چې د
چاپیریالګردۍ یا دباندې ګردۍ وړانګه R
او د دننه ګردۍ یا خوندې ګردۍ وړانګه r
ده، نو د

$$F_K = \pi R^2 - \pi r^2$$
$$F_K = \pi (R^2 - r^2)$$
$$F_K = \pi (R - r)(R + r)$$



خیره ۱۲۰

بل ډول یې: یوې ګردیکړۍ منځهواره ده

$$A = \pi \cdot (R^2 - r^2)$$

همداسې کیدی شي، چې د ګردیکړۍ منځهواره د ګردیبرخې د سور او دننه او دباندې ګردۍ د نیمیو څخه هم وشمیرل شي، چې په لاندې کې یې ګورو:

$$A = (D - b) \cdot b\pi$$

پیلبیلګه:

د کړاو میز درز پیداکړ. چې له غاړې یا ژۍ پنځه سانتي متره دننه لور ته ځغلي. ښاغلی کړاو فکر کوي ، چې که دامیز په پنځه سانتیمتره کوچنی کړی . کوم میز هواره پاتې کیږي او ګردیکړۍ چې له منځه ځي ځومره لویه ده؟

او د همغه پیل نیونی سره لکه د مخه څومره نفر اوس په میز ځاي نیولی شي ؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

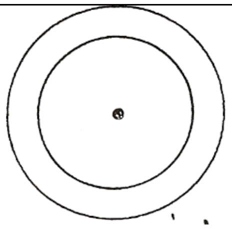
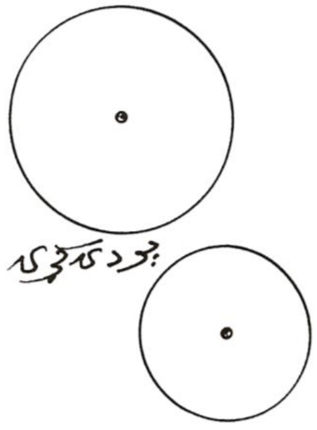
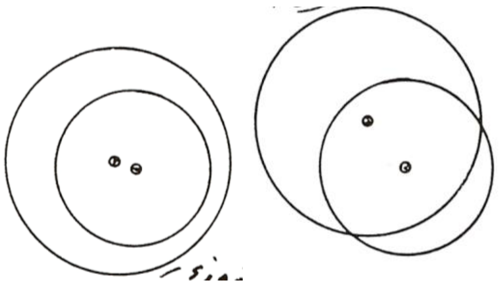
$F = (0,9m)^2.Pi = 2,835m^2$

د گردیکړی منځهواره او چاپیریا په لاندې ډول دي

$F \quad = 1,95m.0,05m.Pi = 0,30m^2$

$U' \ = 2,095m.Pi = 5,969m \ ; \ U' :8 = 74,6 \ cm$

د داسې لړ ستونځو سره بیا هم ټول کسان پر میز ځای نیولی شي۰

هغه گردۍ، چې منځټکي یې یو پ بل پریوځي کونڅنتري یا راټول یا یومنځي بلل کیږي او پرته له دې دکسڅنتري یا نه یومنځي بللکیږي.	
تر هغې چې یوه گردۍ ټوله په بله کې پرته وي، یدی شي چې د راکښلو له لارې په یومنځي یا کونڅنتري گردیو بدله شي 	 دا یو نایومنځي گردۍ دي

هغه دوه یا زیاتې گردۍ چې منځ ټکي یې یو په بل پریوځي کونڅنتري Konzentrie یا راټول او په غیر له دې اکسڅینتري Exzentrieیا ناراټول بلل کیږي .تر څو یوه گردۍ

(c) ketabton.com: The Digital Library

ټوله په بله کی پرته وي کیدی شي چی د راکښلو له لارې په کونخینټري ګرديو يا راټولګرديو بدلی شي.

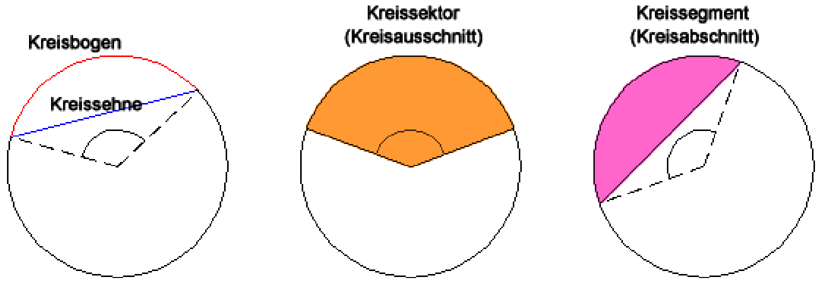
که ګردی يوبل پوره پټې نه کړي، نو د ګډو هوارو يا سطحو(= غوڅډيريو) يا ګډو پاتي يا باقي شميرنه له ستونځو سره مخامخ کيږي .که ګردی يو له بل سره ګډ ټکي ونه لري نو دا ګردی يو دبل سره پردی بلل کيږي٠

څو پيژندونه يا تعريفونه:

د ګردی هغه برخه ګرديټوټه (سګمنت) Segment/ Abschnitt بلل کيږي، که چيرې يوه ګردی د يوې کرښی له لارې يا کرښه باندې غوڅه شي . داسی يوه کرښه غوڅکرښه ياغوڅوونی يا ټوټه وونې (سيکانت) Sekante بلل کيږي. غوڅکرښه ګردی په دوه ټوټو ويش. که دا کرښه د ګردی له منځ څخه تيره شي، نو ګردی په دوه برابرو برخو ويشي، چې دا بيا ګردی نيموونې بلل کيږ. هغه غوڅوني چی له منځ ټکي تيره شي، د ګردی نيمی يا لنډ: نيمی بلل کيږي. که ګردی په يوه ټکي کی لمس کړی نو دا کرښه تانجنت بلل کيږي او که له ګردی څخه دا کرښه دباندې تيره شي نو تيريدونی کرښه بلل کيږي .په ګردی د غوڅکرښی دننه پرته برخه د ګردی ټوټوني (Sehne) يا وتر بلل کيږي .ټوټونی يا Sehne بندکرښه ده په داسی حال کی چی غوڅی ، تنجنت او تيريدونکی ناپاې کرښي يا ـلکه، چې ورسره بلد يو ـ کرښي دي .د يوه ګردی څخه د دوه وړانګو په مرسته کيدی شی يوه برخه راغوڅه شي دا برخه ګرديبرخه يا سکتور Sektor بلل کيږي. د منځټکيکونج يامنځني کونج او ليندې (Bogen) b سره. مخامخ څيره ده

په لاندې څيرو کې د نومونو له المانې څخه په پښتو کوونه له کيڼ وښی لورته:
ګرديلينده Kreisbogen د ګردی ټوټه وونې(ټوټوونې) Kreissehne ،
ګردی برخه Kreissektor ،

(c) ketabton.com: The Digital Library

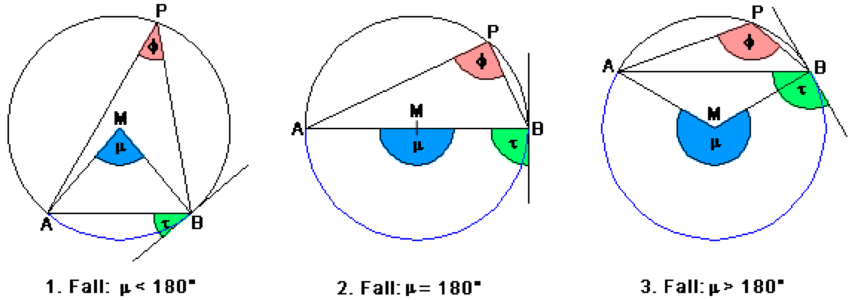


د

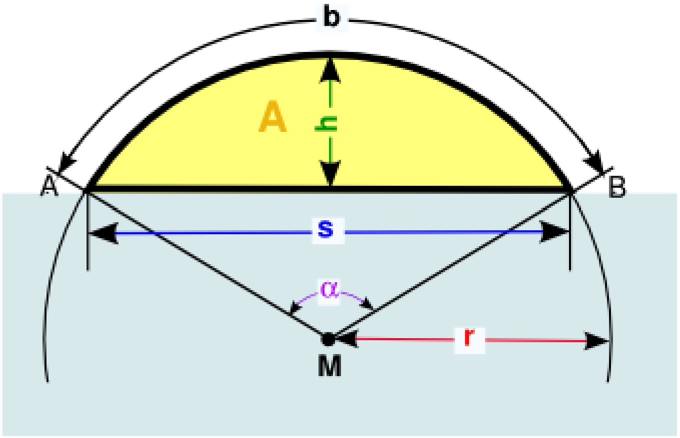
پورته ژباړه له کيڼ څخه و ښي لور ته: گردی- لينده توټه وونې، گردي برخه، گردی توټه

.

په گردی کې د کونجونو ډولونه:



د گردی توټه



(c) ketabton.com: The Digital Library

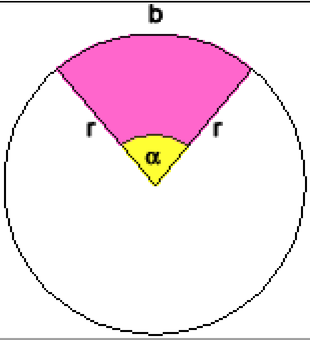
Kreissegmentګردی ټوټه ,
د ګردی ټوټی لویې:

- Mittelpunktswinkelمنځټکیکونج = α
- Kreisbogenګردیلینده = b
- Segmenthöhe ټوټي جګی = h
- Radius وړانګه= r
- Kreissehne ګردی ټوټه ووني یا - وتر = s
- Segmentfläche ټوټي هواره = A
- Kreismittelpunkt ګردی - منځټکی = M
- Verbindungترنه A-M-B = برابرپښیز درېګودی
-

د ګردیټوتي فرمولونه	
سطحه مخامخ فرمول Flächeninhalt	!Error $A = \frac{\alpha}{360°} \cdot r^2 \cdot \pi - \frac{1}{2} \cdot r^2 \cdot \sin\alpha,$ $A = \frac{r \cdot b}{2} - \frac{s \cdot (r-h)}{2},$
Radiusوړانګه	$r = \frac{4h^2 + s^2}{8h}$
Kreissehne ګردی ټوټه ووني (د وروسته لپاره دې په پام کې وي	$s = 2r \cdot \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right),$ $s = \frac{2h}{\tan\left(\frac{\alpha}{4}\right)} = 2h \cdot \cot\left(\frac{\alpha}{4}\right)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

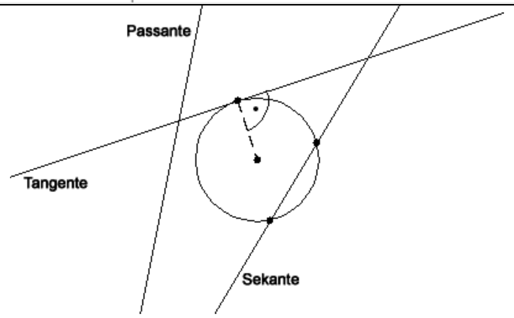
	$h = r - \left(r \cdot \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)\right),$ $h = r - \sqrt{r^2 - \left(\frac{s}{2}\right)^2},$ $h = \frac{s}{2} \cdot \tan\left(\frac{\alpha}{4}\right)$	Segmenthöhe د ټوټې جګوالی
	$b = 2r \cdot \frac{\alpha \cdot \pi}{360°},$ $b = r \cdot \pi \cdot \frac{\alpha}{180°},$ $b = \frac{\alpha \cdot \pi \cdot (4h^2 + s^2)}{1440h},$	دليندي اوږدوالی Bogenlänge
	α , $\alpha = 4 \cdot \arctan\left(\frac{2h}{s}\right)$	Mittelpunktswinkel منځټکيکونج په درجه کچ (Gradmaß)

	Kreissektor گردی برخه يا قطاع

د ګردی برخي يا قطاع فرمولونه	
!Error $A = \frac{\alpha}{360°} \cdot r^2 \cdot \pi$	سطحه يا منځهواره Flächeninhalt

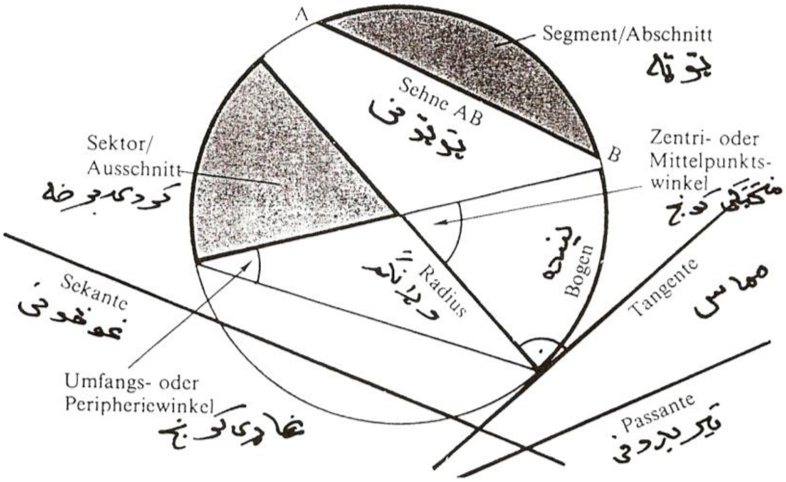
(c) ketabton.com: The Digital Library

د کردی لیندي اوږدوالی	$b = \frac{\alpha}{180^\circ} \cdot r \cdot \pi$
Radiusوړانګه	r
Mittelpunktswinkel (Gradmaß)منځټکیکونج(په درجه کچ)	α
Kreiszahlکردیګڼ یا - عدد	!Error $\pi \approx 3{,}1415926536$

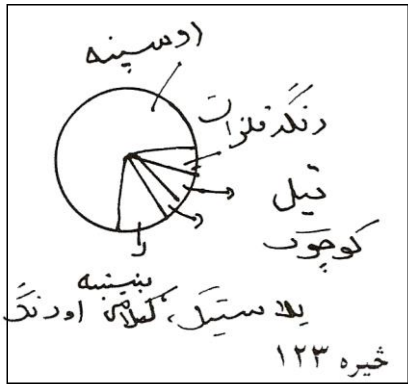
په لاندې ښیره کې نومونه: تیریدوني Passante ، تانجنت یا مماس Tangente، غوځوونې Sekante، لاندې ښیره کې خو هرڅه روښانه دي.	

د پورته ښیرې کې راوړي څه په لاندې ښیره کې تول په لاندې ښیره کې ورکړل شوي دي

(c) ketabton.com: The Digital Library



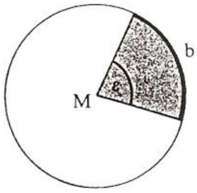
پیلبیلګه: د یوه بنس موټر جوړولو لپاره ۱۷۵۰ کیلوګرامه اومه(خام) مواد په خرڅ رسیږي یامصرفیږي. په دې کی اوسپنه او فولاد ۷۵ په سلو کي ، په پالستي، ښیښي او رنګ ټول ۹ په سلو کی رسیږي، په رنګه فلزونو او ربړ ۶ په سلو کی رسیږي، او تیل ۴ په سلو کی . یو ګردیدیاګرام وکاږئ چی هره برخه په کې ورکړ شوي وي .د ګردي ټوله هواره د ټولو موادو سره مساوي دهٔ) ۱۰۰ په سلو کی (د جوړموادو برخه د ګردبرخی څخه عبارت دئ. یوه د یو په سلو کی برخه به یوه ګردئبرخه وي د منځکونج سره 360°:100=3,6° وی .

	یعني 4%~14,4°;6%~21,6°;9%32,4°;75%=270° څیره دی، چې د هرڅه برخه کې ورنزدې ښوول شوې وي په یوې ګردئ کې وکښل شي یا لاندې

د ګردئ برخې څیره څرګندوي» د منځکونج چې د ، ε سره یې په نخښه کوو لویوالي

په تناسب برخهواره Fsk او هم لینده b تغیر خوري او لاندې باوري دي:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$\frac{F_{SK}}{F} = \frac{b}{U} = \frac{\varepsilon}{360°}$	ε لویوالي b ده تګی دیبوځه یا ګردی را غوځی 

د ډبل برابرون د دویمې برخې څخه باوري دي:

جمله : د ګردۍ برخې د لیندۍ اوږدوالی داسی دئ:

$$b = \frac{n.\varepsilon}{360°} = \frac{2\pi r.\varepsilon}{360°} = \frac{\pi r \varepsilon}{180°}$$

د لومړی برخی څخه د سیکتور یا ګردیبرخی لپاره باوري کیږي

جمله: د سیکتور یا د ګردیبرخی منځهواره په لاندې ډول ده:

$$F_{Sk} = \frac{F.\varepsilon}{360°} = \frac{\pi r^2.\varepsilon}{360°} = \frac{rb}{2}$$

اړیکي $F_{Sk} = \frac{rb}{2}$ د مات $F_{Sk} = \frac{F.b}{n} = \frac{\pi r^2 b}{2\pi r}$ د لندونې څخه منځ ته راغلي

بیلګه: د خام موادو برخی (بیلګه مخ) هواره څومره لویه ده، که د ګردۍ دیاګرام ۵ سانتي متره وي ؟

F اوسپنه او فولاد $= (25\pi : 360°).270 = 0{,}218.270 = 58{,}905\ cm^3$

F پلاستیك $= 0{,}216.32{,}4 = 7{,}069\ cm^3$

F رنګه فلزات $= F_{\text{ربړ}} = 0{,}218.21{,}6 = 4712\ cm^3$

F تیل $= 0{,}218.14{,}4 = 3{,}142\ cm^3$

د ټولو ټوله یا د ټول زیاتون باید د ګردۍ سطحه یا هواره ورکړي:

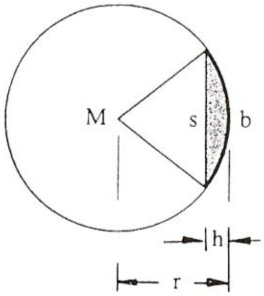
(c) ketabton.com: The Digital Library

$$F = \pi r^2 = 78,54\ cm^3$$

د برخهوارې ددې فرمول سره نور د برخهوارې شميرلو لپاره هم کوم جنجال يا پرابلم نه شته. د اخرنی هواره دلته بيا د برخهوارې او د دوه وړانګو او ټوټونی څخه جوړ مساوي پښيز دريګوډي کمون دی.

ځيره ۱۲۵

ګردکه ټوټه



د دريګوډي هواری لپاره باور لري:

$$F = s(r - h) / 2 = 0,5\ r^2 . \sin \varepsilon$$

(تريګونومتري دی وکتل شي ....) او

او د دې سره ټوټه سطحه يا هواره

جمله: د ګرديټوټی يا سګمنت هوارې په لاندې ډول دي:

$$F_{Sg} = F_{Sh} - F$$
$$F_{Sg} = (br/2) - s(r - h) / 2$$
$$F_{Sg} = (\pi r^2 \varepsilon / 360°) - (r^2 \sin \varepsilon)/2$$
$$F_{Sk} = (r^2/2) [\pi \varepsilon/180° - \sin \varepsilon]$$

په کارونه يا عمل کی د ټوټه هوارې لپاره ګټور نزدې ارزښت $F_{sg} = (2/3)sh$ ښوول شوی دی.

پيلبيلګه: مدير کړاو له ځان څخه پوښتي چی ايا د ګرديميز په ځاي به يو منظم اته کو نجی هدفمند بهتر نه وای؟ نو په اختيار کي هواره او چاپيری به څومره لوي وي؟

لمړی ګرديټوټی شميرو. په ورته ډول لکه د ګردي نزدې شميرلو لپاره، د مربع

څخه و ډيرکونجي ته، مخ ته ځو او دې د اړخونو اوږدوالی s شميرو.

(c) ketabton.com: The Digital Library

منځولاړه m، د اته کو نجیز کانتی یا ژی k او بالاخره د ګردیتوبي جګولی h د پیتاګوراس د جملی په مرسته شمیرو.
لاندې لاس ته راځي:

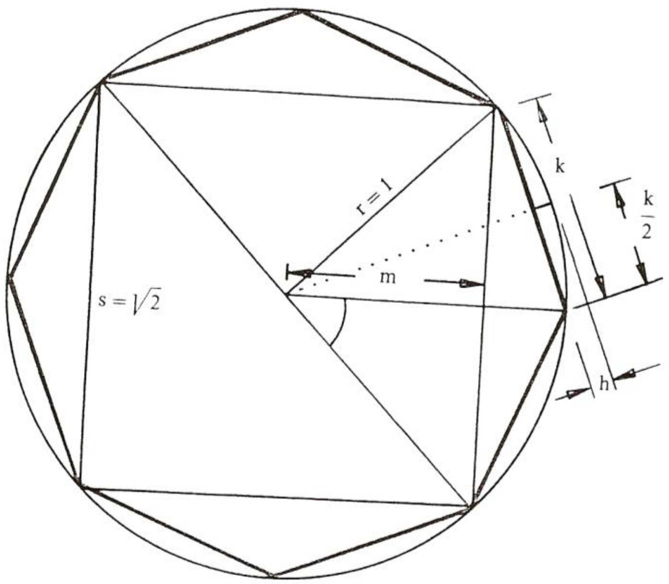
$s = \sqrt{2} . 1 = 1{,}414\ m\ ;\ \ m = \sqrt{a-(1{,}414 : 2)^2} = s / 2 = 0{,}707\ m$

$k = \sqrt{(1 - 0{,}707)^2 + 0{,}707^2} = 0{,}756\ m$

$h = 1 - \sqrt{1 - (0{,}765 : 2)^2} = 0{,}076\ m$

د $\varepsilon = 45°$ له امله $b = 0{,}393\ m$ دی./ و له دې سره

$F_{توټه} = 0{,}5.[0{,}393.1 - 1{,}414(1-0{,}076)] = 0{,}039\ m^2$



(c) ketabton.com: The Digital Library

له دې څخه په هرصورت د ښيښې ميز جوړيږي. ټوله غورزول شوې له دې املہ په لاندې توگه ده: $8.0.039 = 0,312\ m^2$.ميز اوس لاندې هواره لري

$$F_0 - F_{\text{غورزولشوې}} = 2,828\ m^2$$

او په همدې توگه لکه د کوچني شوي گرديهواره د وړانگي $r = 95\ cm$ سره. د کيناستلوځاي سور (k) حتي زيات شوی ، چاپيری اوس $U = 8.0,765 = 6,123\ m$

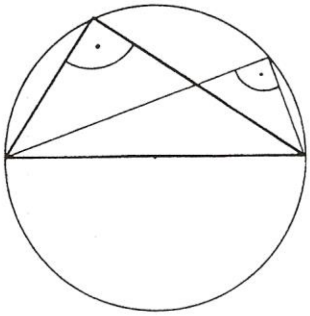
دی. نزديونه هم همدا ارزښت ورکوي: $F = 0,765.0,076 = 0,039\ m^2$ او داسې نور.

تريگونومتريکي حل مو زر هدف ته رسوي:

$$F_{\text{ټوټه}} = \pi.1.45:360 - 0,5.\sin 45° = 0,039 m^2$$

او داسې نور . خيره

گرديجملې او گرديخو يونه

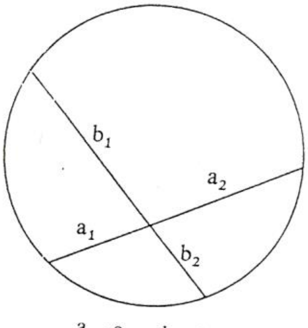


خيره ۱۲۷

د تالس جمله

په نيمه گردۍ کې هر پريفري– يا ژی کونج ولاړکونج دی(خيره)

د ټوټونی جمله



$a_1 \cdot a_2 = b_1 \cdot b_2$

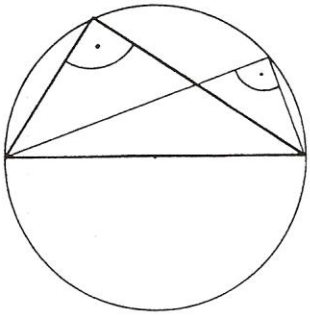
که دوه گردۍ ټوټونی په گردۍ کې دننه يو بل غوځی کړي نو د غوځبرخو

(c) ketabton.com: The Digital Library

تريګونومتريکي حل مو زر هدف ته رسوي:

F ټوټه $= \pi .1.45:360 - 0,5.\sin 45° = 0,039m^2$

او داسې نور . ثيره

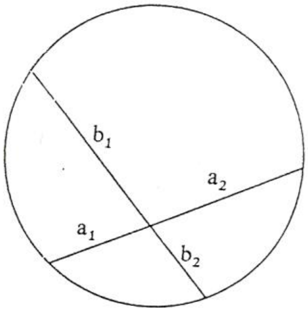


ګرديجملې او ګرديخو يونه

د تالس جمله

په نيمه ګردۍ کې هر پريفري- يا ژی کونج ولاړکونج دی(ثيره)

ثيره ۱۲۷



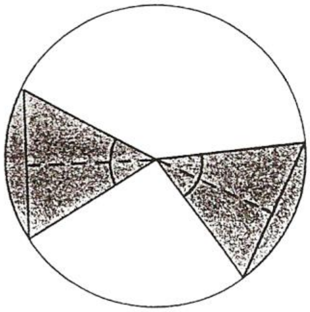
$a_1 \cdot a_2 = b_1 \cdot b_2$

ثيره ۱۲۸

د ټوټونې جمله

که دوه ګردۍ ټوټونې په ګردۍ کې دننه يو بل غوځې کړي نو د غوڅبرخو ځل (ضرب) يې يو ثابت دی

د مساوي ټوټوونو جمله

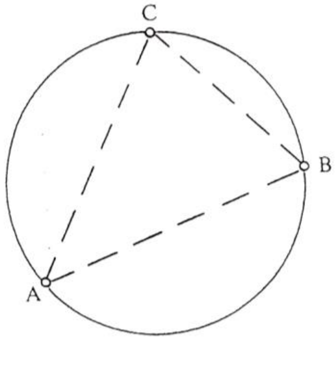


ثيره ۱۳۱

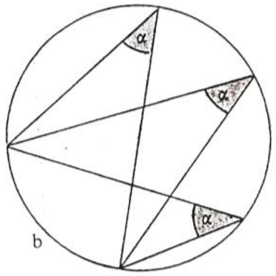
مساي اوږدې ګرديټوټې د ګردي له منځټکي مساوي فاصلې لري، مساوي منځټکي کونجونه، مساوي ګرديلينده، او مساوي ګرديټوټې او مساوي ګرديبرخې لري .

(c) ketabton.com: The Digital Library

د چاپیرگردی جمله



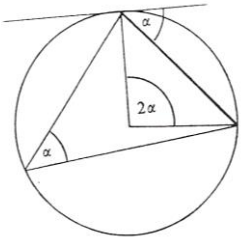
د درې ټکو A, B, C لپاره یوه گردي موجود ده چې د دریواړو ټکو څخه تیریږي:
دا د دریکونجي ABC چاپیرگردی بلل کیږي
څیره



د پریفري – یا ژیکونج جمله

څیره ۱۳۳

په همغه لینده باندې ټول
پریفري – ژی کونجونه مساوي دي

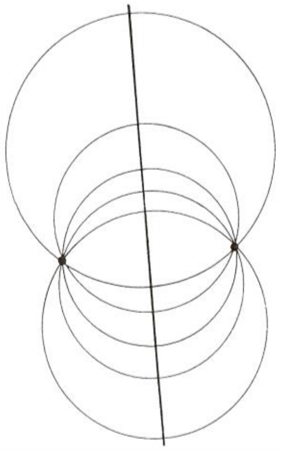


د منځېټکي کونج او پریفري – یا ژی کونج جمله:

یو منځېټکي کونجدوه برابره دومره لوي دی لکه په دې تړلی پریفري – یا ژی کونج(چاپیریالکونج) مخامخ څیره.

د منځېټکي کونج او د تانجنت کونج – او ټوټونکونج جمله:

د منځېټکي کونج دوه برابره دومره لوی دی لکه په دې اړوند تانجنت – یا ټوټه ووني کونج.

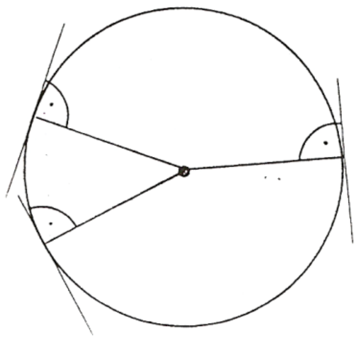


د گردیو جمله چې په دوه ټکو کې سره غوڅوي:

د ټولو گردیو یا دایرو منځېټکي کونج چې یو بل دوه ټکو او کې غوڅوییو ناپای کرښه باندې، چې ځایلاین (ځایکرښه) وایي پراته دي. مخامخ څیره.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د وړانګې او تنجنت جمله



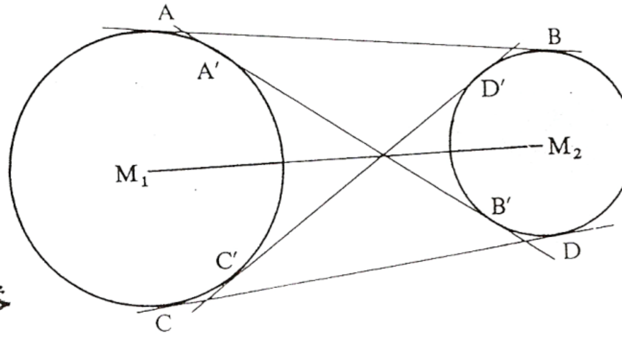
خیره ۱۳۶

په لمسټکي پرته وړانګه او اړوند تانجنت سره یو په بل ولاړ یا نیغ پراته دي.

د تانجنت جمله:

د دوه ګردیو د منځ ټکو M_1 او M_2 سره تانجنتونه دننني (دباندني) تانجنتونه نومیږي که د دوه ګردیو د منځټکوکرښه $M_1 M_2$ غوڅه (غوڅه نه) کړي.که چیرې دوه ګردي ګڼ دنني او دباندني تانجنتونه ولري، پس د داوړو تانجنتونو غوڅټوټې همغه اوږدوالی لري.

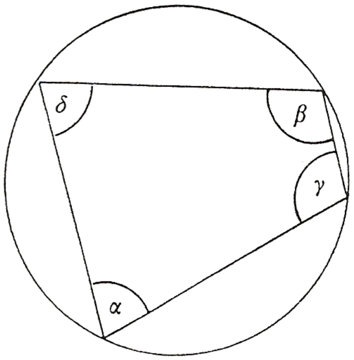
$|AB| = |CD|$ په همدې ډول (<=>) $|A'B'| = |C'D'|$



خیره ۱۳۷

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ټوټوونو څلورګوټي جمله

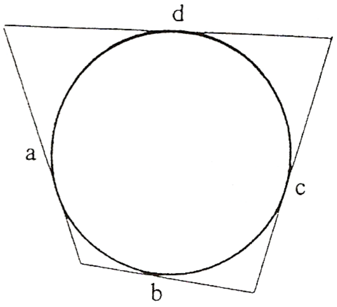


ځیره ۱۳۸

د ټوټونوکونجونه چی مخامخ
پراته دي یو بل سره 180° باندې
پوره کوي.

$$\alpha+\beta=\gamma+\delta=180^\circ$$

د تانجنتونو څلورګوټي جمله



ځیره ۱۳۹

د تانجنتونو په څلوکونجي کی د مخامخ
کونجونولويوالی د نورو مخامخ کونجونو
سره مساوي دی.

$$a+c=b+d$$

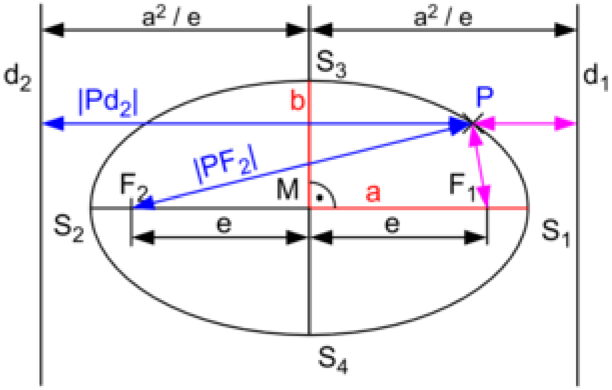
ایلیپسی(بیضوي یا هګی) (دلته موخه هواره ده) Ellipse

پیلبیلګه:

د کړاو میز جوړښت باندې موږ په اته کونجي اوبی یا حل کی تم کړی وو. دا چی په دې ډول یو میز سره تل د زخمي کیدو خطر موجود دی

پوښتنه رامنځ ته کیږي چی : داسی یو را ګردشوی ښکلی شکل ، چی ګردی نه وي او منظم غوخ وي، شته، چی د کړاو اړتیا پوره کړي؟ په ریښتونی ، داسی یو اوبی یا حل موجود دی، لکه چی لاندې ځیره ښایي .چی هر د غاړې ټکی دوه ټکو واټنونو ته یو ثابت واټن لري

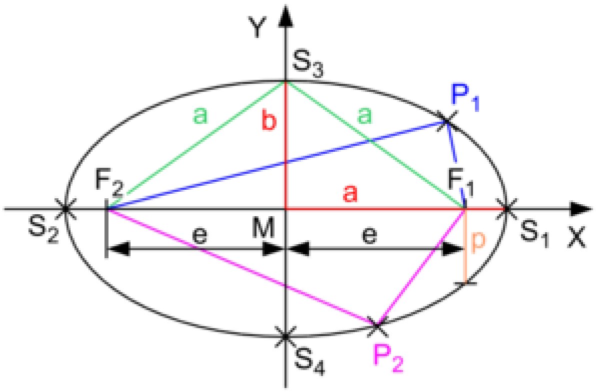
(c) ketabton.com: The Digital Library



پیژند یا تعریف:

د ټولو هغوټکو Pډیري ته چی له دوه ځاي په ځاي ټکو F1 او (F2 سوزېدټکی یا بهتره سوزونټکو) ثخه ثابته یا همغه واټن یا فاصله لري، ایلیپسی نومیږي

لاندې واټونو یا فاصلو ته سوزونوړانګی وایي. $|PF_2| = r_2 \wedge |PF_1| = r_1$



$$E = \{P \mid |\overline{F_1P}| + |\overline{F_2P}| = 2a\}$$

منځ ټکي) واړوی M په (Oته د ایلیپسی منځ ټکی وای، e ته د سوزونواټن یا فاصله یا لاینې ایکسځنتریځیتایت (lineare Exzentrizität) یا لاینې ناراټوله وایي .ددې لویو لپاره لاندې اړیکې باوري دي:

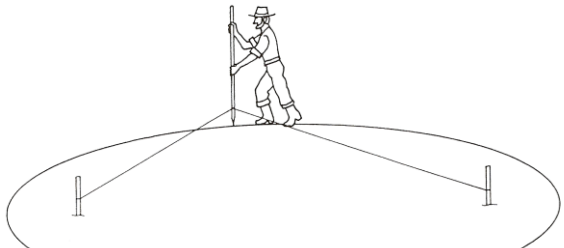
(c) ketabton.com: The Digital Library

$$I........r + r = 2a \wedge II.........a^2 - b^2 = e^2$$

په دې کې a او b د ایلیپسی لوي او ووړ نیممحورونه دي. اړیکه I روښانوي، که چیرې د ایلیپسی ټکی P د نیممحور a په اخر کی وټاکل شي، IIد پیوتاګوراس له جملی لاس ته راځي که د P ټکی د b نیممحور په اخر پروت وي .دواړه ناپاکرښی چی د سوزونټکي تیریږي او په دې په O کی ولاړه ناپای کرښه د ایلیپسی سیومیتري محورونه جوړوي .د خوښي په ټکی P کي هره په تانجنت ولاړه کرښه د سوزونوړانګو ترمنځ کونج نیموي .

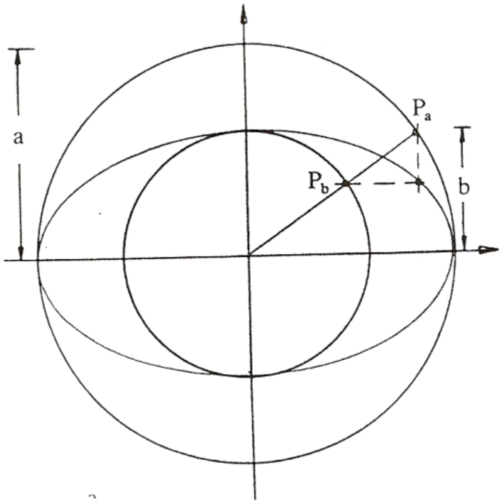
د ایلیپسی جوړول د باغوان لخوا یا د ایلیپسي باغواني جوړښت:

دا ځیره دې ګران لوستونکي د تمرین په توګه وباسې٠ د یوې رسۍ، چی په 2 aاوږده وي، په داوړو سرونو کي موږي وتړئ او دا بیا په ځمکه ټکوهي، د یو بل)خوزیدونکی (موږي یا لرګي په مرسته دا پړی راکښ کړئ یا راکاږی او وګرځوی ، دلته کوم شکل چي پیداکیږي ایلیپسی ده او دواړه د پړي د سرونو ټکي چی موږي پرې وهل شوي سوزونټکي دي. ځیره په هر کواوردینات سیسم او یا په یوه میلي متر کاغذد کونځینتري یا راټولو ګردیو په مرسته بل جوړښت امکان پیداکیږي، چی سړی د یوه ټکي دوه ګردۍ د a او b وړانګي ووهي او هره د خوښي وړانګه د ننني ګردۍ په Pb او دباندنی ګردۍ په Pa کی غوځوي. که د Pb ځخه یوه پرته کرښه وویستل شي او د همغه تر Pa دوام، نو هرچیرته یو د ایلیپسی یا هګی یا بیضوي ټکی لاس ته راځي. د ایلیپسی هر ټکی داسی پیدا کیدی شي .پیژندل کیږي چی هر 2 bته غبرګ ټوټونی

د k= a / b فاکتور سره لنډ شوی دئ. له دې سره د هوارې دننه هم تغیر خورې ددې فاکتور k په اندازه $.r \Rightarrow \pi r.(k.r) = F(hagai, baizawy)$ او له دې چی r = a او (k.r =b د لته r د ګردۍ » لویه نیمه اکسی(محور) ده جمله : دایلیپسی هواره ده $F = \pi ab$:	 ځیره ۱۴۱

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ایلیپسی چاپیرونی په ساده ډول نه شي شمیرل کیدی، په عمل کی په زیات وخت کی نزدیونه یا نزدې شمیرنه بسیا کوي.



ځیره ۱۴۲

جمله : د ایلیپسی چاپیری:

$$U \sim \pi(1{,}5 \, . \, [a+b] - \sqrt{ab})$$

او یا ګردي ته ورته ایلیپسی. دا په دې مانا چی $a \sim b$:

$$U \sim \pi \, . \, \sqrt{2(a^2 + b^2)}$$

دا فرمولونه، که $a = b$ وي د ګردي چاپیري ته ځي:

$$U = \pi(1{,}5 \, . \, [a+a] - \sqrt{a^2}) = \pi(3a-a) = 2\pi a = 2\pi <=>$$

اویا په په همدې توګه یا $\Leftrightarrow$

$$U = \pi \, . \, \sqrt{2(a^2 + a^2)} = \pi \, . \sqrt{4a^2} = \pi 2a = 2\pi r$$

بیلګه:

کوم خورا لویوالی د ښاغلی ګړاو میز په ایلیپسي یانیضوي یا هګي ځیره لرودی شي ؟

لوي محور $a = 1m$ پاتي کیږي، کوچنی محور دی: $b = 95cm$، داچی میز باید د درځ ژوروالي پورې غوځ شي. نو له دې امله هواره ده:

$$F = \pi \, .1 . 0{,}95 = 2{,}985m^2$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

چاپیرې کیږي:

$$U \sim \quad 1(1,5.1.95 - \sqrt{0,95}\,)\ 6,127\ m \quad <=>$$

یا په همدې توګه د بیضوي یا هګۍ و د ګردي فورم ته یا ګردیځیرې ته نژدې فورم نیسي U ~ 6,128 m. له دې امله هګیځیره د میز لپاره مساعد اوبی یا حل دی.

تمرینونه

۱ – په کالیفورنیا کې د یوزیمیت ملي پارک Yosimite National Park ، خپل ماموت ونو (Mammutbaumbestände) له امله خورا مشهور دی. کوم چاپیرې یې هغه ونه لري چې وړانګه یې ۷ ، ۴ متره وي؟

۲ – د لاس ساعت دقیقه ښونکې ۱،۵ سانتي متره اوږد دی(څرخونمحور– څوکه)، څوکه یې په یوه سانیه، یوه ساعت، یوه ورځ، یوه اونی، یوه کال کې څومره لار وهي؟

۳ – ځمکه نژدې ۶۳۷۸ کیلومتره یوه قطبي(اکواتور) وړانګه لري. قطبچاپیرې یې څومره دی ؟

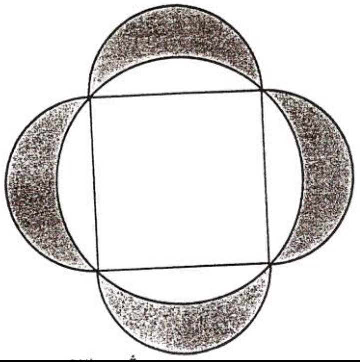
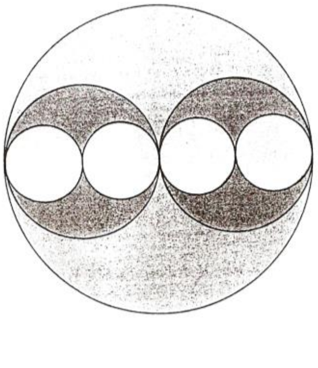
۴ – په خیال کې دې ولرو، چې له اکواتور یا قطب څخه یو پیرې غزوو (۴۰۰۰۰ کیلو متره)، کوم چې د اکواتور یا قطب له چاپیري څخه یومتر اوږد دی. د یوه ځانګړي تخنیکي چمتووالي له لارې په هرځای کې د ځمکې څخه په همغه واټن راوړل کیږي. ایا دا واټن پوره لوي دی چې سړی ددې ترمنځ یوه د (ګیرکلی) پاکي وځایوولی شي یا ځای کړای شي؟

۵ – د غوځهواره به یې د ځمکې سره څومره وي که د اکواتور یا قطب په اندازه جګ وي؟

۶ – په اکواتور یا قطب دوه ځایونه څومره لري دی، که یو له بل یوه اوږددرجې په

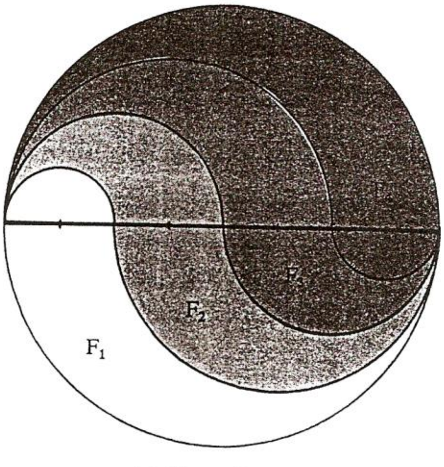
انداه لرې وي؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

۷ – د ګردۍ [اپریا ل څنګه تغیرخوري، که د هغه وړانګه دوه رابره شي یا په همدې ډولنیمه شي؟ ۸ – وښایئ: د مربع هواره د څلورمې میاشتو(سپوږمیو) د هوارې سره مساوي ده؟	
د څیرې سره سم د ګردیو هوارمتن یا د هوارو دننه د مساوي وړانګو سره وټاکئ. د ۱ هره یوه د لویې ګردۍ په سلو کې څومره جوړوي؟ وښایئ، چې څلورو واړو ګردیو چاپړۍ د همغې وړانګې سره دومره لوي دی لکه د راچاپیره یا دباندې ګردۍ چاپړي. ۱۰ – د یوې مربع د باندې او دننه یوه ګردۍ راګرځیدلې. د دواړو ګردیو هوارې یو بل ته څنګه متناسب دي یا ځانونه نیسي؟	

۱۱ – د دوه ګردیو منځ ټکی د مساوي وړانګې $r = 7{,}2$ cm سره، یو له بل دومره لري دي لکه دا وړانګه . د دواړو ګردیو ګډه هواره اندازه کړئ، چې څومره ده؟

۱۲ – په یوه ګردۍ ، چې وړانګه یې $r = 10$ cm ده، که یوه ګردیکړۍ کیښنول شي، چې هواره یې دومره لویه ده لکه د دننه ګردۍ هواره. د دباندې ګردۍ وړانګه به څومره وي؟



خیره ۱۴۵

۱۳ – د یوې ګردۍ برخهوارې، F_1 او F_2 ، لکه په خیره ۱۴۵ کې چې ورکړ شوي، وښایې، چې وړانګه یې $r = 4$ cm

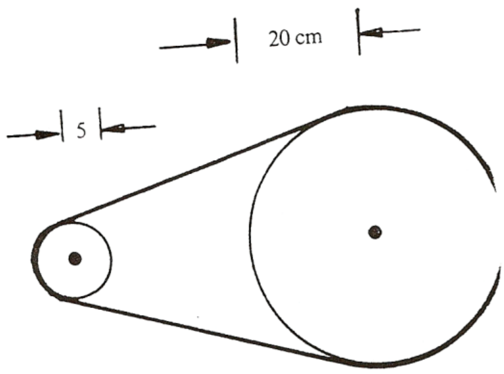
(c) ketabton.com: The Digital Library

وي. وښايي چې هواره په ځلورو مساوي
هوارو ټوټه شوې ده (ځيره ۸ ۱۴)

۱۴ – د هغه ګردي وړانګه وښايي ، کوم چې همغه هوارخوندي لري لکه :
الف) يوه مربع، چې داړخ اوږدوالی يی ۵ سانتي متره وي.
ب) يوه روتی چې نيمي يی ۴ سانتي متره او ۶ سانتي متره وي .
پ) يو مساوي اړخيز دريکونجی چې د اړخ اوږدوالی ۷ سانتي متره وي.

۱۵ – د يوه پنډ پينسيل سره يوه ګردی وهل کيږي، چې دننی وړانګه يی ۵ سانتي متره وي. داچې پنسل يو سانتي متره پنډ دی ، نو دا په ريښتينی يوه ګرديکړی ده. د دې ګرديکړی هواره وشميری.

۱۶ – يوه ساتليت يا جوړه، يعنی مصنوعي سپوږمی، له ځمکی په يوه ګردی راڅرخي، چې سرعت يی په سانيه کی ۸ کيلو متره دی . د ځمکڅرخون لپاره دا ۱ ساعت او ۲۸ دقيقو ته ضرورت لري. وښايي چې دا ساتليت يا جوړه سپوږمی يا مصنوعي سپوږمی له ځمکی څخه په کوم جګوالي الوزي؟



ځيره ۱۴۶

۱۷ – د يوه څرخونکړی يا بهتره څرخونپټی په مرسته کيدی شي څرخونحرکت يا څرخونخوزون د يوې څپی په بلی څپي راوړل يا واړول شي. په يوه ورکشاپ کی يوه دقيقه يعنی ډيره ټيك اره په بريښنا ماشين چلول کيږي يا په حرکت راوړل کيږي. د اري خوزون يا حرکت څومره زر يا تيزدی يا چټك دی، که د ماشينڅرخونڅرخی يا ګاډيل (r = 20 cm) په ثانيه کی ۸۰۰ ځله وګرځي؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

۱۸ – کوم چاپیری او هواره الیپسی یا بیضوي یا هګیخیره لري که ولر:

a) $a = 40$ cm, $b = =12$ cm, b) $a = 6$ cm, $e = 1$ cm

c) $r_1 = 4$ cm , $r_2 = 3$ cm , $w(r_1,r_2) = 90°$

۱۹ – وښایي: په یو په بل پرتو الیپسو کی دی $a_1 = a_2$ او $b_2 = b_1 /2$ ، نو دنني ایلپس بیضوي همدومره لویه ده، لکه په دې دپاسه ایلیپسي یا هګیخیرې غاړه.

۲۰ – ځمکه په یوه کال د لمر څخه نزدې د یوې ګردی په څیر راڅرخي. ددې چاپیري وړانګه نزدې ۱۵۰ میلیونه کیلومتره ده.

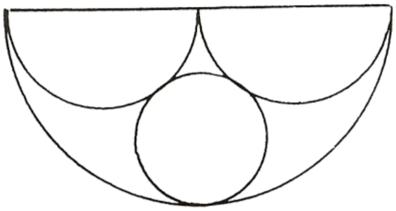
الف) د څرخونلار اوږدوالی څومره دی؟

ب) په کوم منځنی سرعت (کیلو متره په سانیه کی) ځمکه په خپل چاپیري راڅرخي؟

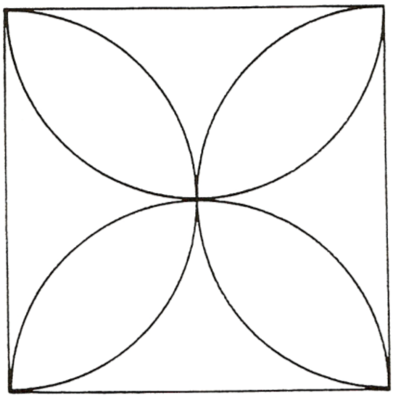
پ) په ورځ کی ځمکه نزدې څومره واټن تی کوي ؟

ت) په ریښتونی ځمکه د لمر څخه په یوه ایلیپسی لار راڅرخي، چی په یوه سوزون ټکي کی پخپله لمر قرار لري. د لته هغه لنډ واټن ځمکه لمر ۱۴۷ میلیونه کیلو متره دی، او لرې واټن یی ۱۵۳ میلیونه کیلو متره دی. په دې ورزیات ورکړو سره کوچنی نیممحور وښایي، او همدا ډول د ایلیپسي یا بیضوي هواره او (نزدې) چاپیری هم.

۲۱ – د ټولی هوارې کومه ټوټه برخه رنګ ده؟



خیره ۱۴۷



(c) ketabton.com: The Digital Library

۲۲ – د دوه ګردیو وړانګی ځان داسی نیسي یا په تنساب کی سره پرتی دي، لکه 5 : 8 په لویه ګردۍ کی یو ګردیبرخه موجود ده ، چی د هغی لینده دومره لویه ده لکه د کوچنی ګردۍ وړانګه r = 10 cm. وشمیری

الف– منځتټکي کونج

ب – د ګردیبرخی هواره.

۲۳ – کوم منځتټکي کونج په لیندۍ پورې اړه لري، چي

الف) ټیك همدومره لوي وی لکه وړانګه ؟

ب) دوه واره دومره لوي وی لکه وړانګه ؟

پ) نیم دومره لوي وی لکه وړانګه ؟

۲۴ – د یوې ګردیټوټونی منځ ټکي کونج وشمیری ، چی هواره یی همدومره لویه وي، که په وړانګه یی چی مربع .

۲۵ – یو مصنوعي ساتلیت یا جوړه سپوږمۍ ځمکه په ۲۰۰ کیلو متره جګوالي راګردوي یعني له ځمکي راګرځي یا بهتره له ځمکی راڅرخي. د راڅرخونوخت یی ۱ ساعت، ۲۸ دقیق او ۲۶ ثانیي دي.

الف – سرعت یی څومره لوي دی؟

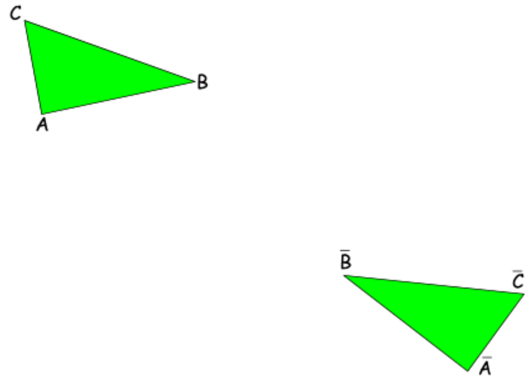
ب – په یوه دقیقه کی څومره لار وهي؟

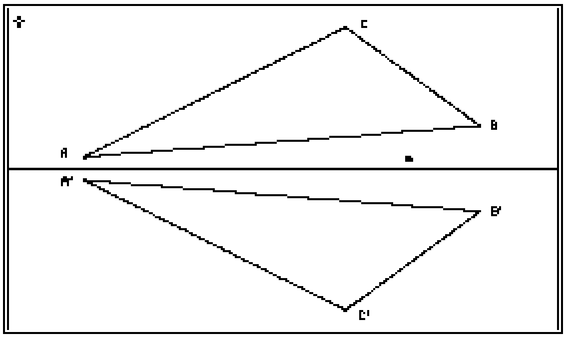
(c) ketabton.com: The Digital Library

کونګروانیخ ځیرونی(برابرې ځيرونې)

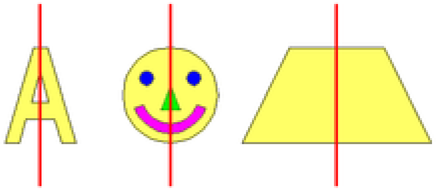
Kongruenzabbildungen

Congruence mapping





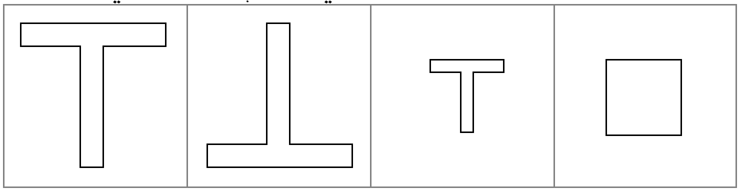
سیومتري ځیرې یا شکلونه Symmetrische Figuren



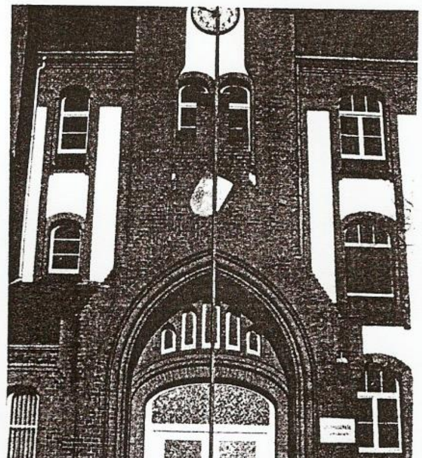
د هوارو څخه مو ولیدل، چې د هغو ترمنځ سیومتري ځیرې یا شکلونه، یعنی داسي په نامه برابرې یا مساوي او نیمایي ځیرې:

(c) ketabton.com: The Digital Library

د شمیرپوهنی له مخی د ساده شمیروړتوب له امله تخنیکي، د هغو د ساده بدله ونی له امله، او د ښکلا له مخی، د هغو د همغسي څیرې ځرګندوني له امله یو ځانګړی ځاي نیسی)



په پورته څیره کې کیڼ لور ته دوه د ټي څیرې یو بل پټوي، کیڼ لور دې د کښلی ټي سره برابرپټوونی ټي وکښل شي٠ دا محور سیومتري څیرې دي٠
په ځانګړي ډول د اخرني شکلونو څخه کتل کیږي چی سیومتري تل دا مانا نه لري چی شکلونه دې په دوه نیمو وویشل شي، کیدی شي دوه یا زیات شیان وي ، چي د هغو د ترتیب له امله یو له بل سره خیالي سیومتري اړیکي ولري. دوه یا زیات شکلونه لکه چی څنګه ضربالمثل وایي چي داسي یو بل ته ورته دي لکه » دوه هګی .» له دې ځایه تر کونګروانیڅ یو پل دی



څیره ۱۴۸

څیره ۱۴۹

پیژند : هندسي شکلونه کونګروینڅ (برابر) بلل کیږي، که په فورم ، بڼه (څیره) او لویوالي کی یو بل سره یو شي وي او یواځي ځاي یی یو له بل بیل وي٠

(c) ketabton.com: The Digital Library

یادونه : زه به وړاندیز وکړم، چې کونګرواینځ ځیروني » ورته برابرې ځیروني » وبولو، ځکه، چې یو بل ته ورته دي او برابرې هم دې یانې که یو پر بل واچول شي یا یو پر بل پریوزي، نو یو بل پټوي۰

د دوه شیانو A او B د کونګرواینځ د لیکلو سومبول په لاندې ډول دی:

A ~ B <=> A ~ B

د کونګرواینځ خویونه :
١ - کونګروینځ ځیرې یا - شکلونه یو په بل پریوځي یا یو بل پټوي .
٢ - کونګروینځ ځیرې یا شکلونه د کاغذ په هنري غبرګولو یا غوځولو په بنسټ، کیدی شي یو په بل پریوځی۰

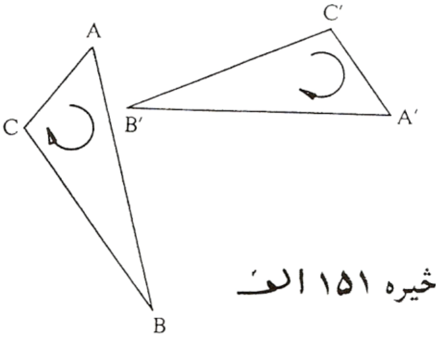
پورته ځیره ټکی سیومتري ده ۰
غوځول د شمیر پوهنی کار نه دی، مګر غبرګول کیدی شي وي.

لنډ : محورهنداروني او کربنهنداروني ، ځرخون، ټکیځیره ونې او راکښنې ګونګرواینځ ځیره ونې دي۰

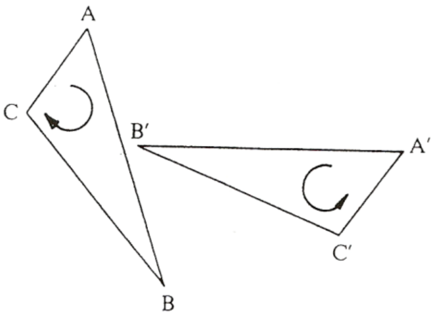
پوښتنه کیږي چې :
په شمیرپوهنه کی عملیي شته چې د هغي په مرسته یا د هغي له لارې یا د هغی په وسیله ځیرې یو په بل پریوتی - او پټیدی شي ، داسي کارونی یا عملیي په کړنه یا عمل کی شته او دا کونګرواینځ ځیره ونې یا ځیره کوني بلل کیږي.
هر کونګرواینځ ځیره یا شکل او لویوالی (منځهواره) ساتي. په دې ډول باید کونجونه او اوږدوالي ریښتونی وي، چی په دې ډول د برخو تناسب، کربنوتناسب، برخو تناسب غبرګ کرخو تناسب (ځاننیونه) ریښتونی دی. لاندې به وښوول شي چی زیات تر زیات د کونج ځرخونلور یا سمت تغیر خوړونکي دی، که ځرخونلور تغیر ونه خوری نو یولوریز کونګروینځ بلل کیږی او که ځرخونلور تغیر وخوري نو شکلونه مخامخ لوریز یا په ځت یا برعکس کونګروانیځ بلل کیږي

(c) ketabton.com: The Digital Library

ثیره ۱۵۰

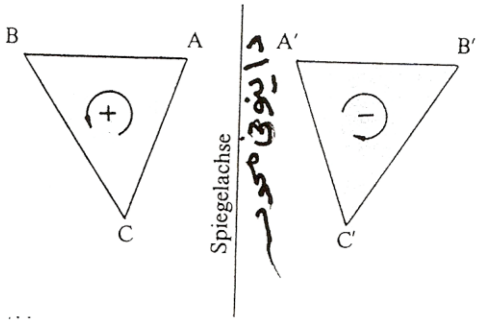


ثیره ۱۵۱ الف



ثیره ۱۵۱ ب

کرښهندارونه(په کرښه منعکسونه) Geradenspiegelung

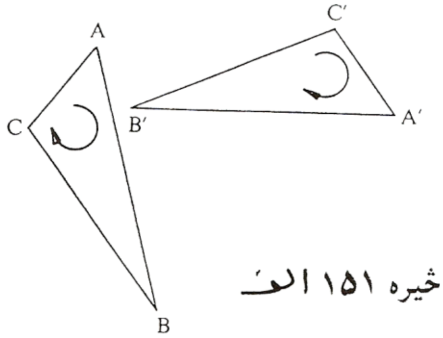


ثیره ۱۵۲

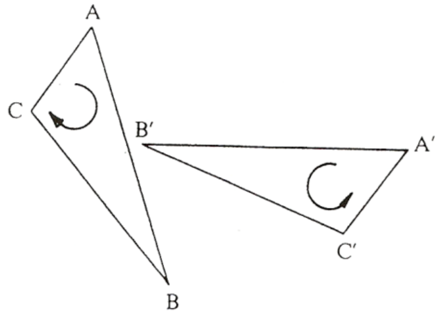
یو کونګروانیخ ثیره ونه مو په پیل ثیرونو کی وښوده. کرښ اینونه یا کرښهندارونه یواځنی مخامخ کونګروینخ ثیره ونهی ده ، ځکه چی د کونج د لور تغیر په کی منځ ته راځي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

ثیره ۱۵۰

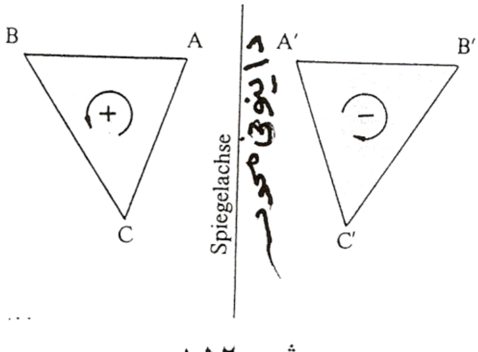


ثیره ۱۵۱ الف



ثیره ۱۵۱ ب

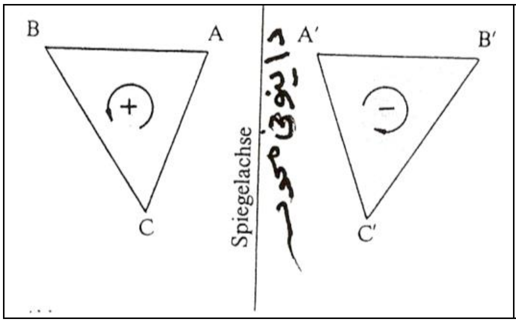
کرښهندارونه(په کرښه منعکسونه) Geradenspiegelung



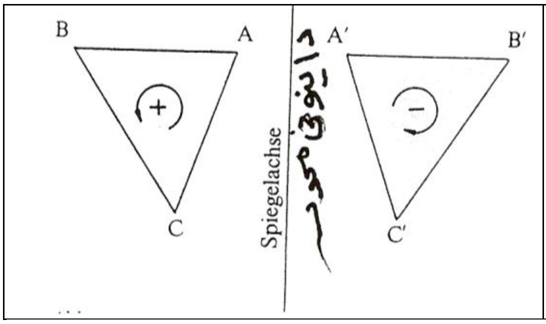
ثیره ۱۵۲

یو کونګروانیخ ثیره ونه مو په پیل ثیرونو کی وښوده. کرښ اینونه یا کرښهندارونه یواځنی مخامخ کونګروینخ ثیره ونهی ده ، ځکه چی د کونج د لور تغیر په کی منځ ته راځي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

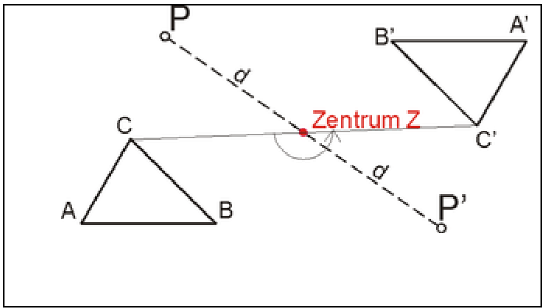


په کربنه هندارونه(پ کربنه منعکسونه):
په پیل انعکاس کې مو یوه کونګروانخ تشکیل وښوده. په کربنه انعکاس ورکول یواځنی مخامخ انعکاس دی، ځکه چې د زویې د لور منځ ته په کې راځي.



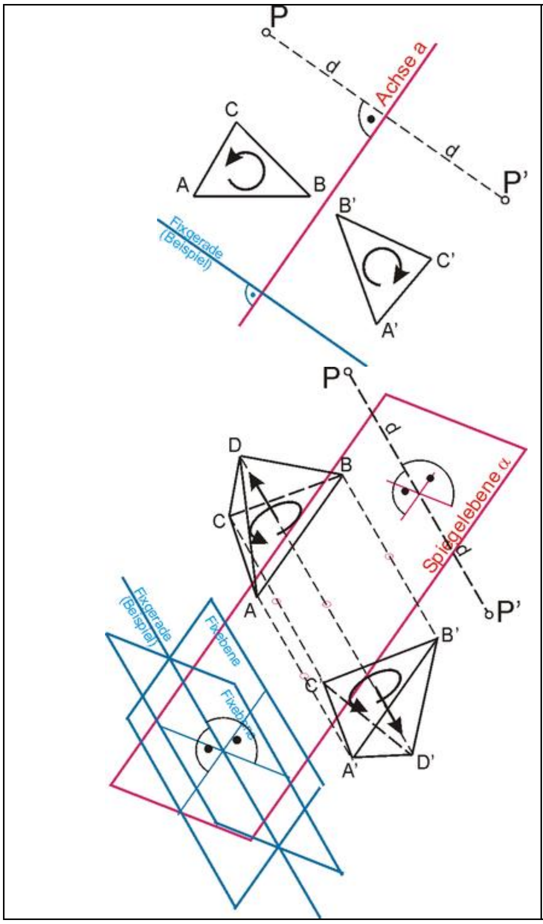
په کربنه هندارونه(پ کربنه منعکسونه):
په پیل انعکاس کې مو یوه کونګروانخ تشکیل وښوده. په کربنه انعکاس ورکول یواځنی مخامخ انعکاس دی، ځکه چې د زویې د لور منځ ته په کې راځي. لاندې ځیره دې وکتل شي

د درې ګوډي ABC مثبت- یا زیاتونلوریز ځخه یو منفي لوریز یا کمونلوریز درې ګوډی A'B'C'جوړیږي. پخپله کربنه g په اینونکی کربنه یا په اینونکربنه یا په هندارونکربنه بلل کیږي او یا د اینه ونې محور. په دې ټول پراته ټکی تغیر نه خوري) ځاي په ځاي ټکی (فیکسټکی (Fixpunkte دی، له دې امله کرښی g ته د ځاي په ځاي ټکوکربنه هم وایي. ټولی په g نغولاړې(لنډ: ولاړې) کرښي د اینه کولو په بنسټ په خپل ځان ځیره کیږي، مګر ټول ټکي د g سره د غوڅټکي په استثني یا بی له غوڅټکي کرښي ټکي د خپلي فاصلی په ساتلو ځاي بدلوي. له دې امله دا کرښي ځاي په ځاي کرښی بلل کیږي ۰
په لاندې ځیره کې کیڼ لور ته درې ګوډی په ټکی ، چې د کښلي کرښی منځ ټکی دی ، ښي لور ته ځیره کیږي او دا په همدې ټکي۰ کتک کیږي، چې د هر ځیره ټکی واتن د همدې ټکي څخه همغ دی لکه د ځیره کووني ټکی واټڼ له دې منځټکی څخه .

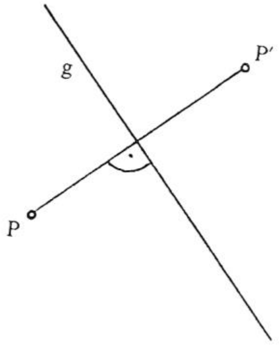


په پورته محور اینه ونه کی لیدل کیږي، چې د محور څخه د ځیرې او ځیره کونکي ټکي سره برابر دي، خو ګورو، چې څرخون لور یې همغه څرخونلور نه ده۰

(c) ketabton.com: The Digital Library

	په مخامخ ځیره کې ایېنه ونې کښل شوي دي

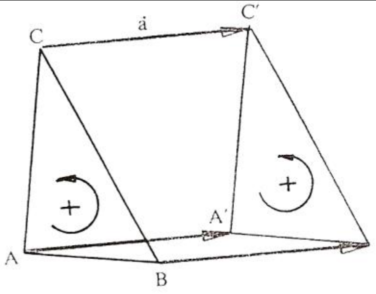
د کرښ اینوونو(هنداروني یا انعکاس) جوړښتخیرنه

 ځیره ۱۵۳	۱ - دا ټکي له هر په نخه ټکي (ډیرګوډي کی د کونجټکی او په ګردي کی د منځ ټکی) په g ولاړ یا زوړند پریوځي او دا له g اخوا په فاصله د Pg|غزوي. (دا د مخه راغلي .) ۲ – ټول ټکی د اصل په ترتیب سره وتړی(په ګردی کی : په M'یو ګر دی د r'=r په وړانګه ووهئ). د ځیرې او پخواځیرې(اصل) د ټولشکل لپاره بیا g سیومتریمحور دی، دا په دې مانا، چی ټوله ځیره د اینونې سره په خپل ځان ځیره کیږي .

(c) ketabton.com: The Digital Library

هره کرښ اینوونه Sg کیدی شي چې په g بیا کرښ اینونو باندې په همغه محور بیرته راوکرځول شي.دSg په یا په ښتې ښیره ونه یا مخامخ ښیره ونه بیرته Sg دی. دا دښیرو زیاتواره ښیره ونو ځانګړی حالت د٠
دلته بیا سړی د ښیره ونو د ځنځیرونو ښخه خبرې کوي او د دې لپاره تړلنخښه »°« په کار اچول کېږي. کرښ اینوونه د ګونګراینښو لاندې یو مرکزي ځای یا منځځای لري، ځکه چې ټولې نورې اینونې د کرښ اینوني ځنځیرونو باندې بیرته راګرځول کیږي، لکه چې په لاندې کې به وګورو.

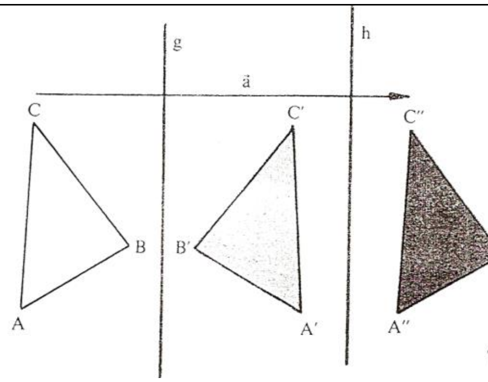
راکښنه یا کښونی Verschiebungen

	پیژند : غبرګکښول ،لنډ کښول یا وړل Va د خپل وړلوکتور یا وړونوکتور یا کښونوکتور له لارې یواځنی ټاکلی دی (ددې لپاره د وکتور لوست وګوری٠
ښیره ۱۵۵	د وکتورونو لاندې مساوي اوږده او په یوه لور غشي پوهیږو، کوم چې د ښیرې وتلتکي په ښیرټکو لوریز وي . (لنډ : د وکتور لاندې یوه لوریزه کرښه پوهیږو، د ځانګړو شرایطو لاندې) د کښولو لپاره پریکړی د وکتور اوږدوالی | a | دی او د وکتور لور. کښول په همغه لور کونګرواینښیروني دي، دا په دې مانا چې د ښرخونلور ساتلی پاتي کیږي٠

د کښولو جوړښتښیرنه
۱ - په هر نخښه شوي ټکي (په ډیرګوډي کی ګوډونه او په ګردئ کی منځټکی)د ګښولو وکتور a وکاري (برابر یا مساوي اوږده، همغه لوراو غبرګ غشی.)
۲ - د وکتورونو اخرټکي سره د اصل په پرلپسي ترتیب ونخلوی. (په ګردیکښونو کی : په اخر ټکي د r وړانګي په اندازه ګردئ ووهی)کښونه ځاي په ځاټکي نه لري(که د صفر وکتور دې په نامه identität ایدنتیتي یا کېمټ ښیرونی ښخه تیر یا صرف نظر شو)

(c) ketabton.com: The Digital Library

ددې لپاره ټولی له a سره غبرګی کرښي ځاي په ځاي کرښی دي، دا په دې مانا چی دوي په خپل ځان ځیره کیږي .هر کښنول یا نوه هم ښه هره کښه ونه Va د V-a کښنولو له لارې بیرته راوګرځول کیدی شي.



۱۵۶

دلته a- وکتور د a سره غبرګ او همغومره اوږد دی، مګر په مخامخ یا په ځټ لور .هره کښنونه په دوه کرښو g او hله دوه واره اینولو یا هندارونو له لاری بیرته لاس ته راوړونکی ده، چی واټن d یی همدا د کښنولو وکتور نیم اوږدوالی ورکوي. دا بدلون یواځنی نه دی: پس په عمومي ډول باور لري: $V_a = S_g \circ S_h$ د g||h سره او |a| = 2d ، چیرته چی d د g اوh ترمنځ واټن ورکوي.

په یوه ځانګړي ډول یو په بل پسي صورت نیونکی زیات کرښ اینونه دې په دې ځاي کی ذکر شوي وي، ځکه چي دا – لکه څنګه ټول نور واریانت یا

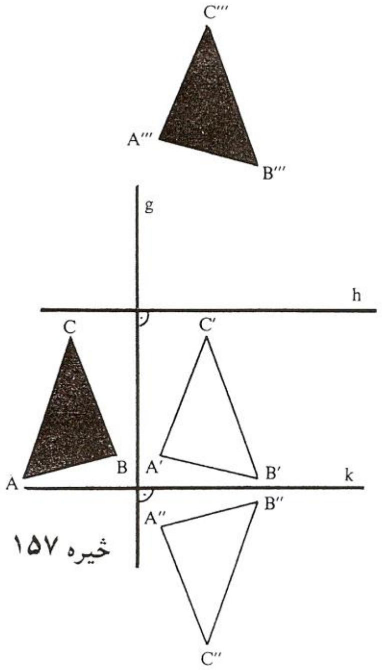
اووښتونی – یو ساده بنستیز فورم نه ورکوي : خویوونکي یا کښووني اینونه. ټرنه $G_{a;g} = S_g \circ V_a$ یو کښووني اینونه ده،

که g || a وي.

هره کښووني اینونه یا هندارونه د درې کرښ اینونو $S_h \circ S_k \circ S_g$ تړل دي، چیرته چی کرښي h او k ، کوم چی دکښووني ځاي نیسي، په g نیغی ولاړې دي:

$h \parallel k ; h \perp g$.

یوه کښنوني اینونه ځاي په ځاي ټکي نه لري، مګر g د ځیرووني ځاي په ځاي کرښه ده. هره کښووني اینونه $G_{a;g}$ په $G_{-a;g}$ سره بیرته راکرځول کیدی شي.



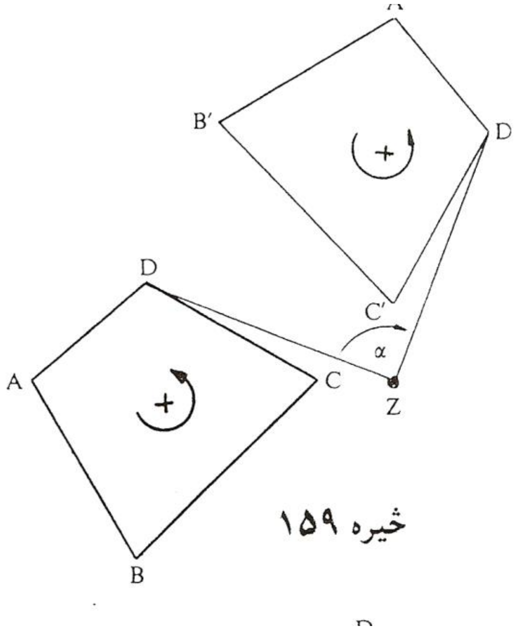
خیره ۱۵۷

(c) ketabton.com: The Digital Library

ځرخونونه (ځرخون)

خیره ۱۵۸

تعریف : ځرخون $D_{Z;\mu}$ هغه خیرونه ده، چی په ورکړ شوي ټکي Z (ځرخونټکی یا ځرخونمنځ) هر اصلی ټکی P په یو خیره ټکي 'P داسی تنظیم کړي، چی $|PZ| = |P'Z|$ او $w(PZP')=\mu$ چی μ یو د مخه ځاي په ځاي ورکړ شوی کونج دی، د ځرخونکونج.



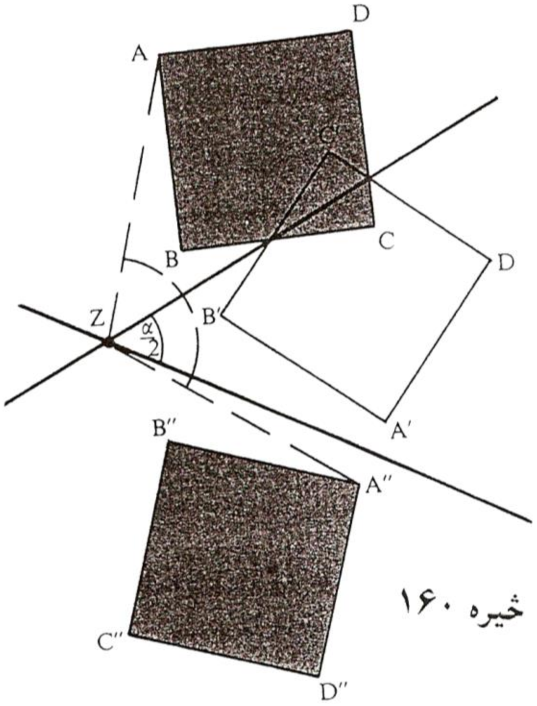
خیره ۱۵۹

پس یو ځرخون د ځرخونټکي Z او ځرخونکونج ځخه یواځنی ټاکلی دی. د ځرخونلور په مخ نخه له مخه ورکړ شوی. (ددې لپاره دې د مخه تري لوستونه پام کی وي).

دځرخون جوړښت خیړنه

۱ – په ټولو په نخښنه ټکو (د ډیرکونجیز کونجټکي، په ګردی کی منځټکی) او

(c) ketabton.com: The Digital Library



خیره ۱۶۰

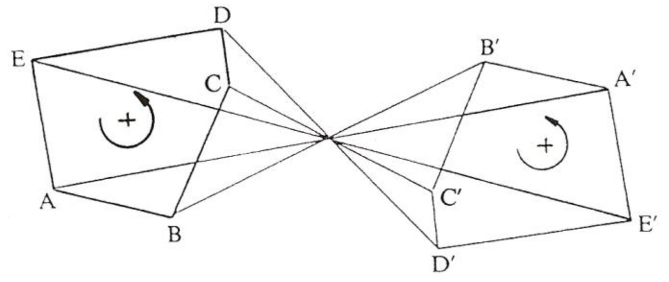
حرخونمنځ Z یوه وړانګه کیږدی . د
هرټکي P واټن PZ په یوه مرستندوي
وړانګه وکاږی، کوم چی له PZ سره
کونج جوړوي.
۲ –لاس ته راغلی ټکی 'P په اصل
پرلپسي ترتیبیو د بل سره ونښلوی
(یا په همدې ډول په 'P یو ګردی
د $r' = r$ په وړانګه ووهی).
څرخون D_z یوه همغه لوریز
کونګروانیخ څیرونه ده.
که څرخون D_z له څرخون په$0°$:
ایدنتیتي یا کټمټ، توپیر ولري، نو دا
یواځي یو ځاي په ځاي ټکی لري: پخپله Z .

(c) ketabton.com: The Digital Library

هر څرخون D_z د پـه کونج کیدی شي چی په څرخون D_z پـه کونج -
بیرته راوګرځول شي. د جوړښت ځیړنی څخه پیژندل کیږي، چی هر څرخون D_z
د دوه کرښې اینوني چی په ټکی Z کی په کونج /2 یو بل غوځوونکو کرښو g
اوh ځاي نیونکی کیدی شي: څرخون : $D_{Z;\mu} = S_g \circ S_h$
د $h = \{Z\}, \mu = 2.w(g;h)$ g سره. (څیره)

تعریف : یو څرخون د څرخونکونج $\mu = \pm 180°$ سره ټکی اینونه بلل کیږي. دا په دې مانا چی په ټکي اینه کیږي.

په دې توګه ټکی اینونه هم یو همغه لوریز کونګروانیځ څیرونه ده. (څیره ۱۲۸)



څیره ۱۶۱

په ټکي اینوني جوړښت څیړنه

۱ – د اصلي څیرې هر په نخښه ټکي څخه یوه کرښه وکاږي، چي له اینونکي ټکي Z تیره شي، او |PZ| واټن د Z په بله لور وباسی.
۲ – داسی لاس ته راغلي ټکي په پرلپسی ترتیب سره ونښلوی. (همداسی په M' یو د r' = r وړانګي ګردی ووهی).

(c) ketabton.com: The Digital Library

ټولګه

هره کونګروانیځ څیرونه د کرښی اینوني د ټرلو څخه لاس ته راځي. دلته بیا هر کرښ اینونه څرخون لور بدلوي. له دې امله لرو:

د کرښ اینونو (څرخونو یا کښنونو) جوړه تعداد یا ګڼون یو همغه لوریز کونګروانیځ څیرونه ده. د نا جوړه تعداد یا ګڼون کرښ اینونو (کرښ اینونی یا کښنونو اینونی) یو نا همغه لوریز کونګروانیځ څیرونه ده.

دیو په بل پسی د کونګروانیځ څیرونو کارونه بیرته کونګروانیځ څیرونه لاس ته راکوي. دا چی هرکونګروانیځ کرښ اینونه ده نو د پای کونګروانیځ یو په بل پسی اینونه ده. برسیره پر دې هر کونګروانیځ بیرته راګرځیدلی یا په څټ کیدلی شي. که له دوه وو زیات کونګروانیځ څیرونی یو په بل پسی منځ ته راشي ، نو په خوښه اسوڅیاتیو را یوځای کیدی شي. الجبري ټول کونګروانیځ څیرونی یو ګروپ جوړوي د ناپیلي کتمټ څیرونی سره، دا په دې مانا چی ناپیلی څیرونه ، چی په کارونه کی تغیر نه راولی کتمټ څیرونه ده. (د ګروپ لپاره دې نښلونی برخه وکتل شي)

په عمل کی د دریګوټی کونګروانیځ جملی له پوره اهمیت ډکی دی

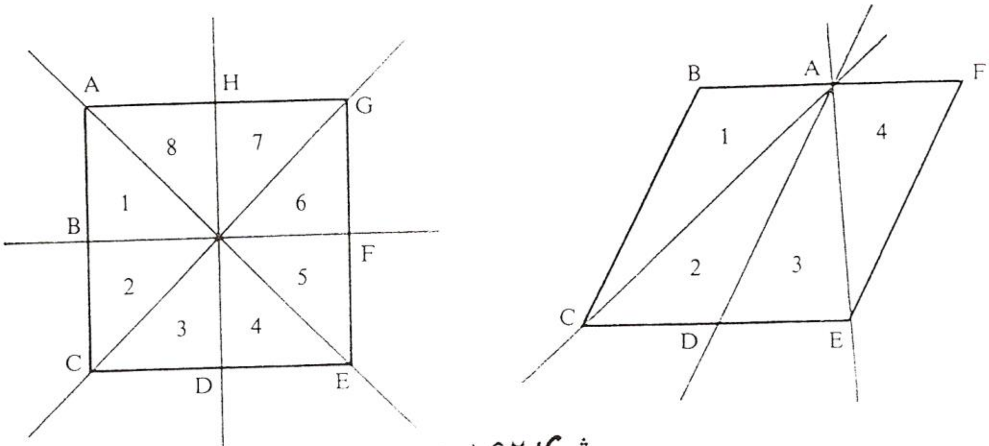
کونګروانیځجملی:
الف) په خپلو دري اړخونو کي (SSS) یا
ب) په دوه اړخونو او لهدې اړخونو رابند کونج کی(SWS) یا
پ) په دوه اړخونو کی او د اوړداړخ مخامخ کونج کی (SSW) یا
ت) په یوه اړخ او دواړو راګیر کونجونو کي (WSW) یو بل سره وخوري یا سره مساوي شي

(c) ketabton.com: The Digital Library

تمرینونه

۱ – په یوه غبرګ اړخیز ABCD هندارونی $S_{BC} \circ S_{AB}$ وکاږئ.

۲ – د کونګروائنخ جملو په مرسته وښایي، چی غوڅکرښی پیلځیرې په کونګروائنخ برخو ټوټه کوي.



ځیرې ۱۶۲

۳ – په یوه بیلګه وښایي :

الف) $S_g \circ S_h \neq S_h \circ S_g$

ب) $S_g \circ (S_h \circ V_g) = (S_g \circ S_h) \circ V_g$

۴ – د «هیلګولند» کیشتی او د «کوین ماری» لوي کیښتی ترمنځ واټن **۵** کیلو متره دی . هیلګولند کیشتی په شمال لودیځ ۶۰ درجي(N60°W) دلته N د شمال او W د لودیز لپاره دی، کرښلایني حرکت کوي او «کوین ماري» په **۸۲** درجو جنوب لویدیز لور حرکت کوي (S82°W) دلته S د جنوب لپاره دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

په دې وخت کې د «هیلګولند» څخه « کوین ماری » په ۷۰ درجو
شمالشرق(N70°O)
دلته O د ختیز لپاره ده، لیدل کیږي.Nord,, Süd, West, Ost
الف) په کوم کونج دواړه لارې یو بل غوڅوي ؟
ب) د دې وخت له ځاي څخه به هغه غوڅټکی څومره لرې وي؟

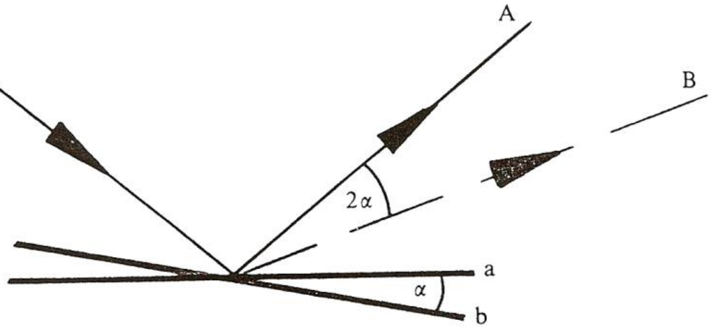
۵ – وي دې ABC یو مساوي پښيز دريګوډی، له بنسټ AB سره، g او h د کونجونو∝ او ß کونجنيمي دي. وښايي چی دريګوډي ABP اوABQ کونګروباینت دي. (P او Q د مخامخ اړخ سره د کرښو غوڅټکي دي).

۶ – څومره کورونتخيروني موجود دي چی لاندې څيرې يې په خپل ځان ځيره کوي: کرښی ، ګردی، غبرګ اړخي، مساوي پښيز دريګوډي ، ولاړ ګوډی، راوتی، مربع، مساوي اړخيز دريګوډي ؟ کتمتخيرونه دې نه په کی شميرل کيږي.

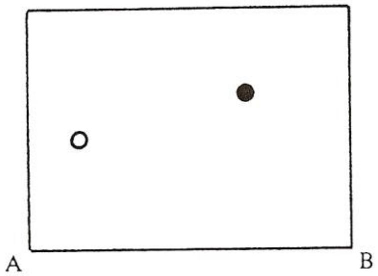
۷ – يو څرخيدونکی هنداره ، يوه هنداره ده ، چی په يوه خپله اينښوول شوي هواره پروت محور باندې څرخوړ اينښوول شوي. ترتيب په څيره کی له پورته لور انځوريږي.
د نور له چينی L څخه يوه وړانګه په هنداره د (a) په ځاي يا ځاينيوون کی پريوزي او د هنداروني يا انعکاس قانون سره سم(پريووتکونج = وتلکونج) د$\overline{OA}$ لور باندې بيرته غورځول– يا اينه کيږي يا منعکس کيږي. اوس نو هنداره د ∝ په کونج د (b) ځاي يا ځاينوون ته راوړل کيږي يا راڅرخيږي. دلته نو د نوروړانګه د $\overline{OB}$ په لور هحينداره کيږي يا غورځول کيږي يامنعکس کيږي. وښايي :

$$w(\overline{OA}; \overline{OB}) = 2\alpha$$

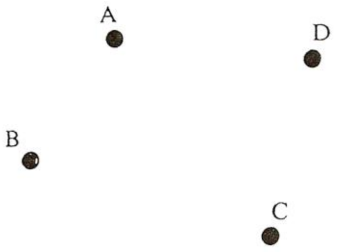
(c) ketabton.com: The Digital Library



خیره ۱۶۳



خیره ۱۶۴



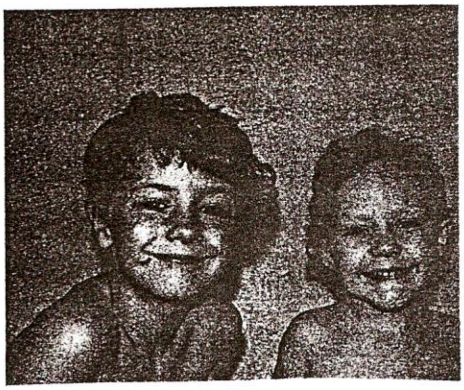
خیره ۱۶۵

۸ – د کوټې منځ کې دوه توپونه ایښول شوي یو سپین او بل تور. د کوټې له دیوالونو څخه توپ بلې لور ته نه شي تللی سپین توپ دې داسې ووهل شي چې تور توپ ووهي.دا د اینه ونی یا انعکاس د قانون سره سم په دیوال AB لګیږي. (حیره) د کرښو لار وکاږئ « تورتوپ – اینه ټکی یاانعکاسټکی – سپین توپ»

۹ – دا د یوه کور څلور برجونه دي، چې په A,B,C,D سره یې ښایو (خیره) داسې یو ځاي S شته ، له کوم چې برج A د برج C څخه یا سره پټ شي او برسیره پر دې له دې ځاي څخه A د B او D د منځتې په خیر ښکاره شي یا ځان وښايي .؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

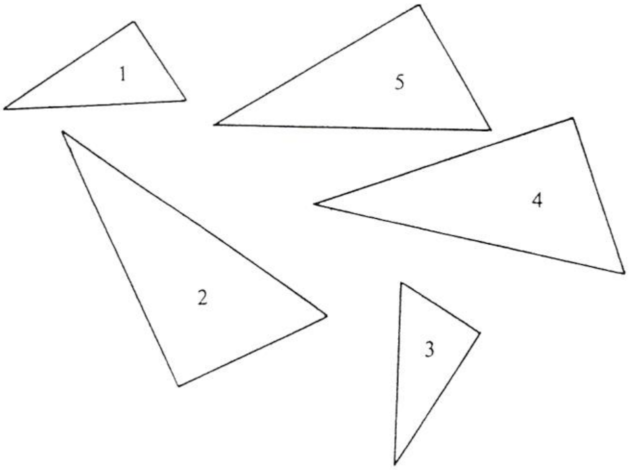
ورته واليځيرونه Ähnlichkeisabbildung



ځيره ۱۶۶

که چيرې دوه غبرګوني کوچنيان وکتل شي ،نو سم د لاسه ويل کيږي، چی دا دوه يو بل ته ورته دي. شيان يا ليديدونکي هم يو بل ته ورته بلل کيږي، که ګډ خويونه يا ګډې نخښې ولري، يعني ځرګند يو بل ته ورته وي، مګر سره له دې هم يو له بل توپير کيدونکی وي. په شميرپوهنه کی داسی نه شو ويلی چی دا شيان يا ليديدونکي يو بل ته زيات يا کم ورته دی، دا خيالي قضاوت دی چی په شميرپوهنه کی داسی قضاوت ځاي نه لري.

پيلبيلګه:



ځيره ۱۶۷

(c) ketabton.com: The Digital Library

لاندې دریګوټي د کونجونو $\gamma = 90°$ او $\alpha = 30°$, $\beta = 60°$ سره وکاږي.
ددې کونجونو سره له یوه زیات دریګوټي موجود دي، چې په ځانګړي توګه د
ولاړ کونج ورکړه یواځیوالی یا یواځیتوب نیول کیدی یا فرض کیدی شي.
دریګوټي ۱ او ۲ کونګروانیځ دي، دریګوټي ۲ او ۴ هم، مګر دریګوټي ۱
او یا ۱ او ۴ کونګروانیځ نه دي. سره ددې هم دوي زیاتی ګډې نخښې لري
(کونج، «بڼه»یا «شکل» یا څیره) دوي یو بل ته ورته دي.

ددوي ترمنځ نور څه ګډ دي یا دوي نور څه ګډ لري؟
له کونګروانیځجملی څخه مخ ته ځو، د اړخونو اوږدوالی اندازه کوو او راته ښایو
چه د اړخونو ځاننیونه یا د اړخونو تناثب :

$$\frac{|AB|}{|A'B'|} = \frac{|BC|}{|B'C'|} = \frac{|CA|}{|C'A'|}$$

او

$$\frac{|AB|}{|A'''B'''|} = \frac{|BC|}{|B'''C'''|} = \frac{|CA|}{|C'''A'''|}$$

ثابت دی.

پس تعریفوو

تعریف : هوارې څیرې یا شکلونه هلته یو بل ته ورته دي، کله چې د مناسبو
پاي کرښو اوږدوالی په همغه ځاننیونه یا تناسب پروت وي او (له دې امله هم) یو
د بل سره مناسب کونجونه مساوي لوي وي.

بیلګه : کونګروانیځ څیرې د ورته شکلونو یو ځانګړی حالت دی، په هغوي کی د

(c) ketabton.com: The Digital Library

ورکړشوو اړخونو تناسب یا ځاننیونه تل ۱ دی.

له دې امله باید –د کونګروانیڅ د ټولیزیدلو یا عمومیت – د دریګوډیو لپاره هم ورته جملي موجود وي.

ددوه یا زیاتو دریګوډیو ترمنځ یو بل ته ورته والی هلته پروت دی یا شته ، موجود دی، کله یی چی مناسب کونجونه سره یو شی وي او دې کونجونو سره مناسب اړخونه یو د بل سره په همداسی تناسب یا ځاننیونه کی پراته وي یا اړیکو کی).

دا هم د دریګوډیو لپاره باور یااعتبار لري، په داسی ډول– د کونګروانیڅ ځخه پر مخ ځو– چی سړی داسی نومولی د ورته والي جملی لیکلی شي.

د ورته والي جملی: دریګوډی یو بل ته هلته ورته دي، که په لاندې کی سره برابر وي

۱ – د دریګوډیو دریواړو اړخونوپه مناسبه توګه د اړخونو تناسب یا ځاننیونه.

$$a : a' = b : b' = c : c' .$$

او یا

۲ – د دوه یو بل سره مناسبو اړخونوتناسب یا ځاننیونه او له دې بندشوې کونج. دا په دې مانا چي

$$a : a' = b .: b' \quad \text{او} \quad \frac{a}{a'} = \frac{b}{b'}$$

او یا

۳ – د دوه مناسبو اړخونو تناسب او د لوي اړخونو مخامخ کونجونومساویوالی. په دې مانا چی: $a : a' = b : b'$ او $ß = ß'$ د $b > a$ لپاره او یا

۴ – ددوه کونجونواندازې مساویوالی ، چی په دې ډول ټول کونجونه مساوي دي.

دا په دې مانا چی :

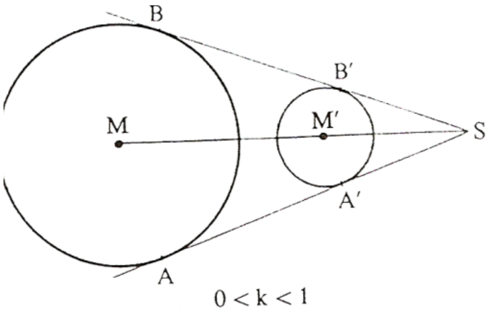
(c) ketabton.com: The Digital Library

په همدې ډول کيدی شي د نورو شيرو لپاره هم د ورته والی جملی تر فرمول لاندې راوړل شي. شيرې يو بل ته ورته دي، که دوي د څانګړو ورتوني شيروني له لاری يو په بل پريوتی شي.

مهم ورته والي شيرونی منځني راکښنه ده

> **تعريف:** منځني راکښنه $Z_{S,k}$ د ټکي S (د راګښلو منځ) او يوه ګڼ k د راکښلو فاکتور يا ځلونکي په بنسټ يواځنی ټاکلی وي. هر اصلي اوږدوالي ته د منځني راکښنو له لارې په k–ځلی تغير ورکو ل کيږي.

د k لپاره له صفر تر يو ګڼونه پريښوول کيدی شي. په دې کی بياپخپله له دې پوهيدی شو چی شيرونه له اصلي کوچنی ده. په دې حالت کی له زبيخلو (کيښکلو) غبرېږو. شيرونه نوره هم د راکښلو باور لري. که k = -1 وي نو اړوند منځني راکښل په راکښل منځ S باندې ټکي اينونه ده. د هر بل منفی ګڼ k |=-1 لپاره کيدی شي k په k =(-1).|k| باندې تجزيه شي. له دې وروسته پورته يادونی په همغه هدف استعماليږي يا کارول کيږي.

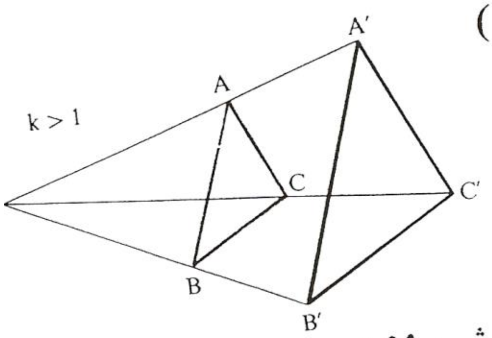


شيره ۱۶۸

يادونه : پام دې وشي چی راکښنه به ښه وي او که غزيدنه.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د منځراکښنی جوړښتځیړنه(توضیځ)



خیره ۱۶۹

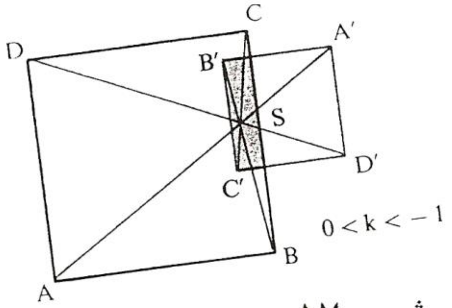
۱ – د اصلي هر په نخښنه ټکي د راکښلو منځ S سره و نخلوی.

۲ – د هر ټکي P لپاره د|PS| پای کرښي په k ځل کیږي(جوړښت ته د 0> k لپاره هم، مقایسه ځیره) او نوي پای کرښه

|'SP|.k = |SP|

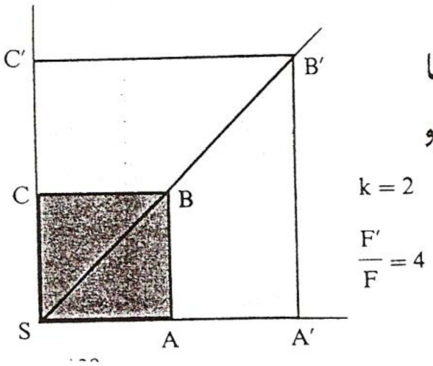
په کرښه چی دټکي S ځخه پیل له P, S او 'P تیریږي وکاږی.

۳ – د اصل په ترتیب یا اصل ته ورته ټول ځیره ټکي سره ونښلوی.



خیره ۱۷۰

دا چی ورته ځیرې (بی له 1 = |k|) کونګروانیځ نه دي، نو د هوارې دننه یا منځ هم تغیر خوري، مګر که ټولی خواو یا اړخونه په فاکتور k(د بیلګي په توګه 3 = k , 2 = k) تغیر کړو، نو ځیروونکی هواره باید په فاکتورk^2 (یعني 4 = k^2 ,همداسی 9 = k^2) تغیر وخوري.



خیره ۱۷۱

(c) ketabton.com: The Digital Library

تعري: په يو منځراکښنو، چې فاکتور k ولري د ځيرې هواره 'F او له ځيرې دمخه (اصلي) هوارې F ترمنځ لاندنی تناسب یا ځانښيونه موجود دی.

$$F' : F = k^2 \quad \Rightarrow \quad F' = F.k^2$$

د لته د k مخنخښه کوم رول نه لري ځکه چې منفي ځل منفي بيرته مثبت دی

پيلبيلګ:

دياس(دفيلم دياس) (فورمات يا لويوالی 24mm.36mm)

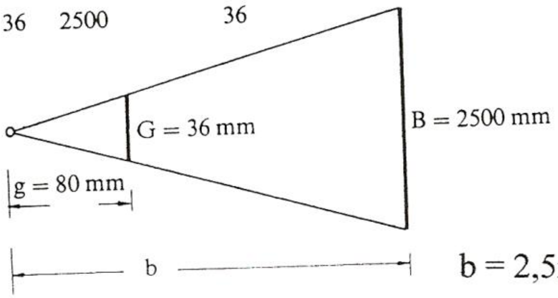
په يوه ديوال چې لويوالی یی 2,5 m . 2,5 m دی. د ممکن حده پورې ځيره کيږي. د ښه ټيك جوړلوسره یی له عدسي واټن 8cm دی. پريوستونی یا پرويکتور د ځيرې ديوال څخه باید څومره لرې وي؟ د دياس هوراه په څو واره لويه شوې ؟

د دياس دځيرونی لپاره لاندې اړيکی باور لري:

$$\frac{\text{د ځيرې جګوالی } B}{\text{د دياسجګوالی } G} = \frac{\text{د ځيرې پراخوالي } b}{\text{د دياس –عدسی لريوالی} g}$$

ځيره ۱۷۲

$$\frac{80}{36} = \frac{b}{2500} \Rightarrow b = \frac{2500 \cdot 80}{36} = 5555,56 \text{ mm}$$



ممکن ډك په دې مانا ،
چی 36 mm په 2,5 m
بايد لوي شي. په دې توګه
د پريوستون ديوال –عدسي
واټن په لاندې ډول دی :

$$b = 2,5m.0,08m : 0,036m$$
$$\sim 5,56m$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د لویوالی فاکتور یا ځلی دی

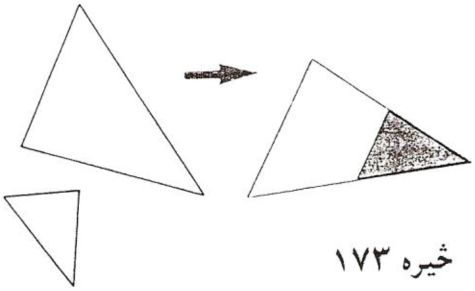
$k = 2,5: 0,036 \sim 69,44$

له دې امله د څيرې هواره ده:

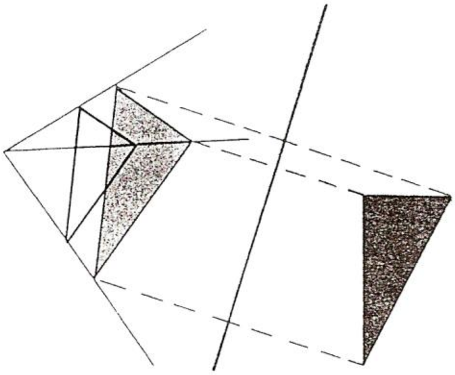
$F' = 69,44^2 . 0,036 . 0,024 = 4,17 m^2$

دا د دیاس هوارې 4822,53 واره یا ځله ده.

دا روښانه ده، چې ورته څیرې، د څرخوني، راکښلو له لارې او اینونی له لارې یوه پوزیشن ته راوړل کیږي، په کوم چې سم د لاسه د شکلونو د کونجونو د برابرتوب ورته والی پیژندل کیدی شي.



څیره ۱۷۳



څیره ۱۷۴

تعریف : هره کونګروا ینځ څیرونه، هر منځراکښونکی او له دوې هر تړلی یا ځنځیري اینښولشوې یا ځای په ځای شوې څیرونی ورته څیرونی بلل کیري.

دا چې هره ورته څیرونه بیرته یوه داسی څیرونه باندې راګرځي، نو بیخي باور لري : د ورته

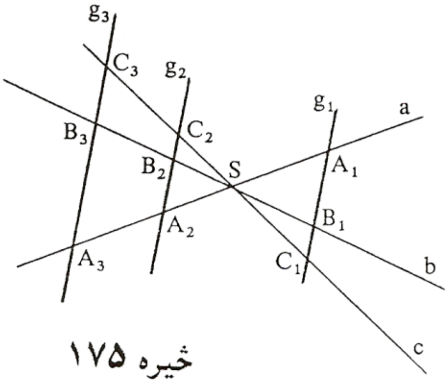
(c) ketabton.com: The Digital Library

والي خیروني ډیری چی پرلپسی سره وتړل شي یا ځنځیري شي ګروپ جوړوی (د ګروپ لپاره دې، چی شمیرپوهنیزه کلیمه ده، د کتاب پای وکتل شي)

او خیرې او همداسي پیل بیلګه (ډیاسپرویکتور) څخه د وړانګي جمله ټولیزه یا عمومي کیدی شي.

۱ . وړانګي جمله: که له یوه ټکي S وتلی وړانګي ....،a,b,c له غبرګو کرښو ....، g_2,g_2,g_3 غوڅي شي، نو د یوې وړانګی ټوټی همداسی تناسب کی دی یا همداسی ځان نیسی لکه

د بلی وړانګي ټوټی: دا په دې مانا چی:



خیره ۱۷۵

$$\frac{|SA_1|}{|SA_2|} = \frac{|SB_1|}{|SB_2|} = \frac{|SC_1|}{|SC_2|}$$

او

$$\frac{|SA_1|}{|A_1\,A_3|} = \frac{|SB_1|}{|B_1\,B_3|} = \frac{|SC_1|}{|C_1\,C_3|}$$

په خیره کی د اړیکو ښوونه سم د لاسه په غبرګو کرښو له پوړیزکونجونو او د دریګوډیو ورته والي چی SA_1B_1 او SA_2B_2, SA_1C_1 او SA_2C_2 اوپه همدې ډول د SB_1C_1 او SB_2C_2 سره یی لري.

برسیره پر دې باور لري:

۱ . وړانګي جملی په څټ: که له ناپای کرښو....g_1 , g_2 , g_3 څخه د خورې

(c) ketabton.com: The Digital Library

غونچې یا بهتره ستورې کرښو له لارې ټوټې پرېکړې شي، چې یو بل ته ثابتې یا همغه ځای په ځای ځانښیونې یا تناسبات ځرګندوي، نو دا کرښې یو بل سره غبرګې دي.

۲ . وړانګي جمله:

که له یوه ټکي وتلې وړانګي د غبرګو ناپاکرښو څخه غوڅې شي، نو د دوي ټوټې چې له غبرګو دې ځان داسې نیسي یا په داسې تناسب کې دیلکه هغه د ککرټکي څخه وتلې کچ شوې د وړانګو ټوټې.

$$\frac{|S\ A_1|}{|S\ A_2|} = \frac{|A_1B_1|}{|A_2B_2|} = \frac{|S\ B_1|}{|S\ B_2|} = \frac{|B_1C_1|}{|B_2C_2|} = \frac{|S\ C_1|}{|S\ C_2|} = \frac{|A_1C_1|}{|A_2C_2|}$$

۳ . وړانګي جمله:

په یوه غبرګې ټوټو ځانښیونه داسې ده لکه پهدې بلې غبرګې ټوټو ځانښیونه یا تناسب:

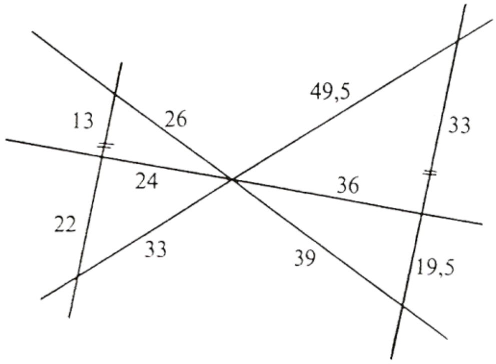
$$\frac{|A_1\,B_1|}{|B_1\,C_1|} = \frac{|A_2\,B_2|}{|B_2\,C_2|} \quad \text{oder} \quad \frac{|A_1\,C_1|}{|B_1\,C_1|} = \frac{|A_2\,C_2|}{|B_2\,C_2|} \quad \text{oder} \quad \frac{|A_1\,B_1|}{|A_1\,C_1|} = \frac{|A_3\,B_3|}{|A_3\,C_3|}$$

بیلګه :

۱ . د لمړۍ وړانګي جملې پسې لرو:

(c) ketabton.com: The Digital Library

۱ . د وړانګو جملو پسې يا له امله باور لري:



خیره ۱۷۶

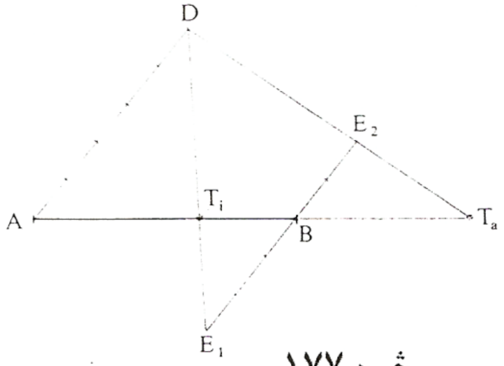
1. Strahlensatz: $\frac{26}{39}=\frac{24}{36}=\frac{33}{49,5}=\frac{2}{3}$
لمړی وړانګې جمله

2. Strahlensatz: $\frac{24}{22}=\frac{36}{33}$ oder
۲. وړانګې جمله
$\frac{33}{22}=\frac{49,5}{33}$ oder
$\frac{26}{35}=\frac{39}{52,5}$

3. Strahlensatz: $\frac{13}{22}=\frac{19,5}{33}$ oder
۳. وړانګې جمله
$\frac{35}{22}=\frac{52,5}{33}$

۲ . د يوې کرښې AB ويشنه يا ټوټونه:

کرښه AB دننه(T_i) په ځانښيونه يا تناسب 5:3 او دباندې (T_a) په تناسب يا ځانښيونه 2 : 5 ويشل کيږي. د دې لپاره د ۲ . وړانګې جمله کارول کيږي يا استعماليږي:



خیره ۱۷۷

– دننه ټوټوونټکی T_i :

$$\frac{|AD|}{|BE_1|}=\frac{|AT_i|}{|T_i B|}=\frac{5}{3}$$

– د باندې ټوټوونټکی T_a:

$$\frac{|AD|}{|BE_2|}=\frac{|AT_a|}{|T_a B|}=\frac{5}{2}$$

دا جوړښت د ويشنې برسيره

(c) ketabton.com: The Digital Library

د کرښو د ځل لپاره هم کارول کیدی شي. نو $|AT_a|$ د $|T_aB|$ دوه نیم واره دی.

۳ . طلایي غوڅی یا –غوڅونه:

په طلای غوځي یوه د a اوږدوالی کرښه داسی ټوټه کیږي، چی برخه ټوټو د x اوږدوالی همداسی د a - x اوږدوالی لپاره اړیکی $a : x = x : (a-x)$ باور لري. دلته x د دواړو برخه کرښو لویه برخه ده دا ویشنه په هنر او ارښیتکتور کی له مانا ډکه ده یا مهم رول لوبوي. له پورته اړیکو څخه لاس ته راځي: $x^2 = a(a-x)$ او له دي بیا $x = \sqrt{a(a-x)}$ لاس ته راځي. دا په دې مانا چی اوږده کرښه د دوو لنډو کرښو او د ټولی کرښی هندسي منځ دی. که دا فرمول نور هم ښه بدلون غوره کړي او د x په لور اوبی یا حل شي، نو ترې لاس ته راځي :

$x = \sqrt{a^2 - ax}$

$x^2\ a^2 - ax$

$0 = x^2 + 1x - a^2$

$x_{1,2} = -(a/2) \pm \sqrt{(a/2)^2 + a^2}$

$= -(a/2) \pm \sqrt{(5/4)a^2}$

$x_1 = 0{,}5a(\ 5 - 1)$ په کار نه راځي

$x \sim 0{,}618a$ نو لرو:

خیره ۱۷۸

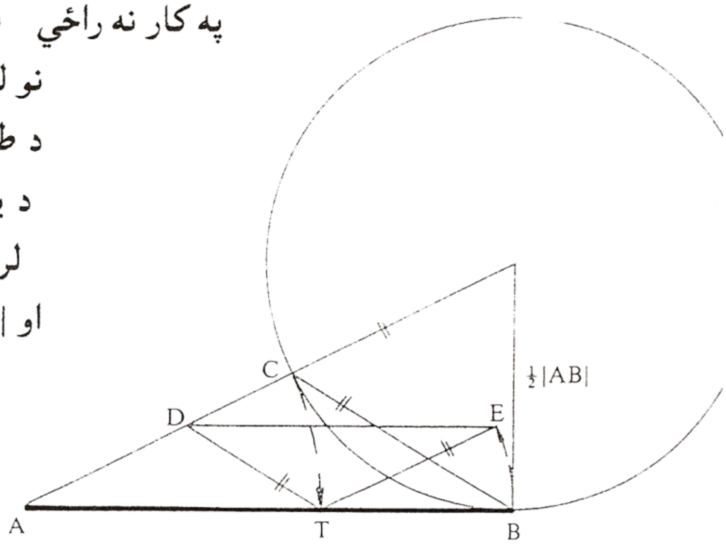
د طلایي قاعدې لګه لارې

د یوې کرښی $|AB|$ ویشنه

لرو $|AC| = |AT|$

او $|AD| = |TE| = |TB|$

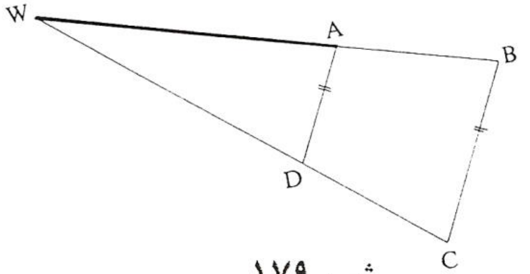
$$\frac{|AB|}{|AT|} = \frac{|AT|}{|TB|}$$



(c) ketabton.com: The Digital Library

تمرینونه

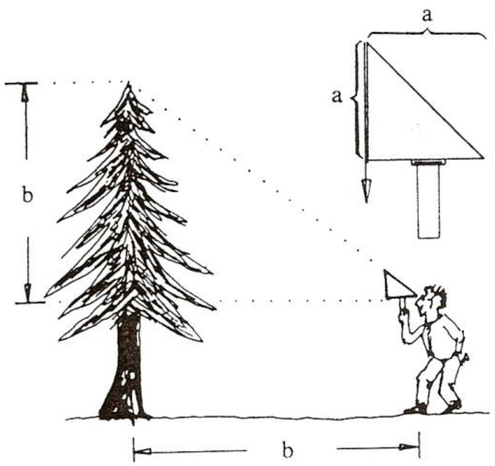
۱ – په کواوردیناتسیستم کی دریګوډی A(2|3), B(6|1), C(3|6) ورکړ شوی دی.
الف) دا دریګوډی د k = 2 په اندازه وغزوی . د غزولو مرکزدې Z(0|0) وي.
ب) دا دریګوډی په (S(-2 | -3 وڅرخوی د 140° = ∝ سره. دا څیره دریګوډی په S باندې د k = -1,5 سره وغزوی.
پ) دا دریګوډی په ۴ یوونو سره لمړی کیڼ لورته او بیا په ۵ یوونونو پورته لورته وکښوی، بالاخره یې په x– محور هنداره کړی او بیا یې بالاخره په ټکي (6-|0) د k = -1 سره وغزوی.
۲ – ایا ټول الف) مساوي پښیز ، ب) مساوي اړخیز، پ) ولاړکونجیز دریګوډی یو بل ته ورته دي ؟
۳ – د یوه مکعب پورته هواره د مرکزی غزونی د غزونفکتور یا غزونځل k سره او د هوانیمي غوڅټکي سره د غزولومرکز په څیر، څنګه تغیرېږي؟
۴ – کرښه | AB | =10 cm دننه او دباندې داسی ټوټه کړی، چی په ځاننیونی یا تناسب د 5:2 کی سره پراته وي،
۵ – کرښه | CD| =6,5 cm د «طلای غوڅي قاعدې» له لارې ټوټه کړی.



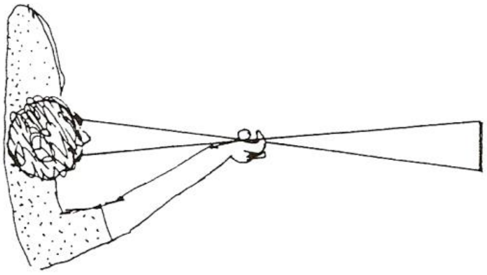
څیره ۱۷۹

۶ – د یوه کتونبرج A (څیره ۱۷۹) څخه دې واټن |AW | یوه ځنګل برخی W ته وټاکل شي.
دري ټکی B, C او D په نخښه کیږي په داسی ډول چی AD||BC وي. اندازه کیږي:| AB|=75 m : |BC| = 125 m او AD|= 100 m | , نو |AW | څومره اوږد دی ؟

(c) ketabton.com: The Digital Library



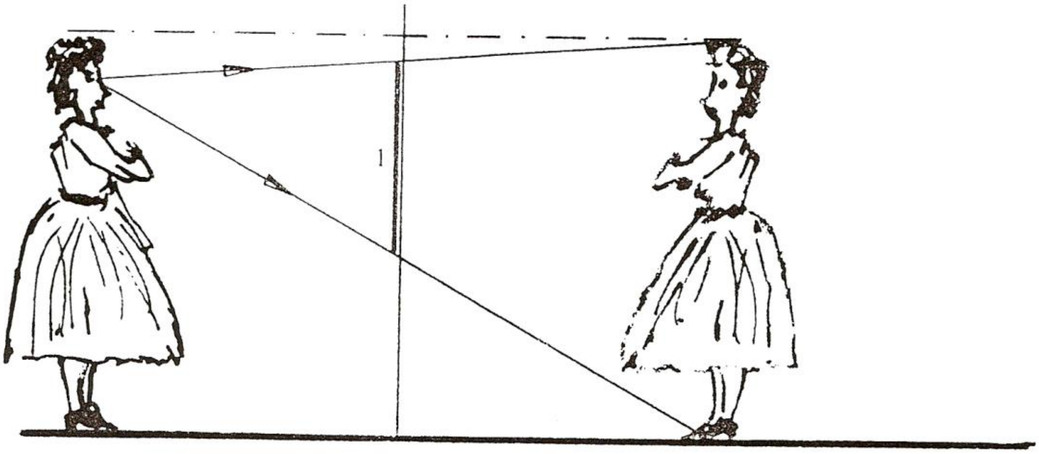
خیره ۱۸۰


خیره ۱۸۱

۷ – الف) د یوه «ځنګلوالدریګوډي»
سره (خیره) د یوې ونی
جګوالی اندازه کیدی شي. – ونه
خومره لویه ده ، که د ځنګلوال
سترګه له ځمکی څخه ۷۰ ،۱
متره جګه وي، او دی له ونی
۱۰ متره لرې ولاړ وي؟
ب) څنګه (د یوه څرګندره واټن)
د یوه شي د جګوالی د خپل
مټ په مرسته نږدې یا تقریبي
اندازه کولی شي؟
لاربښود: ۷ الف وګوری)
پ) په عسکری کي د دوه شیانو
د واټن د اندازه کولو لپاره
« د غټی کوتي ګام » تخنیك
کارول کیږي یا استعمالیږي.
دا داسی صورت نیسی چی
لمړی سړی خپله کینه سترګه
پټوي او غټه ګوته راوباسی،
لمړی یو انډول وړ شی، چی ښي
لور ته پروت دی، اندازه کوي او بیا د ښی سترګي په پټولو سره ټیك هغۀ لټوونکی
موخه د زیر لاندې نیسي. دلته د واټن اندازې ورکونی ته سړی څنګه راځي؟
۸ – میرمن ځانګه غواړي چی په خپله پوره لویوالی ځان د دالیز په هنداره کی
وګوري. په عادي توګه د دالیز د کوچنوالی له امله ۸۰ سانتي متره له هنداري

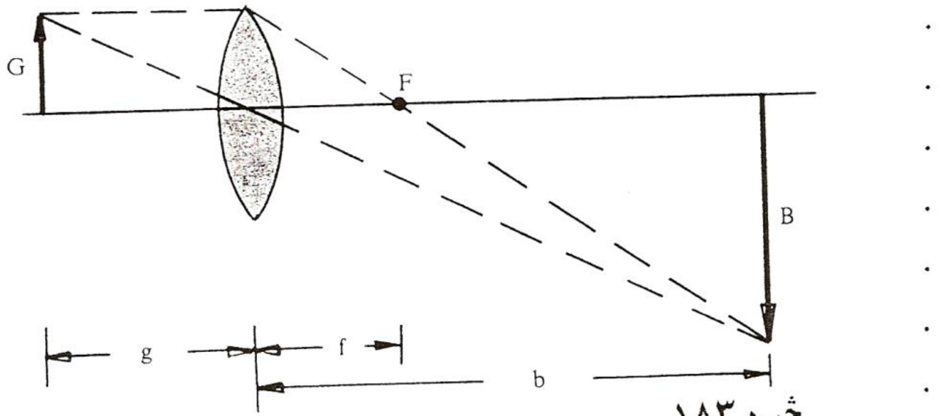
(c) ketabton.com: The Digital Library

لرې، هنداري ته مخامخ ودرېږي.دا هنداره باید څومره کم له کمه جګه وي چې میرمن ځانګه د سترګو جګوالی چې ۶۵، ۱ متره دی ټول لویوالی چې ۷۳ ،۱ متره دی وګوري؟



څیره ۱۸۲

۹ – د یوې لینزې یا عدسی یا سترګی له لارې په څیره کی د نور څیرونی



څیره ۱۸۳

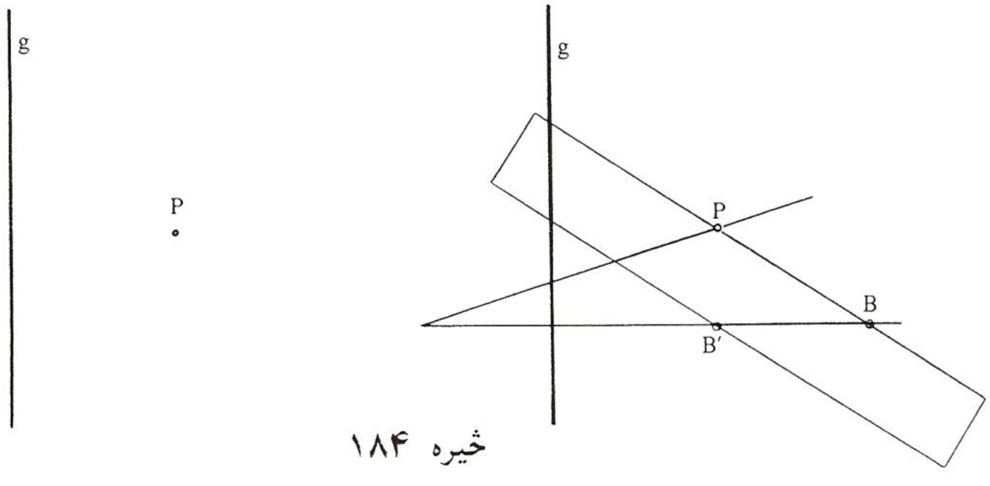
(c) ketabton.com: The Digital Library

جوړښت کتل کیږي. د لینزې یا عدسی لپاره د لینزې یا عدسی مساوات $(1/f) = (1/b)+(1/g)$ باور لري، پخپله د څیرونی لپاره مساوات $B / G = b / g$ باور لري(په لغاتو: د څیرې جګوالی د شي جګوالی سره ځان داسی نیسی لکه د څیرې لریوالی د شي لریوالی ته). دا دواړه اړیکی د وړانګي له جملی راوباسی !

۱۰ – یو ولاړکونجیز دیاپوزیتیویا مثبت دیاس داړخ اوږدوالی ۶ ،۳ سانتي متره سره او ۴ ،۲ سانتي متره سره یو و هغه ته غبرګ دیوال باندې پریوزې .
څیورونی لینزې یا عدسی، دا شی ۱۲ سانتي متره له دیاس او ۸۰ ،۴ متره له دیوال لرې دي. د پریوستون دیوال کم له کمه باید څومره وي ؟

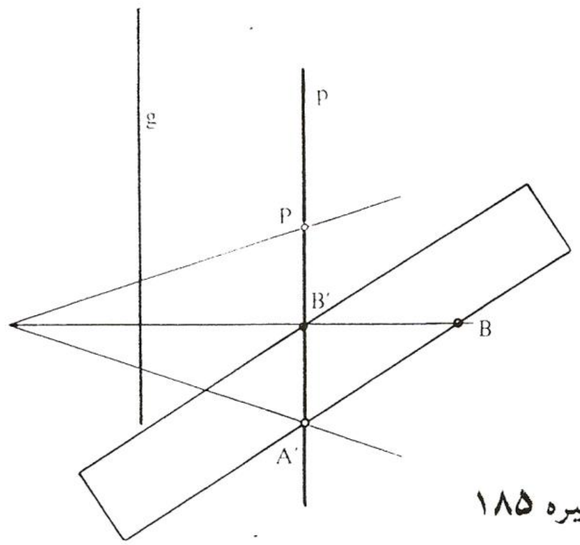
۱۱ – یو د دیوال مربع شکله کړکی، چي اړخ یی ۲۰ سانتي متره اوږد دی له یوه هغه ته غبرګ دیوال څخه ۱۲ متره لرې ده. د هغی کړکۍ څخه څومره لرې باید یوه د پرېښنا سرچینه ، چی د ټکي بڼه لري، لرې وي چی له کړکی تیره رڼا یوه د ۱۶ مترمربع هواره روښانه کړي؟

۱۲ – د کوم مرکزې غزوني سره کیدی شي چی یو ګردي دننه دریګوډی په ګردي راګیر یا ګردي دباندې دریګوډي باندې څیره شي؟ ګردی هوارې یو بل سره



څیره ۱۸۴

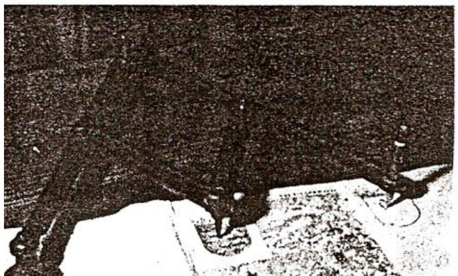
(c) ketabton.com: The Digital Library



شیره ۱۸۵

په کومه ځانیونه یا تناسب ځای نیسی یا پرتی دي؟

۱۳ – د دیسارګ (Desarues) د جملی له مخی کیدی شي چی کرښه g په ټکی P جوړه شي ، که ټول رسم الات یوائي یوه لرګي مته وي (د بیلګي په توګه کرښی یا ختکش) د دوه غبرګو کانتو سره یا اړخونو سره ځمور په اختیار کي وي. په دلایلو روښانه کړی، چی ولی په پرلپسی ځیرو جوړښت کی د جوړښت لار کار ورکوي.



ځیره ۱۸۶

۱۴ – وښایی چی د هر غبرګ اړخیزABCD لپاره باور لري: که د یوه نیمی د په خوښه ټکي P څخه یوه اړخ ته غبرګه کرښه رسم شي، نوغبرګاړخي منځ ته

(c) ketabton.com: The Digital Library

راځي، چې ABCD ته منځنی یامرکزي ورته دی. د همغه غزولومرکز چیرته پروت دی؟

په دې خویونو د پانتوګراف(Pantograph) یا په ورځنی ژبه د ځانی ټونګی دا یوه د رسموولو اله ده قانون هم بینا دی. O په رسمتخته تر زیر لاندې راځي . په پینسل P سره د مخه کښل شوي څیرې باندی حرکت ورکول کیږي، نو په دې توګه دا رسمپینسل یو مرکزي یامنځنی ورته څیره رسم کوي (څیره.) په تې مخ کی کښل شوې ده

۱۵ – په یوه ګردی کی دوه ټوټونی یا زیني یوبل غوڅوي. ټوټې ۱۸ سانتیمتره او ۳۵ سانتي متره دی، د دومی هغه اوږده ټوټه ۳۰ سانتیمتره ده. نا معلومه ټوټه یی وښایی.

۱۶ – څومره لرې سرې کتلی شي

الف) د بحرهوارې څخه ۴۰ متره جګ اندازه ټوکری

ب) د یوه له ځمکی ۲ کیلو متره جګ هوا پوڼکی یاهوا بالون،

پ) د یوه الوتونکی کوټکی چی د سپوږمی هوارې څخه۲ کیلومتره جګه وي(r = 1735 km)؟

څیره۱۸۷

۱۷ – د شکل ۱ (څیره

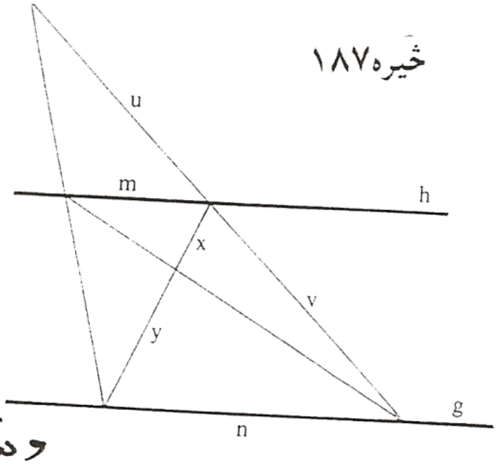
الف) لپاره صدق کوي h || g او

a) $\frac{u}{v} = 1$

b) $\frac{u}{v} = 0,5$

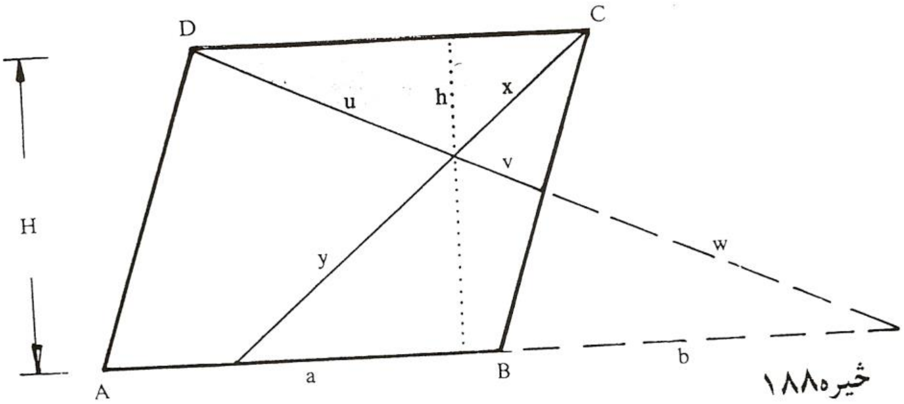
c) $\frac{u}{v} = \frac{2}{3}$

Berechnen Sie $\frac{x}{y}$. وشمېری



(c) ketabton.com: The Digital Library

۱۸ – وشمیری u / v او x / y (ځیره ب)
د غبرګاړخیز څومه برخه رنګه ده؟



ځیره۱۸۸

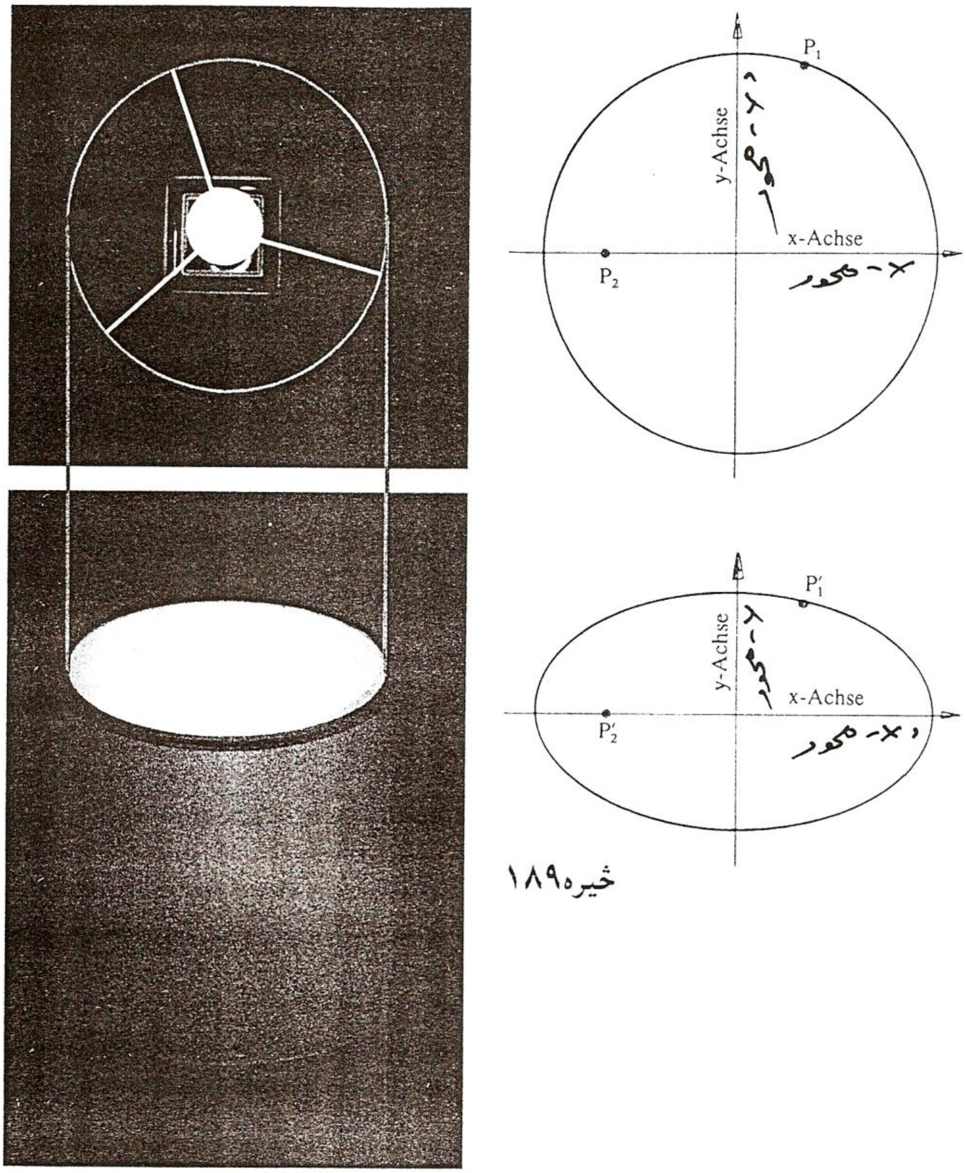
افینی ځیرونی (Affine Abbildungen)

محوري افینيتي Die axiale Affinität

دبیلګي په توګه مو د مخه تیرو درسونو کی وپوښتل، چی ایا موږ له یوې ګردې ښیښې ټوټي چي لږ څنډه یي ماته ده یوه بله ګرډۍ ټوټه چی وړانګه یی له پخوا

(c) ketabton.com: The Digital Library

کوچنی وي او يا يو ډيرګوډی جوړولی شو، چی سيومتري او په دې توګه ښکلی



خیره۱۸۹

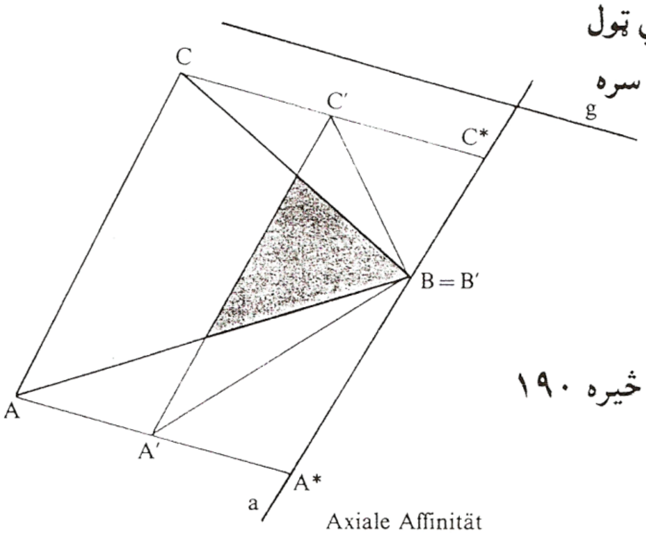
(c) ketabton.com: The Digital Library

وي. دلته موږ الیپسي سره مخامخ شو.
پوښتنه دا ده چې ایا یوه څیرونه شته چې له ګردۍ څخه الیپسي لاس ته راشي؟
د څیرې ۱۸۹ دلیدلو له مخې داسې خیال راپیدا کیږي، چې ګونډې د ګردۍ او ایلیپسي ترمنځ څه خپلوي شته. دا نو بیا دې لاندې پریکړې ته اجازه ورکوي، چې یوه څیرونه باید موجود وي چې د ګردۍ څیرونه ایلیپسي شي.
دا څیرونه باید کوم خویونه ولري؟
موږ بیا د جوړونې نیونې چې د مخه مو کړي رامنځ ته کوو.
ټولې په پراته (افقي) x– محور باندې پراته ټکي ځاي په ځاي پاتېږي: پس د x– محور د ځاي په ځاي ټکو کرښې څیرونه ده. د دې په څټ د y – محور ټول ارزښتونه تغیر خوري. پس هره y–محور سره غبرګه کرښه ځای په ځاي کرښه ده.
له دې سره موږ د نوې څیرونې لپاره ټول ضروري خویونه راټول کړل: د افینیتي محورa سره یوه محوري افینیتي $A_{a;g;k}$ ، د لورکرښې (کرښه چې لورې یې څرګندوي لنډ یې: لورکرښه) g او د افینیتي فاکتور k |= 0 مخ ته پراته دي، که لاندې شرایط پوره وي :
۱ – هره کرښه PP' چې له ټکو P او P' تیره وي د g سره غبرګه ځغلي.
۲ – که P* د PP' او a غوڅټکی وي ، نو لرو : |P*P'| = |k|.|PP*|.
په دې توګه نو یوه محوري افینیتي، دکرښې –،غبرګ – او ټوټه تناسب یا ځانښیونه ریښتونې ده. اخرنی دا وایي چې په اصلي پایکرښې درې ټکي دا پایکرښه په همغه تناسب یا ځانښیونه پرې کوي، لکه د څیره ټکی په څیره کرښه باندې.

له دې لاندې د محور افینیتي جوړښت څېړنه لاس ته راځي
۱ – له اصلي کرښې په نخه شوي ټکي (د بیلګې په توګه P) څخه وg سره یوه غبرګه کرښه وباسي او ددې غوڅټکی د افینیتي محور سره د بیلګې په توګه P* وبولی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

۲ – له P* څخه |PP*|. k = |P'P*|
و g ته غبرګي مناسبې کرښې
وکاږئ.
۳ – په دې توګه رامنځ ته شوي ټول
ټکي اصل ته په ورته توګه سره
ونښلوئ.

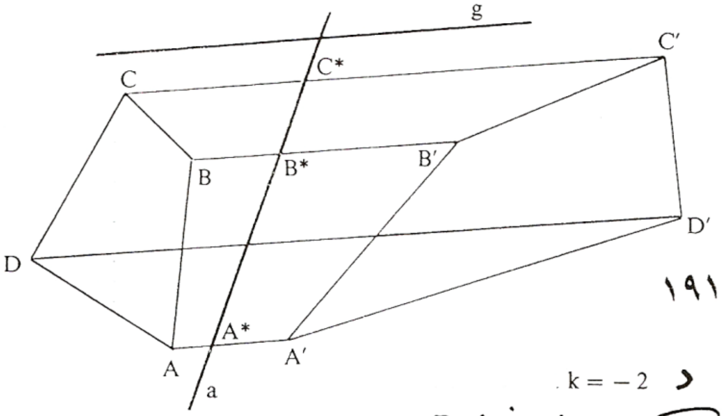


ثیره ۱۹۰

Axiale Affinität

د $k = \frac{1}{2}$ سره

اکسیال افینیتي



ثیره ۱۹۱

د $k = -2$

اکسیال افینیتي

(c) ketabton.com: The Digital Library

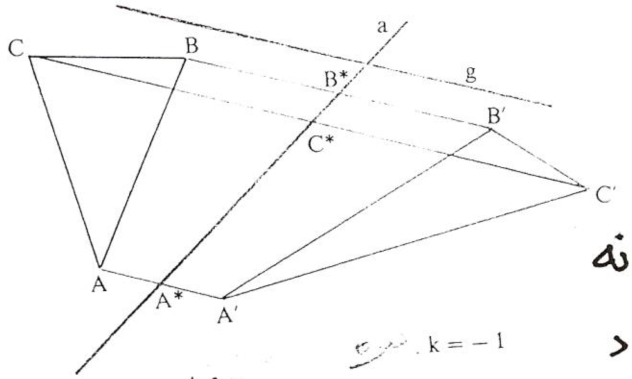
د $k = 1$ لپاره د هوارې هر ټکی ځای په ځای ټکی دی، ځکه چی ټولی پایکربنی تغیر نه خوري. له دې لرو چی $A_{a;g;1}$ کتمټ یا identisch ایدنتیك دي.

د $k > 0$ لپاره P او P* د a په یوه (همغه) خوا پراته دي(ثیره) ، د $k < 0$ لپاره د a په بدلوخواوو (ش. ۱۵۷)

یو ثیرونه $A_{a;g;k}$ کیدی شي په ثیرووني $A_{a;g\ 1/k}$ بیرته راوکرځي .

مائیل هندارونه

مائیل هندارونه یوه ځانګړې محوري افینیتي ده : د $k = -1$ لپاره لریوالی یا فاصله |PP*| همدومره ده لکه لریوالی یا واټن یا فاصله |P'P*| . پس مائیل اینونه محوري افینیتي $A_{a;g;-1}$ ده.



مائیل هندارونه
د

ثیره ۱۹۲

(c) ketabton.com: The Digital Library

: محوري افينيتي(يو بل سره) تړلو ځانګړي حالتونه:

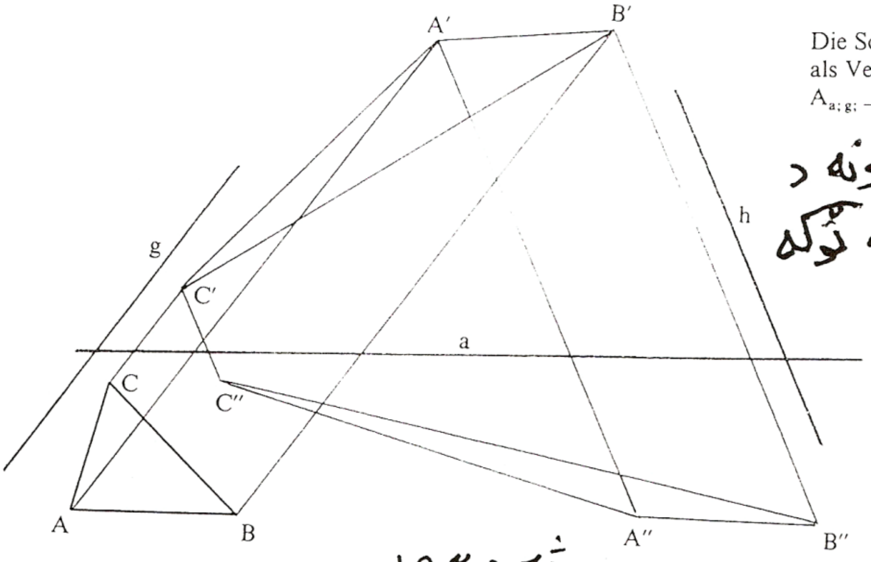
بياتي كوونه يا بياتيونه Scherung

: دوه محوري افينيتی(يوبل سره) تړل، چې همغه افنيتي محور a ولري،g او h
مختلفلوري محورونه او يو بل ته مخامخ افينيتي فاكتورونه k او 1 / k ولري، نو
بياتيونه(بياتي كونه) ورته وايو.

بياتيونه(يوبل سره)

: تړلو په څير:

$A_{a;g;-2} \cdot A_{a;g;-½}$



Die Scherung
als Verknüpfung
$A_{a;g;-2} \cdot A_{a;h;-\frac{1}{2}}$

بياتيونه د
تړنې په توګه

شمېره ۱۹۳

(c) ketabton.com: The Digital Library

په بیاتیونی کی، لکه څنګه په مائیلی اینوني کی د هواری دننه بی تغیره پاتی کیږي، سره ددې چی د یواځنیو یا ټولو شکلونو تغیر خوړلی شي. (تمرین وګوری)
په عمومي توګه د څیرې – او اصلي هوارې لپاره په یوه محوري افینیتي کي باور لري : $F'=|k|.F$, او یو په بل پسی کارونو یا عملیو اجرا کولو کی هم په همدې ډول
$F' = |k_{...}.k|.F:$
دا په دې مانا، چی محوري افینیتي په عمومي توګه هوارې ریښتونی نه ده.

محوراینونه

محوراینونه یوه محوري افیتي ده له $k = -1$ سره. (څیره ۱۹۲ وګوئ)

کونګروا ینخ څیرونه
هره کونګروا ینخڅیرونه کیدی شي له محوراینونی یوځاي راټوله شي.

منځنی راکښنه(راکښل)
هر منځراکښنه یو افڤینه څیرونه ده.

په عمومي ډول لاندې لاس ته راځي

د ټولو کونګروا ینخ څیرونو، ورته څیرونو او محوري څیرونو ډیري، د ټولو افڤین څیرونو ډیری ورکوي. که افینڅیرونی یو په پسي اجراشي یو ګروپ جوړوي، داسی په نامه افینګروپ. (ګروپ دې د کتاب په پای کی وکتل شي)

(c) ketabton.com: The Digital Library

تمرينونه

۱ – يو دريګوړی ABC دې په يوه افين هوارمساوي باندې داسی واړول شي، چيرته چی $|AB| = |AB'|$ او .

۲ – په دريګوړي $A(3|5)$,: $B(5|4)$; $C(3|1)$ باندې يو محوري افنيتي داسی وکاروي يا استعمال کړی، چی $A'(-3|1)$ او y– محور د افينيتي محور وي.

۳ – د ګردی ځيره د $M(2|3)$ او $r = 3$ cm سره وټاکی ، که د x–محور د افينيتي محور وي، په ۱ او ۳ کوادرانت يا څلورمه کي لورکرښه او $k = 2$ د افنينتي فاکتور يا –ځل وي.

۴ – يو دريګوړی په هوار مساوي پنځه ګوډي واړوی.

۵ – يوه ګردی دې د نيمي $d = 12$ cm او د افنينيتي فاکتور $k = ½$ سره افينځيره شي. د راپيدا ايليپسی د هوارې دننه وشميری. (دوه يو په بل ولاړ محورونه افينيتي محورونه دي چی له منځټکي او لوريزکرښی څخه تيريږي)

۶ – يو تريخ ABCD جوړکړی له $a = 8$ cm ; $c = 3$ cm ; $d = 5$ cm او $\measuredangle = 40°$. په دې محورې افينيتي لارښوده کړی، چی د افنيتي محور يی د تريخ منځلاين وي، چی د لورکرښه يي د هغي سره ۵۵ درجي کونج جوړوي او د افنيتي ځل ا –فکتور يی $k = 3/2$ دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

دریګوډیکچ یا تریګونومتري Trigonometrie

تعریفونه

د دریګوډیکچ یا تریګونومتري دنده ده چې په هواره یا په هوا کې دریګوډي کچ کړي ، د ځانګړوبلواکو له لارې، دې په نامه تریګونومتریبلواکو. برسیره پر دې د دې په مرسته پریودیکې یعنې په منظمه فاصله پرلپسې تکراریدونکې پیښې(مور یې تل راګرځیدوني بللې شو) ښېړل کیږي.
تریګونمتري تر هیپارچ (Hipparch ۱۶۰ – ۱۲۵ له م پخوا) پوري تعقیبیدې شي، وروسته له مصري پتولیمویس Patolemäus چې په ۱۶۸ م کال کې مړ شوی او بیا له هندې او عربو شمیرپوهانو له خوا پرمختګ ورکړ شو. له پیل دا د کارونې یا عملي کیدو د ستونځو سره مخامخ وه. دریګوډیکچ خپل کارونه په استرنومي او فزیك، د ځمککچ یا اندازه کولو، د ځمك اندازونې، نقشو علم، او ابادی او نوتیك Nautik (د کیشتیو د لارو نقشه ویستلو پوهنه) کې مومي.
د تریګونومتري مانا یا مهموالی په ځانګړي ډول په دې رینبتینوالی یا وقعیت کې نغښتی، چې د دې په مرسته د پایکرښبلواکوالی ، د کونجبلواکوالی سره تړلی شي(پام دې وي، چې دا تړاو شمیرپوهینیز مفهوم لري).

پیلبیلګه: د په مانایا مهم جګوالي یا لویدکرښو نخښنه لوحی یا په بله عبارت د زوړي او پیچومی لیکتختی(دې ته دې پام وي چې ما دا کلیمی هر چیرې د زوړي او پیچومی په نامه نه دې بللی، خو دا به ښه وي ، چې په هغه مناسب ځای

(c) ketabton.com: The Digital Library

کی ، که ما بیرته اصلاح نه کړې، نو په دې نومونو دې ونومول شي) وهل شوي

د دې له لارې کوم معلومات ورکول کیدی شي؟
پیچومی یا جګوال 12 % په دې مانا چې په راتلونکو سلو مترو کی یو جګوالی د ۱۲ مترو وهل کیږي، دا ۱۲ متره ټیك ۱۲ له سلو دي. په نورو سلو مترو کی نور ۱۲ متره پیچومی یا جګوالی تی کیږي، نو په عمومي ډول یا ټولیزه توګه له ۲۰۰ متره پراته اوږدوالي وروسته ۲۴ متره پیچومی یا جګوالی. له یو کیلومتر وروسته دا پیچومی یا جګوالي لیدیدونکي ۱۲۰ متره ته جګیږي. کتل کیري یا لیدل کیږي، چې په ورکړشوي پیچومي یا جګوالي کی د پیچومي توپیر متناسب یا په ځانئیونه و هوارې فاصلي ته تغیر خوري . د پایکرښو تناسب یا ځانئیونه تابث یا ځاي په ځاي پاتیږي او د په سلو کی ګڼ په لوحه ورکوي. د واقعي جګوالي اوږدوالي معلومات نه

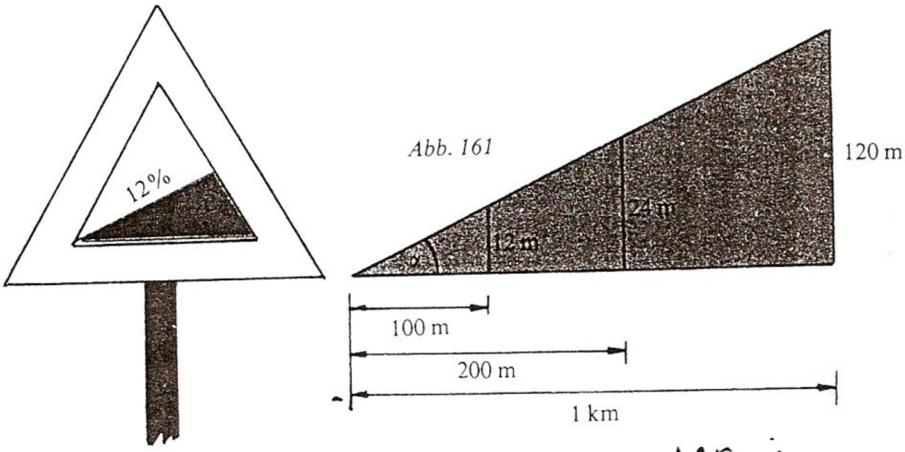


Abb. 161

خیره ۱۹۴

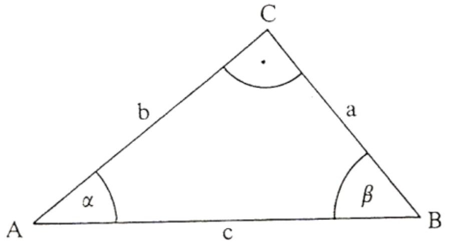
(c) ketabton.com: The Digital Library

ورکوي همداسي زوړی یا لویدون. په داسي حالت کی هم بیا نورې لوحي هم زوړندې وي.

په همدې ډول پیچومی کیدی شي، لکه په سلو جمله کی، د کونج له لارې هم ورکړشي، چی د سرك ټوټه یی د پرتون سره جوړوي.

تریګونومتري یا د په سلوکی (د پیچومي یا جګوالي تناسب) د پیچومي یا جګوالي ویناوي دي او یا په څرګندو پیچومي کونج یا جګکونج چی سلییز پیچومی یا جګوالی ټاکي. په دې ډول په سلو کی ۱۲ جګوالي سره د پیچومي کونج په لاندې ډول دی $\alpha = 6,48°$.

په پیلبیلګه کي څرګندیږي چی دا پایکرښي د یوه ولاړ دریګوډي اړخونه انځوروي، چی د دوه دریګوډیو تناسب یا ځانئیونه د کونج په بلواکسی یا اړتوب ښایی. زیات وخت هیوپوتینوزې (اورداړخ) په c ښوول کیږي او هغه ته مخامخ کونج په γ . نورې دواړه کتیتی a او b دي او د دوي مخامخ کونجونه α او β.

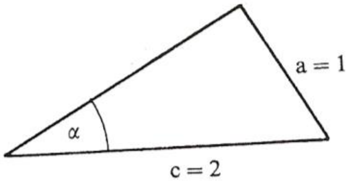


څیره ۱۹۵

اوس نو لاندې جملی باور لري:

(c) ketabton.com: The Digital Library

ساینبلواك sinusfunktion: بلیگه:

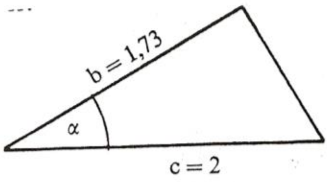


$$\sin\alpha = \frac{a}{b} = \frac{\text{مخامخ کاتیت}}{\text{هیپوتینوزي}}$$

$\sin 30° = \frac{1}{2}$

خیره ۱۹۶

کوساینبلوك Cosinusfunktion بیلگه:

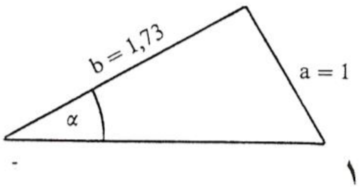


$$\cos\alpha = \frac{b}{c} = \frac{\text{پرته کتیت}}{\text{هیپوتینوزي}}$$

$\cos 30° = \frac{1,73}{2} = 0,8660$

خیره ۱۹۷

تنجنتبلواك Tangensfunktion بیلگه:



$$\tan\alpha = \frac{a}{b} = \frac{\text{مخامخ کاتیت}}{\text{پروتکاتیت}}$$

خیره ۱۹۸

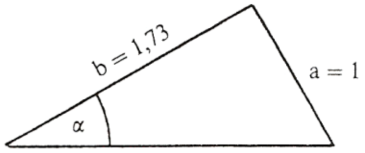
$\tan 30° = \frac{1}{1,73} = 0,577$

(c) ketabton.com: The Digital Library

یادونه : پام دې وي چې د مخامخ کاتیت لاندې د دریګوډي هغه اړخ پوهیږو، چې په هیپوتینوزې پراته کونج ته، چې څموږ موخه وي، مخامخ پروت وي او هغه اړخ چې په همدې کونج پروت وي ، هغه ته په کونج پروت اړخ چې موږ یې لنډ پروت کاتیت بولو.

دا لاندې نور کونجبلواك دي، چې کم کارول کیږي

کوتنجنتبلواك Kotangensfunktion بیلګه



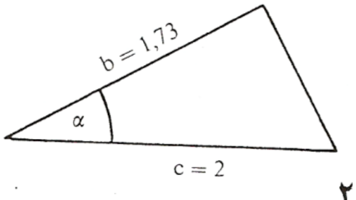
$$\cot \alpha = \frac{b}{a} = \frac{\text{پرته کاتیت}}{\text{مخاخ کاتیت}}$$

خیره ۱۹۹

$$\cot 30° = \frac{1,73}{1} = 1,73$$

ډیر کم ، د بیلګي په توګه استرونومي کې، لاندې کونجبلواك کارول کیږي

سیکانسبلواك sekansfunktion بیلګه



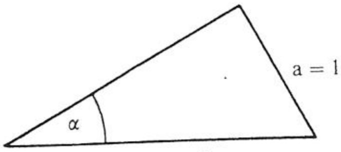
$$\sec \alpha = \frac{c}{b} = \frac{\text{هیپوتینوزې}}{\text{پرته کاتیت}}$$

ښیره ۲۰۰

$$\sec 30° = \frac{2}{1,73} = 1,156$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

کوسیکانسبلواک Kosekansfunktion بیلګه:



$$\operatorname{Cosec}\alpha = \frac{c}{a} = \frac{\text{هیپوتینوزې}}{\text{مخامخ کاتیت}}$$

څیره ۲۰۱

$\operatorname{cosec} 30° = \frac{2}{1} = 2$

موږ به زیات وخت لمړنی درې یا په همدې توګه لمړنی څلور بلواکه د کارونی لپاره راونیسو یا وکاروو.

په خوښه دریګوډیو کی شمیرنه

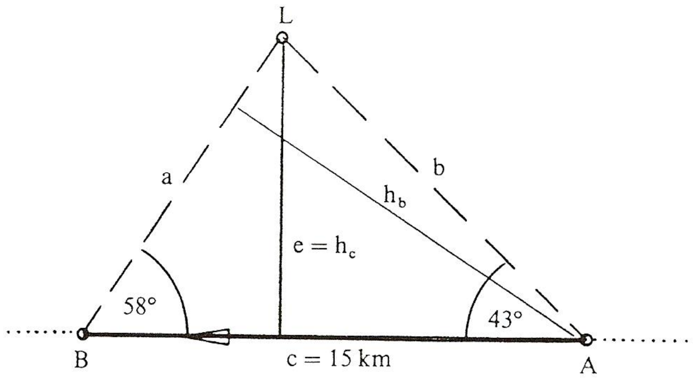
سره له دې چی کونجبلواکي یواځی په ولاړکونجیز دریګوډي کی باید تعریف کیږي، خو بیا هم برسیره پر دې استعمال یا کارونه مومي. د پیچومي یا جګوالی په جوړولو کی هر دریګوډی په ولاړو برخه دریګوډیو تجزیه یا ټوټه کیدی شي. په اخرني هنري، د مخکني مرستندوي، همدې منځ ته راوړو پایکرښي وینا وي د پیل دریګوډي باندې لاس ته راځي او په هغه کی د ورکړشوو کونجونو.

پیلبیلګه

یوه کیښتی د رڼاډزکړي(کله چی کښتی له ستونځو مخامخ شي او یا یوې بلی کښتی یا یو بل څه ته که یوه کښتی وغواړي خبر ورکړي، نو یوه توپانچه شته چی له هغی داسی ډز کیږي چی له لرې څرګندیږي او نورې خبر ورته لیږونکی په دې پوهیږي، چی څه پیښ شوي دي). دلته $\alpha = 43°$ د تګ په لور اندازه کیږي او له

(c) ketabton.com: The Digital Library

یوه تګ پایکربښي $c = 15$ km او کونج $\beta = 58°$ وروسته.
په دوم ډز کی کیښتنی له ډز رڼااور څخه څومره لرې ده؟
د A څخه و B ته د کیښتنی نزدې واټن e د ډزرڼااور څخه څومره لرې دی؟
په A کی له اور څخه څومره لرې وه ؟



شیره ۲۰۲

اوبی یا حل:

$\gamma = 180° - \alpha - \beta = 79°$; $\sin\beta = h_b / c$ او $\sin\gamma = h_b / b$

د h_b په لور اوبیول یا حلول او په همدې وخت کی لاس ته راځي:

$$h_b = c \cdot \sin\beta \quad \text{und} \quad h_b = b \cdot \sin\gamma$$
$$\Rightarrow c \cdot \sin\beta = b \cdot \sin\gamma \Leftrightarrow \frac{c}{b} = \frac{\sin\gamma}{\sin\beta}$$
$$\Rightarrow b = \frac{c \cdot \sin\beta}{\sin\gamma} = \frac{15 \cdot \sin 58°}{\sin 79°} = 12{,}959 \text{ km}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د لنډ واټن e لپاره باور لري:

$$\sin\alpha = \frac{e}{b} \Rightarrow e = b \cdot \sin\alpha = 12{,}959 \cdot \sin 43^\circ = 8{,}838\ \text{km}$$

$$\sin\beta = \frac{e}{a} \Rightarrow a = \frac{e}{\sin\beta} = \frac{8{,}838}{\sin 58^\circ} = 10{,}421\ \text{km}$$

لکه چې په یاد راوړل شو، د همغه دریګوډي اړخونوa او b په شمیرنه کې مرستندوي لویی له منځه ځي او باور لري:

د ساین جمله :

په خوبنه دریګوډي کی د اړخونو ځانښیونه یاتناسب د اړخونو مخامخ کونجونو د ساین ځانښیونه یا تناسب دی.

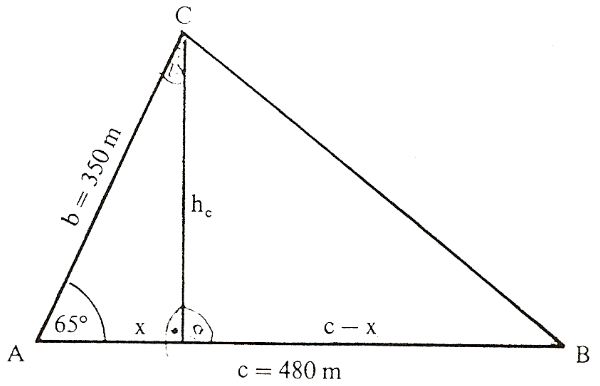
$\sin\alpha / \sin\beta = a / b$ $\sin\beta / \sin\gamma = b / c$

$\sin\gamma / \sin\alpha = c / a$

د ساین جمله په پڅ دریګوډي کي هم باورلري(تمرین دې وکتل شي). ددې سره په یوه دریګوډي کی نه موجودې ټوټې هلته شمیرل کیږي، چیرته چی دوه اړخونه او یو مخامخ کونج یا دوه کونجونه او یو مخامخ اړخ ورکړ شوی وي.
سړی بیا څه کوي که دریواړه اړخونه ورکړ شوي وي او یا دوه اړخونه او د هغوتر منځ راګیر کونج؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

پیلبیلګه : په یوه د ډبروسکرو کان کې دوه ستنې $b = 350\ m$ او $c = 480\ m$ دي او یو کونج $\alpha = 65°$ ښندوي.
د B څخه و C ته به د نښلولو ستن یا تیر څومره لوي وي ؟



شیره ۲۰۳

اوبې یا حل :
جګوالي یا جګې h_c کرښه $AB = c$ په دوه ټوټو x او $c\text{-}x$ ویشي.
دلته دی $x = b.\cos\alpha$ ،
څکه چې $\cos\alpha = x / b$ دی. د پیتاګوراس د جلې له مخې
لرو : $h_c^2 = b^2 - x^2$
او

$$a^2 = h_c^{\ 2} + (c-x)^2 .$$
$$a^2 = h_c^2 + c^2 + x^2 - 2cx$$
$$a^2 = b^2 - x^2 + c^2 + x^2 - 2cb\cos\alpha$$
$$\Rightarrow a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د اړخونو اوږدوالی نومونی او کونج کیدی شي چي منظم بیرته راګرځیدونکی (ځیکلیکي یوناني کلیمه ده ګردی ډوله یا منظم بیرته راګرځیدونکی zyklisch) یو بل سره بدل شي» له دې املہ باور لري

کوساین جمله

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc.\cos\alpha$$
$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac.\cos\beta$$
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab.\cos\gamma$$

په هر یوه دریګوډي کی د هر اړخ مربع مساوي ده، د نورو دواړو اړخونو د مربع زیاتون سره ترې کم دوه ځله د دې دوه اړخونو ځل او ددې دوه اړخونو رابند شوي کونج کوساین سره ځل.

د کوساین جمله د پیوتاګوراس د جملی عمومیت یا ټولیز ته هم وايي. (تمرین ۶ مخ دې وکتل شي)

د کونجبلواك له لارې یو بل متود، د ډیرګوډي شمیرلو لپاره ، تر څو دا په دریګوډیو ویشل کیدی شي چی پوره اړخونه او کونجونه یی څرګند وي، پیدا شو.

د دې ټولو سره د څلورګوډي یو وربرسیره بل د شمیر فرمول پیداشو:

$$A = 0,5.d_1.d_2.\sin\alpha$$

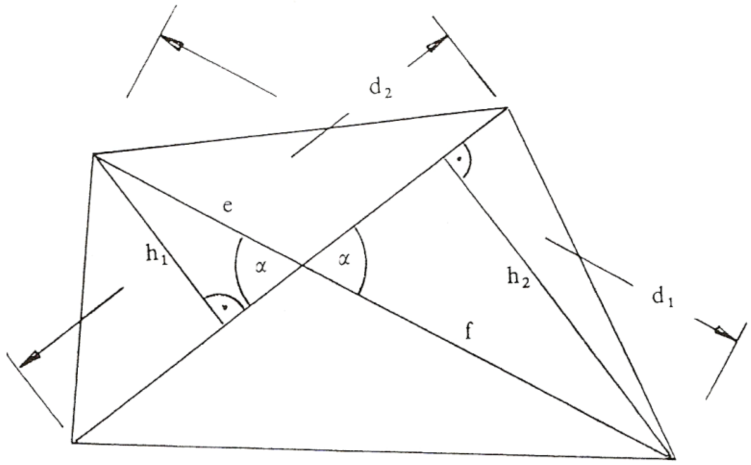
چیرته چي $\alpha = w(d_1; d_2)$ وي.

اوبی یا حل : $A=0,5(d_2h_1 + d_2h_2)$

که d_1 په e او f ټوټه یا تجزیه شي ، نو لرو

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$h_1 = e \cdot \sin \alpha$$
$$h_2 = f \cdot \sin \alpha$$
$$\Rightarrow A = 0{,}5 \cdot d_2 (e + f) \sin \alpha$$
$$\Rightarrow A = 0{,}5 \cdot d_2\, d_1 \sin \alpha$$



شیره۲۰۴

د په خوښه کونجونو تریګونومتریکي بلواکي

په اخره برخه کی مو وویل، چی کونجبلواك، نه یواځی د دننه لورته تیرو دریګوډیو لپاره ، بلکه د هغو کونجونو لپاره چی له ۹۰ درجو لوي وي ، هم هدفمند (موخور) تشریحوړ دي. له دې وروسته کونجبلواکو خپله پوره موخه یا هدف تر لاس کړ.

دا پراختیا څنګه تصور یا د خیالوړ کیدی شي ؟

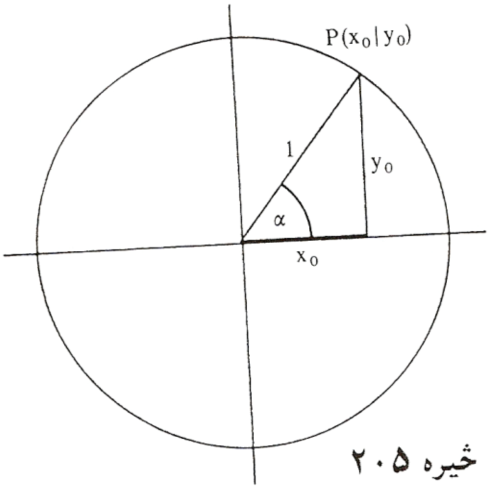
(c) ketabton.com: The Digital Library

په ښه توګه داسی کیدی شي چی په یوه ولاړ پروت سیستم یا کواوردیناتسیستم کی یوه ګردۍ ووهي چی وړانګه یي ۱ یعنی یو یوون یا واحد دی (دې ته یوونګردۍ ویل کیږي، ځکه چی وړانګه یی یو یوون دۍ) او د ګردۍ منځټکی او د پروت ولاړ سیستم کواوردېنات سرچینه یو په بل پریوځي . نو بیا هر دریګوډی، چی د هغی یو کونج د ګردۍ ښنتریکونج دۍ، یعنی کونج یی د ګردې په منځ یا ښنتر پروت دۍ، (ښیره ۲۰۴) کم له کمه یی یو اړخ ۱ یعنی یو یوون اوږدوالی لري. دا د دریګوډی په دننه کی شمیرنه او اړیکي اسانه کوي.

لمړی د یوه ولاړکونجیز دریګوډي څخه پیل کوو، چی په لمړي لمړي څلورمه یا کوادرانت (Quadrant) کی پروت د ی. نو هیپوتینوزې ۱ اوږدوالی لري، او په ګردۍ ،د کونجټکی $P(x|_0 y_0)$ په پام کی نیولو سره، باور لري:

$$\sin\alpha = y_0 / 1 = y_0 ,\quad \cos\alpha = x_0 / 1 = x_0$$

دا کرښی د پریوستون او یا د سیورېدرځونو په ښیر لاس ته راځي، که موږ وړانګه د یوه ټالوهونکی مړوند په ښیر ونیسو یعنی فرض کړو، کوم چی د محورغبرګي رڼا لاندې راشی.



ښیره ۲۰۵

په دې ولاړ کونجیز دریګوډي کی کیدی شي چی د پیتاګوراس جمله وکارول شي:

تریګونومتریکي پیتاګوراس:

$$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$$

چیرته چی $\sin^2\alpha = \sin\alpha . \sin\alpha$ په مانا دۍ.

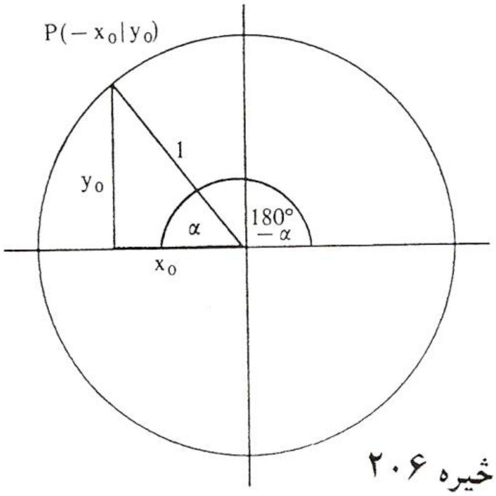
(c) ketabton.com: The Digital Library

کیدی شي ، چی پوښتنه وشي چی همدا « سیوری » بیا کله لاس ته راتلی شي.
دا حالت بیاټیك هلته لاس ته راځي، چی وړانګه د منفي x –محور سره یو
کونج α جوړ کړي، یعني ځنتریکونج یی α - $180°$ وي.
د « سیوروڅیرو » څخه لاس ته راځي:

$$\sin(180° - \alpha) = \sin\alpha$$

$$\cos(180° - \alpha) = -\cos\alpha$$

ځکه چی دا سیوری همغومره اوږد
دی لکه د مخه، مګر اوس له صفر
پیل مخامخ (منفی) لور ښايي.



څیره ۲۰۶

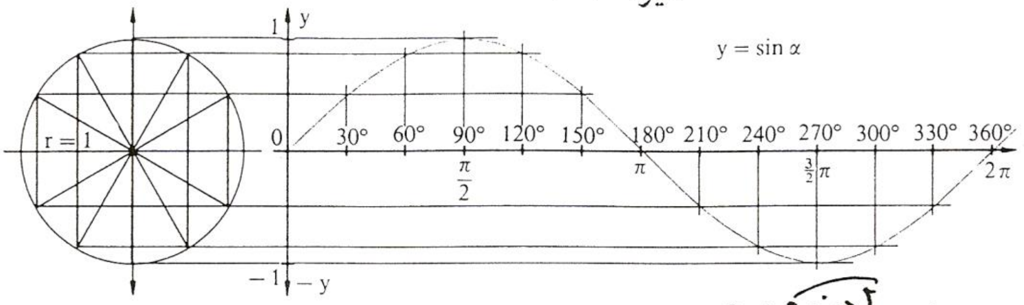
په ورته توګه لاس ته راځی :

$$\sin(180° + \alpha) = -\sin\alpha;$$
$$\cos(180° + \alpha) = -\cos\alpha$$
$$\sin(360° - \alpha) = \sin(-\alpha) = -\sin\alpha;$$
$$\cos(360° - \alpha) = \cos(-\alpha) = \cos\alpha$$

د کونج α+$360°$ لپاره بیرته د سرچیني کونج اړیکی لاس ته راځي: همدا ډول
د α+720 لپاره اوهمداسی نور. په دې توګه د په خوښه کونجفنکشنونو یا
کونجبلواکو لپاره د ساین او کوساین بلواك تعریف دي.
د $\tan\alpha = \sin\alpha / \cos\alpha$ له امله (مقایسه مخ ۱۵۱) دا د تنجنت بلواك لپاره
هم صدق کوي. له دې امله لاندې د بلواکګرافونه لاس ته راځی

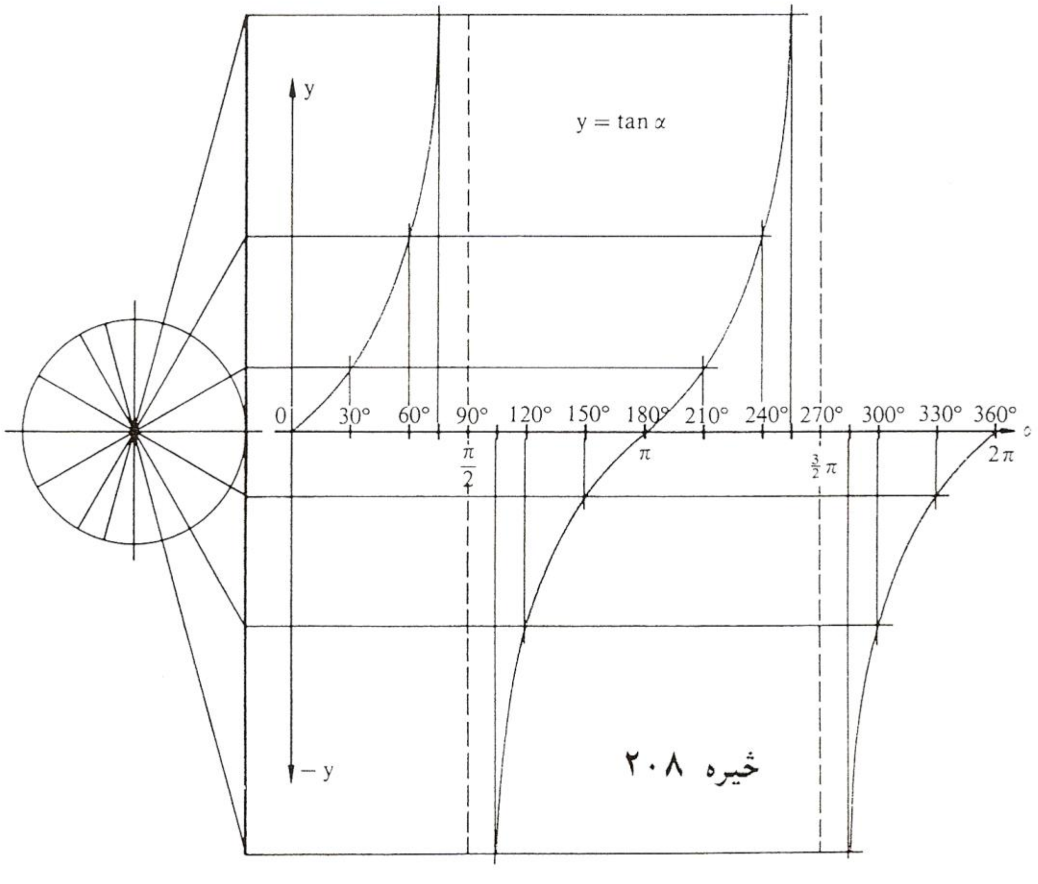
(c) ketabton.com: The Digital Library

ثیره ۲۰۷



Die **Sinuskurve**: y = sin x; x ∈ ℝ; y ∈ [− 1; 1]

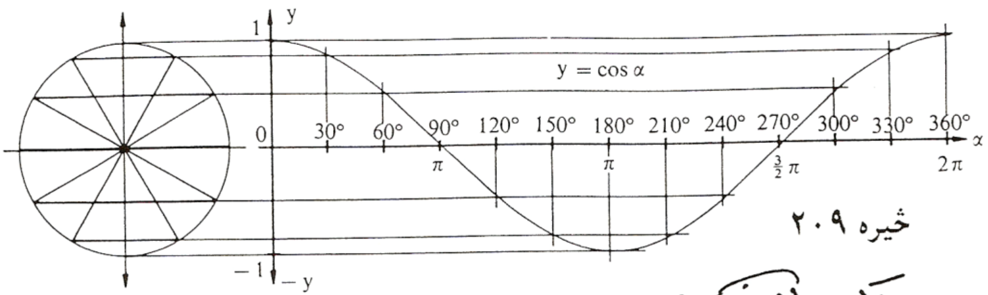
د ساین کږه



Die **Tangenskurve**: $y = \tan x$; $x \in \mathbb{R} \setminus \{x \mid x = (2z+1)\frac{\pi}{2} \wedge z \in \mathbb{Z}\}$; $y \in \mathbb{R}$

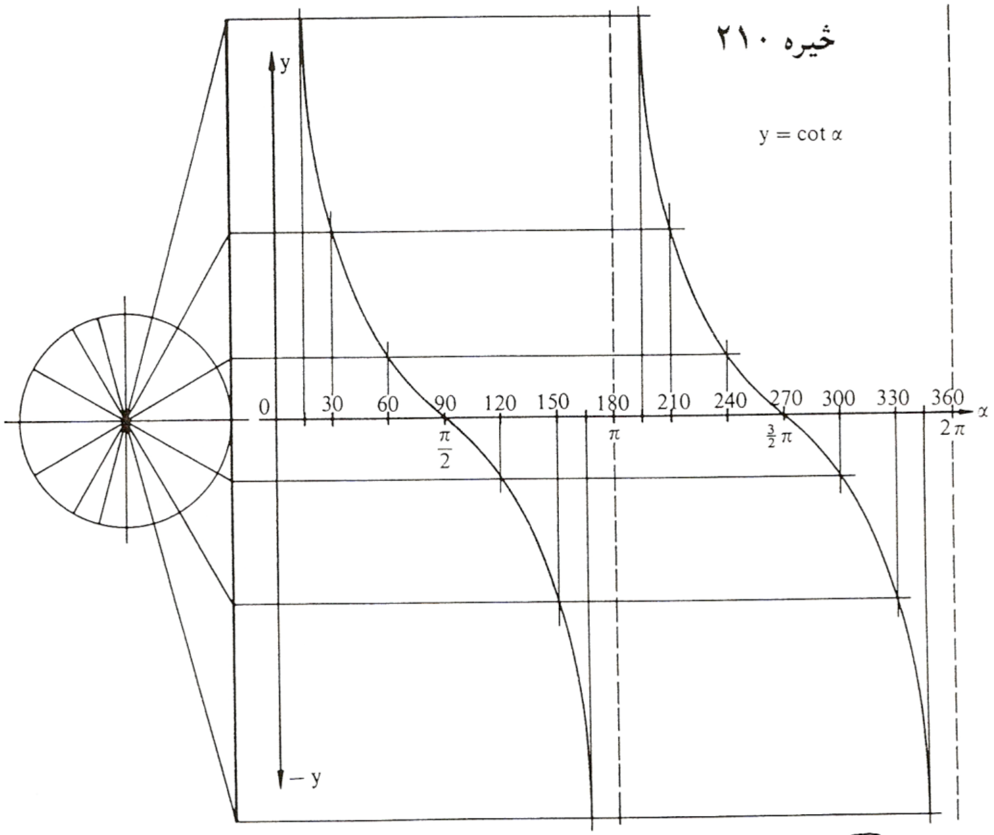
د تنجنت کږه

(c) ketabton.com: The Digital Library



Die **Kosinuskurve**: $y = \cos x;\ x \in \mathbb{R};\ y \in [-1; 1]$

دکوساین گراف



Die **Kotangenskurve**: $y = \cot x;\ x \in \mathbb{R} \setminus \{x \mid x = z \cdot \pi \wedge z \in \mathbb{Z}\};\ y \in \mathbb{R}$

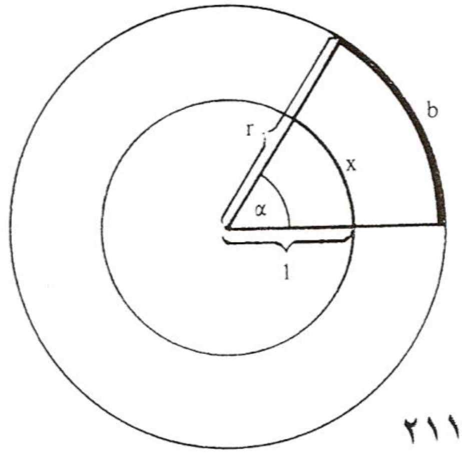
دکوتنجنت گراف

(c) ketabton.com: The Digital Library

لینده اندازه (لینده کچ) Das Bogenmaß

په زړه درجه د کونجکچ یا – اندازې سره بلد یو (دمخه ولیدل، چې ۳۶۰ درجې پوره ګردی ښايي. هغه، چې لږ ورسره بلد یو یا زیات ورسره بلد نه یو، هغه نوې درجه ده ، چې ګردی په ۴۰۰ مساوي برخو ویشل کیږي. دا په دواړو کچیوونونو یا کچواحدونو کی ګډ دي، چې په ګڼونو اندازه کیږي، بی له کچ یوون؛ ارزښتڼیری ریيلګڼونه دي، په داسی حال کي چی وتل ګڼونه (= د تعریف ډیري ګڼونه) یو یوون یا واحد (درجه یا ګون) لري. دا په کارونه یا عمل کی موږ زیات وښت د خنډ سره مخامخ کوي. له دې امله د لیندې کچ سره د کونجکچ لپاره یو ور زیات امکان پیدا شو.

کونج لویې په واقعیت کی یوون «راد (rad) » لري، مګر دا په کارونه یا عمل کی کیدی ونه لیکل شي یا صرف نظر پرې وشي، که بدلون ته مو نه راهڅوي. دا کونجکچونه چی د کونج لپاره په تریګونومتریکی بلواکو کی اینښودل کیږی (د بیلګي په توګه sin)



خیره ۲۱۱

ارګومنت (Argument تعریفډیری) بلل کیږي. په تعریفډیري کی کیدی شي چی نوې درجه ، زړه درجه او یا لینده کچ وکارول شي. کاروونکی دې پام ولري چي په جبشمیري کی همغه مودوس په کار اچول شوي دی(راتلونکی دې وکتل شي)

(c) ketabton.com: The Digital Library

په برخه ګرديبرخوکی وښوول شو (ګرديبرخی د مخه ځيرل شوي دي) چی هر کونج پورې يوه ګردبرخه يا ګردی لينده اړه لري، نو ټولی ګردی پورې ۳۶۰ درجی کونج يا $2\pi r$ اړه لري، يوه کونج α پورې بيا يوه لينده b اړه لري، کومه چی په چاپېرۍ کی ځان همداسی نيسي لکه په پيل کی α و ۳۶۰ درجو ته . دلته ګرديګڼ دی : $\pi = 3,14....$ (دا مو له دې پخوا لاس ته راوړی دی)

پيلبيلګه:

کونج $\alpha = 60°$ له ګردی د ۱۰ سانتيمتره وړانګي سره يوه په لاندې ډول ګردی لينده $b = 20\pi . 60° : 360° = 10,47$ cm غوځوي يا بيلوي. د ګردی چاپيری دی : $U = 20\pi = 62,83$ cm

همغه کونج α د ۵ سانتي متره وړانګی سره ګرديلينده

$b = 10\pi .60° : 360° = 5,236$ cm

غوځوي. دا ګردی لاندې چاپيری لري: $U = 10 = 31,416$ cm .

له ګردی د وړانګي $r = 1$ cm سره ددې په څېر يا برعکس کونج ګرديلينده

$b = 2\pi . 60°: 360° = 1,047$ cm

غوځوي» د دې ګردي چاپيری فقط $U = 2\pi = 6,283$ دی .

له بيلګي څرګنديږي، چی لينده اندازه په همغه اندازه زياتيږي لکه وړانګه. له دې امله کيدی شي خپله شميرنه په يوونګردي د وړانګي ۱ سره رابنده يا محدوده کړي او روښانه کړي:

تعريف: په يوونګردي د ګرديليندی اوږدوالي کچګڼ، چی په څنتريکونج

(c) ketabton.com: The Digital Library

باندې څېره شوي، لینده کچ بلل کیږي. لاندې شمیراوړون باوري کوي:

$$x = (\alpha / 180^\circ) . \pi \quad \Leftrightarrow \quad \alpha = (x/\pi)\, 180^\circ = \frac{x}{\pi} \cdot 180^\circ$$

دا چې د وړانګي څرخون په پوره کونج هم وراوړیدی شي، نو له دې امله د لینده کچ لپاره په خوښه رییلګڼونه پرېښوول شوي.

بیلګی :

$$\alpha = 1^\circ \Leftrightarrow x = \frac{1^\circ}{180^\circ}\pi = 0{,}0175 \text{ (rad)}$$

$$\alpha = 30^\circ \Leftrightarrow x = \frac{30^\circ}{180^\circ}\pi = \frac{\pi}{6} = 0{,}5236$$

$$\alpha = 45^\circ \Leftrightarrow x = \frac{45^\circ}{180^\circ}\pi = \frac{\pi}{4} = 0{,}7854$$

$$\alpha = 60^\circ \Leftrightarrow x = \frac{60^\circ}{180^\circ}\pi = \frac{\pi}{3} = 1{,}0472$$

$$\alpha = 90^\circ \Leftrightarrow x = \frac{90^\circ}{180^\circ}\pi = \frac{\pi}{2} = 1{,}5708$$

$$\alpha = 180^\circ \Leftrightarrow x = \frac{180^\circ}{180^\circ}\pi = \pi = 3{,}1416$$

$$\alpha = 360^\circ \Leftrightarrow x = \frac{360^\circ}{180^\circ}\pi = 2\pi = 6{,}2832$$

$$\alpha = 720^\circ \Leftrightarrow x = \frac{720^\circ}{360^\circ}\pi = 4\pi = 12{,}5664 \quad \text{usw.;}$$

$$\alpha = -75^\circ \Leftrightarrow x = \frac{-75^\circ}{180^\circ}\pi = \frac{-5}{12}\pi = -1{,}309$$

ارکوسبلواکي Arcusfunkrionen

زیات وخت دا پوښتنه هم رامنځ ته کیږي ، چې لکه په ورکړشوو کرښځانیونو راپیداشوې کونجونه څنګه معلومیږي یا څنګه راڅرګندیږی یا بهتره څنګه ځانونه نیسی. ددې لپاره چې دا پوښتنه ځواب شي، باید امکانات ولټول شي، چې د کونجبلواك ارزښتونو څخه څنګه بیرته کونج یا په همدې توګه د هغه تعریفډیري ته، په لینده کچ راتلی شو. دا کونجبلواك پریودیکی یا تل بیرته راګرځیدونکي بلواك دی، دا په دې مانا، چې د بلواك ارزښت په منظمه توګه د مختلفو کونجونولپاره یا .

(c) ketabton.com: The Digital Library

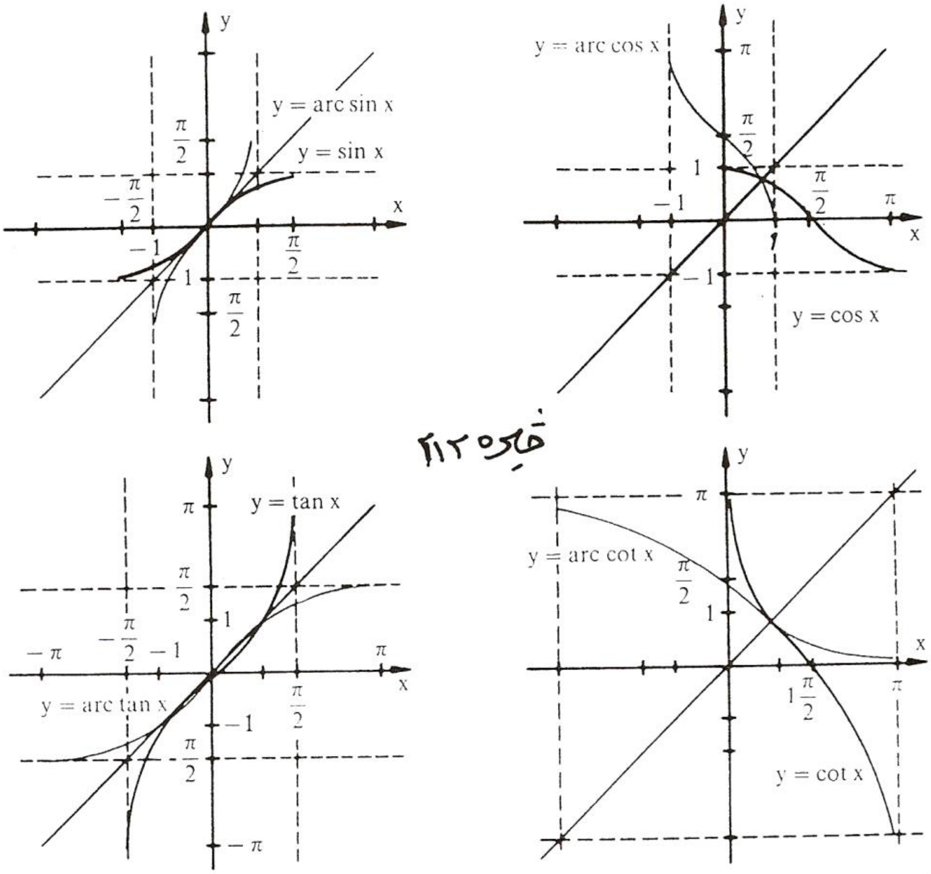
مختلفو واټنونو وروسته، بلواك ارزښتونه تكراريږي. د دې لپاره چې په ځښكيدنه ممكن شي، نو بايد د خپل تعريف ډيرى په يوه برخه ډيري رابند يا محدود شي.

> تعريف : د يوه (رابند يا محدود) تريګونومتريكي بلواك په څټ بلواكونه اركوس بلواك Arcusfunktion بلل كيږي يا څيكلومتريكي بلواك (لاتين اركوس: Arcus = Bogen = لينده)

دلته (arc sin(x لوستل كيږي »د x اركوس ساين. د كونجبلواك تعريفډيرى دلته اړونده اركوسبلواك ارزښتډيرى دی او په څټ اركومنت يا تعريفډيرى دلته تل يو رييلګڼ دی.

Trigonometrische Funktion تريګونومتريكي بلواك	Arcusfunktion اركوسبلواك
f: $x \mapsto \sin(x)$ $\mathbb{D} = \left\{x \middle| -\frac{\pi}{2} \le x \le \frac{\pi}{2}\right\}$ $\mathbb{W} = \{y \mid -1 \le y \le 1\}$	f^{-1}: $x \mapsto \arcsin(x)$ $\mathbb{D} = \{x \mid -1 \le x \le 1\}$ $\mathbb{W} = \left\{y \middle| -\frac{\pi}{2} \le y \le \frac{\pi}{2}\right\}$
f: $x \mapsto \cos(x)$ $\mathbb{D} = \{x \mid 0 \le x \le \pi\}$ $\mathbb{W} = \{y \mid -1 \le y \le 1\}$	f^{-1}: $x \mapsto \arccos(x)$ $\mathbb{D} = \{x \mid -1 \le x \le 1\}$ $\mathbb{W} = \{y \mid 0 \le y \le \pi\}$
f: $x \mapsto \tan(x)$ $\mathbb{D} = \left\{x \middle| -\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}\right\}$ $\mathbb{W} = \{y \mid -\infty < y < \infty\}$	f^{-1}: $x \mapsto \arctan(x)$ $\mathbb{D} = \{x \mid -\infty < x < \infty\}$ $\mathbb{W} = \left\{y \middle| -\frac{\pi}{2} < y < \frac{\pi}{2}\right\}$
f: $x \to \cot(x)$ $\mathbb{D} = \{x \mid 0 < x < \pi\}$ $\mathbb{W} = \{y \mid -\infty < x < \infty\}$	f^{-1}: $x \to \operatorname{arccot}(x)$ $\mathbb{D} = \{x \mid -\infty < x < \infty\}$ $\mathbb{W} = \{y \mid 0 < y < \pi\}$

(c) ketabton.com: The Digital Library



شکل ۲۱۲

Beispiele: بیلګې :

1. $\arcsin(0{,}8) = 0{,}9273\,(\text{rad}) = 53{,}13°$
2. $\arccos(1) = 0\,(\text{rad}) = 0°$
3. $\arctan(-100) = -1{,}5608\,(\text{rad}) = -89{,}43°$
4. $\text{arccot}(-70) = -0{,}0143\,(\text{rad}) = -0{,}82°$

۵ – دا چې کونجبلواک و ارکوسبلاک یو د بل په څټ بلواک دي نو باور لري.

$\sin(\arcsin(y)) = y; \quad \arcsin(\sin(x)) = x$

$\cos(\arccos(y)) = y; \quad \arccos(\cos(x)) = x$

$\tan(\arctan(y)) = y; \quad \arctan(\tan(x)) = x$

$\cot(\text{arccot}(y)) = y; \quad \text{arccot}(\cot(x)) = x$

یعنې په لاندې توګه هم

$\sin(\arcsin(0{,}4)) = \sin(23{,}58°) = 0{,}4$

$\arccos(\cos(\pi/3)) = \arccos(0{,}5) = 1{,}0472$

$\tan(\arctan(-40)) = \tan(-88{,}5679°) = -39{,}9999$

$\text{arccot}(\cot(60°)) = \text{arccot}(0{,}5774) = 1{,}0472$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د جبشمیري کارونی یا استعمال لپاره

داچی پخوا معمول جدولونه د بلواك تعریفېدیري او ارزښتېدیري شمیرلو لپاره له کاره غورځول شوي دی او دنده یی ایلکترونیکي ماشینونو نیولی ده، غواړو چي د جبشمیري استعمال په هکله هم څه ووایو
کورکمپیوتر زیات وخت داسی فنکشنونه یا بلواکي لري یا وظیفی په کلك اختیار کی لري، چی د درجي اوړون په لینده کچ او په څپ کوي، مګر شمیردرځ په توګه باید د شمیرونکی په پروګرام کی ځای په ځاي شوی وي.
پوره اسانتیاوې او زیاته کارونه د جبشمیرې په غاړه پرته ده، دلته دې توکمی د < .... > سره په نخښه شي:
په قاعده کی دریی بلواك ورکړشوي دي : < sin > ; < cos > ; < cot > کوتنجنت بیا داسی شمیرلکیدی شي، د < tan><1/x > . د < INV > – توکمي سره سړی ارکوسبلواك ته راځي: نو < INV><sin > ارکوس ساین دی. په عمومی توګه کونج – بي پروا که په لینده کچ او یا درجه کچ ورکړ شوي وي – باید د فنکشن له مخه ورکړ.

بیلګي

۱ لاندې جدول همغه د کارونی یا اتعمال لپاره د جبشمیري چمتووالی بنای :

Winkelmaß کونجکچ	TR-Modus په نخښونه	Beispiel بېلګه.
Altgrad زړه درجه Neugrad نوې درجه Bogenmaß لینده کچ	DEG GRAD RAD	$\sin 45° = 0{,}7071$ $\sin 50^g = 0{,}7071$ $\sin \frac{\pi}{4} = 0{,}7071$

(c) ketabton.com: The Digital Library

2.

Zu ermitteln	Tastenfolge	Anzeige im Display	Modus
sin 45°	45⟨sin⟩	0.707106781	DEG
$\sin \frac{\pi}{6}$	⟨π⟩⟨:⟩6⟨sin⟩	0,5	RAD
cot 30°	30⟨tan⟩⟨1/x⟩	1.732050808	DEG
arccos 0,5	0.5⟨INV⟩⟨cos⟩	60(°)	DEG
arccos 0,5	0.5⟨INV⟩⟨cos⟩	$1{,}047 = \frac{\pi}{3}$	RAD
arccot 2	2⟨1/x⟩⟨INV⟩⟨tan⟩	26.56505118°	DEG
sin 220^g	220⟨sin⟩	−0,3090	GRAD

دلته مهم دی، چی جبشمیری په همغه ټاکلي یوون ترتیب شوی وي. یو «د مخه ټاکنه» (د «مودوس ټاکنه ») د زاړه – یا نوي درجی همدا ډول لینده کچ، د ډیرو جبشمیریو مودلونو سره د تکمی <DRG> څخه لاس ته راځی یا د بیلګي په توګه < MODE > .

د ورکړشوي درجه ګڼ اوړون په لینده کچ د < <DRG –> > سره سورت نیسي.

بیرته یا په څټ سړی داسی راځي– لکه چی لرل مو– د <INV> – تکمی سره.

بیلګی

60°	⟨DRG⟩	60(rad)
60	⟨DRG⟩	60(grad)
60°	⟨DRG →⟩	1.047197551(rad)
1.047197551	⟨DRG →⟩	66.66666667(grad)
66.66666667	⟨DRG →⟩	60°
60°	⟨INV⟩⟨DRG →⟩	66.66666667(grad)
66.66666667	⟨INV⟩⟨DRG →⟩	1.047197551(rad)
1.047197551	⟨INV⟩⟨DRG →⟩	60°

دلته ګراد نښونه (gard) نوی درجه ده یعنی ګون(gon).

(c) ketabton.com: The Digital Library

ځنی جشمیري په دې برسیره نور زیات امکانات هم لري ، نتیجی یی په ګراد دقیقی، ثانیي اویا لسیز سیستم ورکړ شوي دي. بدلون بیا د تکمی <DMS-Dd> سره صورت نیسی:

26.75° 30°15′	⟨inv⟩⟨DMS – Dd⟩ ⟨DMS – Dd⟩	26°45′ 30.25°

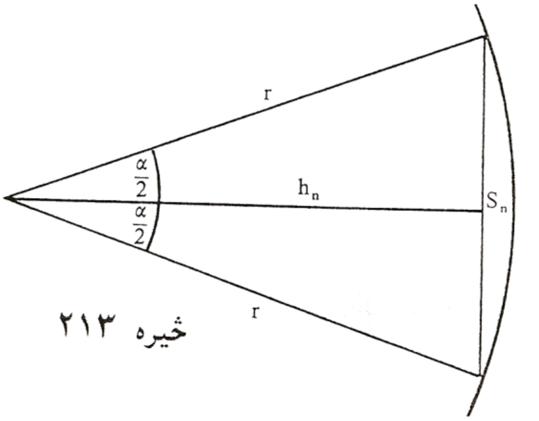
د " "15 °30 " ورکړه کیدی شي د جبشمیري سره مختلف بدلون ولري دلته دې د جبشمیری د لاس کتاب څخه ګټه واخستل شي (یادونه: زه پوهیږم چی داسی شیان موږ متآسفانه په خپل هیواد کي نه لرو ، خو په هر صورت يي لیکل ضرور دي، دا پرمختګ موږ هم خپل شاته نه شي پریښوولی)

پیلبیلګه: دلته دې S_n د یوه منظم n– ګوډي د اړخ اوږدوالی وي، چی په یوه ګردی کی چی وړانګه یی $r = 5\ cm$ ده، راګیر دی.

الف) وښایي چی

$$S_n = 2r \cdot \sin(180° : n)$$

ب) د یوه داسی n– ګوډي چاپیری U_n وشمیری ، چی $n = 8;16;32;128$ وي، او په نزدې توګه یا تقریبي د دې ګردي چاپیری د دې وړانګي r سره وښایی .



خیره ۲۱۳

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب) په همدې ډول n− ګوډی له هوارو A_n څخه په نږدې توګه یا تقریبي د ګردی ــــ هواره A وښایی .

اوبی (حل : هر n− ګوډی کیدی شي په n مساوي دریګوډیو ټوټه کړی شي. د هغو د څینتریکونج ∝ لپاره باور لري $\alpha = 360° / n$. د جګی یا جګوالی h_c د کښلو سره په هر مساوي پښیز دریګوډي کي ولاړکونجیزې نیایی د څنتریکونج یا منځکونج سره لاس ته راځي :

$$\frac{\alpha}{2} = 360° / 2n = 180° / n$$

بر سیره پر دې صدق کوي

$$(S_n /2) / r = \sin\frac{\alpha}{2} \Rightarrow S_n = 2r . \sin\frac{\alpha}{2} = 2r . \sin(180° / n)$$

b) $U = n.S_n = 2r.n.\sin(180°/n) = 10n.\sin(180° / n)$

د ارزښتشمیرنو د غلطی مخنیوی لپاره همدفمند یا موخه ور دی، که په دغه همغه لړپیرلپسی تکمی وکارول شي یا استعمال شي .

180° ⟨STO⟩ ⟨:⟩ 8⟨=⟩⟨SIN⟩⟨·⟩ 8⟨·⟩10⟨=⟩ 30.614675
⟨RCL⟩⟨:⟩ 16⟨=⟩⟨SIN⟩⟨·⟩ 16⟨·⟩10⟨=⟩ 31.214452
⟨RCL⟩⟨:⟩ 32⟨=⟩⟨SIN⟩⟨·⟩ 32⟨·⟩10⟨=⟩ 31.365485
⟨RCL⟩⟨:⟩ 64⟨=⟩⟨SIN⟩⟨·⟩ 64⟨·⟩10⟨=⟩ 31.403312
⟨RCL⟩⟨:⟩ 128⟨=⟩⟨SIN⟩⟨·⟩ 128⟨·⟩10⟨=⟩ 31.412773

پ) د ډیرګوډي هواره د دریګوډیو هوارو د یوځایوالی څخه لاس ته راځی

د هر دریګوډي هواره ده: $0,5 .S_n . h_n$. د

$$h_n = r.\cos(180° / n)$$

او

$$S_n = 2r . \sin(180°/ n)$$

له امله داسی دی

$$A = n \cdot 0{,}5 \cdot s_n \cdot h_n = n \cdot \frac{1}{2} \cdot 2r \cdot \sin\left(\frac{180°}{n}\right) \cdot r \cdot \cos\left(\frac{180°}{n}\right).$$

$$A = r^2 \cdot n \cdot \sin\left(\frac{180°}{n}\right) \cos\left(\frac{180°}{n}\right) = r^2 \cdot n \cdot 0{,}5 \sin\left(\frac{360°}{n}\right)$$

له دې سره د نرې [illegible]

360° ⟨STO⟩ ⟨ : ⟩ 8 ⟨ = ⟩ ⟨SIN⟩ ⟨ · ⟩ 8 ⟨ · ⟩ 12.5 ⟨ = ⟩ 70.710678
⟨RCL⟩ ⟨ : ⟩ 16 ⟨ = ⟩ ⟨SIN⟩ ⟨ · ⟩ 16 ⟨ · ⟩ 12.5 ⟨ = ⟩ 76.536686
⟨RCL⟩ ⟨ : ⟩ 32 ⟨ = ⟩ ⟨SIN⟩ ⟨ · ⟩ 32 ⟨ · ⟩ 12.5 ⟨ = ⟩ 78.036129
⟨RCL⟩ ⟨ : ⟩ 64 ⟨ = ⟩ ⟨SIN⟩ ⟨ · ⟩ 64 ⟨ · ⟩ 12.5 ⟨ = ⟩ 78.413712
⟨RCL⟩ ⟨ : ⟩ 128 ⟨ = ⟩ ⟨SIN⟩ ⟨ · ⟩ 128 ⟨ · ⟩ 12.5 ⟨ = ⟩ 78.508279

د يوه جشميرې سره ، چي له يوې زخيرې زياتى ولري ، لكه چى پام به مو ورته كړى وي ، د كونجونو برسيره نورې ثابتي هم زخيره كيدى شي» په يوه منظم پروګرامو ماشين سره كيدي شي چي د دا ډول شميرنو لپاره د ګوډونو ګڼ څخه ت شو يا د ګوډونو ګڼ باند ې صرفنظر وشي .

د تريګونومتريكي بلواكو خويونه

دا چى كونجكچ په درجه كچ او هم په لينده كچ وركول كيدى شي، كيدى شي چى يوه كونج بلواك تعريفېدېرى يا ∝ او يا x وي. ددې لپاره چى د يوه بلواك خوي باندې ټينګار وكړو، بايد په لاندې په لينده كچ تكيه وكړو.
د لاندې خويونو لمړۍ ډله يواځي له تعريفمساوات (د مخه راغلى) او د پيتاګوراس له جملى لاس ته راځي (د مخه لوستل شوې) لاندې صدق كوي :

(c) ketabton.com: The Digital Library

تعریف :

$$\tan(x) = \frac{\text{مخامخ کاتیت}}{\text{پرته کاتیت}} = \frac{\frac{\text{مخامخ کاتیت}}{\text{هیپوتینوزي}}}{\frac{\text{پرته کاتیت}}{\text{هیپوتینوزي}}} = \sin(x) / \cos(x)$$

ورته:

$$\cot(x) = \cos(x) / \sin(x) = \frac{\sin(x)}{\cos(x)}$$

له دي لاس ته راځي

$$\cot(x) = 1 / \tan(x) \iff \tan(x) = 1 / \cot(x)$$

برسیره پر دې لرو:

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

د دې سره لاس ته راځي:

$$1 / \cos^2 x = 1 + \tan^2 x \; ; \quad 1 / \sin^2 x = 1 + \cot^2 x$$

په تریګونومتریکي بلواکو کی هیله ده ، چی د پوتنځ لیکدود په پام کی ونیسی.
په لاندې پاملرنی سره :

$$\sin^2 x = (\sin x)^2 \neq \sin(x^2) = \sin x^2$$

په لاندې کی gegeben ورکړی او gesucht غوښتونی یا پلټونی په مانا دي

gegeben ورکړی / gesucht غوښتونی	sin x	cos x	tan x	cot x
sin x	sin x	$\pm\sqrt{1-\cos^2 x}$	$\pm\frac{\tan x}{\sqrt{1+\tan^2 x}}$	$\pm\frac{1}{\sqrt{1+\cot^2 x}}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

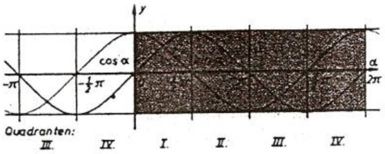
$\cos x$	$\pm\sqrt{1-\sin^2 x}$	$\cos x$	$\pm\dfrac{1}{\sqrt{1+\tan^2 x}}$	$\pm\dfrac{\cot x}{\sqrt{1+\cot^2 x}}$
$\tan x$	$\pm\dfrac{\sin x}{\sqrt{1-\sin^2 x}}$	$\pm\dfrac{\sqrt{1-\cos^2 x}}{\cos x}$	$\tan x$	$\dfrac{1}{\cot x}$
$\cot x$	$\pm\dfrac{\sqrt{1-\sin^2 x}}{\sin x}$	$\pm\dfrac{\cos x}{\sqrt{1-\cos^2 x}}$	$\dfrac{1}{\tan x}$	$\cot x$

لکه چی د مخه مو په ګوته کړل، کیدی شي چی تریګونومتریکي بلواك د مختلفو ګونجونو لپاره روښانه شي. که لمړي ورکړ شوي بلواك ارزښتونه مقایسه شي، نو په کره توګه یا په کلکه توګه لاس ته راوړی شو

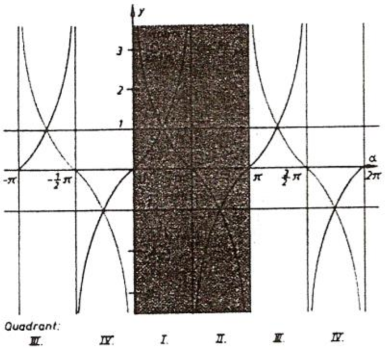
تعریف : تریګونومتریکي بلواك ټول پریودیکي یعني بیرته راګرځیدونکی دی، دا په دې مانا، چی د بلواك ارزښتونه په منظمو واټنونو کی تکراریږي. په دې د ساین بلواك او د کوساین بلواك راګرځیدنه (یا ۳۶۰ درجی) لري، کوتنجنتبلواك راګرځیدنه (یا ۱۸۰ درجی (180°)) لري.

$$\left.\begin{aligned}\sin(x \pm 2k\pi) &= \sin x\\ \tan(x \pm k\pi) &= \tan x\end{aligned}\right\}\quad k \in N$$

$$\left.\begin{aligned}\cos(x \pm 2k\pi) &= \cos x\\ \cot(x \pm k\pi) &= \cot x\end{aligned}\right\}\quad k \in N$$



خیره ۲۱۴
د ساین - او کوساین فنکشن
پریودیک راګرځیدنه



(c) ketabton.com: The Digital Library

د تانجنت او کوتانجنت فنکشنونو پریود یا تل بیرته راګرځیدنه:

بیلګې:

بیلګې :

$$
\begin{array}{lllll}
\sin 50^\circ & = \sin(50^\circ + 360^\circ) & = \sin(50^\circ - 720^\circ) & = 0{,}76604 & \\
\cos -30^\circ & = \cos(-30^\circ - 360^\circ) & = \cos(-30^\circ + 1080^\circ) & = 0{,}86603 & \\
\tan 2{,}5 & = \tan(2{,}5 - \pi) & = \tan(2{,}5 + 5\pi) & = -0{,}74702 & \\
\cot 10 & = \cot(10 + \pi) & = \cot(10 - \pi) & = 1{,}54235 & \\
\sin 35^\circ & = \sin(180^\circ - 35^\circ) & = -\sin(180^\circ + 35^\circ) & = -\sin(360^\circ - 35^\circ) & = 0{,}573576 \\
\cos 35^\circ & = -\cos 145^\circ & = -\cos 215^\circ & = \cos 325^\circ & = 0{,}81952 \\
\tan 0{,}6109 & = -\tan 2{,}5307 & = \tan 3{,}7525 & = -\tan 5{,}6723 & = 0{,}700208 \\
\cot 0{,}6109 & = -\cot 2{,}5307 & = \cot 3{,}7525 & = -\cot 5{,}6723 & = 1{,}428042
\end{array}
$$

که د فنکشن ګراف ته په ځیر شو، نو برسیره پر دې روښانیږي:

x	$\pi - x$	$\pi + x$	$2\pi - x$	
$\sin x =$	$\sin(\pi - x) =$	$-\sin(\pi + x) =$	$-\sin(2\pi - x)$	(Abb. 179)
$\cos x =$	$-\cos(\pi - x) =$	$-\cos(\pi + x) =$	$\cos(2\pi - x)$	(Abb. 179)
$\tan x =$	$-\tan(\pi - x) =$	$\tan(\pi + x) =$	$-\tan(2\pi - x)$	(Abb. 180)
$\cot x =$	$-\cot(\pi - x) =$	$\cot(\pi + x) =$	$-\cot(2\pi - x)$	(Abb. 180)

بیلګې:

	α	$180^\circ - \alpha$	$180^\circ + \alpha$	$360^\circ - \alpha$
	35°	145°	215°	325°
sin	0,573576	0,573576	− 0,573576	− 0,573576
cos	0,819152	− 0,819152	− 0,819152	0,819152
tan	0,700208	− 0,700208	0,700208	− 0,700208
cot	1,428148	− 1,428148	1,428148	− 1,428148

که څه هم نن د کونجبلواکو شمیرلو لپاره، یواځې د جبشمیرې یا کمپیوټر څخه کار اخستل کیږي ، هدفمند بولو، چې یو څو زیات د استعمال وړ ارزښتونه په لاندې ورکړو.

(c) ketabton.com: The Digital Library

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2}{3}\pi$	$\frac{3}{4}\pi$	$\frac{5}{6}\pi$	π	$\frac{3}{2}\pi$	2π
α	$0°$	$30°$	$45°$	$60°$	$90°$	$120°$	$135°$	$150°$	$180°$	$270°$	$360°$
sin x bzw. sin α	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0
cos x bzw. cos α	1	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$-\frac{1}{2}\sqrt{3}$	-1	0	1
tan x bzw. tan α	0	$\frac{1}{3}\sqrt{3}$	1	$\sqrt{3}$	–	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{1}{3}\sqrt{3}$	0	–	0
cot x bzw. cot α	–	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{3}\sqrt{3}$	0	$-\frac{1}{3}\sqrt{3}$	-1	$-\sqrt{3}$	–	0	–

دلته د همداډول یا همداسي په معنا دی

له دې جدول څخه کیدی شي په خیال کی یا ګوماني لاس ته راوړی شو

sinx = cos (/2 -x) cos x = sin (/2 -x)

tan x = cot (/2 - x) cot x = tan (/2 -x)

دا ګومان کیدی شي په ولاړکونجیز دریګوډي کي د تعریف په مرسته په ساده توګه وښوول شي. :

sin = a / c او cos ß = a / c

د – ß = 90° له امله لاس ته راځي :

sin = cos (90° -)

په ورته توګه نور ې غوښتني هم لاس

ته راتلی شي.

دا له څیرو څخه هم لاس ته راوړل کیدی شي، څکه د ساین او کوساین بلواکو یا په همدې ډول د تانجنت او کوتنجنت بلواکو ګرافونه د /2 = x کرښی ته یو بل سره محورسیومتري څغلي :

له څیرو او بیلګو څخه په دې برسیره لاس ته راځي:

تعریف: د کوساین بلواك جفت دی ، لرو:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\cos (x) = \cos (-x)$$

ساین – ، تنجنت – او کوتنجنت بلواك ناجفت دي» د دوي لپاره باور لري:

$$\sin (x) = -\sin(-x), \quad \tan(x) = -\tan(-x) ; \cot (x) = -\cot(-x)$$

یادونه : په دې نلواکو کې کیدی شي چی x له نوکانو دباندې هم وي:

بیلګی:

$$\sin 60° = -\sin (-60°) = 0,86603$$

$$\cos 0,75 = \cos(-0,75) = -0,70711$$

$$\tan 150° = -\tan (-150°) = -0,57735$$

$$\cot 1,3 = -\cot(-1,3) = o,27762$$

د زیاتون قضیي یا تیورمونه

دا چي کونجبلواك لاینی نه دي(د فنکشنګراف کرښه نه ده،بلکه کږه ده) ، نو ډېل تعریفېدیرې پورې ساده ډېل بلواك ارزښت اړه نه لري.

لکه

$$\sin 30° = 0,5 \quad \sin 90° = 1 \quad \sin 180° = 0$$

د داسی په نامه زیاتونمسئلی په مرسته ممکن کیږي، چی د بلواك ارزښت د کونج په دوه برابرولو یا په همدې ډول د دوه کونجونو یو په بل زیاتولو د یوګونو کونجونو لپاره ارزښتونه رابي کړی شو.

بیلګی :

1 . $\sin(x + y) = \sin x .\cos y + \cos x . \sin y$

1' . $\sin (x - y) = \sin x . \cos y - \cos x . \sin y$

(c) ketabton.com: The Digital Library

2 . $\cos(x + y) \cos x . \cos y - \sin x . \sin y$

2 '. $\text{cis}(x - y) = \cos x . \cos y + \sin x . \sin y$

3 . $\sin 2x = 2.\sin x . \cos x$

4 . $\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$

5. $\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x + y}{2} \cos \frac{x - y}{2}$

6. $\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x + y}{2} \cos \frac{x - y}{2}$

7. $\sin\left(\frac{x}{2}\right) = \sqrt{0{,}5(1 - \cos x)}$

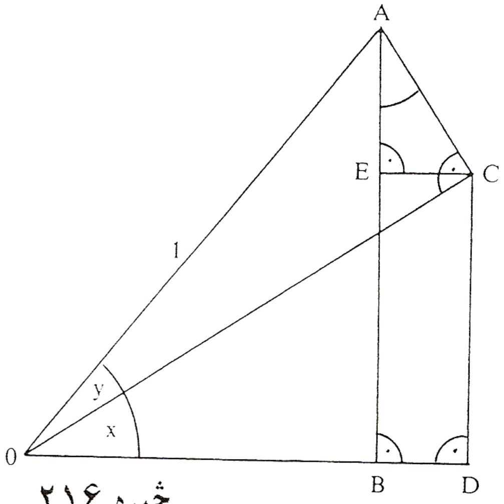
8. $\cos\left(\frac{x}{2}\right) = \sqrt{0{,}5(1 + \cos x)}$

9. $\tan(x + y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \cdot \tan y}$ mit $\tan x \cdot \tan y \neq 1$

9′. $\tan(x - y) = \frac{\tan x - \tan y}{1 + \tan x \cdot \tan y}$ mit $\tan x \cdot \tan y \neq 1$

10. $\cot(x + y) = \frac{\cot x \cdot \cot y - 1}{\cot x + \cot y}$ mit $\cot x \neq -\cot y$

10′. $\cot(x - y) = \frac{\cot x \cdot \cot y + 1}{\cot x - \cot y}$ mit $\cot x \neq \cot y$



خیره ۲۱۶

(c) ketabton.com: The Digital Library

1. und **2.**:

$|OA| = 1$

$|AC| = \sin y; \quad |OC| = \cos y$

$|AB| = \sin(x+y); \quad |OB| = \cos(x+y)$

$$\frac{|EC|}{|AC|} = \sin x \Rightarrow |EC| = |AC| \cdot \sin x = \sin x \cdot \sin y$$

$$\frac{|OD|}{|OC|} = \cos x \Rightarrow |OD| = |OC| \cdot \cos x = \cos x \cdot \cos y$$

$$\frac{|EA|}{|AC|} = \cos x \Rightarrow |EA| = |AC| \cdot \cos x = \cos x \cdot \cos y$$

$$\frac{|DC|}{|OC|} = \sin x \Rightarrow |DC| = |OC| \cdot \sin x = \sin x \cdot \sin y$$

برسېره پر دې لرو:

$$|AB| = |AE| + |EB| = |AE| + |CD|$$
$$|OB| = |OD| - |BD| = |OD| - |EC|$$

د ځای په ځای کولو څخه ښوونه په لاس راځي

$$\sin(x+y) = \cos x \cdot \cos y + \sin x \cdot \sin y$$
$$\cos(x+y) = \cos x \cdot \cos y - \sin x \cdot \sin y$$

1'. **2'.**:

3. **4.**: $x = y$. ځای پر ځای کېږي

5.: Setze $z + t = x;\ z - t = y \Rightarrow z = \frac{x+y}{2};\ t = \frac{x-y}{2}$ کېږده

پس څرګندو

$$\sin x = \sin(z+t) = \sin z \cdot \cos t + \cos z \cdot \sin t$$
$$= \sin\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2} + \cos\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$$

$$\sin y = \sin(z-t) = \sin\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2} - \cos\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$$ همداراز

$$\Rightarrow \sin x + \sin y = 2\sin\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}$$

6. ښوونه په ورته توګه ترسره کېږي

7.: $x = y = z/2$ کېږده

$$\Rightarrow \cos(x+y) = \cos z = \cos 2\cdot\frac{z}{2} = \cos^2\frac{z}{2} - \sin^2\frac{z}{2}$$

$$\Rightarrow \sin^2\frac{z}{2} = \cos^2\frac{z}{2} - \cos z = 1 - \sin^2\frac{z}{2} - \cos z \qquad (*)$$

$$\Rightarrow 2\sin^2\frac{z}{2} = 1 - \cos z \Rightarrow \sin^2\frac{z}{2} = \frac{1}{2}(1 - \cos z)$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ريښه نيونې له لارې ښوونه لرو

په (*) کې $\sin^2 z/2$ د $1-\cos^2 z/2$ کېږده:

۹ – ۱: دا اړيکې له ۱ او اوم او تانجنت پيژند څخه لاس ته راځي

بلواك يا فنكشن $y = a . \sin(bx+c) +d$

لكه چې په پيل كې مو وويل په طبيعت او تخنيك كي ډيرې پيښې شته دې چې تل بيرته راكرځي يا لنډ: راګرځي، يعني پريوديكي دي. د دې د تشريح لپاره په خپل سوچه يا خالصه بڼه تل د ساين بلواك بسيا نه كوي.
دا زيات علتونه لري : لمړی د ساينبلواك د ۱- او ۱ ترمنځ ارزښت نيسي، له بلې لور داواقعي د كونج په واك كی نه دي بلكه د وخت په واك كي دي د يوې راګرځيدنی سره، چی دا په ساده توګه د 2 په ډول نه شي رانيولكيدی. له دې امله د ساين بلواك د دې كارونو د روښانوولو لپاره بايد موډيفيځير شي يا يی بڼه واوړي. دا بڼه اوړون او د هغی تاثير په لاندې ليدنه كی راټول شويدي، ګراف يی ورزياتی ځيرونی لپاره دی. په ورته ډول د نورو كونجبلواكو لپاره باور لري په عمل كي مګر يواځي د ساينبلواك (په همدې توګه د هغي مخامخ د كوساين بلواك چي په $\pi/2$ سره راكښل شوی وي) د مانا ډك دي. (لوستل: له ښي لور څخه)

بلواك	تاثير	دكارونی ساحه	بيلګی
$y = \sin(x)$		ټولی تلبيرته راګرځيدونی تعامولونه	ځيره ۲۱۷
$y = \sin(x) +d$	د y-لور په اوږدو راكښنه	د يوه مساوی او بدل شپيالونګ يو په بل برلوټل	ځيره ۲۱۸

(c) ketabton.com: The Digital Library

$y = \sin(x+c)$	د فاز تغیر یا ګراف بدلون	په بدل برېښنا جریان کې د برېښنا او شیانو تګ تغیر روښانوي	شکل ۲۱۹
$y = a \cdot \sin(x)$	د امپلیتود د ګراف بدلون فاکتور -1 د 180° فاز ګراف بدلون دی	د یوه پندول خوځېدنه	شکل ۳۲۰
$y = \sin(bx)$	د پېریود تغیر یا بدلون $b>1$ سرعت $0<b<1$ په کرار کیدل $b<0$ په شا ګرځېدنه لکه محور دی	دیو بستې تړي ګډون خپرونه په یوه وخت دا ډېره زه دهغې پوره لمبه زه لکه په د خوځنګ الوپه او ازولوکې	د شکل ۲۲۱
$y = a \cdot \sin(bx+c)+d$	عمومي حالت	کمپلکس پېریودیک جریان یا عمل	شکل ۲۲۲

تمرینونه

۱ – د لاندې ورکړې سره ښېره بله کړې.

$4°6' = 4{,}1°$; $10°, 5' = 10°30$

a) $6{,}75° =$ b = $120{,}48° =$ c) $-75{,}65° =$

d) $52°16' =$ e) $97°13' =$ f) $44°44' 44'' =$

۲ – په درجه کچ ي ولیکئ

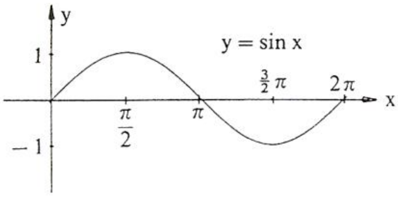
a) $x = \pi/3$, b) $x = -\pi/4$, c) $x\ (2/3)\pi$

d) $x = 4$ e) $x = -3$ f) $x = 4{,}7$

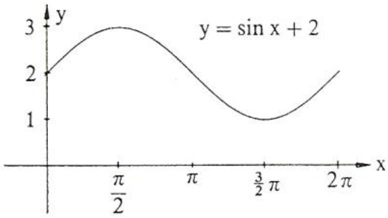
۳ – په لینده کچ یی ولیکئ

a) $15°$ b) $-60°$ c) $540°$ d) $20°15'$ e) $15{,}75°$

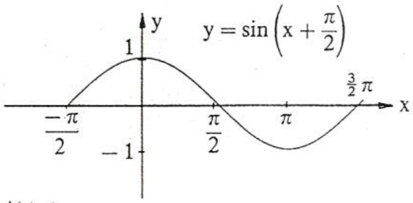
(c) ketabton.com: The Digital Library



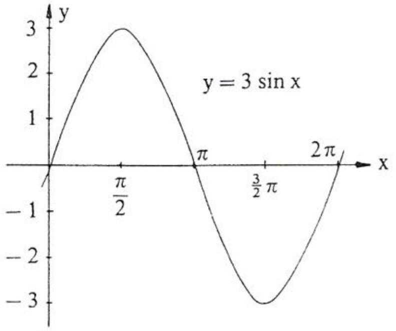
شیره ۲۱۷



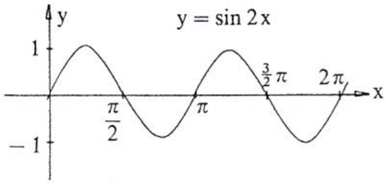
شیره ۲۱۸



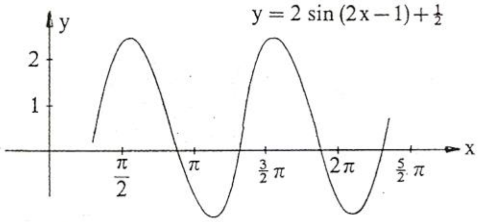
شیره ۲۱۹



شیره ۲۲۰



شیره ۲۲۱



شیره ۲۲۲

د دې بلواك ګراف د ساین کړې $y = \sin x$ څخه لکه چې ګورو لاس ته راځي:

۱ – د ارزښت دوه ځله کيدل

۲ – د نیمی راګرځید اوږدوالی باندې پرسیدنه

۳ – په یوه یوون د ښي لور ته راکښنه

۴ – په $1/2$ پورته لورته 100% راکښنه

(c) ketabton.com: The Digital Library

۴ – وټاکی

a) $\sin 20°$ b) $\sin(-30°)$ c) $\sin 172°$ d) din1°4'

e) $\cos 35°$ f) $\cos 380°$ g) $\cos(-27°)$ h) $\cos 47{,}9°$

i) $\tan 11°$ k) $\tan(-15°)$ l) $\tan 33{,}33°$ m) $\tan 13°13'$

n) $\cot 870°$ o) $\cot(-11°)$ p) $\cot 14°14'$

q) $\cot(-2°2')$

r) $\sin\alpha = 0{,}8$ s) $\cos\alpha = 0{,}9$ t) $\tan\alpha = 2{,}5$

u) $\cot\alpha = -1$ v) $\sin\varphi = 0{,}3$ w) $\cos\varphi = -0{,}13$

x) $\tan\varphi = -4$ y) $\cot\varphi = 0{,}3$ z) $\arcsin(x) = \pi/2$

۵ – په یوه ولاړکونجیز دریګوډي کی لرو $\gamma = 90°$ او په دې برسیره :

a) a = 7 cm; b = 6cm

b) a = 16cm; = 66°45'

c) c = 5cm; a = 3cm

پاتی ټوټې وشمیری

۶ – په مساوي پښیز دریګوډي

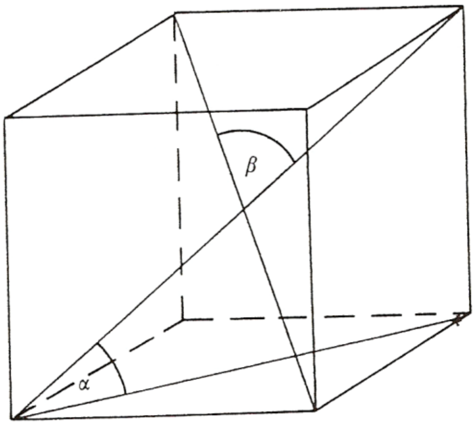
کي (a = پښه ده) دی

a) a= 10cm ; α =80°40'

b) a= 12 cm ; h = 8cm

c) ß = 40°; a = 7cm

پاتی ټوټي وشمیري



څیره ۲۲۳

۷ – د یوه پڅکونجیز ($\alpha > 90°$)

دریګوډي لپاره ساین وشمیری

۸ الف) کوساین د یوه پڅ کونجیز

دریګوډي لپاره وشمیری ($\alpha > 90°$)

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب) په یوه ولاړکونجیز دریګوډي کوم فرمول لاس ته راځي؟

۹ – په یوه مکعب کی د یوه هوا نیمي او بنستهواري ترمنځ کونج څومره لوي دی ؟

څیره .د دواړو هوا یا فضا یا بدن نیمیو ترمنځ کونج څومره لوي دی ؟

۱۰ – د دوه ګردیو وړانګی

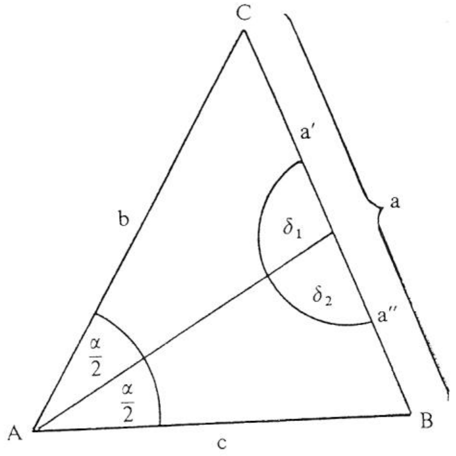
$r_1 = 5$ cm , $r_2 = 4$ cm

دي او همداسی د منځټکو واټن $|M_1M_2| = 8$cm ورکړ شوی دی.

دد دواړو ګردیو د تماس

مماسونو غوڅکونجی وټاکی

او د کلې غوڅونی اوږدوالی .



څیره ۲۲۴

۱۱ – په یوه دریګوډي کی د یوه

کونجنیمی مخامخ اړخ په داسی

ځان نیونه یا تناسب غوڅوي لکه

په دې پرتي خواوې. دا غوښتنه د

ساین جملی په مرسته حل

(اوبی) کړی(څیره۲۲۴).

۱۲ – که یوه بار ځاي ته،

چي ۵۰ ،۱ متره جګ دی،

یوه زینه ورجګه شي

میلانکونج ∽ دې زیات ترزیات 33° وي، زینه دې څومره لویه وي؟

۱۳ – الف)د یوې پورته ختلی کوڅي جګوالي توپیردې څومره وي، که دا

کوڅه ۱۶۰۰ متره اوږده او 12% جګه وي؟

ب) د ۱۵۴۰ پرتی لارې وهلو وروسته د جګوالي توپیر څومره دی ؟

پ) د یوه زوړندي پټیلار، چی ۱۷۰۰ متره اوږده ده، په سلو کی څومره

لوي دی ، که دا د جګوالی توپیر ۵۰۰ متره ولري؟

یو د اوبنی یا د اوبو بیلر (کله= ۱۰۰ کیلوګرامه) په یوه پورته خیزول کیږي، چې

(c) ketabton.com: The Digital Library

میلانکونج $\measuredangle = 25°$ لري. د وزنزور په زوړندزور تختی سره غبرګ او نورمال یعنی ولاړ زور(د فشارزور) ولاړ تجزیه یا ټوټه کیږي، دواړه زوره څومره لوي دی ؟ (۱ کیلو ګرام = ۹ ، ۸۱ نیوټن $1\ kg = 9{,}81N$).

۱۵ – یو تلفونستن په څلور رسیو، چی هره یوه یی ۵۳ متره اوږده ده، درول کیږي. درسیو میلانکونج $60°$ دی په ښه باندې په کوم جګوالي باید رسی وړلی شي ؟

۱۶ – د یوې ۵۳ متره جګې ونی سیوری ۵ ، ۱۲ متره اوږد دی. په ځمکه لمروړانګي په کوم جګوالی یوبل سره مخمامخ کیږي.؟

۱۷ – د یوه ۵ متره جګ کتونټکي (لکه د یوه کور، په دوم منځل کی کړکی) ، څخه د یوه برج څوکه لیدل کیږي چی جګیدونکوج یی $\measuredangle = 18{,}5°$ او پښیتټکی یی $\beta=8°$ لوید کونج ، برج څومره جګ دی ؟ د لیدټکي څخه یی پروت لریوالی څومره دی ؟

۱۸ – الف) د پیزا (Pisa) کوږ برج ۴۷ متره جګ دی، او څوکه یی د پښی ټکي څخه ۵۰ ،۴ متره ور اوړي. دا برج څومره مایل دی ؟

ب) د یوه جومات برج چی ۱۵۰ متره جګ وي، لیدونکی د کوم کونج لاندې دا برج کتلی شي، که دا برج په ځمکي ټکي (یعنی د سترګي جګوالی د برج بنسټټکي سره برابر وي)، څخه وکتل شي، چی د برج له بنسټ څخه ۵۰۰ متره واټن ولري؟

پ) د ۵، ۱ کیلو متره لریوالی څخه یو بل برج د کوم کونج لاندې لیدل کیږي

– که جګوالی یی ۱۶۰ متره وي؟

– که جګوالی یي ۱۳۷ متره وي ؟

ت) د پراته کوم اوږدوالی لاندې د بنسټ څخه د ۱۲ درجی کونج لاندې

– د بل برج څوکه ښکاریږي چی جګوالی یي ۱۴۳ متره وي ؟

–د پاریس د ایفل برج ښکاریږي چی جګوالی یي ۳۰۰ متره دی ؟

۱۹ – د ښیپپس اهرام(CHeopspyramide) ۱۳۷ متره جګوالی لري او د بنسټ

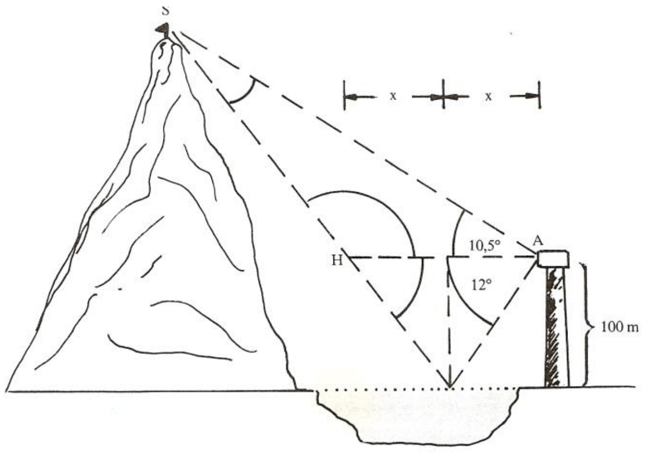
(c) ketabton.com: The Digital Library

د یوه اړخ اوږدوالی یی ۲۳۰ متره دی چی بنسټ یی مربع شکل لري
الف) د اړخهوارې میلانکونج څومره دی ؟
ب) د څنګهوارې دریواړه دنننی کونجونه څومره لوي دي؟

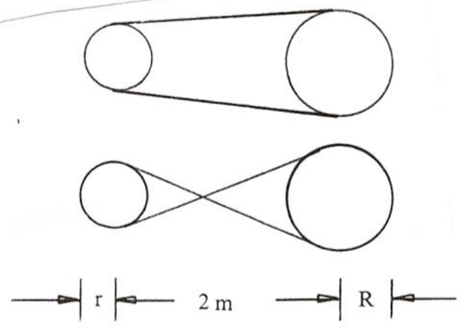
۲۰ – یو ژوری یا قبر –۸ ، ۱ متره ژور دی، بنسټسور یی ۵ ، ۲ متره دی، د پورته لور ته وازکونج ی دواړو لورو ته ۶۰ درجی دی
الف) دا کبر پخپل وازوالی یا سر کی څومره پراخ دی؟
ب) که ۱۰ متره اوږد وي، نو بیا دا څومره اوبه ځایکوي ، که جګوالی یی ۵۰ ، ۱ متره وي؟

۲۱ – یو ډنډ په سر کی ۶ متره سرور دی او ۵ ، ۴ متره جګوالی لري د بحیرې لور ته 14° میلان لري، د دننه لور ته 28° میلان لري. د ډنډ بنسټ څومره سور لري؟ د هغی د نیمی هواره څومره ده؟

۲۲ – د ریفلډنډ Riffelsee څخه یو ښه لید د ماترهورن (ماترنښکر یا د ماترن د غره څوکه Matterhorn) دواړه په زیرمات ، سویس Zermatt / Schweiz کی دی) اچول کیږي که دا د یوه لیدټکي څخه چی ۱۰۰ متره جګ دی د ډنډ په لور ښکته وکتل شي، نو د غره د څوکي هندارونه د 12° پریوتکونج لاندې لیدل کیږي. د غره څوکه د یوپورته کونج 11° لاندې لیدل کیږي. د ریفلډنډ باندې د ماترنښکر څوکه څومره جګه پروته ده؟
څیره



(c) ketabton.com: The Digital Library



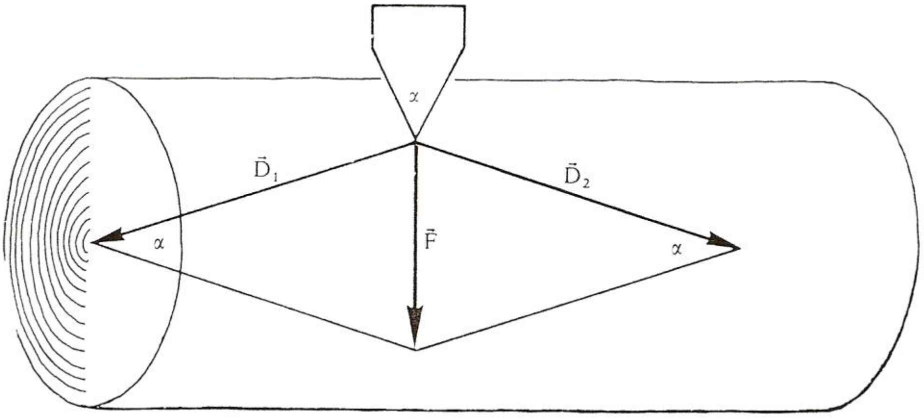
خیره ۲۲۶

۲۳ – الف) یوه د کشولو کړۍ، چي په دوه دکښنولو چیترو باندې راتاو ده، څومره اوږده ده، که لاندې اندازې ولري $r = 22\ cm$, $R = 35\ cm$, $|M_1M_2| = 2m$?

ب) دا کړۍ به څومره اوږدې وي که د اهیران په څیر له چیتروګانو یا تیکلیو ډاکې څېدلې وي ؟

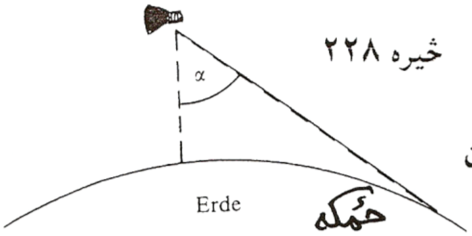
۲۴ الف) د ونې په ستنه یو کایل)موږی) په څټك د D زور سره وهل کیږي. د فشار هغه زورونه D څومره لوی دي، کوم چي د ستنې درځونه ، که د کایل یا تبرګي کونج $\alpha = 6°$ وي. (حیره ۱۹۴)؟

ب) په کومکایلکونج یا تبرګیکونج لرو: $|D|=|F|$ ؟



خیره ۲۲۷

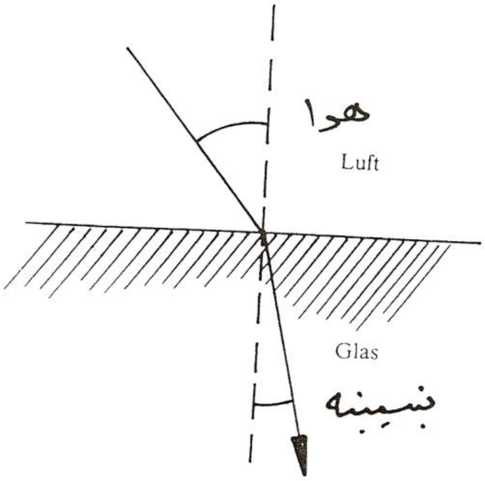
(c) ketabton.com: The Digital Library



خیره ۲۲۸

۲۵ – د یوه الوتماشین څخه ځمکه د یوه ∝ کونج لاندې لیدل کیږي (خیره) دا الوتماشین څومره جګ الوزي ؟ (د ځمکی وړانګه : ۶۳۷۰ کیلومتره)

۲۶ – یو ګادی د $v_{\propto} = 120km/h$ سرعت سره روان دی، نو د باران څاڅکی په پټلی د تلنلور باندې په $115°$ = کونج د چیترو (مطلب د ګاډې د اوسپنی تیر یا ګاډیل دی) مخامخ ځغلي. له دې ورکړو څخه د باران د څاڅکو د لویدلو سرعت v_g وټاکی ؟



خیره ۲۲۹

۲۷ – که د لمروړانګه په دوه مختلفو طبقو ولویږي، نو خپلی لور ته تغیر یا بدلون ورکوي. د سنیلیوس Snellius د ماتقاعدې له مخی کیدی شي چی د ماتیدو قانون وشمیرل شي. دا قانون وایي، چی پروتوړانګه ، ماتوړانګه او ولاړکرښه یا عمود په بیلیدونکی هوارې په یوه هواره پراته دي او برسیره پر دې لاندې اړیکي باور لري یا صدق کوي:

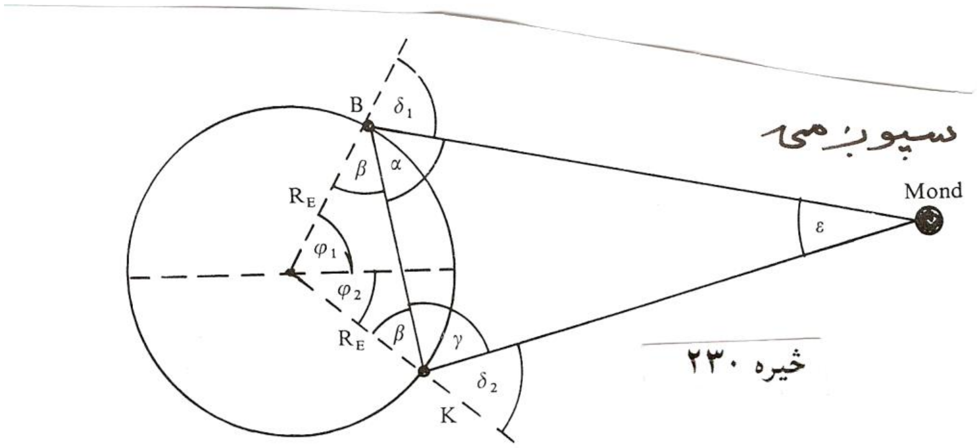
$$\sin \propto \ / \ \sin \beta = n$$

که د رڼاوړانګه په یوه ښیښه (اوبو) پریوزي، نو $n = 1,5 \ (1,33)$ دی وښایي، چی ماتکونجونه څومره لوي دي، کوم چی په لاندې پروتکونجونو اړه لري:

$10,5°, 15,8°, 27,3°$, $41,2°,67,6°,, 72,4°, 81,9°$ ؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

۲۸ – په ۱۸ ا–مه میلادي پیړی کی د سپوږمی لریوالی تریګومتریکي وټاکل شو. په برلین کی (جغرافیوي اوږدوالی $\varphi_1 = 52,52°$) او لکه د ښو هیلو په کونج کی ($\varphi_2 = -33,93°$)، کوم چی په همغه اوږدګراد پراته دي، د سپوږمی سره په همغه وخت کی تړل کیږي. له دې لاس ته راغلل:
. $\delta_2 = 55,72°$ او $\delta_1 = 32,08°$
وشمیری $|KM|$, ß , $|BK|$ او له دې څخه d_{EM} .



خیره ۲۳۰

۲۹ – لړځیدنی Schwingungen تل د وخت په اړه شمیرل کیږي یعني د وخت t تړواك لاندې دي. دا د بلواك $y = a . (\sin(2\pi/T)) .t + k)$ له لارې ورکړ شوي. دلته $(2\pi/T)\,t = x$ هغه کونج دی ، کوم چي په T وخت کی وهلکیږي. $1/T = f$ د یوه څرخون پریود یا راګرځیدنی وخت په ګوته کوي او د لړځیدنی دوام بلل کیږي» f فرکونځ frequenz بلل کیږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

ټولو راګرځیدونکو هوارو زیاتون، دباندې هوارې، او ډکې یا حجومونه، د هوارو متن ټولګی سره ده.
ډکي یا حجمونه په مکعبمتر m^3 په همدې توګه د مکعب متر برخه یا څو واره باندې ورکول کیږي، چې یو په بل اړول یی، لکه چی لاندې ګورو، ساده دي

$$1\ m^3 = 1m.1m.1m = 100cm^3.100cm.100cm = 1\ 000\ 000\ cm^3$$

یعنی :

$$1km^3 = 10^9\ m^3$$

$$1m^3 = 10^6\ cm^3$$

$$1cm^3 = 10^3\ mm^3$$

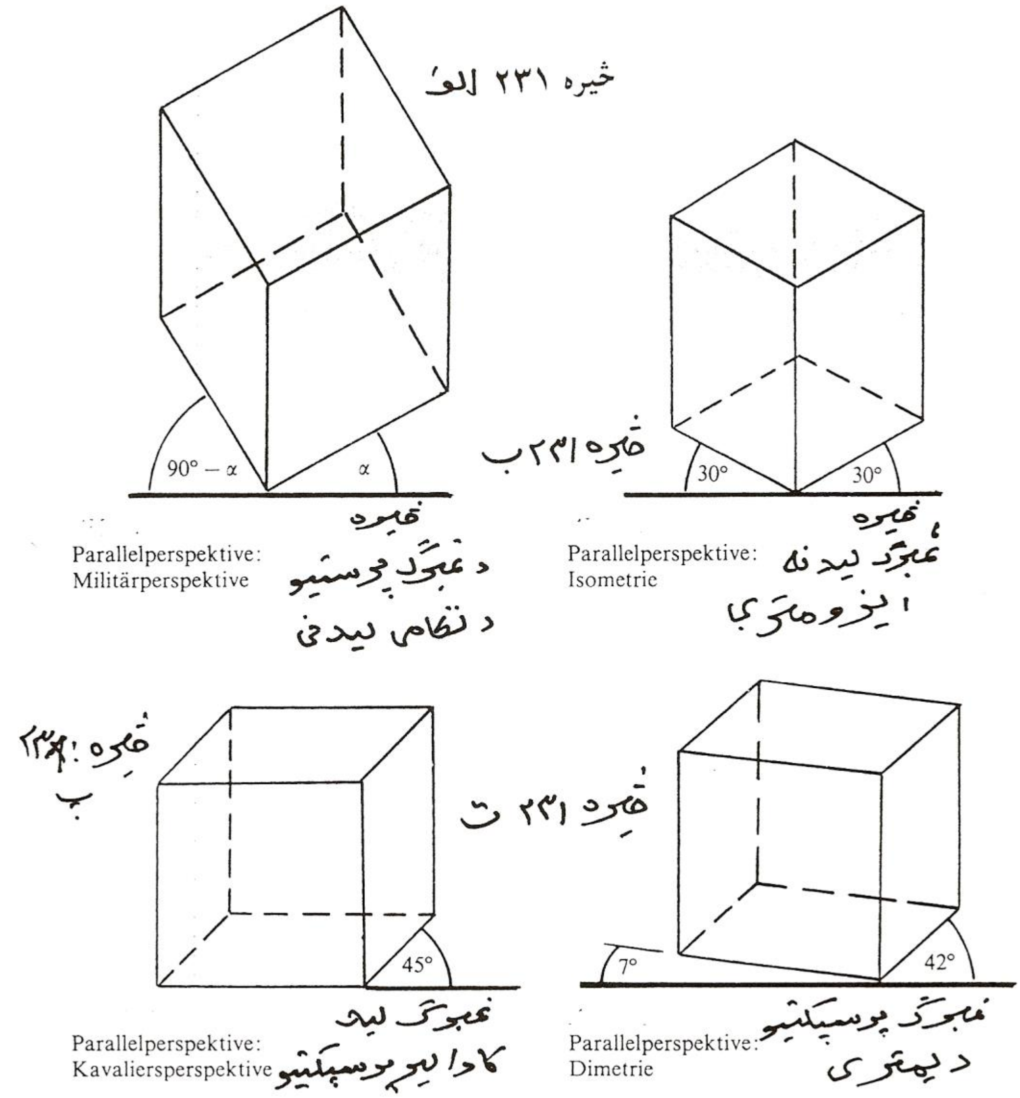
$$1mm^3 = 10^9\ \mu m^3$$

برسیره پردې په پیچلو شکلونو باندې باید یو لیدونکی یا اوپتیکي نظرلاس ته راوړی شو.

د هندسي بدنونو یا تنونو رسمول

په پرینځیپ کی د بدن درې ډوله ګرافیکي انځورونه موجود ده. دام کی ګیرونه ، مایل انځورونه، او دربتخته ئیز پرویکشن Projektion (دریتیخته ئیز پریوستون).
دا هروې یی مختلفې دندې سر ته رسوي.
د دام ګیرونه اصلآ ددې لپاره په کار راځي، چی د بدن ټوله دباندې هوارې وښولی شي. دا که چیرې راګردي پریکړی شي او سره ونښلول شي، نو د هغه بدن څیره جوړولی شي.

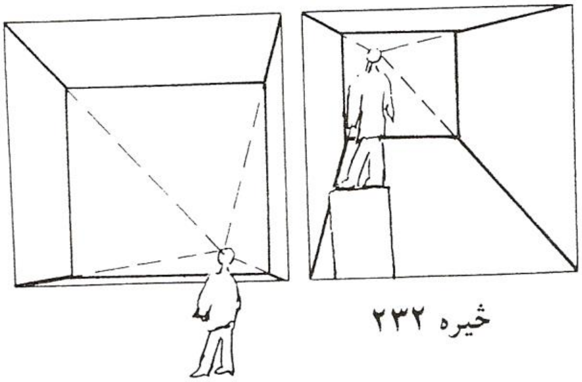
(c) ketabton.com: The Digital Library



د استعمال وړ د نظراچولو (د نظر لاندې راوړلو) کښل، مايلځیره کښل دي. دا هوايي پراخيدنه واضح کوي. دلته د کاواليير پرسپکتيو (مائيل له پورته) او يوه (چينهښى پرسپکتيو (مائيل له ښکته) ترمنځ توپير کيږي، مګر د دواړو ترمنځ لاندې ګډه قاعده موجود ده: ليدونکي ته جبهيي (فرونتال) ځغليدونکي لاينونه په

(c) ketabton.com: The Digital Library

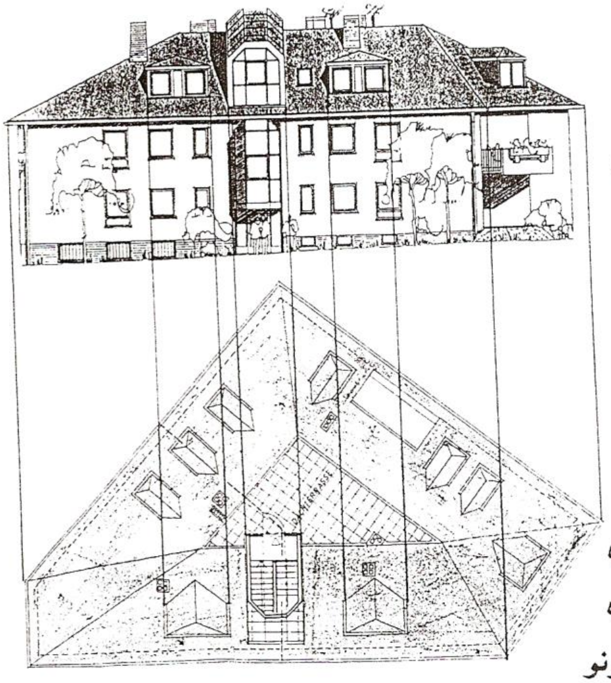
نورمال اوږدوالي، له ليدونکي لرې ځغليدونکي لاينونه مائيل او په لنډ ډول کښل کيږي. لنډونه يې د کونج تر واك ده:



پروت کونج	30°	45°	60°
لنډوونکی فاکتور	2/3	½	1/3

ځيره ۲۳۲

په يوه پرسپکتيو مائيل جوړښت کی طبعاً ځني برخی او نه ځيره شوې د شا خواوي ورکيږي، دا په دې مانا چي په کښلو کی نه راځي. له دې امله او په ځانګړي ډول کونجلرونکو بدنونو لپاره درې تختئيزپرويکشن (پريوستون) ګټور دی. دا يو درې ځلي ولاړ پريوستني له لارې منځ ته راځي (الف) بنستيز ځرز يا غوځي هواره، (ب) اړخيزغوځي يا درز هواره (پ) پورته درز يا غوځي هواره او دا زيات وخت په جوړښترسمونو کی استعماك مومي.



ځيره ۲۳۳

(c) ketabton.com: The Digital Library

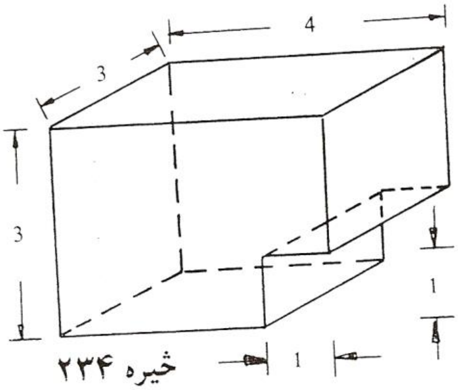
تمرينونه

۱ – د دې ځيره بدن څخه
دريتختهييز پريوستون وکاږئ

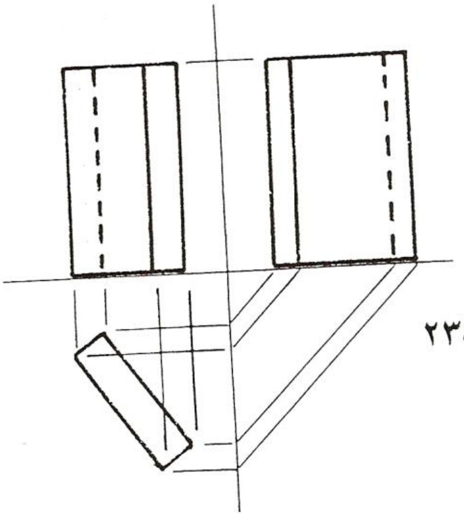
۲ ۰ ددې بدن مائئله ځيره
وکاږئ، کوم چې دريتخه ئيزه
ځيره پورې اړه لري.

۳ – د يوې ولاړې ګردې توتی يا
استوانی ماييلی ځيرې غوښتل
کيږي، چې د بنسټ او ولاړ
درځ له لارې ورکړ شوي وي.

۴ – يو شپږاړخي نل يا شپږڅنډيز
نل وباسی په غبرګ پرسپتکيو
انځوروني سره.



ځيره ۲۳۴


ځيره ۲۳۵

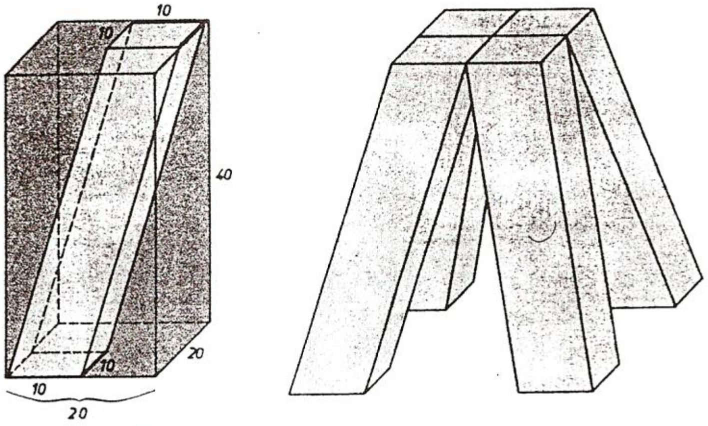
(c) ketabton.com: The Digital Library

پریزماوې Prismen

پیلبیلګه :

۱ = د یوه ستنویا تیرپښو جوړ میز یا Podestپودست(لکه په شیره کی کنبل شوی میز) د لاندې جوربښت لپاره یو پښ باید څلور پښی د څلوراړخیز لرګیو په شیره شوي شکل اره کړي. یوه پښه څومره ډکی (حجم) لري ؟

$$V = 10^2 \cdot 40 = 4000cm^3$$



شیره ۲۳۶

۲ – د یوکږ ولاړې یا مستقیمی پریزما چی جګوالی یې 12 cm دی دباندې هواره او ډکی (حجم)، چی ځمکه او سر یا سرپوښ یې یو سیومتري تراپیځ وي

(c) ketabton.com: The Digital Library

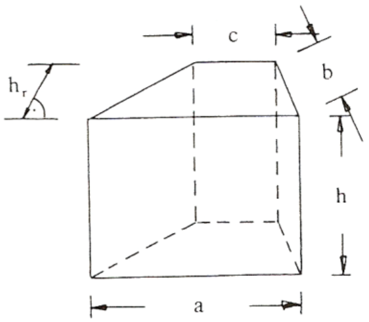
د اړخونو د اوږدوالي $a = 10$ cm , $c = 6$ او $h_r = 4$ cm سره څومره دی؟

د ترپيځ هواره

$$h_r.(a+c) / 2 = 4.(10+6)/2 = 32cm^2$$

ده، نو ډکی يې په لاندې ډول دی:

$$V = G.h = 32.12 = 384\ cm^3$$



څیره ۲۳۷

د دباندې هوارې لپاره د ترپيځ اړخ اوږدوالي b ته اړه شته .

دا د پيتاګوراس د جملې په مرسته لاس ته راوړو

$$b = \sqrt{16+4} = 4,47\ cm$$

له دې امله دباندې هواره ده :

$$O = 2.G+ (2.b +a\ c),h$$

$$O = 64 +(8,84 + 10 +6).12$$

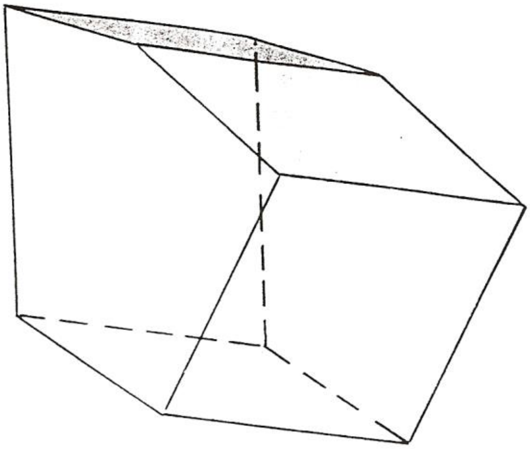
$$O = 363,28\ cm^3$$

ساده بدنونه هغه دي، چې يواځې په ډېرګوډيو (پوليګونو) بند شوي وي يا يواځې له ډېرګوډيو راګير وي، او ددې ترمنځ د بيلګې په توګه بيا پريزما ده.

تعريف Prisma : داسې يو هندسي بدن، کوم چې له دوه يو بل سره غبرګو او ګونګروانيځو پوليګونوياډېرګوډيو بند يا راګيروي پريزما بلل کيږي.

د بنسټ او پورته هوارې د کونګروانيځ له امله د اړخونو هوارې غبرګاړخيز دي.
د پورته هوارې(چت) ولاړ اوږدوالی د پريزما جګوالی بلل کيږي. کيدی شي چې د

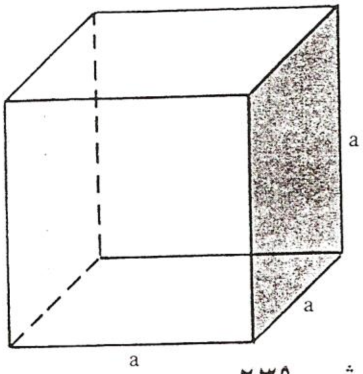
(c) ketabton.com: The Digital Library



خیره ۲۳۸

یوه اړخ اوږدوالی د جګوالي باور ولري، نو بیا له ولاړې پریزما غبرګیږو.

د ټولوخورامنظم او په دې ډول خورا ځانګړي پریزما شپږاړخیز یا مکعب دی (وورفل Würfel) . دا د دباندنی هوراو ۶ کونګروواینځ مربع خواوې لري، او ژی یا اړخونه(کانتی) یی یو په بل نیغي ولاړې دي.



خیره ۲۳۹

جمله : د یوه شپږ اړخیز یا شپږخوایز (مکعب) د دباندې هوارې O او ډکي (حجم) V لپاره باور لري:

$$O = 6a^2$$

$$V = a^3 = a^2 . a = G . h$$

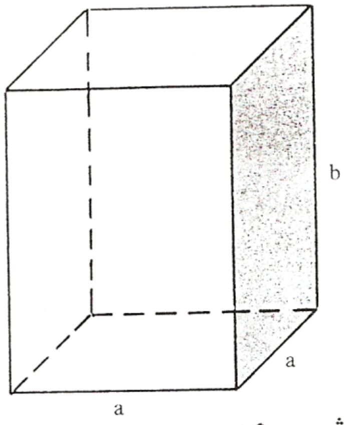
بیلګه : څه شی درووند دی یو کورک(Quark یو شکل لرګي ډوله بدن دی، چې د بوتلونو خولی په پټیږي) مکعب چې د یوه اړخ اوردوالی یی 0,3 m وي او که یو د اوسپنی مکعب چې د اړخ اوږدوالی یي 8 cm (د کورک V سختوالی g/cm³ 0,2 د اوسپنی 7,86 g/cm³)

(c) ketabton.com: The Digital Library

ددې لپاره چې د يوه بدن کتله m لاس ته راوړی شو، نو کلکوالی يا ډيبنزتی يې د ډکي سره ځلوو.

د کورك مکعب ډکی : $V = (30cm)^2 = 27000\ cm^3$

$m = 27000cm^3\ .0{,}2g/cm^3 = 5400\ g$



ځيره ۲۴۰

د اوسپنی مکعب ډکی :

$V = (8cm)^3 = 512\ cm^3$

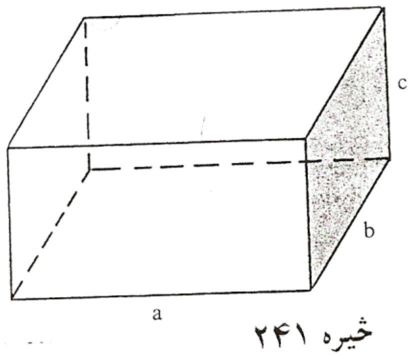
$m = 512cm^3\ .7{,}86\ g/cm^3$
$= 4024\ 32\ g$

د کورکمکعب له دې امله د اوسپنی د مکعب ته نزدې

34% [(5400-4024):4024 ~0,34]

دی. يا په بل عبارت، د کورك مکعب نزدې ۳۴ په سلو کی د اوسپنی د مکعب څخه دروند دی.

که د مکعب ستېه(ځمکه) يا بستې او چتې يا سر مربع پاتی شي او نورې خواوې يې تغير کړي نو يوه مربع ستن(پنبه) لاس ته راځي.



ځيره ۲۴۱

که ځمکه او سر هم يوه ولاړکوډيز ته «ټوليز» شي يا « عموميت » پيدا کړي، نويو کوادر Quader منځ ته راځي. هغه درې مختلفی اړخنيمي، مګر مساوي هوا نيمي

(c) ketabton.com: The Digital Library

ا هواقطرونه لري. دا د پيتاګوراس د جملې په مرسته شميرل کيدی شي.

جمله: د مربع ستن د دباندې هوارې او ډکې (حجم) لپاره صدق کوي:

$$O = 4ab + 2a2$$

$$V = a^2 b$$

د اړخونو نيميو اوږدولای په لاندې ډول دی

$$d_1 = \sqrt{a^2 + b^2}\,; \quad d_2 = \sqrt{a^2 + c^2}$$

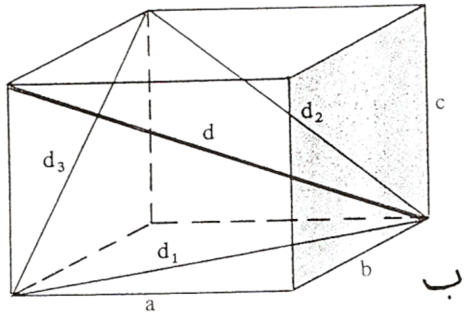
$$d_3 = \sqrt{b^2 + c^2}$$

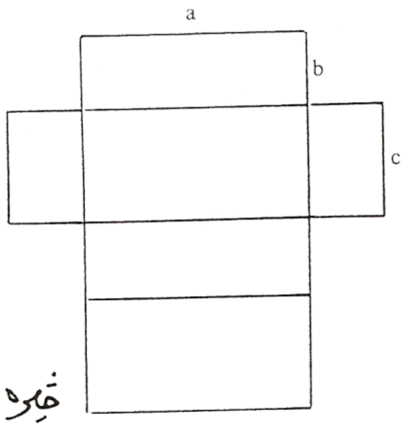
د هوانيميو لپاره صدق کوي:

$$d = \sqrt{d_1^2 + c^2} = \sqrt{d_2^2 + b^2} = \sqrt{d_3^2 + a^2}$$

$$d = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$$

خيره ۲۴۲ الف





خيره ۲۴۲ ب

(c) ketabton.com: The Digital Library

بیلګه: یو کوادر د کانتو اوږدوالی $a = 5cm$, $b = 4cm$ (بنسټیز هواره $a.b$)
او $c = 12cm$ لري:

د پوښهواره: $M = 2.(5.12 + 4.12) = 216\ cm^2$

دباندې هوار. $O = 2.(5.12 + 4,12 + 5.4) = 256\ cm^2$

ډکی (حجم) : $V = 5.4.12 = 240cm^3$

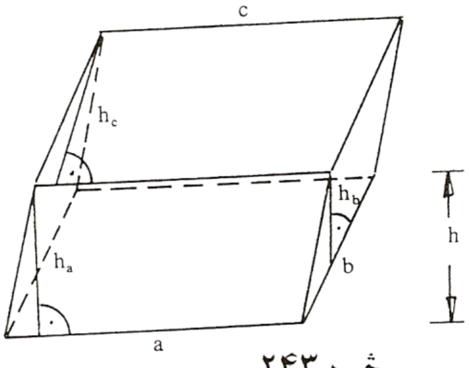
نیمي: $d_1 = \sqrt{25 + 16} = 6,40$ cm, $d_2 = \sqrt{25 + 144} = 13$ cm

$d_3 = \sqrt{16 + 144} = 12,65$ cm

$\Rightarrow d = \sqrt{25 + 16 + 144} = 13,60$ cm

یوه مائیل څلوراړخیزه پریزما د جوړه یو بل سره غبرګو کونګروانیڅ څلورکونجیو سره غبرګ اپیپت یا شپات یا په بل عبارت غبرګهواریز بلل کیږي ، چی موږ به یی له دې ورسته همداسی وبولو. د هغو دباندې هواره د هغه د بنسټ- پورته - او اړخهوارې دوه ځله ده.

دا د غبرګ اړخیز په ځیر شمیرل کیږي او په عمومي ډول باور لري:



ځیره ۲۴۳

جمله: د غبرګهواریز دباندې هواره او ډکی دي:

$O = 2.(a.h_a + b.h_b + c.h_c)$

$V = G.h$

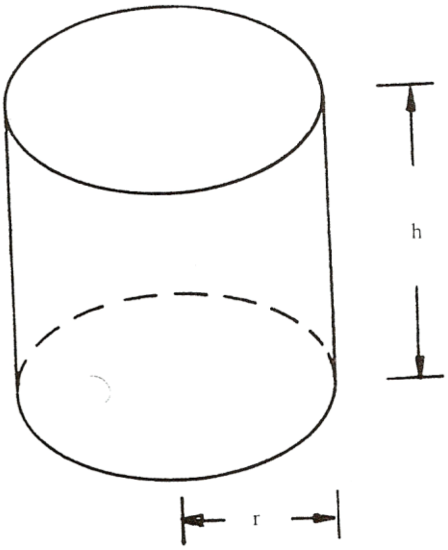
دلته د ډکي شمیرنه د غبرګ اړخیزهوارې په

(c) ketabton.com: The Digital Library

ځير اجرا کيږي: د بدن جوداشوي توکي يو د بل مخامخ لور تکميلوي:
يو بل عموميت يا ټوليزه به د غير منظم ، مګر په بنسټ يا ځمکه او پورته
کونګروانيڅ ډيرګوډيز پرېښول وی، د هوارۍ د خواو هوارۍ بيا غبرګ اړخيز دي.

جمله: د په خوښه پريزما د دباندۍ هوارۍ او حجم لپاره باور لري:
د ټولو خواو هوارو زياتون + بنسټيزه هواره . 2 = O
بنسټهواره . جګوالی = V

سيليندر(توته يا استوانه يا ستن)

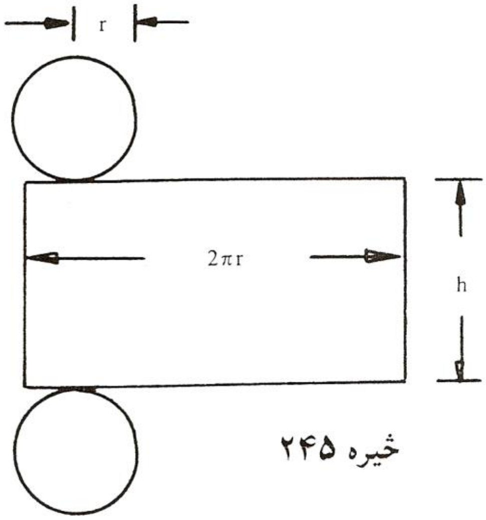


ځيره ۲۴۴

د هغی نيغي(سيخ ولاړې) پريزما
سره ، چی لاندې او باندې يي
سيومتري – ګوډيز وي – څه پيښيږي،
که د کونجونو شمير نور هم زيات شي؟
اوس نو لاندې هواره (او په همدې ډول
پورته هواره هم) په ګردي بدليږي او
دا ډير سره ګوډيز شوي د خواو هوارۍ
په يوې کږې يا راتاو هوارۍ بدليږي.
يو بدن يو بل سره کونګروانيڅ او
غبرګ لاندې پورته ګرديهوارو سره
ګرديتوته يا ګرديسيليندر بلل کيږي.
د دی روښانونی يا توضيح لاندې درې
شيان ځرګنديږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

۱ – د توتی یا استوانه یا
ګردیسیلیندر د پریزما سره
خپلوان دی.
۲ – ګردي استوانه یا توته پخپله
د په خوښه فورم شوې پورته –
او لاندې هوارو لپاره یو
ځانګړی حالت دی.
۳ – لمړنی څرګندونه د ولاړ
ګردي سلیندر یا توتی یو
ځانګړی مهم حالت وو،



څیره ۲۴۵

ډکی یا حجم د همغه پرینځیپ
له لارې کیږي لکه د پریزما .
د جال ښوونه یی د
پوښ د خلاصولو له لارې کیږي، له دې سره دوه ګردی ترلي راځي چي لاندې
او پورته(دځمکی– او سرپټی هوارې) هوارې دي.

جمله: د یوه ولاړې ګردی استوانی یا توتی پوښ، دباندې هوارې او ډکي لپاره باور لري:

$$M = 2\pi rh$$

$$O = 2\pi rh + 2\pi r^2 = 2\pi r\,(r+h)$$

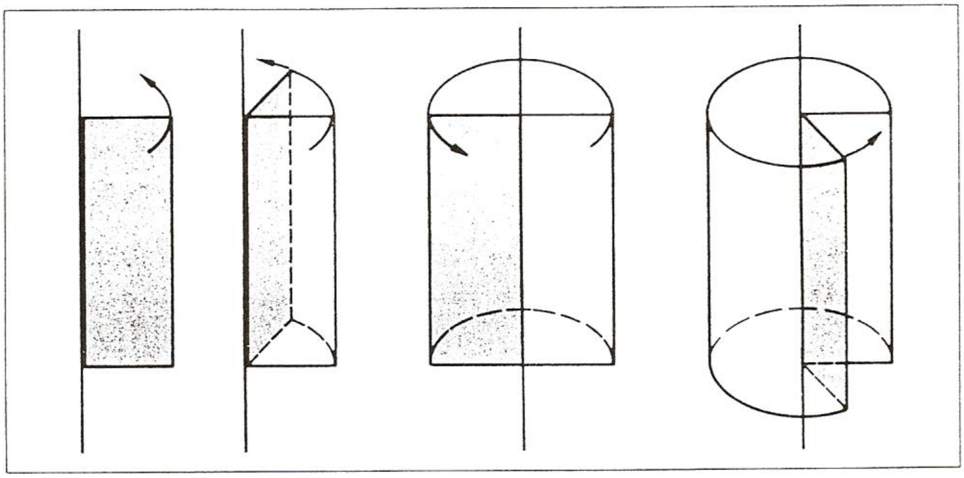
$$V = \pi r^2 h$$

که د یوې استوانی یا توتی څخه منځتکي سیومترې استوانه چی وړانګه یي له
مخکی استوانی یا توتی کوچني وي راوباسل شي، نو دې پاتي ته یی سوری استوانه

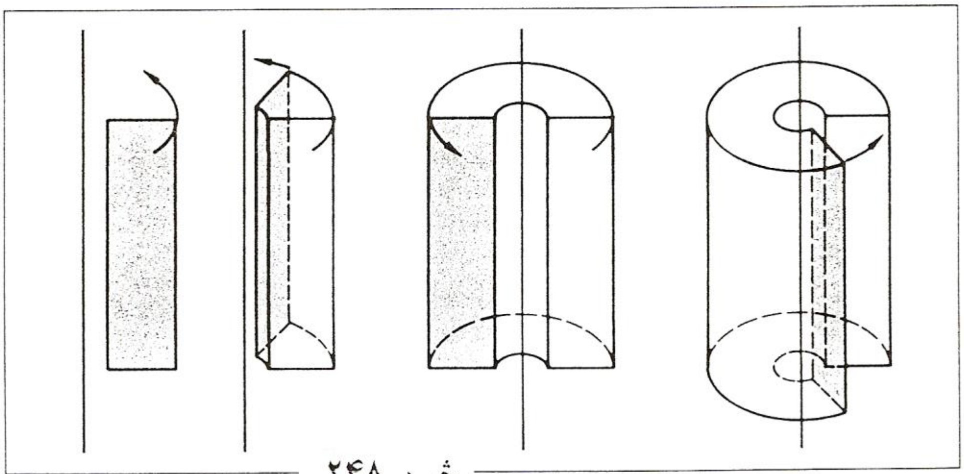
(c) ketabton.com: The Digital Library

که د مخه ونیول شي یا فرض شي، چی دا سلیخ شوي کاغذ 0,1 mm پنړ دی،
نو دلته باید ټول $0{,}491 \,.\, 10000 = 4910{,}m^2$ کاغذ سلیخ شوی وي.

د ګردي — او سوری استوانی یا توتي یا ستن لاندې د یوه ولاړکونجیز
څرخون(Rotation) هم په خیال کی راوړلی شو:



څیره ۲۴۷



څیره ۲۴۸

(c) ketabton.com: The Digital Library

تمرینونه

۱ – یوه سمه پریزما د شپږکونډیز بنسټ– په همدې ډول سرهوارې سره لرو، چې ۵ سانتي متره جګه ده. هربنسټهوارې اړخ یې ۴ سانتي متره اوږددی. ددې ډکی پوښ او پورته یا تېوله راګرده هواره وشمیرۍ.

۲ – یو غبرګهواری ۸۱ مکعب متره ډکی لري او پورته هواره یا تېوله هواره یې ۱۳۲ مربع سانتي متره ده. جګوالی او د اړخ اړخیز c اوږدوالي یې وښایې، که بنسټ هواره یې د اړخونو اوږدوالی ۵ ،۴ سانتي متره او ۳ سانتي متره ولري او دا دواړه اړخونه وي بل سره د ۶۰ درجو کونج جوړ کړي.

۳ – پورته واره او ډکي څنګه تغییر خوري، که د یوه کوادر اړخونه دوه برابره شي؟

۴ – د یوه کوادر دري اړخونه یو بل سره په ۱:۲:۳ څانتیونه یا تناسب کی پراته دي، دا څومره اوږد دی، که د دې کوادر ډکي ا مکعب متر وي؟

۵ – یو مکعب د هوانیمی $d = 6\sqrt{3}$ لري. نو تېولهواره، ډکی او اړخ (a , V , O) یې وشمیرۍ.

۶ – د شګو موټر کي چې د بارهواندازه یا بارډکي اندازه یې 2,82m×1,68m÷0,55 وي، څومره مترمکعب شګه ځایږي، که دا د پورته اړخ یا کانتي پورې ډک شي؟ د بارووړنکي د بار وزن ۱۵ ، ۱ ټنه دی په بارولو به څومره ورزیات شوی وي ، که شګه یوه ډیبنتی، تیګوالی یا غلظت $\rho = 2\ g/cm^2$ ولري؟

۷ – په یوه هواره کرښه یو د پټلیو بند باید ډک شي. دا کرښتهوټه ۲۵۰ متره اوږده ده، دا پټلیبند ۸ متره جګ دی او په بنسټهواره کی ۳۹ متره ، په سر کی ۲۷ متره سرور دی، د ډکولو لپاره به څومره خاوره بسیا وکړي؟

۸ – د سرك جوړولو ماشین څرخونی (د اوسپنی غټ ه استوانه چی سرك پرې پخوي او په سرك یې څرخوي) ۵ ۱ ، ۱ متره نیمی لري او د۲۵ ،۲ متره سرور دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

هغه هواره څومره لویه ده، چې څرخې یې په یوه څرخون وهي؟

۹ - یو بایسکل پمپ د ۵ ، ۲ سانتیمتره اوږد رڼا نیمی لري او د پمپ اوږدوالی ۲۸ سانتیمتره دی، د پمپ تشیاړکی څومره دی ؟

۱۰ - د دې لپاره، چې د ګیلاس توته په پروتغوخي باندې څېړو یا معاینه کړو، ۲۰۰ ګرامه پارې نه یې ډکوو(ρ = 13,6 g/cm³) . پوهېږو، چې توته هر ځای کې همغه دننني نیمی لري. دا نیمی څومره دی، که پاره 82 cm جګه وي؟

۱۱ - یوه کچتوته دې، د یوه 5 cm دننه نیمی سره داسې په کچکربښو په نښه شي، چې د هرو دوه پرلپسی کربښو وي د 5 cm³ ډکی وښايي. د دوه څنګ په څنګ کربښو ترمنځ دې واټن څومره وټاکل شي؟

۱۲ - د یوه ولاړګوډېزې وسپنې ټوټې (25 cm × 20 cm) څخه دې یوه کوټی ، بې له سرپوښ او بیښ څخه جوړه شي. ډکی یې وشمیری که الف) چاپیری یې د اوږده اړخ سره برابر وي او ب) که چاپیری یې د لنډ اړخ سره برابر وي؟

۱۳ - د لاندې توتو پاتې کڅونه وښايي:

a) $r = 5$ cm ; $h = 12$ cm b) $r = 9$cm ; $V = 120$ cm³

c) $h = 6,5$ cm ; $O = 300$ cm³ d) $M = 282$ cm² ; $V = 424$ cm³

۱۴ - توته څومره ډکی لري، که یو د a اړخ اوږدوالي مکعب په کې خوندي وي؟ پوښ او دباندې یا پاسهواره یې څومره دي؟

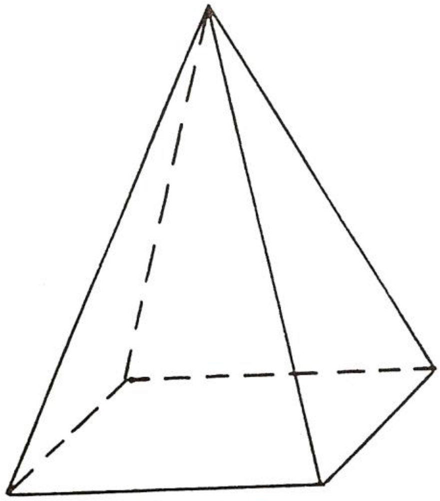
۱۵ - د یوې توتي جګی h او وړانګه r ځانونه ($h : r =$) 3 : 2 نیسی. ډکی یې 2000 cm³ دی. h , r او M یې وټاکی.

۱۸ - یو ولاړډوله توته یزه ګل کوټی د h = 17 cm جګي سره د سره د سرپوښ او بیښ ایلیپسی د دواړو نیممهرونو a = 30 cm او, b = 20 cm سره لري. د دې ډکی څومره دی؟

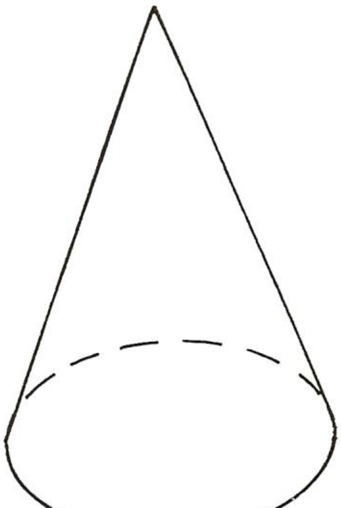
(c) ketabton.com: The Digital Library

اهرامونه او مخروطونه Pyramiden und Kegel

که څه هم دواړه بدنونه بدلو ګروپونو پورې اړه لري– اهرام یواځې هواره راګرځیدهواره لري، مخروط مګر راتاو یا کږه هواره.– بیاهم زیات ګډونوالی لري، نو له دې امله یې یه ګډه غواړو وپیژنو یا معرفي کړو.



څیره ۲۴۹

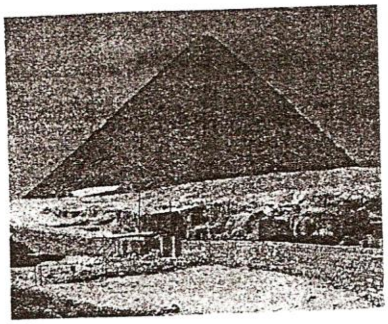


څیره ۲۵۰

پیلبیلګه :

د ۲۵۹۰ او ۲۴۷۰ (م. کال پخوا) ترمنځ په غزه مصر کی په یوه ډیر مصرف د فرعون خیوبس د قبر اهرام خیوبساهرام (Cheopspyramide) جوړ شو. د دې د جوړولو لپاره څه سل زره انسانان په کار واچول شو، چی هغوي نزدې دوه نیم میلیونه

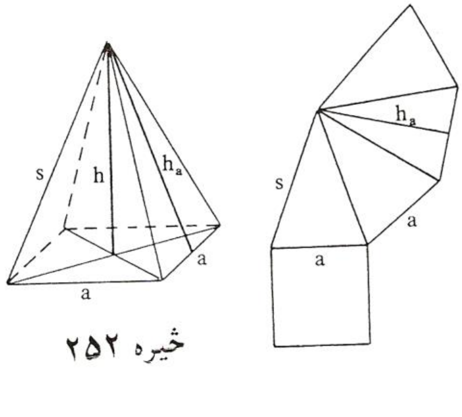
(c) ketabton.com: The Digital Library



ځیره ۲۵۱

د تیګو بلاکونه پري کړل ، رایي وړل او یو په بل یی طبقه په طبقه یا پوړی په پوړی باید اینښوولي وی. دا د خیوبس اهرام ځومره ډکی (حجم) لري، که هغه یوه لاندې هواره ۲۳۰ متره مربع ولري او جګوالی یی ۱۴۷ متره وي. د هغه لیدوړ دباندې هواره ځومره ده ؟

د خیوبس اهرام د ولاړو اهرامونو ځانګړی حالت جوړوي، ځکه چی د هغی تیره ککره د لاندې هوارې په منځ ټکي نیغه ولاړه ده. هغه اهرامونه چی په هغو کی دا حالت نه وي کاږه یا بهتره مائل اهرامونه بلل کیږي. په عمومي ډول یو اهرام راپورته کیږي، که د ډیرګوډي ګوډونه له ډیرګوډي دباندې ټکي سره ونخلول شي. د کونجونو او سرتیرې نخلونلاین ته اړخکانتی (لنډ : اړخ) وایي . لکه چی د جالښوونه یی ښایي، نو دباندې هواره یي له لاندې اړخ او د اړخیزو دریګوډي د یوځایوالي څخه لاس ته راځي، چی وروستی یي پوښ هم بللي شو یا بولو.



ځیره ۲۵۲

که د ډکي یا حجم ټاکلو لپاره د خیوبس اهرام په مربع شکلي پوړیزتجزه شوی وي، په فکر کی راولو چی د پوړی جګوالی یی h / n وي. د وړانګې جملی د خورا پورته پوړی د هوارې لپاره لاس ته راځي:

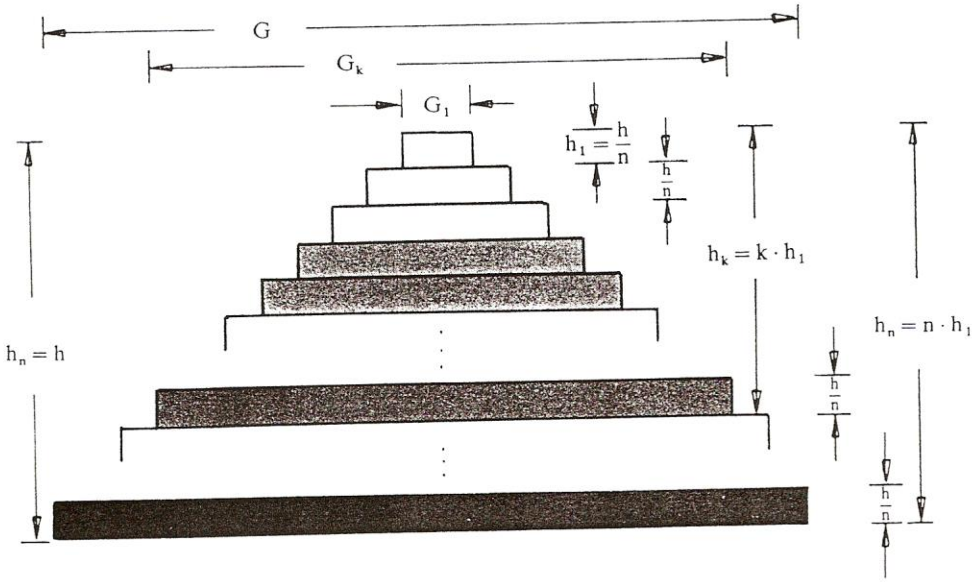
(c) ketabton.com: The Digital Library

$$h_1^2 : h^2 = G_1 : G \Rightarrow G_1 = G :(h^2 / h_1^2) = G / n^2$$

په ټولیزه توګه (عمومي ډول) :

$$h_k^2 : h^2 = G_k : G$$

$$\Rightarrow G_k = G.(k/n)^2 \quad , G_n = G$$



خیره ۲۵۳

په دې ډول د k –ام زینی پوړي ډکی (حجم) دی

$$V_k = G_k.h / n = Gh.k^2 / n^3$$

د ټولو پوړیو له زیاتون څخه لرو

$$V_{\text{پوړی}} = Gh.(1^2+2^2+...+n^2): n^3$$

$$= Gh\left(\frac{n^3}{3}+\frac{n^2}{2}+\frac{n}{6}\right): n^3$$

$$= Gh\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{2n}+\frac{1}{6n^2}\right)$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د پوره ایندوکڅیون له لارې لرو (د ا په دې کتاب کی نه څیړل کیږي. ددې موضو لپاره دې ځما دشمیرپوهنی بنسټیز کتاب وکتل شي)

$$1^2+2^2+3^3+...+n^2 = n(n+1)(2n+1) :6 = (2n^3+3n^2 +n) / 6$$

که د پوړیو شمیر n نور هم لوي شي، نو بیا یی سړی له میلان څخه نه شي توپیرولی. دې ګڼونپوهی اکویوالنت دا دی چی n هرڅومره لوي شي او n په ماتلاندې کی موجودوي نو هغه په هغو غړو صرفنظر کیدی شي یا هغه غړي له پامه ایستل (لرې) کیدی شي.
په دې پوله حالت کي د اهرام ډکی له لاندې اړیکو شمیرل کیږي.

$$V = G.h / 3$$

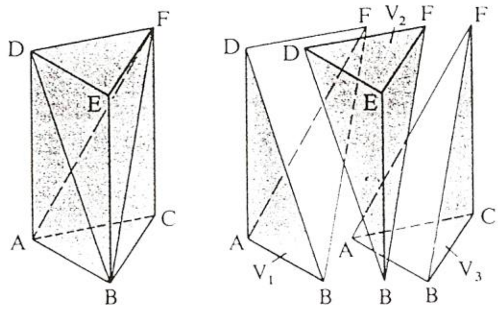
دا د خیوبس اهرام باندې استعمالوو :
د اړخونو هواروجګوالی له نیمی لاندې اړخ او جګوالي د پیوتاګوراس د جملی له

لاری شمیرل کیږي: $h_a = 115^2 + 147^2 = 186 , 64m$
په دې ډول یی پوښ دی $M = 4.0,5.186,64.230 = 85853,80m^2$
د دباندې هواری څخه نور څه نه لیدل کیږي.
ډکی یی دی : $V = 230^2 .147 = 7776300m^3$

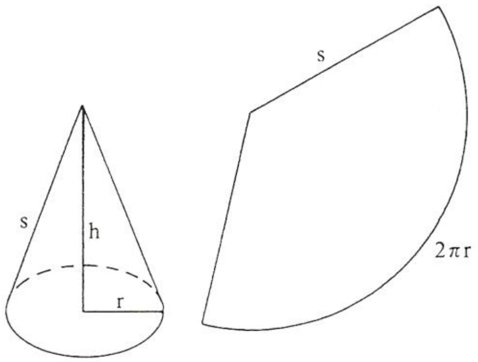
جمله : د یو اهرام د پوښ، دباندې هوارې او ډکي لپاره باور لري:
د اړخونو د ټولو دریګوډیو زیاتون = M
O = M + بنسټهواره
V = بنسټهواره . جګوالی / 3

(c) ketabton.com: The Digital Library

دا فرمولونه طبعاً د مائیل اهرام لپاره هم باور لري د پوړیو شمیرنه بیا طبعاً یو څه اندازه ستونځي لریکه چیرې د یوه اهرام بنسټ یوه ګردۍ ونیسو نو مخروط لاس ته راځي، مخروط سم ولاړ بلل کیږي ، که د هغه تیره ککره یا لنډه: ککره په منځټکي (نیغه) ولاړه وي، نور ټول مخروطونه مائیل بلل کیږي. دا په لاس کی لرلو له لارې ګورو، چی د اهرام ډکي یا حجم شمیرډول په مخروط باندې هم استعمالیدی شي، که د پوړیو په ځاي دلته وړې ستنی په پام کی ونیول شي. لکه په څیره ۷ کي د پوښ خورونه یا پوښ جال ښایي چی پوښ د ګردي ټوټه ده، چی وړانګه یی د بنسټګردي وړانګه ده او لینده یی د ګردۍ چاپیرونکی کی ورکړ شوی دي:



څیره ۲۵۴

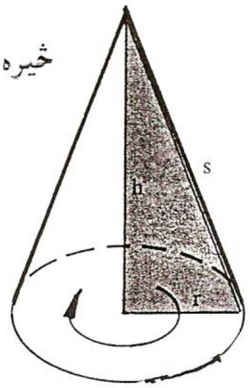


څیره ۲۵۵

$$F_S = b.r / 2 ,$$

پس لرو

$$M = 2\pi r.s / 2 = s.\pi .r$$

څیره ۲۵۶


(c) ketabton.com: The Digital Library

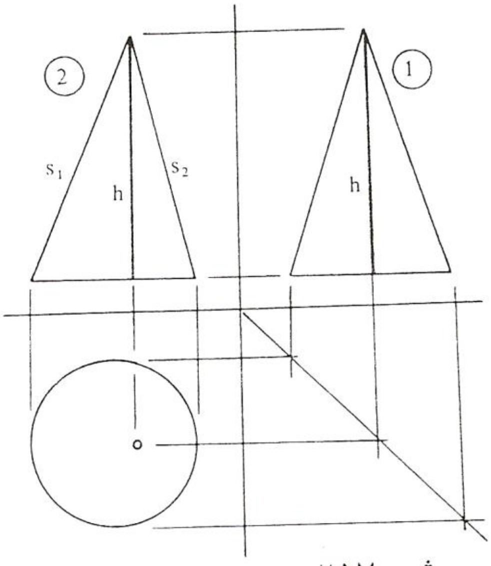
جمله : د ګردي مخروط پوښ، دباندې هواره او حجم لپاره باور لري:

$$M = s.\pi r = \pi.r^2 . 360° / \alpha$$

د $\alpha = 360° . r / s$ سره

$$O = M + \pi r^2 = \pi r (r + s)$$

$$V = \pi r^2 . h / 3$$



څېره ۲۵۷

په پام کی دې وي چی ولاړ مخروط د څرخون په څېر هم په خيال کی راوړل کيدی شي: چی په کانتی يا يوه اړخ د يوه ولاړ دريګوډي څرخون څخه لاس ته راځي.

بيلګه : د ولاړ ګرديمخروط ډکی وشميری چی د بنستهواري وړانګه يی ۶ سانتيمتره وي د پوښ يو خورا زيات يا عظمي اوږدوالی يی ۱۵ سانتي، او مينيمال پوښ اوږدوالی يی ۱۱ سانتي متره دی؟ د هيرون دريګوډي فرمول سره سمی د غوڅهواري په متن يی اخر ته رسوي. (۲)»

$$F = \sqrt{19(19-12)\ (19-15)(19-11)}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

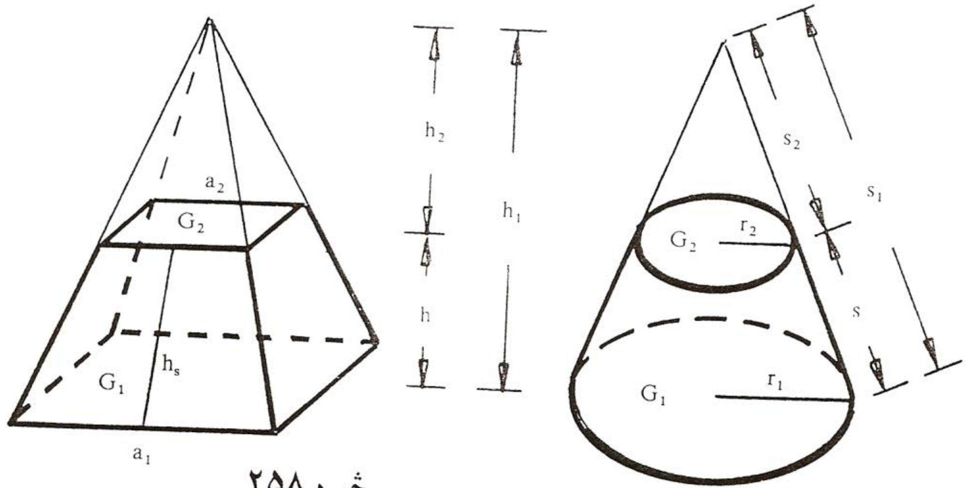
• $F = 65,238\ cm^2$

, $F = d.h / 2 \Rightarrow h = 2F / d = F / r = 10,87\ cm$

. $\Rightarrow V = \pi r^2 h / 3 = 409,79 cm^3$

پڅ اهرامونه او پڅ مخروطونه

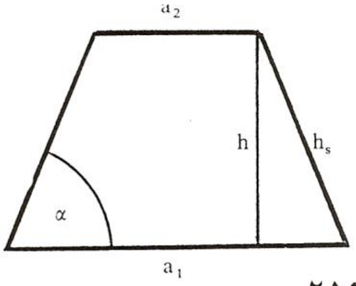
که یو اهرام او یا مخروط په یوه اوږدوالي h بنسټهواري ته غبرګ پرې کړی شي، نو پڅ اهرام او پڅ مخروط ترې راجوړیږي) راپیداکیږي یا منځ ته راځي.
د پڅ اهرام پوښهواره د یوه ترپڅ څخه عبارت دی چې د دوه دریګوډیو له کمون څخه لاس ته راځي.



څیره ۲۵۸

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دوي اوږدوالی د پیوتاګوراس له جملی او یا د میلانکونج α څخه ټاکل وړ دي.



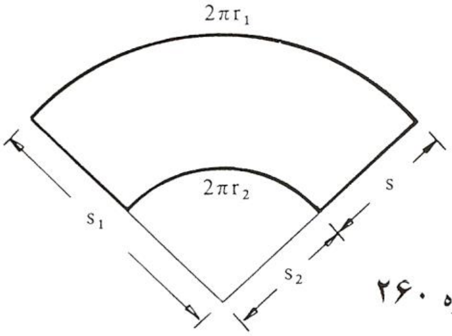
خیره ۲۵۹

$$h_s = h / \sin\alpha$$

د اهرام د بنسټهوارې زیات امکاناتو له امله د پوښهوارې لپاره یو ټولیز فرمول هدفمند نه دی.که بنسټهواره یو منظم n–ګوډی وي، نو لرو :

$$M = (U + u).\ h / 2$$

د U بنسټهواری چاپیرونکی ، u د سرپټهوارې یا سرپوښهوارې چاپیری.



خیره ۲۶۰

په همدې ډول د سم مخروط د دوه ګردیبرخهوارو کمون دی:

$$M = (s_1\, 2\pi\, r_1 / 2) - (s_2\, .2\pi\, r_2\,) / 2)$$
$$= \pi\ (s_1\ r_1 - s_2\, r_2\,)$$

د وړانګي جملی په مرسته لاندې اړیکی پیداکیږي:

$$s_2 : s_1 = r_2 : r_1 \Leftrightarrow\ s_2\, r_1 = s_1\, r_2$$

$$\Rightarrow M\ = \pi\,(s_1r_1\ - s_2r_1 + s_2r_2 - s_2r_2)$$
$$= \pi\,[(s_1 - s_2)r_1 + (s_1 - s_2)r_2]$$
$$= \pi\ s(r+r)$$

د $s = s_1 - s_2$ له امله

ددې لپاره چی دباندې هواره لاس ته راوړو، باید بنسټ – او سرپټهواره یا سرپوښهواره ور زیات کړو.

(c) ketabton.com: The Digital Library

دپخډکي د اولني اهرام او یا مخروط او د پریشوې څوکی کمون څخه لاس ته راځي، چی دا هم بیرته اهرام او یا مخروط شکلونه لري. (ځیره √ وګوری)

$$V = G_1.h_1 / 3 - G_2.h_2 / 3 = [G_1(h+h_2) - G_2h_2] / 3$$

دا چي په n–ګوډي کی د اړخ اوږدوالی همداسی د ګردیشمیرنه کی وړانګه مربعي ډوله کارول کیږي، د وړانګي له جملی د بنستهوارې او سرپوښهوارې یوبل ته ځانونه داسی نیسي لکه د هغو د واټنونو مربع د سرچینیزې څوکی څخه.

$$\frac{h_1}{h_2} = \frac{h + h_2}{h_2} = \frac{\sqrt{G_1}}{\sqrt{G_2}}$$

$$\Leftrightarrow \quad (h + h_2)\cdot\sqrt{G_2} = h_2\cdot\sqrt{G_1}$$

$$\Leftrightarrow h\sqrt{G_2} + h_2\sqrt{G_2} = h_2\sqrt{G_1}$$

$$\Leftrightarrow \quad h\sqrt{G_2} = h_2(\sqrt{G_1} - \sqrt{G_2})$$

$$\Leftrightarrow \quad h_2 = -\frac{h\sqrt{G_2}}{\sqrt{G_2} - \sqrt{G_1}}$$

که د h_2 لپاره پیدا ارزښتونه د ډکیفرمول کی کیښول شي، نو د ترځنګ بیا یواځي هوارې G_1 , G_2 او G_3 راپیداکیږي.

$$\Leftrightarrow V = \frac{1}{3}\left[G_1\left(h - \frac{h\sqrt{G_2}}{\sqrt{G_2} - \sqrt{G_1}}\right) + G_2\frac{h\sqrt{G_2}}{\sqrt{G_2} - \sqrt{G_1}}\right]$$

$$\Leftrightarrow V = \frac{1}{3}\cdot\left[G_1\cdot h - \frac{G_1\cdot h\sqrt{G_2}}{\sqrt{G_2} - \sqrt{G_1}} + \frac{G_2\cdot h\sqrt{G_2}}{\sqrt{G_2} - \sqrt{G_1}}\right]$$

$$\Leftrightarrow V = \frac{1}{3}\left[\frac{G_1 h\sqrt{G_2} - G_1 h\sqrt{G_1} - G_1 h\sqrt{G_2} + G_2 h\sqrt{G_2}}{\sqrt{G_2} - \sqrt{G_1}}\right]$$

$$\Leftrightarrow V = \frac{h}{3}\left[\frac{G_2\sqrt{G_2} - G_1\sqrt{G_1}}{\sqrt{G_2} - \sqrt{G_1}}\right]$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

که اخري اړیکی د $\sqrt{G_2} + \sqrt{G_1}$ سره پراخه شي(د بینوم دریم فرمول)، نو په دې پسی لاس ته راځي:

$$V = \frac{h}{3}\left[\frac{(G_2\sqrt{G_2} - G_1\sqrt{G_1})(\sqrt{G_2} + \sqrt{G_1})}{G_2 - G_1}\right]$$

$$\Leftrightarrow V = \frac{h}{3}\left[\frac{G_2^2 - G_1\sqrt{G_1 G_2} + G_2\sqrt{G_1 G_2} - G_1^2}{G_2 - G_1}\right]$$

د ماتباندې ترم څخه د $G_2 - G_1$

$$G_2^2 - G_1\sqrt{G_1G_2} + G_2\sqrt{G_1G_2} - G_1^2 = (G_2 - G_1)(G_1 + \sqrt{G_1G_2} + G_2)$$

له امله نوکبند شي او بالاخره د لنډونی څخه لاس ته راځي:

$$V = (G_1 + \sqrt{G_1G_2} + G_2)\, h / 3$$

د اهرام ، په همدې ډول د مخروط ډکې.

په پخمخروط کیدی شي د ګردیهوارې فرمول $G_1 = \pi r_1^2$ او $G_2 = \pi r_2^2$ وکارول شي

جمله: د پخ اهرام پوښ ټوله هواره او ډکی :

$M =$ د ټول تراپخ هوارو زیاتون

$$O = G_1 + G_2 + M$$

$$V = (G_1 + \sqrt{G_1G_2} + G_2)\, h / 3$$

د پخمخروط پوښ پاس یا ټوله یا پورته هواره او ډکی :

$$M = \pi s(r_1 + r_2) = \pi(s_1r_1 - s_2r_2)$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$O = \pi s(r_1 + r_2) + \pi r_1^2 + \pi r_2^2 = \pi (r_1 s + r_2 s + r_1^2 + r_2^2)$$

$$V = (r_1^2 + r_1 r_2 + r_2^2)\pi h / 3$$

پیلبیلګه

د برنس مجسمی لپاره دې یوه متهه د همغه موادو جوړه شي. دا دې ۱،۵ متره جګ وي، او یوه کتله دې ولري چي ۱۰ ټنه وي(د برنس دیښتی یا کلکوالی
$\rho = 8,7\ g/cm^3$
په پوښتنه کی یو ګرد (پخمخروط) یا یو مربعشکلی (پخ اهرام) راځي. سرپوښهواره دې ، په اندازه ، ۱ مترمربع لوي وي. نورې اندازې وښایي ؟

د دواړو متهو لپاره شمیرنه ورته ځغلي

$$V = m / \rho = 10t / (8,7t/m) = 1,149\ m^3$$

دا چی جګوالی او سرپوښ معلوم دي، بنسټ د یومربع مساوات له لارې لاس ته راځي:

$$V = 1,149 \qquad = 0,5(G_1 + (\sqrt{G_1.1} + 1)$$

$$\Leftrightarrow \quad 1,299 - G_1 \qquad = \sqrt{G_1}$$

$$\Rightarrow \quad 1,687 + G^2 - 2598G_1 = G_1$$

$$\Leftrightarrow \quad G_1^2 - 3,598\ G + 1,687 \quad = 0$$

$$G_1 = (3,598 / 2) \pm \sqrt{(3,598 /2)^2 - 1,687}$$

$$G_1 = 1.799 \pm 1,245$$

$$\Rightarrow \quad G_1 = 3,044m^2 \quad \text{یا} \quad G_1 = 0,549m^2$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

(دوم اوبی یا حل 0,549، په کار نه راځي ، ځکه چی لاندې هواره به له پورته څخه کوچنی وی)
له دې څخه پورته او لاندې وړانګه لاس ته راځي او نیمی په پخمخروط او په همدې توګه د کانتو یا اړخ اوږدوالی په پخ اهرام کی:

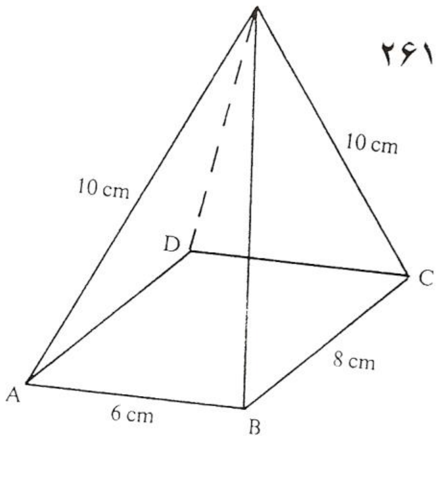
$$a_2 = \sqrt{G_2} = 1m\ ; \quad r_2 = \sqrt{G_2/\pi} = 56{,}42\ cm$$
$$=> d_2 = 112{,}84\ cm$$

$$a_1 = \sqrt{G_1} = 1{,}745\ m\ ; \quad r_1 = \sqrt{G_1/\pi} = 98{,}42\ cm$$
$$= > d_1 = 196{,}85\ cm$$

د پیتاګوراس له جملی څخه د اړخونو اوږدوالی لاس ته راځي:

$$h_s = \sqrt{h^2 + (a_1 - a_2)^2 / 4} = 1{,}546 => M = 8{,}488\ m^2$$

$$s = \sqrt{h^2 + (r_2 - r_2)^2} => M = 7{,}575\ m^2$$



شیره ۲۶۱

تمرینونه

۱ – د یوه مربع اهرام پاسهواره او ډکی وشمیری ، که وي :

الف) $a = 7\ cm\ ; \quad h = 14\ cm$

ب) $s = 15\ cm\ ; a = 10\ cm$

پ) $V = 80\ cm^3\ ; h = 10\ cm$

ت) $h_a = 13\ cm: h = 10\ cm$

(c) ketabton.com: The Digital Library

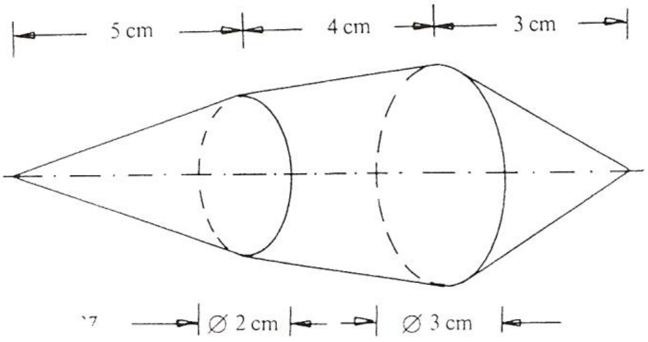
ټ) $h = 12\ cm\ ;\ s = 18\ cm$

ث) $h_a = 12\ cm;\ \ M = 400cm^2$

۲ – د ځیره شوي اهرام پاسهواره او ډکی وشمیرئ. (لمړی ترونکرښنه له ټکي A څخه د جګوالی پښیږکي ته وشمیرئ)

۳ – په کوم جګوالي دې مربع اهرام بنستهواري ته غبرګ غوځ شي چې ډکی یې نیم شي؟

۴ – یو ولاړ اهرام د بنستیز منظم شپږکونجي سره بنستې لاندې هوارې اړخ یا کانتی $a = 4\ cm$ لري او خوا اړخ اوږدوالی یې $s = 12\ cm$ دی. V او O وشمیرئ ؟



۵ – د ځیره شوي بدن ډکي وشمیرئ.

ځیره ۲۶۲

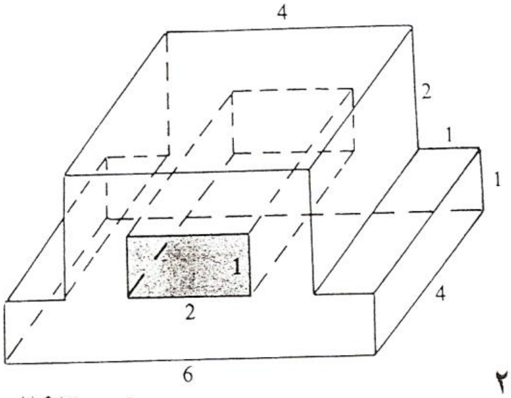
یادونه: ∅ د نیمي یا قطر په مانا دی، چې [illegible]

۶ – د یوه ګردیګرد برج سر یا سر دې نوي پټ شي. د سرپوښ د هوارې د اندازې لپاره سرپوښوونکی د برج ترمخ داسی ولاړ دی یا داسی ځای نیسي، چې پوښ اوږدوالی s د ۷۵ درجو په یوه کونج ګوري، کوم چې ټیك د سر میلان په ګوته کوي، د سرپوښ هواره څومره لویه ده، که برج ۵۰ متره جګ وي او د برج نیمي ۱۲ متره وي؟ سرپوښوونکی د برج څخه ۱۰ متره لرې ولاړ دی او د سترګو جګوالی یې ۱، ۸۰ متره دی.

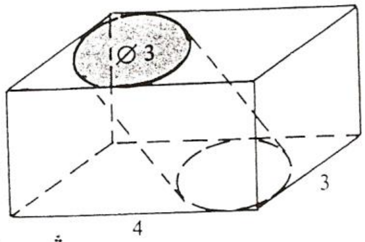
(c) ketabton.com: The Digital Library

۷ – د یوه برج اهرامډوله سرپوښ چې بنسټ یې مربع او اړخ اوږدوالی یې $a = 12cm$ دی په وسپنه دې پټ شي اړخکانتې یې ۱۴خ متره ده د سرپوښ هواه یې څومره ده؟
دا چت به څومره ارزښت ولري، که یو مترمربع سرپوښول د هرڅه سره ۹۵ المان مارکه ارزښت ولري؟

۸ – د څیره شوو بدنونو پاسهواره وشمیری(ورکړه په سانتي متر)



څیره ۲۶۳



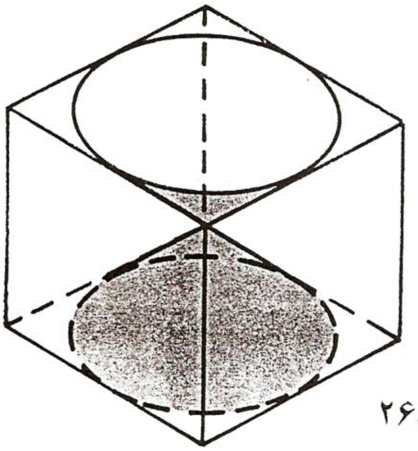
څیره ۲۶۴

۹ – د پورته څیره شوي بدن ډکی وشمیری.

۱. –په مختلف کارېټو کی مخروط ډوله خالیګاوې برمه کیږي:

الف) په یوه مکعب چې اړخ اوږدوالی یا کانتی اوږدوالی یې $a = 60$ cm دی، یو مخروط د جګوالی $h = d = a$ سره

ب) په یوه مکعب کی د $a = 60$ cm یو سیومتري



څیره ۲۶۵

(c) ketabton.com: The Digital Library

دیابولو (لاتین:Diavolo = شیطان)

پ) په دوه سمو ګردیاستوانو د $h = 2r = 60\ cm$ هم یو مخروط او یو دیابولو، دا موړ د شګو ساعت په څیر پیژنو . د تشځاي ډکي او په همدې ډول

د نور پاتی بدن ډکی هم وشمیری.

۱۱ – یو مربع اهرام ($h = 2a = 10\ cm$) بنستهوارې ته غبرګ په دوه برخو ویشل کیږي. د غوڅهوارې واټن دې بنستهوارې ته $0{,}25h$; $0{,}5h$; $0{,}75h$ وي. د هر برخه بدن ډکي وشمیری.

۱۲ – ددې لپاره چی یو ګردیډوله فیلترکاغذ د فیلتر لپاره استعمال کړی شی، دا سړی یو څلورمه برخه ګردی باندې را غبرګوي ، وازی باید څومره وازکونجی ولري، ددې لپاره چی فیلتر جوړ شي.

۱۳ – یو مخروط ډوله کچګیلاس دې ټیك ۱ لیتر ځاي کړي. هغه ۱۵ سانتي متره جګ دی. د هغه نیمی (یا نیمی ګردی) دې څومره لوي وي.

۱۴ – ۵ مکعب متره شګه یوې ټوپی باندې اچول کیږي. دا ستوریکونج ۴۵ درجی دی . جګی او نیمی یي څومره لوي دي؟

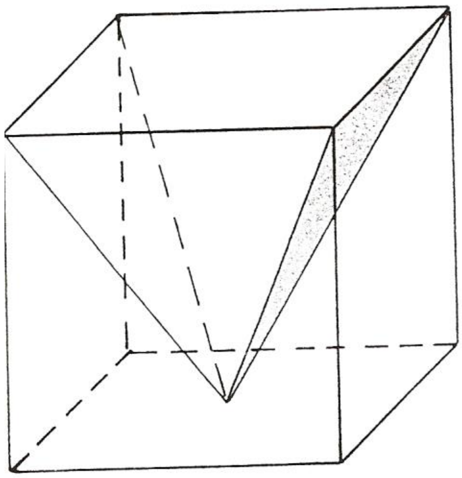
۱۵ – یو مخروط ډوله د اوبو ګیلاس دې د نیمایي پورې له اوبو ډك شي. دا اوبه په ګیلاس کی څومره جګی ولاړې دي؟

۱۶ – یو کافیواله یوه مخروط ډوله د شربت ګیلاس د شربت څخه ډکوي چی اندازه ۱۵ سانتي متره جګه ده. دی دا ګیلاس د یو سانتي متره پورې کم له شربت ډکوي. دا په دې توګه په سلو کی څومره شربت سپما کوي

۱۷ – په څیره ۲۷۶ کی ورکړ شوی اهرام ډکی وشمیری

۱۸ – په یوه چت باندې یو د وښو چتپټووني، چي ۵ ، ۴ متره جګ دی اینښوول کیږي، چی اړخ اوږدوالی یی $a = 12{,}5\ m$ متره او $b = 9\ m$ متره .دي. د

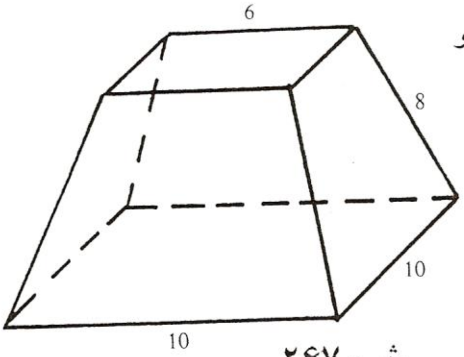
(c) ketabton.com: The Digital Library



خیره ۲۶۶

چت پورته کانتی یا پورته اړخ ۷ متره اوږد دی . د چتپټوونې ډکی وشمیری او همداسی د چتپټي سرهواره هم وشمیری.

۱۹ – د یو دوه متره ژور بنسټ لپاره څومره خاوره باید راوویستل شي، که پوره ژی یا غاړه یی ۱۰ متره د غاړې اوږدوالی ولري او ستورېکونج –یعنی هغه کونج چی د غاړې یا اړخ سره د کنلو په لور جوړوي– یی ۶۰ درجی وي؟



خیره ۲۶۷

۲۰ – د یوه هواډکی څومره مائیلوالی لري، که د یوه ونی ستړی هوا ډکی شمیرلو لپاره چی مخروط ډوله دی د موټي قاعده وکارول شي، د لاندې سره

$V^* = \pi h\,[(r_1 + r_2)/\,2]^2$

د $r_1 = 10$ cm سره

او $r_2 = 5$ cm مسیحي؟

۲۱ – څومره مسو ټوټه په کار ده، چی خیره شوې مسخولی جوړه کړای شو(وکړنی په ضیس متر؟ دیسی متر

(خیره ۲۶۷ .

(c) ketabton.com: The Digital Library

۲۲ – جوړ شوي کارپوټي حومره درنی دي (اندازه په سانتي متره)

۲۳-د لاندې پخمخروطونو M ,O او V وشمیری .

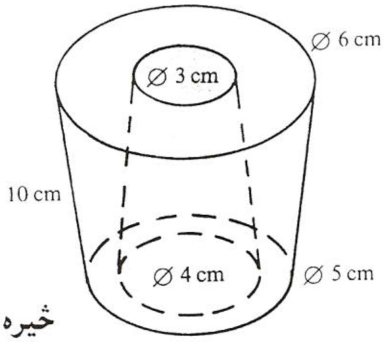
پخ کیګل مخروط

Kegelstümpfe:

a) $r_1 = 12\,cm$; $r_2 = 10\,cm$; $h = 8\,cm$

b) $r_1 = 9\,cm$; $r_2 = 7\,cm$; $s = 6\,cm$

c) $r_1 = 5\,cm$; $h = 7\,cm$; $s = 8\,cm$

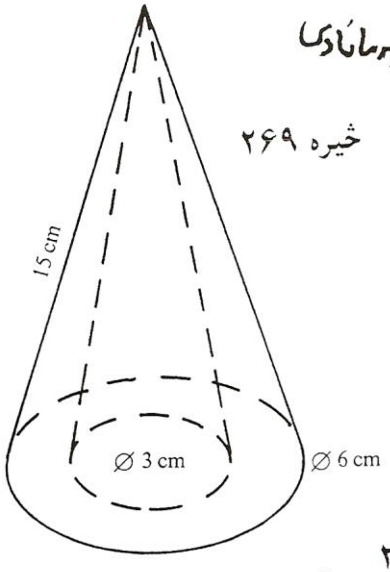


شیره ۲۶۸

Eisenwerkstück $\varrho = 6{,}5\ g/cm^3$

د اوسپنې کار لوټه

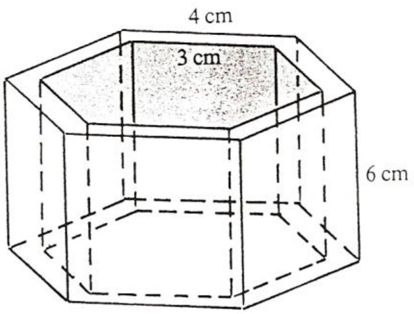
ځ په دې کالبونو کی هم د کلمې پر سر مادي با غلظت



شیره ۲۶۹

Kunststoffmodell $\varrho = 2{,}5\ g/cm^3$

پلاستیک مودل



شیره ۲۷۰

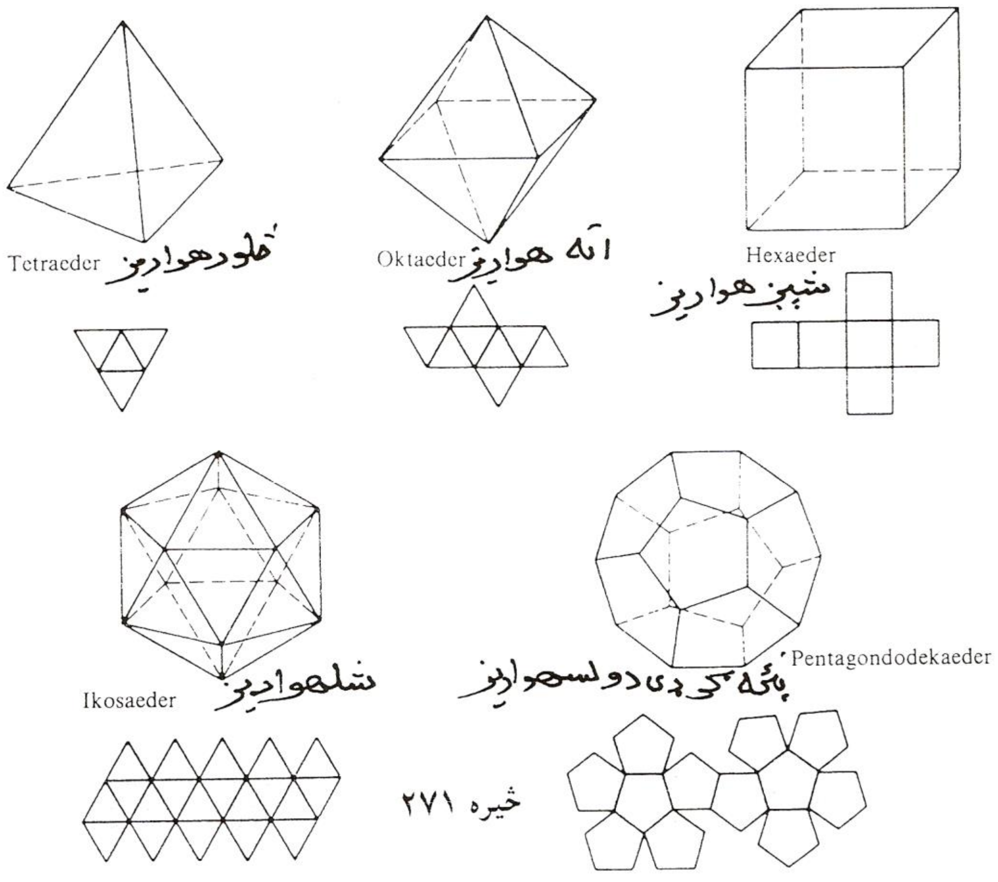
Messingsechskantrohr $\varrho = 8{,}3\ g/cm^3$

د مسنګ شپږ اړخیزه لوټه

(c) ketabton.com: The Digital Library

منظم ډيرهواريز

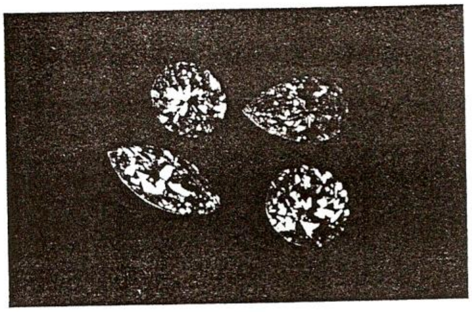
ټول بدنونه ، کوم چې يواځي بندهواري لري يا له‌وارو رابند وي، پولوئيدر (يوناني : ډير هواريز) نوميږي. موږ به دا له دې وروسته دا ډيرهواريز وبولو.
د دوي ترمنځ ټيك پنځه منظم يو بل ته ناورته بدنونه. دا د شميرپوهنى له اړخه په ځانګړې توکه په زړه پورې دي، ځکه چې پاس هوارې او ډکي يي بند دي، دا په دې مانا چي د فرمولونو له لاې انځوريدلى شي، او په دې برسيره ، ځکه چې طبعي كريستال دا شكلونه يا فورمونه يا خيرې لري.



خيره ۲۷۱

(c) ketabton.com: The Digital Library

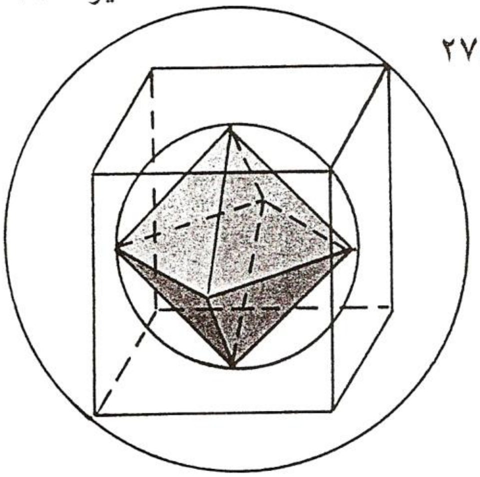
دا پنځه منظم بدنونهد هواروبندهواریز ابو کهګ هواربندیزدي : تیترائیدر (څلورهواریز Tetraeder) ، هیکسائیدرHexaeder (شپږهواریز ، مکعب) اوکتائیدرOktaeder (اته هواریز) دودیکائیدر (دولس هواریز ، د خپل اړخهوارو له امله پنتاګون دودیکائیدرPentagondodekaeder پنځه ګوډي دولسهواریزه بلل کیږي)، او په همدې توګه ایکوزائیدر Ikosaeder(شلهواریز) څیرې په تیر مخ کی.



څیره ۲۷۲

بیلګی

د مالګي تیګي مکعب جوړوي، کوپفرسولفید مینرال Fahlerz تیترائیدر، د ګوګړو کریستال دودیکائیدر او الون (کالیوم الومینیوم سولفات) اوکتائیدر جوړوي.



څیره ۲۷۳

Würfel und Oktaeder mit In- bzw. Umkugeln

منظمډیرهواریز پلاتوني (خیالی platonische) بدنونه هم یادیږي، ځکه چی یوناني فیلوسوف او شمیرنپوه (۴۲۷ تر ۳۴۷ د م. پخوا) په دې نظر وو، چی څلور پخواني عناصر اور، خاوره، اوبه، او هوا په خپل واړه فورم تیترائیدر، ایکوزائیدر، اوکتائیدر او هیکسائیدر په ګوته کوي. د هغه په فکر جهان پخپله یو دودیکائیدر فورم لروده. په دې پنځو هر یوه بدن کي کیدی

(c) ketabton.com: The Digital Library

شي يوه ګردی دننه او دباندې وکښل شي. که دا یو په بل کی دننه شي یا په بل عبارت دننه راګیر شي، نو په دې توګه شپږ دننه – او شپږ دباندې هوارې لاس ته راځي ، کومو چی کيپلر Kepler دې عقیدې ته راوستی شو ، کوم (چی هغه وخت معلوم) شپږ پلانیت به په داسی لاره ګرځي، چی د هغوي نیممحورونه د داسی دننه – او دباند ېغونډي وړانګو سره برابر شي.

لاندې جدول د دې منظم پولوئیدر ډیرهواریزومعلومو لویو پوره معلومات ورکوي.

Polyeder	e	f	k	l	m	α	r	ϱ	O	V
Tetraeder	4	4	6	3	3	60°	$\frac{a}{4}\sqrt{6}$	$\frac{a}{12}\sqrt{6}$	$a^2\sqrt{3}$	$\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$
Hexaeder	8	6	12	4	3	90°	$\frac{a}{2}\sqrt{3}$	$\frac{a}{2}$	$6a^2$	a^3
Oktaeder	6	8	12	3	4	60°	$\frac{a}{2}\sqrt{2}$	$\frac{a}{6}\sqrt{6}$	$2a^3\sqrt{3}$	$\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$
Dodekaeder	20	12	30	5	3	108°	$\frac{a\sqrt{3}+a\sqrt{15}}{4}$	$\frac{a}{20}\sqrt{250+110\sqrt{5}}$	$3a^2\sqrt{25+10\sqrt{5}}$	$\frac{15a^3+7a\sqrt{5}}{4}$
Ikosaeder	12	20	30	3	5	60°	$\frac{a}{4}\sqrt{10+2\sqrt{5}}$	$\frac{a\sqrt{27}+a\sqrt{15}}{12}$	$5a^2\sqrt{3}$	$\frac{15a^3+5a^3\sqrt{5}}{12}$

.

د لته حروف لاندې ماناوې لرې . a = د کانتې یا اړخ اوږدوالی ، e = د ګوډونو ګڼ (تعداد) f = د هواروګڼ. k = بدن اړخونوګڼ، l = د هوارو اړخونو ګڼ، m = په هرکونج کی د کانتو یااړخونو ګڼ، ∝ = د ګاونډیو هوارو ترمنځ کونج، r = د چاپیرګردي وړانګه ، ϱ = د دننه ګردي وړانګه ، O = پاس هواره یا پورته یا ټوله هواره ، V = ډکي.

پنځه یوون ډیرهواریز (Einheitspolyeder) لاندې (a = 1) ارزښتونه لري:

(c) ketabton.com: The Digital Library

Polyeder	r	ϱ	O	V
Tetraeder	0,6124	0,2041	1,7321	0,1179
Hexaeder	0,8660	0,5	6	1
Oktaeder	0,7071	0,4082	3,4641	0,4714
Dodekaeder	1,4013	1,1135	20,6457	7,6631
Ikosaeder	0,9511	0,7558	8,6603	2,1817

د اويلر د ډيرهواريز جمله، د په خوښه ډيرهواريز لپاره يو ټاکنمساوات راکوي، د گوډگښون e ، اړخګښون k او هوارګښون f لپاره:

د اويلر ډيرگوډي يا پولوئيد جمله : $e + f - k = 2$

په هرصورت داجمله يواځي د کونوکس يا ننوتو پولوئيد يا ډيرهواريز لپاره باور لري، يعنی هغه ، چی په کومو کی ټول نيمي د بدن په دننه کی ځغلي، يعنی منظمو ډيرهواريز لپاره.

بيلگي:

کوادر : $8 + 6 - 12 = 2$

اوکتائيد : $6 + 8 - 12 = 2$

دوديکائيد $20 + 12 - 30 = 2$

غونډاری يا غونډوسکه(کره) او غونډاري برخې

ولې غونډاری يا غوندوسکه؟

که تاسو د انګرېزي فوټبال په عربي ژباړه په عربي وګوری، نو کرهٌ قدم به ترې واخلی.

(په لاندې کې ما د غونډاري يا غونډوسکې په ځای غونډی لکلی، چې ښه او ټيک نومونه نه ده.)

(c) ketabton.com: The Digital Library

د هندسې یا ځمککچپوهنې له مخې غونډاری یا غونډوسکه د ټولو هغو ټکو ټولګه ده یا د هغو ټکو ځای دی، چې له یوه په

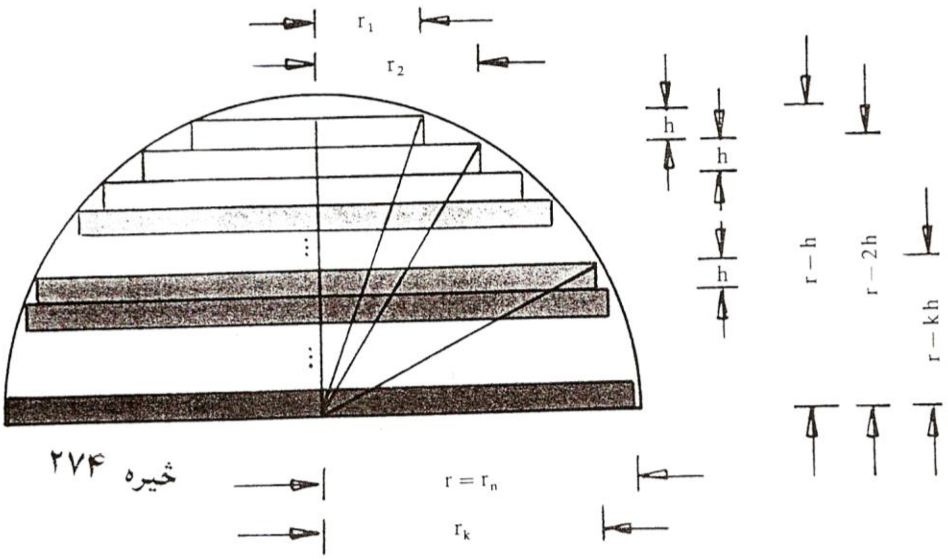
کلکه یاکره ټاکلی ټکی M څخه چې د غونډۍ منځټکی بلل کیږی همغه واټن r ولري.

غونډی نه یواځې د جګدرجئیز یا لوړ سیومتري(هره نیمی په همغه وخت کی سیومتري محور دی) له امله د بدنونو ترمنځ یو ځانګړې رول لري، بلکه هغه موږ انسانانو لپاره هم د مانا ډکه ده، ځکه چې ځمکه (نږدې) یو غونډی شکل لري . د بیلګې په توګه په کارتوګرافي کی ځمکه اوږدګردیو (میریدیانی Meridiane) باندې ویشل کیږي. په مریدیانی باندې هر واټن د ځمکې وړانکی R ته بیا یوه لینده په ګوته کوي. د ډکي ټاکلو لپاره بیا غونډی) ګردی استوانی ته ورته) په کوچنیو ستن ډوله چیتروګانو (کردې ټوټی، چې موږ ورته په هسکه مینه کی چیترو وایو . د مات منګی څخه ګردې خیرې جوړیږي، ټوټه ده) ټوټه کیږي، چې جګوالی یی h = r / n دی. د یوګونو چیتروګانو وړانکو لپاره باور لري یا صدق کوي(د پیتاګوراس جمله) : کیدی شی د چیترو په ځای ټیکلی ولیکو

$$r_1^2 = r^2 - (r-h)^2 \Rightarrow V_1 = \pi r_1^2 h$$
$$r_2^2 = r^2 - (r-2h)^2 \Rightarrow V_2 = \pi r_2^2 h$$

.

.



خیره ۲۷۴

(c) ketabton.com: The Digital Library

لوښی

$$r_k^2 = r^2 - (r - kh)^2 \Rightarrow V_k = \pi r_k^2 h$$
$$r_k^2 = r^2 - (r^2 + k^2 h^2 - 2rkh)$$
$$r_k^2 = 2rkh - k^2 h^2$$
$$r_k^2 = \frac{2r^2 \cdot k}{n} - \left(\frac{rk}{n}\right)^2$$
$$r_k^2 = r^2\left(\frac{2k}{n} - \frac{k^2}{n^2}\right) \Rightarrow V_k = \pi r^3\left(\frac{2k}{n^2} - \frac{k^2}{n^3}\right)$$

$$V_{ges.} = \pi r^3\left[\frac{2}{n^2}(1 + 2 + \ldots + n) - \frac{1}{n^3}(1^2 + 2^2 + \ldots + n^2)\right]$$
$$V_{ges.} = \pi r^3\left[\frac{2}{n^2}\left(\frac{n}{2}(n+1)\right) - \frac{1}{n^3}\cdot\frac{1}{6}\,n(n+1)(2n+1)\right]$$
$$V_{ges.} = \pi r^3\left[\left(1 + \frac{2}{n}\right) - \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{2n} + \frac{1}{6n^2}\right)\right]$$
$$V_{ges.} = \pi r^3\left[\frac{2}{3} + \frac{3}{2n} - \frac{1}{6n^2}\right]$$

که د «ستنګیو» ګڼون تلم پورته لاړ شي، نو په نوکانو کی لمړی ترم د مانا دی او لاس ته راځي

نیمغونډۍ

V نیمغونډۍ $= (2/3)\,\pi r^3 \Rightarrow$ V غونډۍ $= \frac{4}{3}\pi r^3$

د غونډې د پاس هوارې د شمیرلو لپاره دا په خورا زیاتو برخه هوارو ویشي. که دا د ګوډ یا کونج ټکي د منځټکي سره ونښلول شي نو دا یو د اهرامشکل بدن ځان ته غوره کوي د r جګوالي سره.

د دې ټولو اهرامونو ډکیو زیاتون د غونډې ډکی ورکوي. دا د خورا زیاتو هوارو لپاره په نزدې توګه بسیا کوي، که چیرې ځوك په پام کی ونه نیسی، چې دا سره د کمو استنثاوو کتل کیږي چی پوره هوار نه دي. برسیره پر دې باید د دې بنسټ هوارو زیاتون د غونډې پاس هوارې سره برابر وي. له دې امله باور لري

(c) ketabton.com: The Digital Library

غونډي V = د اهرامونوډکیو زیاتون = r. (1 / 3) .

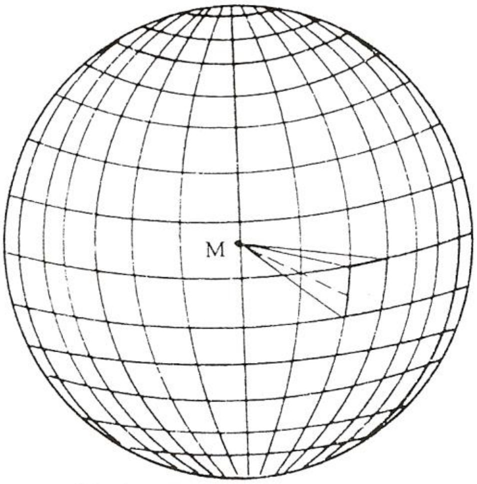
د غونډي پاس یا ټوله هواره

(1/3). r. O د غونډۍ = (4 / 3) π r^3

O د غونډي = $4\pi r^2$

په ټولیزه یا عمومي توګه باور لري

$O = 4\pi r^2$, $V = (4/3)$ r^3



ځیره ۲۷۵

پیلبیلګه:

منځنی ځمکوړانګه ۶۳۷۰ کیلو متره ده . د ځمکی پاسهواره او ډکی څومره دي؟ ځمکه څومره کتله لري،که د ځمکي منځنی سختوالی $5,514\ g/cm^3$ د مخه ونیول شي یا فرض شي؟

$O = 5,10.10^8\ km^2$,

$V = 1,08\ .\ 10^{12}\ km^3$;

$m = 5,97.10^{24}\ kg$

د خالیغونډي ډکی همداسی لاس ته راځي لکه د یوې خالي استواني ډکی (د مخه لوستل شوی دی) د دوه یو په بل کی پرتو کونځینتري غونډیو توپیر یا کمون:

$$V_{\text{خالیغونډی}} = (4/3)\ \pi\ (r_1^3 - r_2^3)\ .$$

پیلبیلګه:

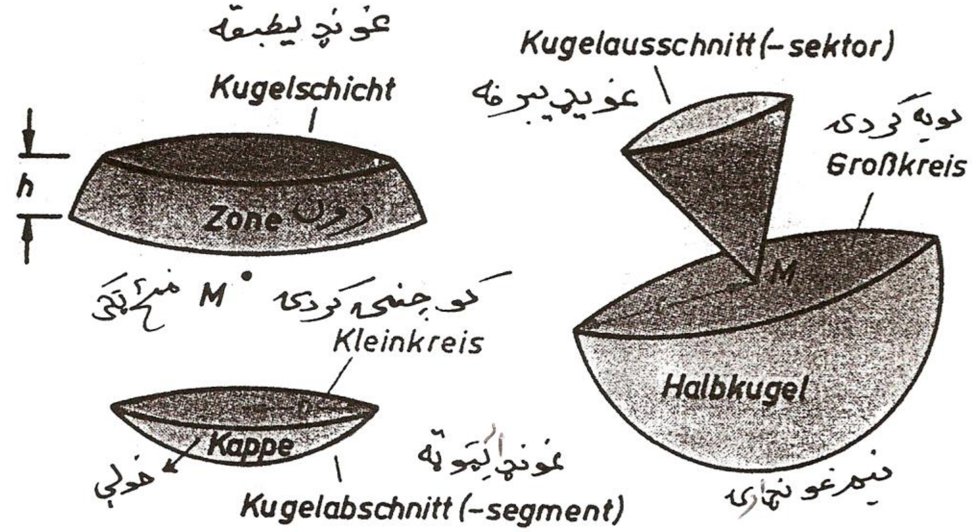
د اوسپنی خالیغونډی کومه کتله لري ، که د باندنینیمی یي ۱۲ سانتیمتره او

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دیوال پنډوالی یی ۸ ملیمتره (دیبنتی یا سختوالی یا ټینګوالی) وي؟

$$V = (4/3)\pi(6^3 - 5{,}2^3) = 315{,}8\ cm^3; \quad m = V \cdot \rho = 2463{,}25\ g$$

اوس غونډیبرخی په پام کی نیسو. په ټولیزه توګه لاندې بنسټیز فورمونه مخ ته له:



څیره ۲۷۶

ددې یوه ټوټه یا زیاتې ټوټې داسی منځ ته راځي ، چی غونډی د یوې یا یا زیاتو ګردیو له خوا غوڅه شي. که داغوڅی د غونډي له منځټکي تیر شي، نو دوه نیمغونډي او یوه لویه ګردی د غوڅهوارې په څیر منځ ته راځي. که غوڅی له منځټکي تیر نه شي، نو دوه غونډیټوټی منځ ته راځي. د دوه داسی غوڅیو ترمنځ یوه غونډیطبقه منځ ته راځي. که له غونډي یو مخروط ډوله ټوټه رابیله شي، نو غونډیبرخه منځ ته راځي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

پرتله کړی) د دواړو خولیو د یو بل سره مساوي کیښوولو له لارې لرو:

$$\varrho_1^2 h_2 - \varrho_2^2 h_1 + h h_1 h_2 = 0$$

دا بالاخره مور لاندې ته لاربښودوي:

$$V = \frac{\pi h(3\varrho_1^2 + 3\varrho_2^2 + h^2}{6}$$

د غونډیبرخي ډکي یا غونډیبرخي حجم داسی لاس ته راځي، چی د یوه مخروط او او د ګردیټوټی ډکي سره زیات کړو:

$$V = \frac{\pi h^2(3r-h)}{3} + \frac{\pi \varrho^2(r-h)}{3}$$

دلته بیرته اړیکی (*) کارول کیږي، چی په لاندې ډول څیره بدولون ترې لاس ته راځي $\varrho^2 = h(2r-h)$. په دې توګه د ϱ^2 لپاره ځاي په ځاي کوي او له دې لاس ته راځي :

$$V = \frac{\pi h^2(3r-h)}{3} + \frac{\pi h(2r-h)(r-h)}{3}$$

$$\Leftrightarrow V = \pi r h^2 - \frac{\pi h^3}{3} + \frac{2\pi r^2 h}{3} - \pi r h^2 + \frac{\pi h^3}{3}$$

$$\Leftrightarrow V = \frac{2\pi r^2 h}{3}$$

له ۲ د (*) په مرسته ځ کا په ځای نښی لو لاس ته راځي

$$V = \frac{2}{3}\pi h\left(\frac{\varrho^2 + h^2}{2h}\right)^2 = \frac{\pi}{6h}(\varrho^2 + h^2)^2$$

د غونډیټوټی پوښهواره M ، چی د غونډیخولی نومیږي او یا کاردینالخولی بلل کیږي، په همغه فکر شمیرل کیږي لکه د غونډې پاس یا ټوله هواره . که د غونډیبرخی د ډیرو اهرامونو د زیاتون په څیر په پام کی ولرو، نو د هغی بنسټهواره همغه غونډیخولی ده. (کړی شو چی غونډیخولی په ځاي کپره ولیکو) نو لرو :

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$Mr / 3 = 2\pi r^2h / 3 \quad \Leftrightarrow \quad M = 2\pi rh$$

که د (*) له لارې بدل شي، نو د غونډېکپرې لپاره لاس ته راځي :

$$M = \pi .(\varrho^2 + h^2)$$

د ټولهوارې د لاس ته راوړلو لپاره دې بیا یواځي د بنسټګردی هواره ور زیاته شي. د غونډیطبقی پوښهوارې ته د غونډېزون Kugelzone وایي. دا د دوه کپرو له کمون ځخه لاس ته راځي. ټوله هواره یا پاسهواره یې داسی لاس ته راځي، چی بنسټهواره او سرپوښګردي هوارې ورزیات شي. د غونډیټوټې پاس هواره داسی لاس ته رځي، چی د غونډېکپرې هوارېته د مخروطپوښ ورزیات شي.

د غونډارې برخو لپاره لاندې فرمولونه باور لري.

د غونډارې ټوټه غونډارې خولی	$V = \frac{1}{3}\pi h^2(3r - h) = \frac{1}{6}\pi h(3\varrho^2 + h^2)$ $M = 2\pi rh = \pi(\varrho^2 + h^2)$ (Kugelkappe) $O = 2\pi rh + \pi\varrho^2 = \pi(2\varrho^2 + h^2)$
غونډارې ټیکلی غونډارې زون	$V = \frac{1}{6}\pi h(3\varrho_1^2 + 3\varrho_2^2 + h^2)$ $M = 2\pi rh$ (Kugelzone) $O = \pi(2rh + \varrho_1^2 + \varrho_2^2)$
غونډارې برخه	$V = \frac{2}{3}\pi r^2 h = \frac{\pi}{6h}(\varrho^2 + h^2)^2$ $O = \pi r(2h + \varrho)$

بیلګه:

۱ – د پنیرځرخ د یوه غونډیطبقي فورم یا بڼه لري. د هغه پاس هواره او ډکی وشمیرئ، که وي : $\varrho_1 = \varrho_2 = 25$ cm او $h = 20$ cm.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$V = (20\pi / 6)(3.25^2 + 3.25^2 + 20^2) = 43458,70 \text{ cm}^2$$
$$= 34,458 \text{ dm}^2$$

وړانګه r د پیتاګوراس د جملي په مرسته لاس ته راځي :

$$r^2 = \rho_1^2 + (h / 2)^2 \Rightarrow r^2 = 25^2 + 10^2 \Rightarrow r = 26,93 \text{ cm}$$

نو لرو

$$O = \pi (2.26,93.20 + 2.25^2) = 7310,59\text{cm}2 = 73,11 \text{ dm}^2$$

۲ – یو دلوبی لاټو یا لوبی څرخی د غونډیټوټی بڼه لري د ټولجګوالی r = 16 cm او سور $b = 2\rho = 10$ cm سره. د هغه ډکی او پاسهواره څومره لوي دي؟

د خولی جګوالی د پیتاګوراس د جملی په مرسته لاس ته راځي :

$$(r - h)^2 + \rho^2 = r^2 \Leftrightarrow r^2 = - 2rh + h^2 + \rho^2 = r^2$$
$$\Leftrightarrow h^2 - 2rh + \rho^2 = 0 \Leftrightarrow h^2 - 32h + 25 = 0$$

د دواړو اوبیو یا حلونو $h_1 = 31,2$ cm او $h_2 = 0,8$ cm سره.

داچی $h < r$ ، نو باید یواځي دوم اوبی یا حل د کارونی یا ګټور وي. له دې امله لاس ته رځي

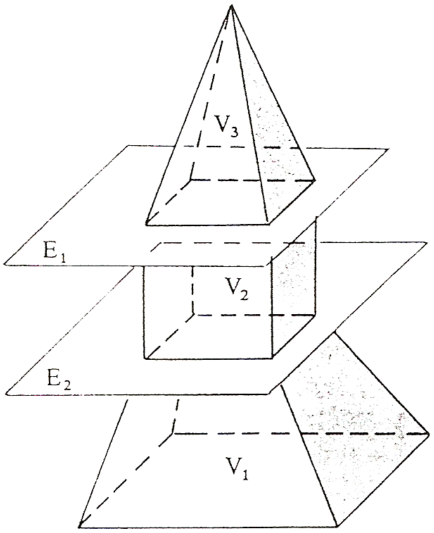
$$V = 2\pi .16^2 . 0,8 : 3 = 428,93 \text{ cm}^3$$
$$O = 16\pi(2 . 0,8 + 5) = 331,75 \text{ cm}^2$$

په خوښه جوړشوي یا فورم شوي بدنونه

لکه څنګه مو چی زیات تر پام تیر شو، ګټوور دی چی د یوه پیچلي بدن د ډکي یا پاسهوارې د شمیرلو لپاره دا بدن په ګټوره توګه یا هدفمند ډول ټوټې ټوټې کړو.

په دې ډول ساده برخه بدنونه منځ ته راځي، کوم چې ض معلومو فرمولونو له لارې شميرل کيدی شي.

بيلګې :

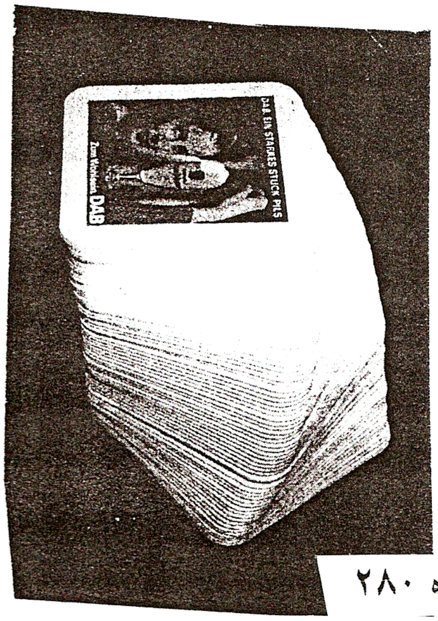


$V = V_1 + V_2 + V_3$

شېره ۲۷۹

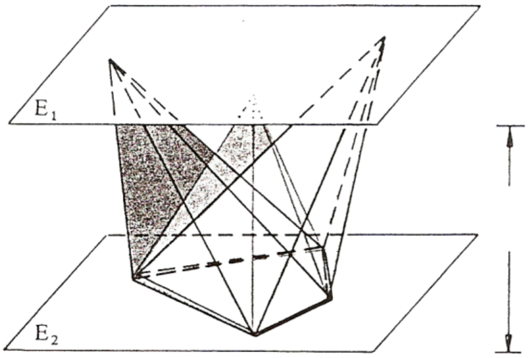
ددې شېره شوي بدن ډکی له يوه پڅ اهرام، کوادر يا غبرګاړخيز يا مکعب او يوه اهرام څخه لاس ته راځي.دا جوتيږي، که بدن په دوه غوڅيو په هوارو E_1 او E_2 ټوټه شي .

د بياتيونی له لارې کيدی شي چې زيات بدنونه يوبل سره پرتله يا مقايسه شي(مخروط، اهرامونه) د ګيلاس اينښولو ټوټی(داسی ډبل کاغذونه دي چې د پيالېلاندې يا ريمکابي يا پشکاب په څير وي او ګيلاسونه پرې اينښوول کيږي) چې يو په بل اينښول شوي په پام کی نيسو. د دې ټوټو د څرخولو ، يا ځاي بدلولو له لارې جګوالی او ډکی نه بدليږي. له دې منځ ته راغلی پوړی په پام کی نه نيول کيږي، ځکه چې په تيوري کی


شېره ۲۸۰

(c) ketabton.com: The Digital Library

دا بدن د ناپای زیاتو طبقو څخه جوړ دی، چی پنډوالي یی په پام کي نه نیول کیږي د دې نور ورزیات استعمال د کاوالیری Cavalieri پرنځیپ دی



جمله :
دوه بدنونه همغه ډکی یا برابر ډکي لري، که د هغو ټول پراته غوڅي په همغه واټن بنسټهواري ته پراته وي.

په دې کی ضرور نه دی چي غوڅهواري دی کونگروا ینڅ وي!

څیره ۲۸۱ : دا بیاتي شوي اهرامونه ډکي برابر دي، ځکه چی همغه جگي او برابر بنسټهواري لري: $V = (1/2)G.h$
د کوچنیو واټنونوسره هره غوڅهواره چی د بنسټهواري سره غبرگه وي، په اهرامونوکی هواربرابر غوڅهواري خوړوي

دا د غونډیډکي شمیرلو لپاره یو ښکلی میتود رامنځ ته کوي.
د یوې گردي استوانی یا گردیټوټی څخه چی وړانگه r لري او 2r جگ دی دوه د څوکو یا ککرې له لارې یو بل ته مخامخ مخروطونه غوڅوي (یو دیابولو) د r = h سره.
داپاتی خالیفورم یوه د شگو ساعت پوښ راپه گوته کوي. د یوې دومی همغی سره برابر ې گردي استوانی یا گردیټوټی د وړانگي r په اندازه یو غونډی راغوڅوو. د سیومتري له امله بسیا کوي که لاندې نیمغونډی او د «شگو» ساعتنیمی تر څیړنی لاندی ونیسو. هره غوڅهواره یوه بسټهوارې سره غبرگه هواره راکوي، په غونډي کی گردی په شگوساعتپوښ کی

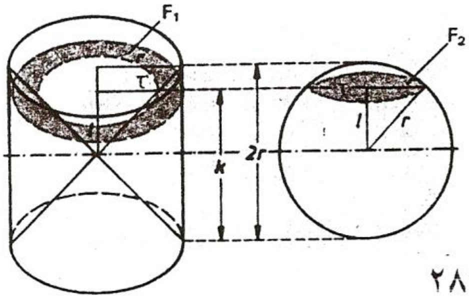
(c) ketabton.com: The Digital Library

ګرديګوته يا ګرديکړی. دلته دې 'r د ديابولو څخه منځ ته راغلي ګردۍ وړانګه وي. r د غونډيغوڅيګردي وړانګه .

د هوارو لپاره چې واټن 1 له همغه بدن منځټکي ولري، باور لري:

$$F_S = \pi r^2 - \pi r'^2 = \pi (r^2 - r'^2)$$

$$F_K = \pi r^2 = \pi (r^2 - 1^1)$$



خيره ۲۸۲

د وړانګي جملی څخه، برسيره په دې لاس ته راځي: (د شګوساعت)

$$r' / r = 1 / r \Rightarrow r' = 1$$

$$\Rightarrow F_S = \pi (r^2 - 1^2) F_K$$

دواړه بدنونه ګورو چې ډکيمساوی يا ډکيبرابر دي.

اوس د استوانی ډکی $V_Z = \pi r^2 h = 2\pi r^3$ دی، ځکه چې $h = 2r$ دی .

د ديابولو ډکی دی :

$$V_D = (2\pi r^2 / 3).(h/2) = \pi r^2 .h / 3 = (2/3)\pi r^2$$

او له دې سره د شګوساعت – او نيمغونډي ډکی :

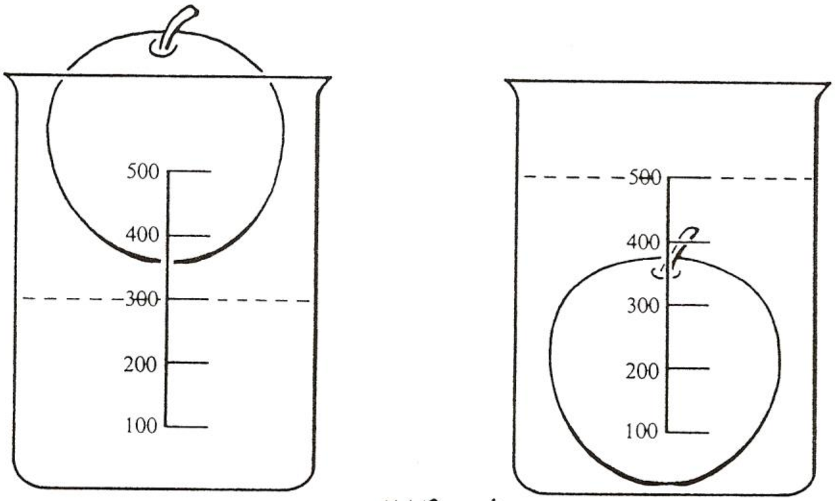
$$V_K = V_Z - V_D = 2\pi r^3 - (2/3)\pi r^3$$

$$V_K = (6/3)\pi r^3 - (2/3)\pi r^3 = (4/3)\pi r^3$$

د پوره نامنظم شکلونو ډکی د شميرپوهنی له لارې يا هيڅ نه شميرل کيږي او يا پوره ټيك د پيچلو شميرنپوهنو متوضو سره هم نه شميرل کيږي. لکه د يوې منی يا د يوه

(c) ketabton.com: The Digital Library

الو ډکی یواځي فزیکی متودونه یا طریقی مرسته کوي چی ډکي یې وشمیرل شي.
لکه په لاندې څیرو کي ، ځي روښانه شوی دی.



څیره ۲۸۳   څیره ۲۸۴

تمرینونه

۱ – د هغه بدن ډکی څومره لوي دی ، چمنځ ته راځي، که د مکعب په هره هواره یو ولاړ اهرام کیښنول شي د s = a سره؟

۲ – یو تیترائیدر څلورهوایز بدن او یو غونډی برابر پاسهواري لري. د هغوي ډکی په کوم تناسب یو بل سره پراته دي یا کومه ځانییونه یو بل سره لري؟

۳ – هر منظم پولوئید لپاره یوه دننه غونډی شته . چی د هغه هره هواره په منځټکي کی لمس کوي. ددې وړانګه دی r وي. د پولوئید ډ ګی اوV او O پاسهواري V = O.r / 3 لپاره دلایل راوړی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

پام وکړئ چې پولوئیدر په اهرامونو ټوټه شي چې وړانګه r ولري، په
ډول چې د پولوئید هر اړخهواره د داسې یوه اهرام بنسټهواره وي.

۴ – د المان د پارلمان په سر منځ او اټیران چې له طیلا جوړ دي د پارلمان د
ډانګ سره غبرګ د قدرت نخښنه جوړوي. دا د پارلمان منځ به څومره
وي، که دا د پاکې طپلا څخه جوړ وي($\sim 19,3\ g/cm^3$ $\rho\sim$; 10 cm ~
اټیران وزن ثابت یا ځای په ځای پاتیږي)؟

۵ – یوه غونډۍ، توته، اهرام (د هغو بنسټهواره) برابر وړانګې لري، د اه
غونډۍ جګوالی یا جګې داسې وټاکې ، چې الف) همغه ډکي لري» د
برابره پاسهواري لري.

۶ – د یوه غونډۍ ډوله تیلو څاڅکي څخه، چې ۵ میلي متره نیمی لري، له
توئیږي د یوې ګردی ډوله تیلو پرده جوړوي، چې نیمی ئې ۱ متر . دا
څومره پنډه ده؟

۷ – د یوې سابونپوړکی دیوال به څومره لوي وي، چې دباندنی نیمی یې
سانتي متره وي، کوم چې له څاڅکی جوړ دی، چې نیمی یې ۵ میلي م

۸ – یوه د ښیښې غونډۍ د دابضنی نیمی سره، چې ۱۲ سانتي متره دی ۲
وزن لري یا درند دی. د هغې دیوال څومره لوي دی (2,6g / cm3 ~

۹ – یو هوا بالون یو ۲۵ متره نیمی لري.

الف) دا دننه سمځ یا غار یې څومره دروند دی، که د یو مربع متر و
وزن ۴۵ ګرامه وي؟ ب) ډکی څومره وزن لري که
هایدروجن ($\rho = 9.10^{-5}\ g/cm^3$) د ډکي مادې په ځیر وکارول شي؟

۱۰ – یو مکعب کې یو غونډاری یا غونډۍ د خورا لوي ډکی سره خوندي ک
په یوه غونډاري چې خورا کم ډکی ولری راګیر یا خوندي کیږي.د م
اړخ اوږدوالی 5 cm دی

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف د ټول تن غوځی ځیره وباسی .

ب) د دواړو غونډارو ډکی او پاسهواره وشمیری .

۱۱ – د لاندې هوايي بدنونو ډکي او پاس هوارې څومره لويي دي:

الف) سپوږمی ($r = 1735\ km$)

ب) مارس ($r = 3430\ km$)

پ) وينوس ($r = 6305\ km$)

ت) جوپيتر (ر ($r = 71800\ km$)

۱۲ – د کورکغونډي($\rho = 0,25\ g/cm^3$) د ۳۶ سانتي متره نيمي سره يوه غونډيډوله د پارې زرې($\rho = 11,4\ g/cm^3$) لري. دا د پاربزړی څومره لوي دی، که غونډی تر نيمايي په ابو کی ډوبه شي؟

۱۳ – د يوه لوي سرې سرې ۴۰۰ ميليونه غونډيډوله د سرپوپڼکی لري، هر يوه د نيمي $0,3\ mm$ سره. د ټولو پوڼکيو ګډه پاسهواره څومره ده؟

۱۴ – يو غونډی ، چی وړانګه يی $r = 10\ cm$ ده، د يوې هوارې ځخه په ۳ سانتي متره ، له منځ يا کوکز ځخه، واټن غوځيږي. د دواړو برخو غوځهوارې او ډکي وشميری.

۱۵ – د پاتی ياد نايادو برخو M,V,h او r د لاندې غونډيبرخو لويوالی وشميری

a) $r = 6\ cm$; $h = 5\ cm$ b) $M = 50\ cm^2$; $h = 3\ cm$

c) $h = r = 7\ cm$ d) $M = 700cm^2$; $r = 10\ cm$

۱۶ – د ځمکی پاسهوارې کومه برخه د ۱۰۰۰۰ متره جګوالی ځخه ليدل کيدی شي(د ځمکی وړانګه ۶۳۷۰ کيلومتره ده)

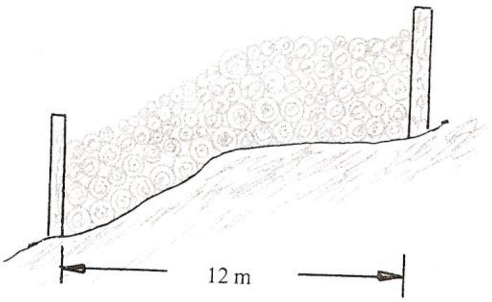
۱۷ – د يوه غونډي نيمی په ځلورو برابرو برخو ويشل کيږي۰ په ټوټهټکو کی په نيمی ولاړې درې هوارې اچول کيږي. په کوم ځاننيونه يا تناسب کی

الف) د پوښهوارې ، ب) د راپيدا شوو يا منځ ته راغلو غونډي برخو

(c) ketabton.com: The Digital Library

سره پراته دي؟

۱۸ – په یوه غونډي کی، له منځ څخه لیدلو یا کتلو سره ، هوایی(دلته مطلب د غونډي ترمنځ هوا یا د هواډکی دی) پرسیدنه، د دریواړو کواوردیناتو څخه برابردي. که دا یو له بل توپیر ولري، نو د الیپسوئید څخه غبرږو، چی اصلی محورونه یی a,b او c دي. د ایلیپسوئید ډکی د فرمول $V = (4/3) \; a.b.c$ له مخی شمیرل کیږي. ځکه په ریښتونی غونډی نه دی، بلکه یو الیپسوئید، چی اصلي محورونه یي a = c = 6378 km (د اکواتور وړانګه) او b = 6357 km (قطبي وړانګه) لوي دي. (که په کلکه ونیول شي نو د اکواتوروړانګو ترمنځ یو کوچنی توپیر شته) د ځمکي ډکی وشمیری او د مخ ته تیر غونډي او غونډي برخي کی لوستلو سره یی پرتله کړی)



خیره ۲۸۵

۱۹ –په یوه زوړندي یا پیچومی باندي ۱ متر اوږد لرګی ډیری شوی، لکه په خیره ۲۸۵کی چی لیدل کیږي. څومره د هوامتر لرګی دا 1,20 m جګه د لرګوډیری لري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

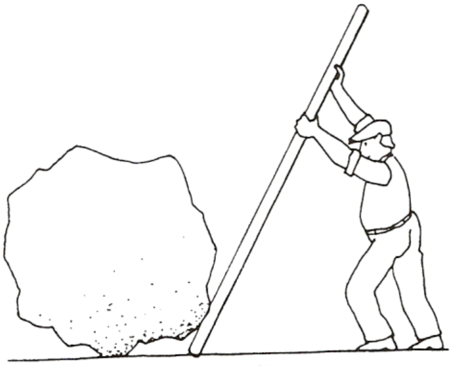
وکتورشمیرنه

نځورونه

پیلبیلګه

یوه درندې تیګی ته څنګه سړی حرکت ورکولی شي؟ طبعاً کیدی شي چي وړل یی وازمائل شي، مګر دا پوره ستونځی لري او دا لاندې طریقه یی ساده ده: د تیګی لاندې سړی یوه تخته یا اړم ننبلوي او یا ورلاندې کوي، د بل سر نه یی لاندې لور ته زور کوي یا لاندې لور ته زور په واردوي. تیګه یو څرخونحرکت باندې راځي.

ددې حالت لپاره د اړم قانون صدق کوي« زور د زوراړم = بار د بار اړم» . که تیکه په پوره اندازه اوږده (او ستابیل) وي، کیدی چي یو ډیر نازورور سړی هم کړی شي، چي خورا درانده بارونه پورته کړي.

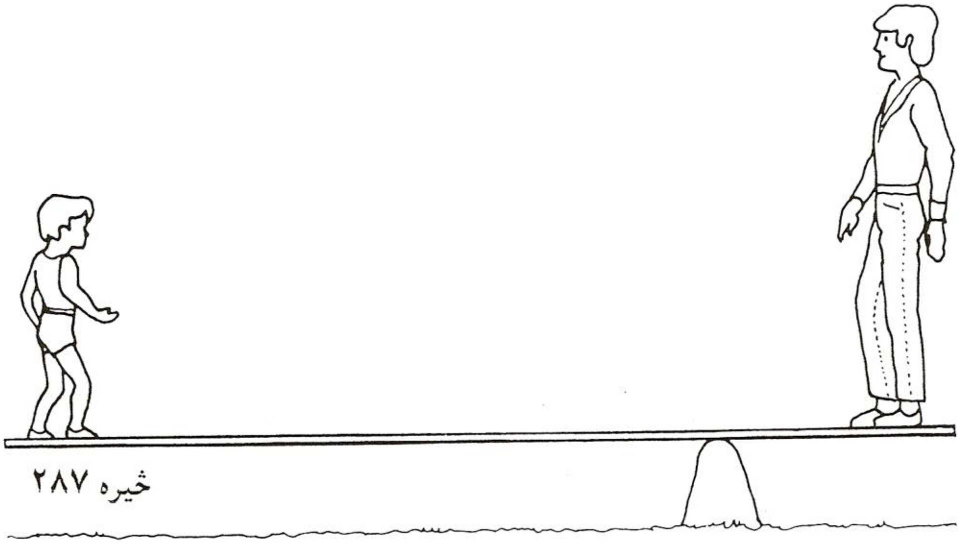


خیره ۲۸۶

یا دا حالت د پورته پیلبیلګي سره ټیک روښانه څرګند شوی ؟ هیڅ نه پیښیږي، که څوك په اړم ښکته یا پورته زور ونه کړي بلکه یا راکښ یا ورپورې وهي.

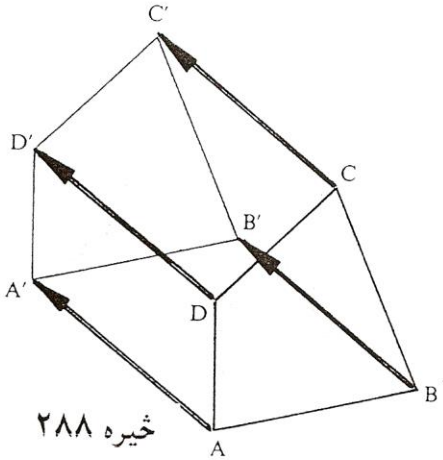
موږ باید دا پوښتنه نوره هم روښانه کړو او د زورارزښت سره دزورتاثیر لور هم په څپله لوبه کی ورداخل کړو. ددې هدف لپاره وکتور سره شمیرنه کړي.

(c) ketabton.com: The Digital Library



شیره ۲۸۷

تعریف : وکتور د یوه ارزښت او یوه لور سره تعریف دی. تل د یوه غشي په شیر انځوریږي. اوږدوالی د وکتور ارزښت (ګڼ ارزښت) ، په هواکی یی ځاي لور او د غشي څوکه د وکتورلور موخه یا هدف ښایي.



شیره ۲۸۸

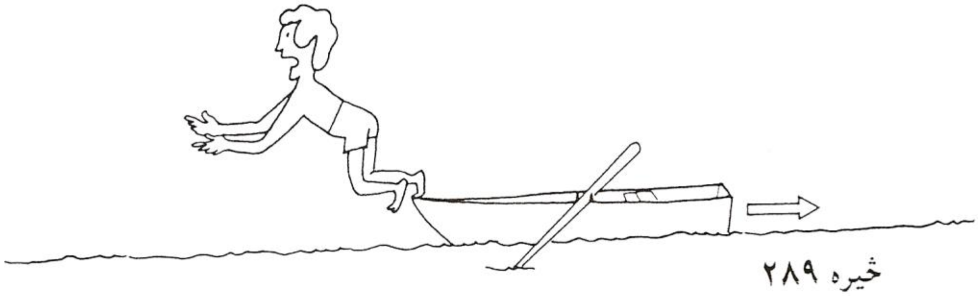
دوکتورونو لپاره د کارونی ساحی

ګڼونه د مخنخښی سره کیدی شي د وکتور په حیث واضح شي. په فزیك کی کښنول، لکه زورونه، سرعتتونه، لارې کیدی شي د وکتورونو په شیر انځور شي. (د جلالکوټ څخه و

شیره ✓ کښنول په وکتور سره په ښنه کیږي

(c) ketabton.com: The Digital Library

و هسکی مینی ته رانښایی، چی دا لار دا دوه ځایونه سره ونخلوي او دا هم رانښایي چی څومره اږده ده. وکتور دا را په ګوته کوي، چی ایا څوك له جلاکوټ څخه هسکی مینی ته ځي او که له هسکی مینی څخه جلالکوټ ته)



څیره ۲۸۹

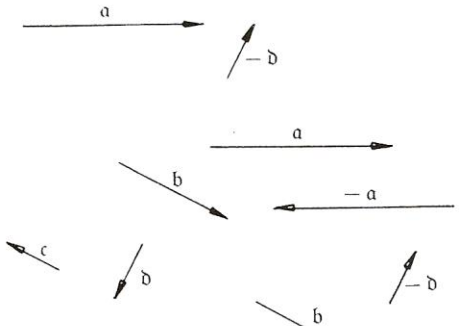
داچی یو وکتور د خپل پیلټکي او پایټکي سره ورکړ شوی دی، کیدی شي چی دا ټکي هم د هغه په انځورونه کی استعمال شي.

تعریف: هغه وکتور چي له ټکي P و ټکي Q ته لاربښودوي، د $\overrightarrow{PQ}$ سره په نخښه کیږي. **بل ډول لیګدودونه یی دي:** $\overrightarrow{PQ} = \mathbf{a} = \vec{a}$.

په راکښلو سره که ټکی 'P د P څیره او ټکي 'Q د ټکي Q څیره وي، نو د $\overrightarrow{PQ}$ اوږدوالی او لورد $\overrightarrow{P'Q'}$ یو بل سره برابر دي. له دې امله دا باید برابر ولیدل شي یا وګڼل شي. یو وکتور له دې امله یو غشی نه دی بلکه ډیر یوبل سره غبرګ او کوګروا‌ینخ غشي دي. له دې امله د ورته ټولګي څخه هم غږیدی شو. (دا دې څما په لمړي د شمیتپوهنی کتاب کي وکتل شي)

(c) ketabton.com: The Digital Library

ثیره وکتورو نه د ایکویوالنځتېولګی
په ثیر: دوه وکتورونه ټیك هلته سره برابر دي، که هغه همغه ارزښت(اوږدوالی) او همغه لور ولري.



ثیره ۲۹۰

تعریف

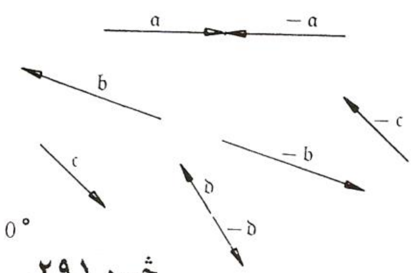
د **a** مطلقه ارزښت $a = |\mathbf{a}|$ دی. a تل یو نامنفي ګڼ دی .
وکتورونه د ارزښت ۱ سره مونږ یوونوکتورونه یا واحدوکتورونه بولو.
وکتورونه د همغه ارزښت سره مګر د مخامخ لور سره مخامخ یا په څټ وکتورونه بلل کیږي:

$$|\mathbf{a}| = |-\mathbf{a}| = a$$

$$\overrightarrow{PQ} = \mathbf{a} = -\overrightarrow{QP} = -(-\mathbf{a})$$

یواځنی وکتور د 0 (صفر) ارزښت سره صفروکتور **0** دی :

$$\overrightarrow{AA} = \mathbf{a} \Rightarrow |\overrightarrow{AA}| = |\mathbf{a}| = 0$$

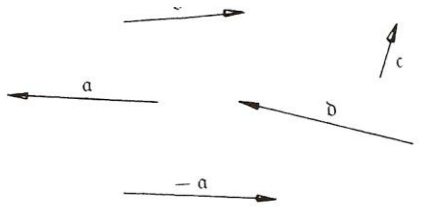


ثیره ۲۹۱

دا چی وکتورونه له ټکي وټکي ته لاري روښانه کوي، کیدي شي چی د وکتورونو د توضیح لپاره کواوردینات یا پروت ولاړ سیستمونه (محورونه) هم وکارول شي:

تعریف: وکتورکواردینات د پیل او پای ټکو توپیر یا کمون څخه لاس ته راځي

(c) ketabton.com: The Digital Library



خیره ۲۹۲

په هواره کي : $a = \overrightarrow{PQ} = \begin{pmatrix} x_Q - x_P \\ y_Q - y_P \end{pmatrix}$

په هوا کی : $a = \overrightarrow{PQ} = \begin{pmatrix} x_Q - x_P \\ y_Q - y_P \\ z_Q - z_P \end{pmatrix}$

خیره وکتورونه او د هغوي ارزښتونه(اوږدوالی):

$|\mathbf{a}| = |\mathbf{-a}| = 2,5$; $|\mathbf{b}| = 2$; $|\mathbf{c}| = 1$; $|\mathbf{v}| = 3$

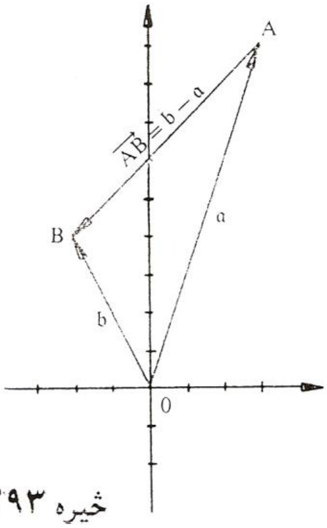
بیلګي:

وي دي $A(3|9)$ او $B(-2|4)$ پیل- او پایټکي . نو د A او B څخه ټاکلی وکتور کواوردینات په لاندي ډول لاس ته راځي :

$$a = \overrightarrow{OA} = \begin{pmatrix} 3 \\ 9 \end{pmatrix}; \quad b = \overrightarrow{OB} = \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$c = \overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} -2-3 \\ 4-9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 \\ -5 \end{pmatrix}$$

$$-c = \overrightarrow{BA} = \begin{pmatrix} 3+2 \\ 9-4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 5 \end{pmatrix}$$



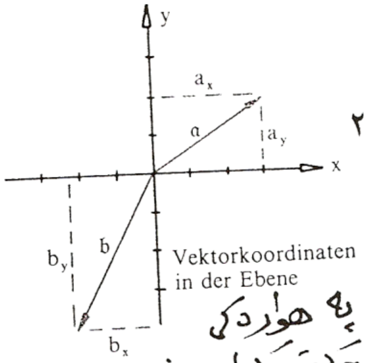
خیره ۲۹۳

جمله: د وکتور ارزښت د پیتاګوراس له جملی څخه لاس ته راځي او دا د یوګونو کواودیناتو له لارې :

په هواره کی: $|\mathbf{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

په هوا کې: $|\mathbf{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$



شیره ۲۹۴

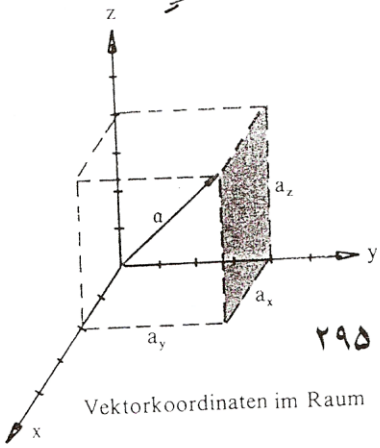
په هوارد کې وکتورکواوردینات

بیلګې :

$$a = \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \end{pmatrix} \Rightarrow |a| = \sqrt{(-3)^2 + 4^2} = \sqrt{25} = 5$$

$$b = \begin{pmatrix} 8 \\ 8 \end{pmatrix} \Rightarrow |b| = \sqrt{8^2 + 8^2} = \sqrt{128} \approx 11{,}31$$

$$c = \begin{pmatrix} 4 \\ -5 \\ 6 \end{pmatrix} \Rightarrow |c| = \sqrt{4^2 + (-5)^2 + 6^2} = \sqrt{77} \approx 8{,}77$$



شیره ۲۹۵

په هواکې وکتورکواوردینات

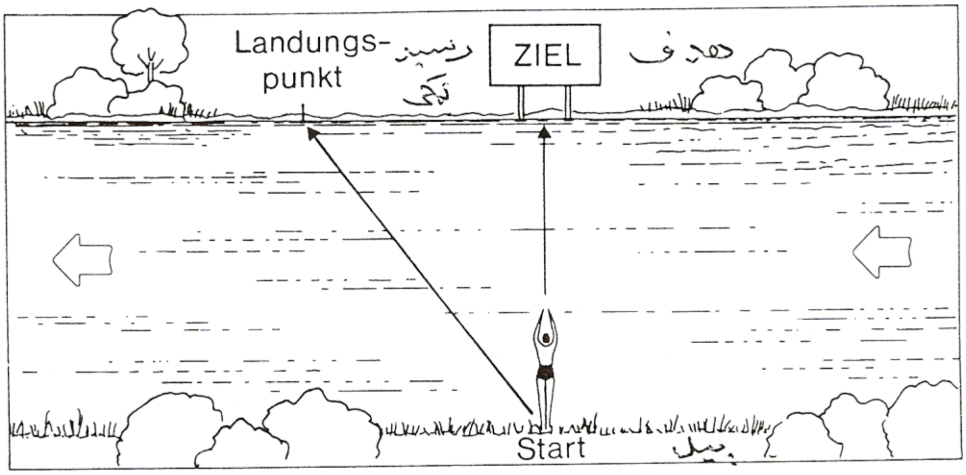
وکتورزیاتون او s–ځلوون یا ضربول

پیلبیلګه: یو لامبووهونکی د سین بلی لور ته د سین په سور یا پلنو لامبی، دا په دې مانا چې اوبه روانې دي. سره له دې چې دا تل سیده لامبي ، دا نه شي کولی چې هغه د لمبا ځاي ته مخامخ ځاي ته ولمبیدی شي.د روانو اوبو څخه د ځان سره وور کیږي. په ټولیزه –

(c) ketabton.com: The Digital Library

یا عمومي توګه ده یو مائل حرکت وکړ یا مایل یي ولمبل، کومګکی چی د ده د لمبا سرعت او د سین سرعت یو په بل زیات شوي دي.

ګرافیکی د وکتورزیاتون داسی صورت نیسي، چی د دواړو سرعتونو وکتورغشي په خپلو پیل ټکو یو په بل ږدي او دا هر یو د یوه غبرګ اړخیز سره یوځایی وصل کوي. د غبرګ اړخیز نیمی د دواړو سرعت وکتورونو زیاتون ، چی له پیل ټکی پیل کیږي انځوروي. یعنی د لامبووهونکي او د اوبو د سرعت زیاتون ، څموږ په څیره کی «



څیره ۲۹۶

تعریف: وکتورونو ګرافیکی سره زیاتیږي، که د دوهم وکتور پیلټکی د لمړي وکتور په پاکي کینبول شي یعنی د غشی په سر کینبول شي او داسی وریسی . دا زیاتون وکتور نو بیا د لمړي وکتور د پیل ټکی د دوهم وکتور یا د څنځیر اخرني وکتور د څوکی یا غشي سر پورې غزول کیږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د څیرونو څخه دا لاندې هم لاس ته راتلی شي

جمله : د زیاتونوکتور کواودینات همداسی کمونوکتور د پیلوکتور د زیاتوز همداسی کوم څخه لاس ته راځي.

$$a + b = \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_x \\ b_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_x + b_x \\ a_y + b_y \end{pmatrix}$$ په هوارۍ

$$a + b = \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_x \\ b_y \\ b_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_x + b_x \\ a_y + b_y \\ a_z + b_z \end{pmatrix}$$ په فضاکې

بیلګه

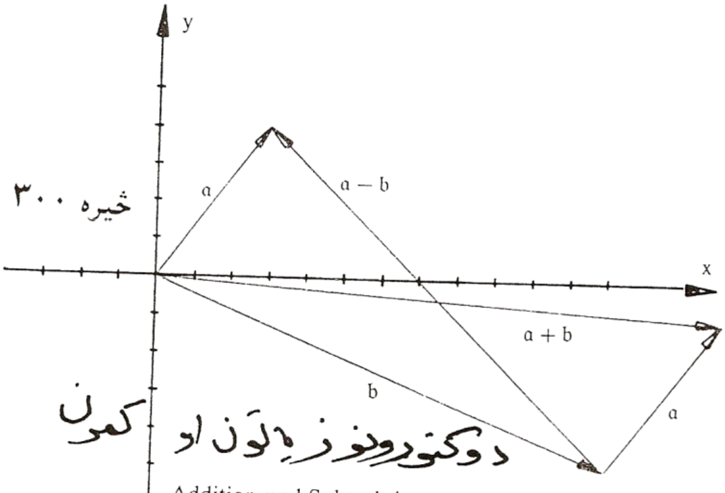
1. $a = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} 12 \\ -5 \end{pmatrix}; \quad |a| = 5 \quad |b| = 13$

$$\Rightarrow a + b = \begin{pmatrix} 3 + 12 \\ 4 - 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 15 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$a - b = \begin{pmatrix} 3 - 12 \\ 4 + 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -9 \\ 9 \end{pmatrix}$$

$$b - a = \begin{pmatrix} 12 - 3 \\ -5 - 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 \\ -9 \end{pmatrix}$$

$$|a - b| = |b - a| \approx 12{,}73; \quad |a + b| \approx 15{,}03$$



Addition und Subtraktion von Vektoren

(c) ketabton.com: The Digital Library

2. $a = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix};\quad b = \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix};\quad c = \begin{pmatrix} 7 \\ 8 \\ -9 \end{pmatrix}$

$$\Rightarrow a + b = \begin{pmatrix} 4-2 \\ 3+0 \\ 2+5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 7 \end{pmatrix}$$

$$a - c = \begin{pmatrix} 4-7 \\ 3-8 \\ 2+9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ -5 \\ 11 \end{pmatrix}$$

$$a - b + c = \begin{pmatrix} 4+2+7 \\ 3-0+8 \\ 2-5-9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 13 \\ 11 \\ -12 \end{pmatrix}$$

$$a + a = \begin{pmatrix} 4+4 \\ 3+3 \\ 2+2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ 6 \\ 4 \end{pmatrix} = 2 \cdot a$$

دا وروستنی بیلګه د وکتورونو د ځلولو لپاره ده چی له ګڼونو سره ځل شوي (s– ځلون یا · ضربونه) یعنی د سکالار سره ځلونه :

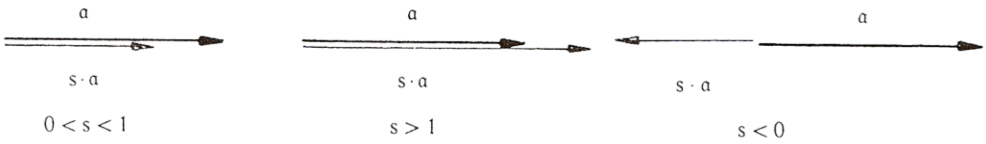
تعریف : وي دې s یو ریل ګڼ (سکالار هم نومیږي) **a** یو وکتور. نو s.**a** = **a**.s هغه وکتور لاس ته راکوي ، چی همغه لور ولري لکه **a** او s –واره اوږدوالی ولري. وکتور **a** له s سره ځلیږي، که د وکتور هر کومپوننت د s سره ځل شي:

په هوا کې $s \cdot a = \begin{pmatrix} s \cdot a_x \\ s \cdot a_y \\ s \cdot a_z \end{pmatrix}$ ، په هواره کې $s \cdot a = \begin{pmatrix} s \cdot a_x \\ s \cdot a_y \end{pmatrix}$

$$a = \begin{pmatrix} 5 \\ 7 \\ 9 \end{pmatrix}; \quad s_1 = 4; \quad s_2 = -0,5$$

$$\Rightarrow s_1 \cdot a = \begin{pmatrix} 4 \cdot 5 \\ 4 \cdot 7 \\ 4 \cdot 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 20 \\ 28 \\ 36 \end{pmatrix}; \quad s_2 \cdot a = \begin{pmatrix} -0,5 \cdot 5 \\ -0,5 \cdot 7 \\ -0,5 \cdot 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2,5 \\ -3,5 \\ -4,5 \end{pmatrix}$$

هندسي د یوه وکتور ځلونه د یوه رییلګڼ سره د هغه وکتور منځنی غزونه ده د ځلوونی یا فاکتور s په اندازه. د وکتور پیلتهګی د کربنمنځ یا غزونمنځ دی.
دلته د $|s| > 1$ سره وکتور اوږدیږي یا غزیږي» او د $|s| < 1$ سره وکتور لنډیږي.
د $|s| = 1$ لپاره د وکتور ارزښت تغیر نه خوري. که $s < 0$ وي، نو د وکتور لور راپه ختې کیږي یا راګرځي یا برعکس کیږي.



خیره ۳۰۱: د وکتورa ځلونه د یوه رئیل ګڼ s سره.

که $s = 0$ وي ، نو $s.\mathbf{a}$ صفر وکتور **0** دی .

جمله :په ټوله توګه یا مجموعه کی د سکالار سره د وکتور ځلونو لپاره ل اندي شمیر قاعدي باور لري:

$$|s.\mathbf{a}| = |s|.|\mathbf{a}|$$
$$(s_1 + s_2).\mathbf{a} = s_1.\mathbf{a} + s_2.\mathbf{a}$$
$$s.(\mathbf{a} + \mathbf{b}) = s.\mathbf{a} + s.\mathbf{b}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

بیلګي:

$$\textbf{1.}\quad \left|-3\cdot\begin{pmatrix}3\\4\\5\end{pmatrix}\right| = \left|\begin{matrix}-9\\-12\\-15\end{matrix}\right| \approx 21{,}21$$

$$\left|-3\cdot\begin{pmatrix}3\\4\\5\end{pmatrix}\right| = |-3|\cdot\left|\begin{pmatrix}3\\4\\5\end{pmatrix}\right| = 3\cdot\sqrt{50}\approx 21{,}21$$

$$\textbf{2.}\quad (4-6)\begin{pmatrix}-3\\7\end{pmatrix} = (-2)\begin{pmatrix}-3\\7\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}6\\-14\end{pmatrix}$$

$$(4-6)\cdot\begin{pmatrix}-3\\7\end{pmatrix} = 4\cdot\begin{pmatrix}-3\\7\end{pmatrix} - 6\cdot\begin{pmatrix}-3\\7\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-12\\28\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}-18\\42\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}6\\-14\end{pmatrix}$$

$$\textbf{3.}\quad 3\cdot\left[\begin{pmatrix}5\\-3\\11\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}-2\\6\\8\end{pmatrix}\right] = 3\begin{pmatrix}7\\-9\\3\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}21\\-27\\9\end{pmatrix}$$

$$3\cdot\left[\begin{pmatrix}5\\-3\\11\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}-2\\6\\8\end{pmatrix}\right] = 3\cdot\begin{pmatrix}5\\-3\\11\end{pmatrix} - 3\cdot\begin{pmatrix}-2\\6\\8\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}15\\-9\\33\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}-6\\18\\24\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}21\\-27\\9\end{pmatrix}$$

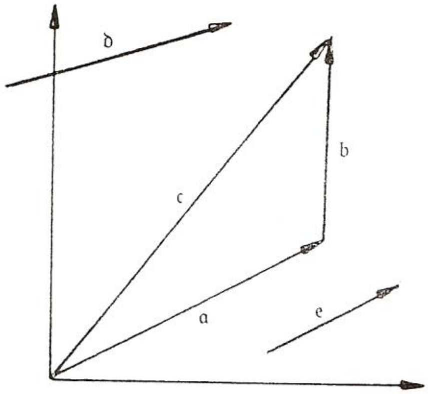
که یو وکتور د بل وکتور زیاتواره په څیر انځور کړی شي، نو دواړه وکتورونه لاینی بلواك بلل کیږي، په غیر له دې لاین خپلواك بلل کیږي.
ټیك په لاندې توګه افده کیږي:

تعریف: دوه وکتورونه **a** او **b** لاینی بلواك دي، که چیرې (یواځنی ټاکلی) ریلګڼې s (سکالار) موجود وي د کوم لپاره چې **s.a = b** باور ولري.
دا وکتورونه لاینخپلواك دي، که انځورونه **s.a = b** د هیڅکوم رییل ګڼې s لپاره ممکنه نه وي.

په هواره (R^2) کی تل دري وکتورونه لائني بلواك دي. په هوا (R^3) کی تل ۴ وکتورونه لاینبلواك دي. په هواره زیات تر زیاته ۲ او په هوا کی زیات تر زیات

(c) ketabton.com: The Digital Library

دري وکتورونه لاينيخپلواك کيدی شي.



خيره ۳۰۲

لايني بلواك وکتورونه	لايني خپلواك وکتورونه د بيلگی پو توگه
{a , e}	{a , b}
{a , b , c}	{b , c}
{a , c , d}	{e , d}

بيلگي:

۱ – وکتورونه $a = \begin{pmatrix} -3 \\ 6 \\ 11 \end{pmatrix}$ او $b = \begin{pmatrix} 6 \\ -12 \\ -22 \end{pmatrix}$ لايني بلواك دې ، ځکه چی

$$s.\begin{pmatrix} -3 \\ 6 \\ 11 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ -12 \\ -22 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{matrix} -3.s = 6 \\ 6.s = -12 \\ 11.s = -22 \end{matrix} \Leftrightarrow \begin{matrix} s = -2 \\ s = -2 \\ s = -2 \end{matrix}$$

۲ – په ځتې يا برعکس، وکتورونه $a = \begin{pmatrix} -4 \\ 6 \\ 8 \end{pmatrix}$ او $b = \begin{pmatrix} 10 \\ 15 \\ 20 \end{pmatrix}$ لاينيخپلواك دی، ځکه چی :

$$s.\begin{pmatrix} -4 \\ 6 \\ 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 \\ 15 \\ 20 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{matrix} -4.s = 10 \\ 6.s = 15 \\ 8.s = 20 \end{matrix} \Leftrightarrow \begin{matrix} s = -2,5 \\ s = 2,5 \\ s = 2,5 \end{matrix}$$

گورو، چی دلته سره گډ يا مساوي s نه شي پيداکيدی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د وکتورونو لاېني خپلواکوالي او لاېني بلواکوالی په هواره او هوا کي د وکتورونو انځورونو لپاره په کارول کیدي شي:

لکه څنګه چی ټکی په کواوردیناتو کی تعریفیږي چی خپل واټن له محور څخه بیانوي، نو همداسی کیدی شي چی وکتورونه ، ځانونه، په خوښه داسی وکتورونو روښانه یا بیان کړي، چی ځغاستلور یی یو ددې کواوردیناتو محور وي..

تعریف:

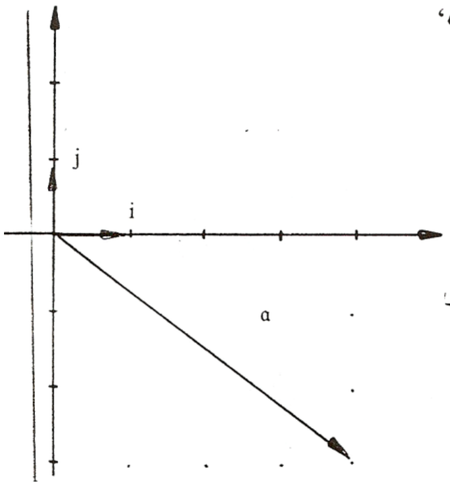
وکتورونه : $i=\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}$ او $j=\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$ په هواره کي، همداسی

وکتورونه $i=\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}$ او $j=\begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix}$ په هوا کي او $k=\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}$

بنسټ وکتورونه بلل کیږي. دا مثبتمحور لو په ګوته کوي او ددې لپاره باور لري:

$$|\mathbf{i}| = |\mathbf{j}| = |\mathbf{k}| = 1$$

هر وکتور کیدی چی په هواره کی له i او j او په هوا کي د i , j او k وکتورونو په نامه لاېني کمبیناشن په څیر د بنسټ وکتورونو څخه انځور کړی شي.



خیره ۳۰۳

بیلګي:

$$a=\begin{pmatrix}4\\-3\end{pmatrix}=4\cdot\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}-3\cdot\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}=4\cdot i-3\cdot j=4\cdot i+(-3)\cdot j$$

$$b=\begin{pmatrix}-3\\11\\6\end{pmatrix}=-3\cdot\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}+11\cdot\begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix}+6\cdot\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}=-3i+11j+6k$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

په پای کی یو نظر په الجبري جوړښت، چی وکتورونه یی د زیاتون او کمون په بنسټ او د ریيلګڼونو سره څلونی له لاري لري:

د ټولو وکتورونو ډیری V په هواره کی (همدا ډول په هوا کی) د زیاتون په نسبت یو زیاتون کموتاتیو ګروپ جوړوي (د ګروپ تعریف وروسته)، ځکه چی لرو :

اول – $a + b \in V$ د ټولو b, a لپاره، چی له V وي، رابندیدنه

دوم – $(a + b) + c = a + (b + c)$ د ټولو c, b, a لپاره، چی له V وي اسوشیاتیو قانون

دریم – $0 + a = a + 0$ صفر وکتور 0 ناپییلی توکی دی

څلورم – $a + (-a) = (-a) + a = 0$ هر وکتور ته یو په څټ وکتور یعني مخامخ وکتور موجود دی

پنځم – $a + b = b + a$ د ټولو a, b لپاره، چی له V وي. کموتاتیو قانون

برسیره پر دې د څلوونی لپاره د یوه ریل ګڼ سره باور لري:

شپږم – $s. a \in V$ د ټولو a لپاره ، چی له V وي

اووم – $1 . a = a$ د ټولو a لپاره، چی له V وي

اتم – $(m+n) . a = m.a + na$ د ټولو ریيلګڼون m او n لپاره او هر وکتور a لپاره ، چی له V وي.

نهم – $m.(a + b) = m. a + n.b$ د ټولو وکتورونو a او b لپاره چي له V وي او هر ریيل ګڼ m لپاره.

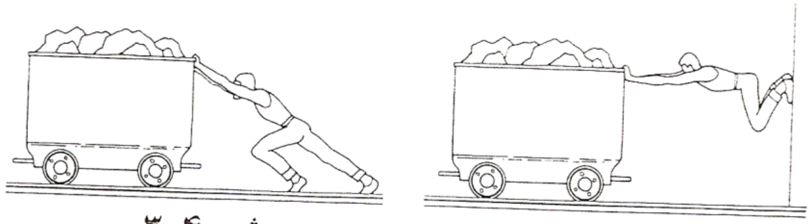
په ټولګیزه توګه یو داسی جوړښتخویونه د وکتورهوایا ٠ فضا تر نامه یادیږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

سکالار څل

وکتورونهٔ لکه چې ومو لیدل٬کیدی شي چې سره زیات شي او یا د یوه ریبلګڼ سره څل شي . کیدی شي، چې وکتورونه یو له بل سره هم څل کړی شي؟
دا حتی په دوه توپیریدونکو ډولونو ممکن دی . یو واریانت یو د یوې لوي په توګه، بیرته یو وکتورهوا جوړوي(د مخه لوستل شوی دی)، بل یی د یوې لوي په توګه سکالار لاس ته راکوي، چې دا یواځې ارزښت لري او لور نه لري.

پیلبیلګه :
په پخوا وختونو کی د سکرو د کانو واګونونه په لاس راکښل کیده. دلته دا پوښتنه رامنځ ته کیږي، چې ولی کارګر واګون مخته راکښوده او په همدې توګه ټیلواهه، ددې لپاره چې موټر سم پورته کړي؟



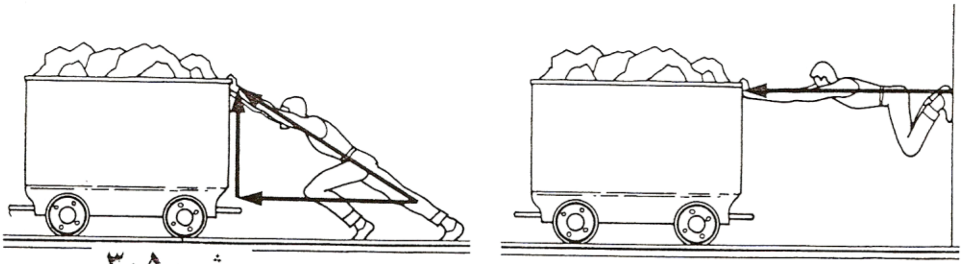
خیره ۳۰۴

ددې پوښتنی سره موږ د دوه وکتوري لویو سره سر او کا رلرو: زور او لار، چې د هغو څل په فزيك کی «کار» بلل کیږي. هغه زور چې واګون په حرکت کی راولی، باید د واګون په لور واچول شي یا د واګون په لور تاثیر وکړي. یو په پورته لور اچولی زور کړی شي چې واګون پورته کړي. هر مایل تاثیر کوونکی زور کیدی شي د وکتور زیاتون قانون له لارې په یوه واګون سره غبرګ او بل په دې ولاړ زور ټوټه کړي یا تجزیه کړي. یواځې پروت زور واګون د مخ لور ته

(c) ketabton.com: The Digital Library

په حرکت راولي. په دې توګه واردونکی زور او مؤثر زور په ټولیزه توګه همغه یو زور نه دی. دا د دې پوښتنې ځواب هم دې، چې ولي کارګر د مخ لور ته تکیه وهي.: هغه رسي چې د هغې له لارې زور اچول کیږي، نزدې ځمکې سره غبرګه ځغلي (= لار) ، (نزدې د متې ټول زور کیدی شي مؤثر واقع شي. هر څومره چې کونج د ځمکې او رسی ترمنځ مایل وي، همغومره زیات زور بې تاثیره پاتې کیږي.

دا په کار اچولی زور ، په دوه یو په بل ولاړو کمپوننتو (زورونو) ټوټه کیدل یو ولاړکونجیز دریګوډی جوړوي، دا لار سره غبرګ زور د $F.\cos\alpha$ په څیر لاس ته راځي . کار $W = F.s.\cos\alpha$ پخپله په برخلاف د جوړښتلوی زور او لار – لور نه لري، بلکه یواځې ارزښت لري:
دا یو سکالار دی.



څیره ۳۰۵

تعریف:
د دوه وکتورونو **a** او **b** یو **a . b** سکالار ځل لاندي(ویل کیږي **a** ځل **b**) یو یواځنی ریل ګڼ پوهیدل کیږی ،

$$\mathbf{a}.\mathbf{b} = |\mathbf{a}||\mathbf{b}|\ .\cos\alpha = a.b.\ \cos\alpha$$

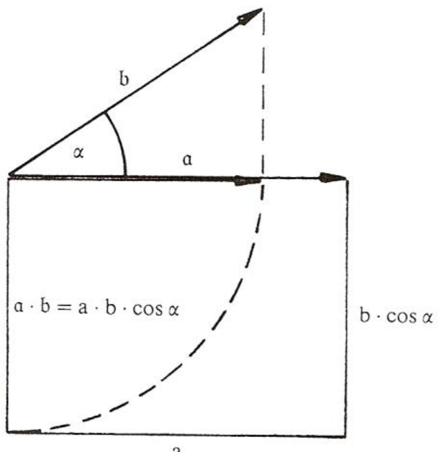
(c) ketabton.com: The Digital Library

دلته کونج α د **a** او **b** وکتورونو ترمنځ کونج دی .

هندسي سکالار ځل د یوه ولاړکونجیز هوارمتن دی یا هواره ده د اړخونو او $b.\cos\alpha$ سره (د **b** پریوستون په **a**). داسی یوه هواره هلته موجود ده، که له دې وکتورونو هیڅ یو هم د صفر اوږدوالی ونه لري او یا $\cos\alpha \neq 0$ ، یعني $\alpha \neq 90°$ ده.

د **b** ولاړ پریوستون په **a** کله کله په α سره ښول کیږي: $b_a = b.\cos\alpha$

$$\mathbf{a.b} = a.b_a$$



خیره ۳۰۶

جمله: د دوه وکتورونو $\mathbf{a} \neq 0$ او $\mathbf{b} \neq \mathbf{0}$ سکالار ځل هلته او هلته صفر دی، کله چې دواړه یو په بل ولاړ وي:

$$\mathbf{a . b = 0} \quad <=> \quad \mathbf{a \perp b}$$

بیلګه:

د یوه ولاړکونجیز کواوردینات سیستم (Orthono - rmalbasis اورتونورمالبنسټ) یو په بل نیغ ولاړ دي. له دې امله له دوه مختلفو وکتورونو ځل صفر دی او د یوه بنسټوکتور سکالار ځل د ځان سته تل ۱ دی :

$$\mathbf{i.i = j.j = k.k} = 1 \quad \text{او} \quad \mathbf{i.j = j.k = k.i = 0}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د د زیاتون څخه په بل ډول، د وکتورډیری نسبت و سکالار ځل ته ترلی یا رابند نه دی . د سکالار ځل د په خوښه وکتورونو ځل د هغه ډیري څخه راوباسی، چی عملیه په کی اجرا کیږي، دا په دې مان چی دا نتیجه بیرته وکتور نه دی یعنی د وکتو په ډیري کی هم نه دی پروت. دلته اسوشیاتیو قانون هم باور نه لري:

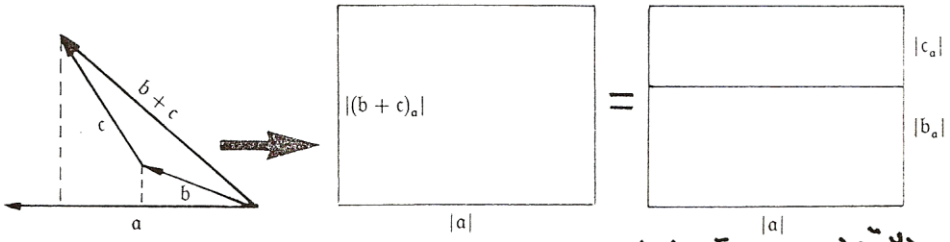
$$a.(b.c) = a.|b|.|c| \cos(b.c)$$

د a یو زیتځله دی او په ښي : $(a.b).c = |a|.|b|.\cos(a.b).c$ د c یو زیاتځل دی.

سره له دې هم باورلري:

سکالار ځل کموتاتیو دی :	$a.b = b.a$
او وکتور زیاتون ته دیستریبوتیو دی.	$a.(b+c) = a.b+a.c$

څیره ۳۰۷



Das Distributivgesetz $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$ دستوبیوتیو قانون :

کموتاتیو قانون په کمپوننتوانځورونو له لاري او بنسټ وکتورونو له لارې ساده ښوول یا ثابت کیدی شي. د بیلګي په توګه په هواره کی :

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$a \cdot b = (a_x \cdot i + a_y \cdot j) \cdot (b_x \cdot i + b_y \cdot j)$$
$$a \cdot b = a_x i \cdot b_x i + a_y j \cdot b_x i + a_x i \cdot b_y j + a_y j \cdot b_y j$$
$$a \cdot b = a_x b_x i \cdot i + a_y b_x j \cdot i + a_x b_y i \cdot j + a_y b_y j \cdot j$$
$$a \cdot b = a_x b_x \cdot 1 + a_y b_x \cdot 0 + a_x b_y \cdot 0 + a_y b_y \cdot 1$$
$$a \cdot b = a_x b_x + a_y b_y$$
$$a \cdot b = b_x a_x + b_y a_y = b \cdot a$$

په ورته ډول دا د دري او زيات كمپوننتوكتورنو لپاره هم ښوول كيدي شي:

تعريف : د سكالار ځل د كمپوننت انځورونى لپاره باور لري:

$$a \cdot b = \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \end{pmatrix}\begin{pmatrix} a_y \\ b_y \end{pmatrix} = a_x a_y + b_x b_y \quad \text{bzw.} \quad a \cdot b = \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{pmatrix}\begin{pmatrix} b_x \\ b_y \\ b_z \end{pmatrix} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z.$$

همداسی

د **a** او **b** ترمځ كونج په لاندې ډول تاكل كيږي:

$$\cos\alpha = \frac{a \cdot b}{|a| \cdot |b|}.$$

د---

ردوه وكتورونو ترمنځ رابند كونج α شميرنه د تير مخ مساواتو څخه لاس ته راځي بيلګي:

1. $a = \begin{pmatrix} -3 \\ 5 \end{pmatrix}; \quad b = \begin{pmatrix} 10 \\ 6 \end{pmatrix} \Rightarrow a \cdot b = (-3) \cdot 10 + 5 \cdot 6 = 0$

also auch $\cos\alpha = \dfrac{0}{\sqrt{(9+25)} \cdot \sqrt{(100+36)}} = 0 \Rightarrow \alpha = 90°$

2. $a = \begin{pmatrix} 9 \\ 3 \end{pmatrix}; \quad b = \begin{pmatrix} 2 \\ -5 \end{pmatrix} \Rightarrow |a| = a = \sqrt{81+9} = \sqrt{90}; \quad |b| = b = \sqrt{4+25} = \sqrt{29}$

$$a \cdot b = 9 \cdot 2 + 3 \cdot (-5) = 18 - 15 = 3 \Rightarrow \cos\alpha = \frac{3}{\sqrt{90} \cdot \sqrt{29}} \approx 0{,}05872 \Rightarrow \alpha \approx 86{,}63°$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

وکتورځل

پیبیلګه:
که چیرې په یوه سوري جام کي اوبه واچوی او بیا سوری خلاس کړی او یا که چیرې تاسو یو لاسمینځي یا لمباڼدنه ډك کړی وي، نو که چیرې اوبه بندی راوباسی اوبه په ښیلوریز څرخون ډوله حرکت له سوري وځي .
دا داوبو تویدل د دروند ورن په ذریعه منځ ته راځي ، په ښي لور څرخیدنه اوبه د کوریولیسزور Corioliskraft له لارې منځ ته راځي. دا د کشولو زور په حرکت کوونکي سیستم کی باید وکتل شي یا تر نظر لاندې وي، او دا د ځمکی په ځانڅرخون له لارې کتل کیدیشي.

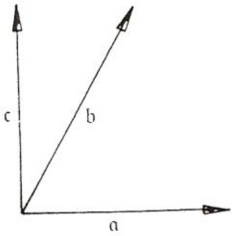
د دوه وکتوري لویو یو بل باندې تاثیر له امله (حرکت یا خوزیدنه د دروندزور په بنسټ او د ځمکی څرخون له امله خوزیدنه یا حرکت) یوه بله لویه ، چیدا هم وکتوري لویه ده منځ ته راځي. د دریواړه، د لور له امله ، په یواځنی ګڼاړیکو کی سره پرتی دي، او او د دریمی ارزښت کیدی شي د نورو دوهو ارزښتونو لاس ته راوړو. په ټولیزه توګه باور لري:

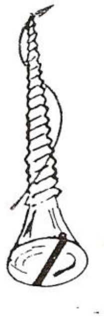
تعریف :
د وکتورځل $a \times b$ لاندې (a اټیران b) یو وکتور پوهیږو، چی لاندې خویونه ولري
اول . دا وکتوردریګوني a,b,c په لړیپرلپسی یو ښی سیستم جوړوي
دوم. وکتور c په وکتورونو a او b نیغ ولاړدی، یعنی په هغی هواره هم چی د دوه وکتورونه په کی پراته دي.

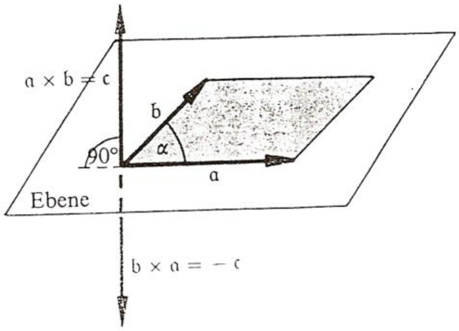
(c) ketabton.com: The Digital Library

دریم. د وکتور **c** ارزښت د **a** او **b** څخه جوړ غبرګ اړخیز سره مساوي دی

$$|\mathbf{a}\times\mathbf{b}| = |\mathbf{a}|.|\mathbf{b}| \,.\, \sin(\mathbf{a};\mathbf{b}) = a.b.\sin\alpha$$







خیره ۳۰۸ : یو ښی سیستم کیدی شي، چی د پیچیمیخ له لارې وښوول شي:

که پیچیمیخ له **a** و **b** ته وڅرخول شي، نو میخ د **c** په لور خوزي یا حرکت کوي

خیره ۳۰۹

خیره ۳۰۹ : وکتور ځل او هندسي اهمیت یی

پس که د وکتور وکتور ځل صفر وکتور وي ، نو یا یو له دې دواړو وکتورونو صفروکتور دی او یا دواړه سره غبرګ پراته دي(دا په دې مانا، چی $\alpha = 0$ او یا $\alpha = 180°$)

جمله: وکتور **c** د دیترمینانت په مرسته د وکتورونو **a** او **b** د کمپوننتو له لارې لاس ته راوړ کیدي شي

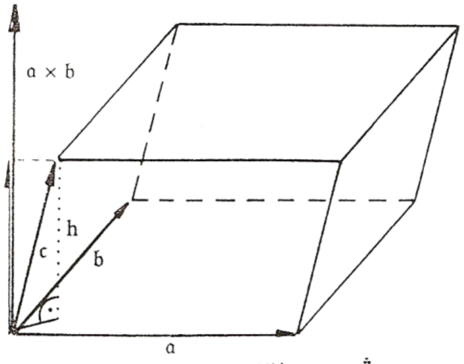
$$c = a \times b = \begin{vmatrix} i & a_x & b_x \\ j & a_y & b_y \\ k & a_z & b_z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix}$$

$$c = a \times b = (a_y\, b_z - b_y\, a_z)\, i + (a_z\, b_x - b_z\, a_x)\, j + (a_x\, b_y - b_x\, a_y)\, k$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

شپاتځل Spatprodukt یا غبرګهواریزي ځل

د وکتورځلونه ارزښت هغه غبرګهواریزې هواره ده، کومه چی له دواړو وکتورونو غزیږي. یو دریخوایز یا دریدمینزیونال وینه و غبرهواریز ته شپات یا بیرته همغه شپږهواریز وایي (دا د مخه لوستل شوی) دا کیدی شي، چی له درې وکتورونو څخه غزیدلی فکر ته راوړل شي. د دې ډکی داسی شمیرل کیږي، چی بنسټهواره د جګي سره ځل کړای شي. دا جګي د c ولاړ پریوستون دی، په $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$. یو هندسي بدنیز Stereometrische اوبی یا حل له دې امله د c او $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$ د سکالارځل له لارې لاس ته راوړ لکیږي.



څیره ۳۱۰

تعریف :
د وکتورونو **a , b** او **c** څخه غزیدلی شپات یا غبرګهواریز (Parallelepiped) ډکی دلاندې ځل څخه شمیرل کیږي:

$$V_{Spat} = (\mathbf{a} \times \mathbf{b}) \,.\, \mathbf{c}$$

دا غبرګهواریزځل مثبت دی، که وکتورونه **a ,b , c** په دې ترتیب یو لړیپرلسی ښی سیستم جوړ کړي، په غیر له دې بیا منفی دی.

تر هغی ، چی بنسټهواره د یوه وکتور له لارې ځان ښای یا ښوول کیږي یا ځان څرګندوي، نو دا ډکي یو سکالار دی .
په ادبیاتو کی دا د ځل اټیران نخښه ، چی په نوکانو کی نیول شوې، زیات وخت نه

(c) ketabton.com: The Digital Library

یکل کیږي، یعنی لیکو: $(a\times b)\cdot c = a.b.c$ ، غبرکهواریزخل شمیرنه د
:یترمینانت شمیرنی له لور صورت نیسي:

$$(a\times b)\cdot c=\begin{vmatrix} i & j & k \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix}\cdot\begin{pmatrix} c_x \\ c_y \\ c_z \end{pmatrix}$$

$$(a\times b)\cdot c=\begin{vmatrix} c_x & c_y & c_z \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix}=\begin{vmatrix} a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \\ c_x & c_y & c_z \end{vmatrix}=\begin{vmatrix} a_x & b_x & c_x \\ a_y & b_y & c_y \\ a_z & b_z & c_z \end{vmatrix}$$

داچی دا اتیرانخل لکه د مخه مو چی وویل د بنستیوکتوررونو د لاینی کومبینیشن په څیر انځوریدلی شي، دا بیرته په یوه له دي کمپوننتو، کومی چی له صفر تریپیر لري.

بیلګه:

د هغه غبرګهواریز ډکی څومره لوي دی، چی دد لاندې وکتوررونو څخه غزیدلی وي؟

$$a=\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix};\quad b=\begin{pmatrix} -1 \\ -2 \\ -3 \end{pmatrix}$$ او $$c=\begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix}$$ aufgespannt wird? له دې چې غزیږي

$$abc=\begin{vmatrix} 2 & -1 & 4 \\ 0 & -2 & 5 \\ 3 & -3 & 6 \end{vmatrix}=\begin{vmatrix} 2 & 0 & 3 \\ -1 & -2 & -3 \\ 4 & 5 & 6 \end{vmatrix}=\begin{vmatrix} 2 & 0 & 3 & 2 & 0 \\ -1 & -2 & -3 & -1 & -2 \\ 4 & 5 & 6 & 4 & 5 \end{vmatrix}$$

$$abc = 2\cdot(-2)\cdot 6 + 0\cdot(-3)\cdot 4 + 3\cdot(-1)\cdot 5 - 3\cdot(-2)\cdot 4 - 2\cdot(-3)\cdot 5 - 0\cdot(-1)\cdot 6$$

$$abc = -24 + 0 - 15 + 24 + 30 - 0 = 15$$

غبرګهواریز نو ډکی 15 V.E لري (یعنی ۱۵ (V,E) ډکیبوونونه یا –واحدنه)

تمرینونه

۱ – دواړه وکتوررونه $a=\begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$ او $b=\begin{pmatrix} -2 \\ 5 \end{pmatrix}$ ورکړشوي دي. په یوه کواوردیناتسیستم کی دا لاندې رسم کړی

(c) ketabton.com: The Digital Library

رسم کړی .

a) a + 3b , b) 0.5a - 3b , c) 2(a + b)

او په هروار یی نتیجه د کمپوننت په ډول ورکړی؟

۱ – په هوا یا فضا کی ټکی B(2|-1|4) .A(1|2|3) , O(0|0|0) او C(-5|7|9) ورکړ شوي دي، لاندې وکتورونه په کمپوننت لیکدود څه نومیږي یا څه ډول دي؟

a) $\overrightarrow{OA}$ b) $\overrightarrow{BC}$ c) $\overrightarrow{AC}$

d) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$ e) $\overrightarrow{AO} - \overrightarrow{BC}$ f) $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD}$

د دې وکتورونو ارزښتونه څومره لوي دي؟

۲ – که په یوه هواره کی دوه وکتورونه a او b لایني خپلواك وي، نو هر بل د دې هوارې وکتور د دې دوه وکتورونو a او b د لایني کمبینیشن په څیر انځوریدلی شي. a او b بنسټ جوړوي.

وکتور c د مساوات $c = k_1a + k_2b$ له لارې د لایني کمبینیشن په څیر د ریپلو ګڼونو k_1 او k_2 سره انځور کړی. له دې دوه مساوات د k_1 او k_2 ناپیژندونکو سره جوړ کړی. (د دې لپاره دې زما د شیمرپوهنی کتاب وکتل شي)

$$a = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}; \quad b = \begin{pmatrix} -5 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$a)\ c = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix} \qquad b)\ c = \begin{pmatrix} -2 \\ -3 \end{pmatrix} \qquad c)\ c = \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \end{pmatrix}$$

۴ – وي دي : $a = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$ او $b = \begin{pmatrix} -5 \\ 12 \end{pmatrix}$ ، وشمیری:

a) a.b b) -a.b c) a.a d) b.b

e) a.(b.a) f) a.(b.a).a

او د دواړو وکتورنو ترمنځ کونج.

(c) ketabton.com: The Digital Library

۵ – کونجونه $\alpha = w(a,b)$, $\beta = w(b,c)$, $\gamma = w(a,c)$ د وکتورونو

$$a = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}, b = \begin{pmatrix} -1 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix}, \quad c = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix}$$

لپاره وټاکی/:.

۶ – د تریګونومتري یا کونجکچ د کوساین جمله، لکه د مخه مو چی لوستلی د سکالارځل په مرسته وشمیری.

۷ – د تالس جمله، چی د مخه مو لوستلی د سکالارځل په مرسته وشمیری:

۸ – په خوښه دریګوډي ABC لپاره د پیتاګوراس جمله او د هغی په ځت وشمیری:

$$\overrightarrow{AC} \perp \overrightarrow{BC} \iff |\overrightarrow{AB}|^2 = |\overrightarrow{AC}|^2 + |\overrightarrow{BC}|^2$$

۹ – د مختنه لوستل شوو کاتیت جمله او جګجمله وکتوري وښایی.

۱۰ – د یوه په خوښه غبرګهواریز ABCD لپاره وشمیری:

۱۱ – الف) د غبرګ اپیپت یا غبرګهواریز ډکي وشمیری، چی له

وکتورونو $b = 3$, $a = 1$ او $c = -2$ څخه غزیدلی وي.

ب) دا څه مانا لري ، که وي : $(a \times b) \cdot c = 0$ ؟

پ) د یوې بیلګي په مرسته وښایي، چی اتیرانځل اسوځیاتیو نه دی.

ت) د وکتورونو $b = 0$, $a = 2$ او $c = k. 4$ له لاري یو غبرګ

اپیپت ورکړ شوی دی، چی ډکی یی ۸ یوونونه دی. k به څومره لویه وي؟

۱۲ – یوه سپورتي الوتکه د 250 km/h په سرعت د N60°O په لور الوځي.
سملاسی له جنوب څخه باد لېږېږي. دا باد یو د 75 km /h سرعت لري او دا

(c) ketabton.com: The Digital Library

الوتکه له پیللاري اړوي. دا نوې الوتللور وټاکی او د الوتکې نوی سرعت!

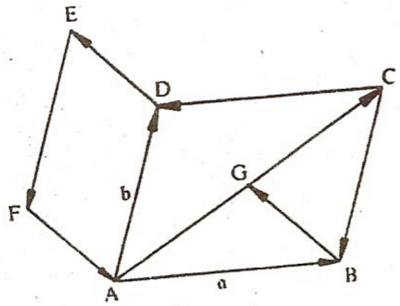
۱۳ – د وکتورونو a او b لپاره کله لاندې اړیکی باورلري ؟

a) |a + b| < | a | + | b | ,   b) | a + b | = | a | + | b |

۱۴ – لاندېوکتورونه ورکړشوي دي:

$a = \begin{pmatrix} -6 \\ 4 \end{pmatrix}$; $b = \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix}$; $c = \begin{pmatrix} 9 \\ -6 \end{pmatrix}$; $d = \begin{pmatrix} -45 \\ 30 \end{pmatrix}$; $e = \begin{pmatrix} 20 \\ 4 \end{pmatrix}$; $f = \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \end{pmatrix}$; $g = \begin{pmatrix} -2,5 \\ -0,5 \end{pmatrix}$

وکتورونه c تر g (که ممکن وي) د وکتورونو a یا b د ډیرواره په څیر انځور کړی.



۱۵ – ناټاکلی وکتورونه د a او b د وکتورونو لاینې کمبینیشن په څیر انځور کړی. (څیره)

۱۶ – یو دریګوډی ABC په

$a = \begin{pmatrix} 6 \\ 3 \end{pmatrix}, b = \begin{pmatrix} -3 \\ -1 \end{pmatrix}, c = \begin{pmatrix} 0 \\ -5 \end{pmatrix}.$

سره ورکړ شوی دی. داړخ اوږدوالی او دننني کوجونه وشمیر ی.

۱۷ – په یوه څلورګوډي کی دی $a = \begin{pmatrix} 6 \\ 1 \end{pmatrix}, b = \begin{pmatrix} 2 \\ 8 \end{pmatrix}.$

$c = \begin{pmatrix} -3 \\ 5 \end{pmatrix}$ und او $d = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix}$

د نیمی اوږدوالی وشمیری او د هغی غوڅکونج ($\leq 90°$)

۱۸ – یوه کیښتی د ټکی O څخه د $r = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix}$ په لور خوزیږي یا حرکت کوي،

دا کیښتی تکلور دی، باد د $w = \begin{pmatrix} -1 \\ -4 \end{pmatrix}$ په لور لېږيږي.

الف) د بادزور F_|_ برخه څومره لویه ده، چی په زیګل باندې ولاړ پریوزي.

یا تاثیر کوي؟ دا زور کومه لور لري؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب) د F برخزور له F_|_ څخه څومره لوي دي، ك ومه چې کیښتی د مخ په لور بیایي؟

۱۹ – یو بار، چې ۱۰۰۰۰ نیوټونه دی د دوه مائلو ستنو سره نیول شوی. جوړښت یی یو مساوي پښیز دریکوڼی جوړوي ، د بنسټ ۶ متره سره او د پښی اوږدوالی (د ستنی اوږدوالی) ۵ متره دی.

الف د وشن زور په ضواړو ستنو څنګه تاثیر اچوي؟

ب) د دې برخه زور ولاړ او پراته کمپوننتونه څومره لوي دي؟

۲۰ –د وکتورv کواوردینات و اورتوګونالبنستهونو$\begin{pmatrix}4\\5\end{pmatrix}$ او$\begin{pmatrix}5\\8\end{pmatrix}$ ته وشمیری، که $|v| = 5$ وي او v د وکتور$\begin{pmatrix}1\\5\end{pmatrix}$ سره یو د 55° کونج جوړ کړي.

۲۱ – وي دې $a + b + c = v$. وشمیری : $a.d + b.v + c.d$

۲۲ – د څلور ټکو A, B, C, D او همداسی E, F, G, H سره یو غبرګ اړخیز ورکړشوی دی. د لاندېې ورکړنو یا شرطونو سره د هغو هواري وشمیری

a) $A = (0 | 6 | 0)$, $B = (8|4|0)$, $C = (6|16|0)$

b) $E = 1,5|2,5|3,5)$, $F = (0.5|0|2,5)$, $G = (1 | 0,5| 4,5$

هغه تراوسه ورك یا نامعلوم ټکی (D همداسی H) چیرته پروت دی؟

۲۳ –اهرام د بنسټ هوارې د کونجونو

$A = (1|0|2)$, $B = (3|3|7) =$, $C = (4|2|12)$, $D =(2| - 1| 7)$

سره کوم ډکی لري، چې څوکه یی $S =(2 |4 |15)$ وي؟

لارښودنه: لمړی خپل ځان وپوهوي، چې آیا کونجونه ریښتیا په یوه هواره کی پراته دي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

تجار تي شميرنه

ځاننيونيز يا متناسب او په څټ ياچپه ځاننيونيز يامتناسب بلواك (فنكشنونه)، دربقضيه

په ورځني ژوند کی دې ته اړتيا پيښيږي چی ورکړ شوې لويی (يا ډيروالي) يو د بل سره انډول (مقايسه) کړای شي. د بيلگي په توگه د ځپليو لويوالی د ځمکی ارزښت، د مياشتني معاش يو د بل سره انډول. د دوه داسی گڼونو a او b د انډول لپاره په زيات وخت کي کمون a - b کفايت کوي. دلته نو بيا د دې دوه گڼونو a اوb له توپير څخه غږيږو. په ډيرو وختونو کی دا بسيا (کفايت) نه کوي چي د دوه گڼونو کمون د هغوله توپير ځخه لاس ته راوړو.

پيلبيلگه:

دوه پټي يو $1800\ m^2$ اوبل $2000\ m^2$ يو له بل $200\ m^2$ توپير لري. دا د پټيو لويووالی که $400\ m^2$ او $600\ m^2$ وي، نو ترمنځ کمون هم همدا دی. څه به ووايو که د دواړو ځمکو ويش د يوه ميراث ويش وي؟

هر ځل به دا يو $200\ m^2$ ډيره لاس ته راولي نسبت و دې بل ته. گورو چی په دوم ويش کی $400m^2/600m^2$ د لمړي ميراثخور لپاره تاوان نسبت و لمړي ويش $1800m^2/2000m^2$ ته زيات دی.

دا په دې مانا، چی که هرځومره ځمکه لويه وي نو په همغه اندازه د دواړو ميراثخورو ترمنځ توپير کميږي.

دا مختته پرته بيلگه ښايی، چي په داسی حالتونو کي دانډول لويي يو بل سره په تناسب يا ځاننيونه کی راوستل کيدي شي

(c) ketabton.com: The Digital Library

تعریف: که a او b دوه له صفر مختلفی لویي یا کمیتونه وي، نو a / b ویش یا a: b د a تناسب یا ځانیونه وb ته بلل کیږي.

بیلګه: ۱ – د ځمکو $400m^2$ او $600m^2$ لویوالی یو بل سره 400/600 = 0,6 = 2/3 تناسب جوړوي یا یو بل سره ځانیسي. دا کوچنی ځمکه (پټی) د لوي پټي 66,6% جوړوي.

۲ – د پټیو $1800m^2$ او $2000m^2$ لویوالی یو بل سره په

1800/2000=0,9=9/10

تناسب یا ځاننیونه کی پراته دي. دا کوچنی پټی د لوي پټي 90% جوړوي.

۳ – د مودل ګاډي TT لاین (لیکو یا پټلیو) او الماني ګاډو د لیکو یا پټلیو سور یو بل سره په لاندې تنساب کی پراته دي

12mm/1435mm = 0,00836 ~ 1/120 .

۴ – که یو کرندی په 30 دقیقو کي 70km ځغلي، نو د وهل شوې فاصلي سرعت تناسب ووخت ته په لاندې ډول دی.

s/t = 70km / ½ h =140[km/h] = 140km/h .

۵ – د یوه هوموژین بدن(د مساویډوله مواد جوړ) سختوالی ρ د هغه د کتلی (g) ځاننیونه یا تناسب دی ، د هغه بدن ډکي(cm3) ته

ρ = m / V [g / cm³]

د یوه لرګي بلاك سختوالی (کثافت)، چی درې کیلو ګرامه درونه او څلور زره مکعب سانتیمتره ډکی(حجم) لري، 0,75 g / cm³ دی

3000g / 4000 cmw = 0,75 g/cm³ = سختوالیρ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

موږ غواړو، چی اوس ځانونه د بلواك دوه ځانګړو تیپونو یا ډولونو ته متوجه کړو، دا څنګه، چی موږ په ورځني ژوند کی ډیر واره ورسره مخامخ کیږو، چی له دې املة یي پیژندنه څموږ لپاره خورا مهمه ده.

پیلبیلګه:

۱ – د یوه نل څخه په 3 دقیقو کی ۱۲ لیتره اوبه راوځي. څو لیتره اوبه به په یوه ورځ کي له دې نل څخه راووځي، څومره په یوه کال کی؟

که په درې دقیقو کي ۱۲ لیتره اوبه له نل څخه راوځي، نو په یوه دقیقه کی باید ۴ لیتره اوبه او په ۲۴ ساعتونو یا ۱۴۴۰ دقیقو کی

طبعآ 5760 = 4 . 1440 لیتره اوبه راوځي. او په دې تعقیب په یوه کال کی 2102400 = 360 . 5760 لیتره او یا ۲۱۰۲۴ هیکتولیتر اوبه بهیږي.

۲ – څلور کارګر یو ه بنستې کنده په ۹ ساعتونو کی راپورته اوکانکریټوي. څومره وخت درې کارګره ضرورت لري او څومره وخت به ۱۰ کارګر ضرورت ولري چی دا ځمکه راپورته کړي اوهم کانکریټ کړي؟

که څلور کارګره ددې لپاره ۹ ساعته ضرورت لري، نو یو کارګر ددې لپاره حتمآ زیات وخت په کار لري، یعني څلور ځله زیات وخت، پس ۳۶ ساعته، نو درې کارګر په تعقیب 12 = 3 : 36 ساعته او لس کارګر 3,6 = 10 : 36 ساعته = درې ساعتونه او ۳۶ دقیقي ضرورت لري چی دا ځمکه وکني او کانکریټ کړي.

په دواړو حالتونو کی یو نظم منځ کی پروت دی، دقیق په لمړی بیلګه کی فنکشن وخت —> د اوبو مقدار او په دومه بیلګه کی فنکشن کارګر —> د کارساعتونه.

مګر داوړه فنکشنونه پوره په خپل راوړون ډول کی یو له بل توپیریږي:

۱ – څومره ډیر وخت چی تیریږي په همغه اندازه زیاتی اوبه له نل بهیږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

۲ – څومره چی کارګر زیاتیږي همغومره د کار وخت کمیږي
دې ته ورته د ورکړشوو فنکشنونویا بلواکو شمیرپوهنیزیا ماتیماتیکي لیکدود
د فنکشن ورکړدود مختلف لیدل کیږي.

۱– فنکشن f : وخت (دقیقه) ⟵ د اوبو ډیری (ل)

د فنکشن لیکدود (فنکشن لیکلوقانون) لري $x \to 4x$

په دې ډول د فنکشن مساوات داسی بریښي $y = 4x \quad ; \quad x \in Q^+_0$

۲ – فنکشن g : کارګر (څو دانی) ⟵ د کاروخت (ساعت h)

د فنکشن لیکدود لري $x \to 36/x$

په دې ډول د اړوند یا مربوط فنکشن مساوات داسی بریښي $y = 36/x \; ; \; x \in N$

تعریف:

یوه لویه x و هغي ته تنظیم شوې لوي y ته سیده متناسب سیده ځاننیونه (په نخښه کی$y \sim x$) بللکیري که د هغوي تناسب یاځا ننیونه (ویش) y / x تل یو ثابت ارزښت وساتي : یعنی $y / x = k$ وي.

بلواك(تابع) یا فنکشن $y = kx$ (ثابت –k) د تناسب یا ځاننیونی څلوونی یا فاکتور بلل کیږي.

یوه لویه هغي بلی تنظیم شوی لویي ته ناسیده متناسب ده یا ناسیده ځاننیونه کی ده، که د هغو ځل تل یوثابت ارزښت وساتي: یعني

$$y.x = k \quad \Leftrightarrow \quad y = k/x$$

بلواك یا فنکشن $y = k/x$ چپه یا په څټ متناسب (antiproportional) یا په څټ ځاننیونکی بلواك یا فنکشن بلل کیږي.

متناسب فنکشن $y = kx$ د یوې لوي دوه برابره، نیم برابر، n –برابره پورې د بلی لویي هم دوه برابره، نیم برابره یا n–برابره پورې اړه لري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

په چپه یا په څټ متناسب فنکشن $y = k / x$ کی دوه برابره، نیم برابر ... $n-$ برابره پورې د بلې لوی نیم برابر، دوه برابر ... $1/n-$برابره تعلق لري(اړه لري) .
په چپه یا په څټ متناسب فنکشن $y = k/x$ کی د چپه یا ناسیده متناسبوالي څخه خبرې کیږي. که متناسب او چپه یا په څټ متناسب فنکشنونه په یوه کواوردینات کی انځور شي، نو لیدل کیږي چی متناسب بلواك یا فنکشنونه مونوتون پورته کیدونکی او چپه یا په څټ متناسب بلواك یا فنکشنونه مونوتون لویدونکي دي (د مونوتون کلیمو لپاره دې ځما د شمیرپوهنی کتاب وکتل شي)

بیلګي :

۱ – سیده تناسب یا سیده ځاننیونه:

الف : په شي اخستلو کی د ډیري ارزښت سیده متناسب دی

ارزښت(افغانی) ډیری (کلیوګرام)

ب : په تیزوالی یاسرعت کی وهل شوې لار د وخت سره سیده متناسب ده

$s(km) \to t(s)$

۲ – ناسیده تناسب یا ناسیده ځاننیونه

الف : یوې معلومی لار وهلو لپاره تعجیل هغه په بر کی نیولي وخت سره ناسیده متناسب دی: که هرڅومره تعجیل زیات وي په همغه اندازه وخت کمیږي.

ب : د وچو شودو د یوه څرګند ټاکلي ټول وزن د وړونکوتیو ګڼه ناسیده متناسب ده د هرې کوتی یویزوزن سره: که هرڅومره زیاتی کوتی په کار واچول شي په همغه ګڼون د کوتیو وزن کمیږي.

تعریف: د لاندې ډول $a/b = c/d$ یا $a:b = c:d$ مساوات د تناسب مساوات یا ځاننیونیز برابرون بلل کیږي (ویل کیږي چی a و b ته ځان داسی نیسي (یا داسی انډول کی ده) لکه c و d ته) دلته a او d د تناسب یا انډول

(c) ketabton.com: The Digital Library

دباندني غړي دي او b او c د انډول دننی غړي. په هر تنساب کی د دباندنیو غړوځل د دننیو غړو د ځل سره برابر دی:

$$a / b = c / d \iff a . d = c . b$$

اوس ځان باوري کولی شو چی د دننیو غړو بدلول او یا د دباندینو غړو بدلول یو د بل سره په تناسب یا انډول کی تغیر نه راولي. کیدی شي چی ټول دنني غړي د دباندینیو غړو سره بدل شي:

$$a/b = c/d \iff a/c = b/d \iff c/a = d/b \iff b/a = d/c$$

له دې امله کیدی شي چی یو دبل سره برابر زیات تناسبونه یا انډولونه د یو په بل پسی راتلونکو تناسوبونو په څیر ولیکل شي:

$$a/b=c/d = e/f \iff a:c:e = b:d:f$$

دلته باید په پام کی وي چی ویش ځانله صورت نیسي یعني تل د دوه ګڼونو.

بیلګي :

۱ – له $7 / 21 = 5 / 15$ څخه لاس ته راځي $5.21 = 7.15$ یا $15/5 = 21 / 7$ یا $15/21=5/7$ یا $21/15 = 7/5$.

۲ – د $8/12 = 4/6 = 2/3$ لپاره لیکو $8:4:2 = 12:6:3$

۳ – یو تناسب چی دننه او دباندې غړي یي یو له بل سره برابر وي ناپریکیدونکی تناسب بولو. په ناپریکیدنکی تنساب یا انډول $a:m=m:b$ یا $m:a = b:m$ کی m منځنی متناسب انډولی بلل کیږي. منځنی متناسب د نورو دوو غړو a او b جیومتریکي منځ دی.:

$$a / m = m / b \iff m^2 = a.b \Rightarrow m = \sqrt{a.b}$$

د $a = 16$ او $b = 9$ لپاره $m = 12$ منځنی متناسب داسی دی:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$16/12 = 12/9$

۴ څلور انډولونه متناسب يا ځاننيونيزڅنګه ليکل کيږي؟

$18/x=8/5 \quad <=> \quad 18 . 5 = 8x \quad => \quad x = (18 . 5) / 8 = 11,25$

په ترتيب تنساسب يا ځاننيونه يا انډول کی باور لري: $18 / 11,25 = 8 / 5$

زيات وخت مود تکست وظيفی د تناسبمساواتو (انډول برابرون) ته لاربښودوي، نو بيا دريځ ورکړشوو لويو ته څلورم تنساب يا انډول غوښتل کيږي. د داسی وظيفو لپاره سيده يا ناسيده تناسب يوه غوره رول لوبوي. داسی پوښتنی د دريقضی شميرني يا پاي (ختم) شميرنی لاندې شهرت لري.
د دريقضي شميرني اصلي پرابلم په دې کی دی، چی د وظيفي ورکول بايد ځرګند يا روښانه شي، چی ايا دا يوسيده متناسب او که چپه يا په ځټ متنساب بلواك (تابع) يا فنکشن دی.

د دري قضي پوښتنی کولو څخه لاندې تکامل منځ ته راځي :
۱ – يوه د شرايطو قضيه، کومه چی ټولی ضروري ورکوني په ګوته کوي.
۲ – يوه د پوښتنی قضيه چی غوښتونکی لو يه x متن کي يا خوندي لري او له هغي سيده يا ناسيده د ځواب تناسب ته تکامل ورکوي.
۳ – يوه پايقضيه، په کوم کی چی له يوه يوون (واحد) په ورته يامناسب ډيرون پاي ورکول کيږي.

پيلبيلګه:
يوه الوتکه له الف ځاي تر ب ځاي پورې چی ۸۰۰ کيلومتره واټن دی په ۶ ساعتو او ۴۰ دقيقوکی تی کوي، دا الوتکه به ۲۲۰۰ کيلومتره لار په څو ساعتوکی ووهي؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

د درې جملې له لارې يې ځواب:

الف – د شرايطو قضيه.......... 800km - 6h 40 min

يا............... 800km - 400 min

ب – د پوښتنې قضيه .. .. 2200 km - x min

پ – پايقضيه......... 200km - 400/4min = 100min

2200km - 11.100 min = 1100 min

دا الوتکه به په دې ترتيب د 2200km اوږده واټن لپاره

1100min = 18h20min

ضرورت ولري.

د دې وظيفه د ټيك ځواب لپاره ضروري نيوني دا وي چې سيده تناسب وپيژندل شي: هرڅومره چې د الوتلو واټن لرې کيږي په همغه اندازه الوتکه زيات وخت په بر کې نيسي.

يعنې 2200km اوږد واټن په داسې انډول يا تناسب کې دی لکه 400min و 800 km ته:

$$x / 2200 = 400/800$$

د اکويوالنخ فورم(څيرې–) اوړون له لارې څخه ځواب x لاس ته راځي:

$$x = (400 . 2200) / 800 = 1100$$

۲ – ۴ کارګر د يوه ديوال وهلو لپاره پنځه ورځي ضرورت لري. د ناروغي له امله يو کارګر د کارلري پاتيږي. دا راکمه يا راکوچنې ۀله اوس څنګه مشغول ده؟ دلته يو ناسيده تناسب يا ځانيونه لرو:

هرڅومره چې کارګر کم وي په همغه اندازه وخت زياتيږي

(c) ketabton.com: The Digital Library

ددریجملی سره شمیرنه	د تناسب سره شمیرنه
۴ کارگر – ۵ ورځي ۱ کارگر – ۵ . ۴ ورځي ۳ کارگر – ۳ / ۲۰ ورځي پس ۳ کاګر – $6\frac{2}{3}$ ورځې	غوښتونکی کاروخت x د ۵ ورځو سره داسی تناسب کی دی لکه ۴ کارگر و درې کارگرو ته $x/5 = 4/3 \Leftrightarrow x = (4.5)/3 = 20/3$ ورځی

یوځای شوې درې قضیه:

د ۳۰ جوړه کالیو گنډلو لپاره ۱۲ درزیان ۲۰ د کار ورځي ضرورت لري. څومره ورځی به ۱۰ درزیان د ۷۰ جوړه کالیو لپاره ضرورت ولري؟

لمړی دریقضیه	دومه درې قضیه
(سیده متناسب)	(ناسیده متناسب)
۳۰ جوړه کالي	۱۲ درزیان – ۲۰ ورځي
۷۰ جوړه کالي	۱۰ درزیان – x ورځي

هرڅومره چی کالی زیات وي همغومره زیاتی ورځي، هرڅومره چی درزیان زیات وي همغومره لږې ورځي

۱۰ جوړه کالی –	۱۲ درزیان –	ورځی
۷۰ جوړه کالی	۱۲ درزیان	ورځی
۷۰ جوړه کالي	۲ درزیان –	ورځي
۷۰ جوړه کالي	۱۰ درزیان	ورځي

پس لرو

$x = (20.7.6)/(3.5) = 56$ ورځي

(c) ketabton.com: The Digital Library

تمرينونه

۱ – لاندې ځانني‌ونې يا تناسبونه ساده افاده کړی

a) 200t : 2 kg b) 6 m : 6 km

c) 4km / 30min d) 3,2 t : 400dm³

۲ – يوه موټر د ۵۵۰۰ کيلو متره اوږدې لار لپاره ۳۸۵ ليتره ډيزل وسزول

الف) په دې تګډول ۵۰ ليتره ډيزل د څومره لار لپاره بسيا کوي؟

ب) د يوې ۴۳۰ کيلو متره لار لپاره به دا موټر څومره ډيزل مصرف کړي؟

۳ – که غواړو چی د يوه موټر سره د الف ټکی څخه و ب ته ورسيږو ، نو د ۶۰ کيلومتره په ساعت ته درينيم اعته ضرورت لرو. د الف څخه ب ته سړی

په څومره وخت کي رسيدلي شي، که د موټر سرعت په لاندې ډول وي:

a) 50km / h b) 110 km / h?

۴ – يو ښار پلان د ۱ : ۱۰۰۰۰ تناسب يا ځاننيونه ورکړ شوی دی. لاندې

واټنونه په رينښتونی څومره دی ؟

a) 5 cm b) 33 mm c) 1 dm

۵ – يو ۸۱ ګڼ څنګه په داسی په ۲ زياتونونو ټوټه کيدی شي، چی ځانني‌ونه

يا تناسب يی داسی وي لکه : 4 : 5 ؟

۶ – د يوه ګڼ او ۵ کمون ځان نيونه يا تناسب و ۷ ته داسی دی ، لکه چی د

۵ کمون ودې ګڼ سره، چی ۴ ته ځا نيسی يا و ۴ ته تناسب يا ځانني‌ونه؟

دا ګڼ کوم دی؟

۷ – يو فاو وې موټر ۸۰ کيلو متره په ساعت کي ځغلي او په دې پسی په ۱۲۰

متره کی وروسته يو بی ايم وې موټر ۱۲۰ کيلو په ساعت کی ځغلي.

الف) بی ايم وې څومره وخت ته ضرورت لري، چی د فاو وې څخه مخ ته شي؟

ب) بي ايم وې په دې وخت کی څومره واټن وهلی دی؟

پ) دا بی ايم وې څومره وخت ته ضرورت لري، چي له فاو وې موټر څخه ۴۰

(c) ketabton.com: The Digital Library

متره مخ ته شي ؟
۸ – د سونګ سکرو سوزلو له امله د کولنډیاوکسید غاز پیداکیږي. د سونګ سکرو او د راپیدا کولنډیاوکسید Kohlendioxid (CO_2) ترمنځ تناسب یا ځاننیونه 11 : 3 ده.
څو ګرامه سونګسکاره به ۱۰۰ ګرامه کولینډیاکسید رامنځ ته کیږي؟
۹ – له دریو یو په بل اغیزهمند غابنورڅرخي د ۴۸ ، ۳۶ همداسی ۱۶ ښاغونو سره دا کوچنی څرخی ۴۰۰ واري په یوه دقیقه کی ګرځي یا څرخی.
نور دواړه غابنورڅرخی څو واره څرخی یا ګرځی؟
۱۰ – ۹۰۰ تیږي، چی ۳۶ سانتي متره سور لري ۴۰۵۰ کیلو ګرامه وزن لري.
۱۱۰۰ تیږې به څومره وزن ولري، که د همغو موادو جوړې وي او سور یی ۲۴ سانتي متره وي؟
۱۱ – یو د زدکوونکو ورځپاڼه « هیلی »د رحمان بابا د لیسی څخه راوځی د دې لپاره چی د ورځپاڼو ۱۲۰۰ توکه وتړل شي ، څلور زدکوونکی ۳ ساعته کار پرې کوي.
څومره زدکوونکی په کار دې، چی ۲۱۰۰ توکه ورځپاڼی په ټیك دوه ساعته کی وتړي؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

په سلو کې – -Prozent ، په زرو کې – - Primille

ګټه– -Zins او د ګټې د ګټې شمیرنه Zinseszinsrechnung

موږ د a / b یا c / d ډولونو انډولونه او یا په همدې ډول ویشنه په مساواتو و ازمایل. د ماتشمیرنې په چوکاټ کې(څما د شمیرپوهنې کتاب دې وکتل شي) به وښوول شي چې څنګه بنسټیز نظم په داسې ماتو کې ټاکل کیدی شي. د انډول یا مقایسې لپاره دا هم وړاندېکوولی شو چې دواړه مات لاندې په ګډ ماتلاندې چې 100 وي پراخ شي. دا کم له کمه په نزدې ډول په هر مات کې کیدی شي.

پیلبیلګه:

یو جوړ جامې، چې په ۲۳۰ افغانۍ پلورل کیدې، په ۴۰ افغانۍ ګرانې شي د ګرانښت تناسب یا ځانښونه یې و اولنۍ ارزښت ته څومره دی؟

دا تناسب ۴۰/۲۳۰ کیدی شي نزدې په یوه مات چې مات لاندې یې «۱۰۰» وي انځور شي، دا کیدی شي چې د ویشنې له لارې داسې صورته ونیسي:

40 / 230 = 0,1739 پس 40 / 230 ~ 17,39 / 100

قیمتیدل د لمړني قیمت 1739, 0 ځله راکوي. داسې هم وایو چې قیمتیدل په سلو کې نزدې ۱۷ دي.

تعریف: د یوه بنسټیزارزښت G سلمه برخه ددې ګڼ 1 په سلو کې بلل کیږي، او ددې لپاره لیکو %1 د G دی G/100 , په همدې ډول % P له G

(c) ketabton.com: The Digital Library

ا، ل

د ګټې ارزښت W = P.G/100 له لارې ټاکل کیږي، P په سلو کی جمله او W په سلو کی ارزښت بلل کیږي.

بنسټ ارزښت G ځان و 100 ته داسي نیسي لکه د په سلو کی ارزښت W د په سلو کی جملی P ته، پس

$$\frac{G}{100} = G / 100 = W / P = \frac{W}{P}$$

$$\Leftrightarrow G . P = 100 . W$$

د اخرني مساوات څخه د فورم اړولو له لارې لاس ته راځي

جمله:

د په سلو کی ټاکنه	بنسټ ارزښت	په سلو کی ارزښت
P = 100 . W / G	G = 100.W/ P	W = G.P / 100

بیلګی:

	۱ – د په سلو کی ارزښت	بنسټ ارزښت	په سلو کی ټاکنه
	= 16,80 DM	د 120 DM	14 %

۲ – یو نفر باید د یوه نوي بایسکل لپاره 40 , 60 DM یعنی المانی مارکونه د مالیا لپاره (14%) ادا کړي

دا بایسکل څو ارزښت لري، بی له مالیا، او دا د مالیا سره څو ارزښت لري؟

که د 40,60DM په سلو کی ارزښت د په سلو کی ټاکنی 14% وي،

(c) ketabton.com: The Digital Library

نو باید 40,60 / 14DM د 1% د بنسټارزښت برابر وي. په دې پسې
بنسټ ارزښت (= 100%) د G = (40,60 / 14)100DM = 290 DM
لاس ته راځي.
له دې سره بایسکل ۲۹۰ مارکونه بی مالیا ارزښت لري او ۶۰ ، ۳۳۰
ماروکونه د مالیا سره.
کید ی شي، چی سملاسی هم د مالیا سره ارزښت ته راشو، که د دې لپاره یو
بنسټ ارزښت د ۱۱۴ په سلو کی کینبول شي یا وضعه شي:

$$G = (40,60 / 14).\ 114DM = 330,60\ DM$$

۳ – یو جوړ کالي چی ۱۵۰ مارکونه ارزښت لري په ۱۰ په سلو کی ګرانیږي، دا
کالي تر ډیر ځنډ نه پلورل کیږي، نو له دې امله یی بیا دوکانواله په ۱۰ په
سلو کی ارزانوي. پوښتنه داده، چی ایا داکالي به اوس هم ۱۵۰ مارکونه
ارزښت ولري، که څنګه؟
طبعاً نه ، ځکه چی ګرانوالی په ۱۰ ٪ مارکونو زیاتوالی یی په سرچینیز ارزښت
دی ، مګر دا ارزښت یی په دې اوسني ارزښت، چی $150 + 150.10\% = 165DM$
په بنسټ منځ ته راځي. له دې امله دا کالي د ارزښت وروسته اوس

$$165 - 165.10\% = 165 - 16,50 = 145,50DM$$

مارکونه دی. که یوه ورکړه شوی بنسټ /ارزښت بیا ره د په سلو کی
ارزښت سمبول کیږی، کیدی شی چی دا دیوه سانګل له لاری وښی.

بیلګي:

اول) د ۳۵۰ ماروکونو ۱۴ ٪ کی داسی شمیرل کیږي: $350.0,14 = 49$ DM
دوم) که د ۴۵۶۸ کیلو ګرامه بنسټ ارزښت په ۲۲ ٪ کم شي، نو لاس ته راځي:

$$4568(1 - 0,22) = 4568.0,78 = 3563,04\ DM$$

دریم) که د $2303\ m^2$ بنسټ ارزښت په 24% جګ شي، نو لاس ته ترې راځي«

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$2303.(1+0{,}24) = 2303\ .1{,}24 = 2855{,}72\ m^2$$

لاندې بنستېاکنی یا بنستې مقدارونه دی په مات بڼه ورکړ شي :

$1\% = \frac{1}{100}$	$1\frac{1}{4}\% = \frac{1}{80}$	$1\frac{1}{3}\% = \frac{1}{75}$	$1\frac{2}{3}\% = \frac{1}{60}$
$2\frac{1}{2}\% = \frac{1}{40}$	$3\frac{1}{3}\% = \frac{1}{30}$	$4\frac{1}{6}\% = \frac{1}{24}$	$5\% = \frac{1}{20}$
$6\frac{1}{4}\% = \frac{1}{16}$	$6\frac{2}{3}\% = \frac{1}{15}$	$8\frac{1}{3}\% = \frac{1}{12}$	$11\frac{1}{9}\% = \frac{1}{9}$
$12\frac{1}{2}\% = \frac{1}{8}$	$16\frac{2}{3}\% = \frac{1}{6}$	$20\% = \frac{1}{5}$	$25\% = \frac{1}{4}$
$33\frac{1}{3}\% = \frac{1}{3}$	$50\% = \frac{1}{2}$	$66\frac{2}{3}\% = \frac{2}{3}$	$75\% = \frac{3}{4}$

د یوه بنستې– یا ستېه ارزښت G یو په زرمه برخه ۱ پرومیلی (لاتین) واي، چې مونږ یی دلته هم د زرو څخه ۱ بولو:

۱ په زرو کی 1 ‰ له G دی G / 1000

د پرومیلی یا په زرو کی شمیرنی لپاره له دې وروسته انډولګښ ۱۰۰۰ (په ماتلاندې کی) ، 1000‰ له دې سره یو ستېه ارزښت دی.

بیلګه :

4,7 ‰ له 3690DM دې: 17,34DM

مونږ غواړو، چې دا اوس د په سلو کی شمیرنی یو ځانګړي بڼی سره مشغول کړو. په ورځني ژوند کی خلك د کور جوړولو لپاره یا د یوې مغازې جوړولو لپاره پیسی (بډایي یا سرمای) پوروي او دا زیات وخت په نوې نړی کی له بانکونو څخه، د پور ورکولو له لارې پورورکوونکی څه پیسی باید لاس ته راولی، د ارزښت بایللو تر نامه، چې دې ته د سرمایې ګټه وایي. په بانکی معاملو کی د فعالی ا و غیر فعالی ګټې ترمنځ توپیر باید وشي. فعاله ګټه بانك د پوروړی څخه د ورکړشوې پور په مقابل کي لاس ته راوړي، د دې په خټې یا برعکس څوك چې په بانك کی شمیرکتابچه خلاصوي او په بانك کی پیسی سپما کوي ، نو دمرکزې یا ملي بانك په هدایت د

(c) ketabton.com: The Digital Library

پیسو د سپما لپاره سپماکونکي هم څه پیسي لاس ته راوړي، چي دې ته به موږ د سپما ګټه ووایو ، په هر صورت په ځنی هیوادونو کي د پورګټی او سپما ګټی ترمنځ توپیر باید له ۲ په سلو کی تر دړې په سلو کی څخه زیات نه وي.

په پرینځیپ کی باید د ساده ګټی او داسی په نامه د ګټی ګټی ترمنځ شمیرنو کی توپیر وشي . په داسی حال کی، چی په ساده ګټه کی پوروړی د پورشوي مقدار په بدل کی یوه ټاکلی ګټه ورکوي، چی هغه زیات وخت د یوه کال په منځ کي یعنی د یوه کال تیریدلو سره ټاکل شوې وي او دا ګټه د کال په اخر کی په منظمه توګه ورکول کیږي یا ادا کیږي.

د ګټی ګټی په شمیرلو کی د هغه غونډ وخت ګټه شمیرل کیږی ، چی په هغی کی د ګټی ګټه هم خوندې یا شامل ده، دلته هغه د هرکال ګټه د هغی لمړنی بډایي ته ورزیاتیږي او بیا د ټولو ګټه د بل کال لپاره شمیرل کیږی او په همدې ډول وړیسی د دوه او یا زیاتو کالو.

لمړی غواړو، چی یوائی ساده ګټی شمیرلو سره ځان په کار واچوو:

پیلبیلګه

یوه د ۳۵۰۰ مارکونو بډایي یا سرمایه په بانکی شمیرنه کي په بانك کی اینښولکیږي، چي کلنی ګټه یی 4,5% ده. له 3,5 کالو وروسته دا سرمایه اینښونکي په بانکی شمیرنه کي څومره پیسی لري؟

دلته په پوره هدایت ساده ګټونه مخ ته پرته وي، که څه هم په معمولی توګه داسی شمیرنو کی د ګټی ګټه هم شمیرل کیږي. د په سلو کی شمیرنو بنسټ ارزښت دلته هغه ګټوونکی بډایي یا سرمایه K (بنسټسرمایه) ده، او د په سلو کی ارزښت ګټه Z ده (په المانی مارکونو) ، د په سلوکی مقدار ، چی ما کله په سلو کي ټاکنه(یعنی په سلو کي څومره اندازه) بللی په %).

(c) ketabton.com: The Digital Library

دا چې په دنده یا شمیرنه کې ګټه غوښتل شوې(دمخه برخه دې، یعنې د په سلو کې ارزښت دې وکتل شي) ددې لپاره لاس ته راځي

Z = K.p / 100 = 3500.4,5 / 100 = 157,50DM

دا د یوه کال لپاره ګټه ده ، په بنسټیزه بڼه ایي ، چې۳۵۰۰ مارکونه دي.
په درینیمو کالو کې په ساده ګټونه بڼه ایي، چې بانکي شمیر یې واز کړي 3,5 .157,50 = 551,25DM لاس ته راوړي. په دې توګه به په سپما کتابچه کې 3500 + 551,25 = 4051,25DM (مارکونه) وي.

د ګټې وخت t لکه، چې ومو لیدل یو کال ، زیات یا کم کیدی شي. ، بیا نو په بانکي شمیرنه کې د یوه کال لپاره ۱۲ میاشتې نیسي، چې د هرې میاشتې لپاره ۳۰ ورځې ټاکي، یعنې په ټولیزه توګه ۳۶۰ ورځو په بنسټ بیا بانکي شمیرنې صورت نیسي. د ورځو په بنسټ بانکي شمیرنو کې هغه د سپما ورځ ورسره شمیرل کیږي(د سپماورځ Wertstellung یا Valutierung)، هغه ورځ، چې پیسې بیرته له بانګ اخستلې کیږي یا له بانك بیرته پورته کیږي، نه ورسره شمیرل کیږي.

د ګټې فرمول: Z = K.p / 100 . د ورځنۍ ګټې فرمول: Z = K.p.t / 100.360

بیلګې

لمړی : ۴۵۰۰ مارکونه له ۳ . ۷ . ۱۹۸۷ څخه تر ۱۵ . ۹ ۱۹۹۰ پورې څومره ګټه کوي، که ګټه 4 , 75% وي.
د ګټې وخت د ورځو په بنسټ شمیرو: t = 12 +60+3.360 = 1152 ورځې.
د ورځنۍ فرمول له مخې لاس ته راځي:

Z = K.p.t / 100.360 = 4500.4,75.1152 / 100.360 = 684DM

(c) ketabton.com: The Digital Library

دوم : یوې ښځې په ۱۵ . ۳ . ۱۹۸۷ باندې ۷۹۰ مارکه په بانکې سپما کتابچه کېښوول، او دا پیسې یې بیرته په ۲۰ . ۲ . ۱۹۸۸ له بانك څخه راواخستلې. دې بهرايي یا سرمایي څومره ګټه وکړه:

- $p = Z.100.360 / K.t = 30.100.360 / 790.335 = 4{,}0809 \Rightarrow p \sim 4{,}08\%$

دریم : په څومره وخت کې کیدی شي، چې ۱۰۰۰ مارکونه د ساده ګټې په بنسټ ۲۰۰۰ مارکونو ته جګه شي، که بهرايي په 4 , 5% ګټه سپما شوې وي؟

- $t = Z.100.360 / K.p = 1000.100.360 / 1000.4{,}5 = 8000$

ورځې ۸۰۰۰ = ۲۲ کاله او ۸۰ ورځې

څلورم : یو بهرایی ، چې لاتري یې ختلې په ساده ګټونه ، چې ۷ ،۶ په سلو کې ده له بانك څخه د میاشتې ۲۰۰۰ مارکونه ګټه اخلي.
دا د لاترۍ ختنه به څومره جګه وي؟
موږ دا د ګټې فرمول د بهرایی په لور اړوو یابدلوو:

- $K = Z.100.360 / p.t = 2000.100.360 / 6{,}7 .30 = 358208{,}95DM$

لکه چې پوهیږو، بانکونوپرکسیس یا کار کې د ګټې ګټونه معمول ده، او له دې زیات نه. د ګټې ګټه کلنۍ شمیرل کیږي او بهرایي ته ورزیاتیږي.
یو پیلبهرایي K_0 ، د یوه کال په اوږدوالی کې د یوې ګټې ټاکه یامقدار $p\%$ سره په ګټه اچول کیږي، د کال په اخر کې د یوې ګټې

• • • $$K_1 = K_0 + K_0 (p / 100) = K_0 (1 + p /100)$$

سره په سپماکتابچه کې لیکل شوې ده.
دلته $K_0.p / 100$ د یوه کال را اچولې ګټه ده، د یو کال په پیلبهرایي K_0 سره.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ټول دوه کاله وروسته دا پیلبډایي د همغی پنبیګټی یا ګټی پیل سره داسی لویه شوې

$$K_2 = (K_0 + K_0 . P / 100) + (K_0 + K_0 . P/100).(P/100)$$
$$= K_0 + K_0.P/100 + (K_0.P/100)(P/100)$$

که K_0 له نوکانو یا غیږ دباندې ونیول شي نو لاس ته راځي:

$$K_2=K_0(1+2.P/ 100 + P^2 / 100) = K_0(1+ P/100)^2 = K_1(1+ P/100)$$

له درې کاله وروسته دا بډایي یا سرمایه ده:

$$K_3=K_0(1 + P/100)^3 \qquad K_3=K_2(1 + P/100)$$

که دا شمیرنه په ورته توګه دوام پیداکړي، نو د t کالو وروسته په ټولیزه توګه لاندې بډایي لاس ته ترې راځی

$$K_t = K_0 . (1 + P/100)^t = K_{t-1} . (1 + P/100)$$

د (1 + p/100) لپاره غواړود لنډونی له امله q ولیکو، q ګټی فاکتوریا ګټی ځلونی بلل کیږي:

$$q = 1 + p / 100$$

ددې ساده ونی سره لاس ته راځي: د ګټی ګټی فرمول: یوه بډایي K_0 د t کالو وروسته د p% کلنی ګټي باندې(د ګټی جګیدنه) په $K_t = K_0 (1 + p / 100) = K_0.q^t$ لویه شوې

بیلګه : له درینیمو کلو وروسته په ۴،۵ ٪ ګټه ۳۵۰۰ مارکونه په کوم ارزښت لوییږي؟

$K_{3,5} = K_0. q^t = 3500.1,045^{3,5} = 4082,96$ DM مارکونه

د ګټیګټی شمیرنی سره بډایي $K_0 , K_1 , K_2 , K_3 , ..., K_t$ یوه هندسی پرلپسی جوړوي(ددې لپاره دې ځما د شمیرپوهنی کتاب وکتل شي) دا د پیلبډایي K او ځلوونی $q = 1 + p / 100$ سره ، ګرافیکی که وکتل شي، نو د ګټی لوییدنی فنکشن $K_t = K_0 . q^t$ یو اکسپوننشل بلواک انځوروي. د تعریفډیري $D = Q$ سره.

ساده ګټه اچونی بیا یو لاینی فنکشن $K_t = = K_0 (1 + p.t / 100) ; t C Q$ په نخښنه کوي.له دې امله بډایي په ساده ګټه اچونه دومره چټکه نه لوییږي، لکه چی په یوه دګټی ګټی اچونی باندې.

بیلګی: ۱ – یو د ۴۷۰۰ افغانیو مقدار یا ارزښت دې د پنځه کلونو لپاره په ساده ګټه اچونه او ب) په د ګټی ګټی اچونی چی ۵۷، ۴ ٪ دی اینښول کیږي. دا هر پایبډایي څومره لویه ده؟

a) $K_5=K_0(1 + P.t/100) = 4700(1+ 4,75 . 5/ 100) = 5816,25$ Af

$K_5= K_0 + 1116,25 = 5816,25$ Af

b) $K_5 = k_0. q^t = 4700 . 1,0475^5 = 5927,45$ Af

۲ – یوه بډایي د ۵۰۰۰۰ افغانیو په ۳.۵.۹۷ واچول شوه او باید په ۳۱.۱۲.۲۰۰۱ راووستل شي. څومره په ۴.۵ ٪ ګټه باندې لوي شوی دی، که پوره کلونه (له۱۲.۳۱–۱.۱) په ګټه واچول شي؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$K = [K_0 + K_0.p.t / 100.360].(1 + p/100)^n$$
$$= [\ 50000 + 50000.4,5.237 / 36000].1,045^4$$
$$K = 61392.35\ Af$$

د لويو t , q , K_0 او K_t په ګټه فاکتور کی افاده کيدو لپاره رامنځ ته کيږي. د ګټي اختستنی وروسته کيدی شي د سرچينيزې بداييي K_0 پوښتنه رامنځ ته شي، چی د t کلونو په p % ګټونه يا ګټه و بډاييي K_t ته بيايي. K_0 د K_t د بډاييي د اوس وخت يا حال يا نغد ارزښت بلل کيږي. د K_0 شميرنه په ورکړشوې بډاييي K_t ته چی بياي ديسکونتونه Diskuntierung يا ګټوني بلل کيږي:

تعريف: د نغدارزښت فرمول

$$K_0 = \frac{K_1}{\left(1+\frac{p}{100}\right)^t} = \frac{K_1}{q^t} = K_t.\left(\frac{1}{q}\right)^t$$

دلته $(1/q)$ د ګټوني فاکتور بلل کيږي. د نغدارزښت فرمول له $K_t = K_0 .q^t$ اړيکو څخه لاس ته راغلی ، چی د K_0 په لور اوبی يا حل شوي.

بيلګي:

١ – يو نيکه غواړې د خپل لمسی د پنځمی زيږيدنی له امله يو څه ئيسی بانك کی سپما کړي، د ٥٪ په ګټه . دا پيصي بهه څومره يا دا مقدار به څومره لوي، چی دا لمسی په خپله ٢٥ کاليزه ٢٠٠٠٠ مارکونهلاس ته راوړي؟ بايد په بانك يکی ٢٣ ، ٩٦١٢ مارکونه کينښوول شي يا سپما شي..

٢ –د يوه کور خرڅلاو کی دوه اخستونکی مختلف اوفرت يا وړانديزونه کوي « علاقمند الف ١٥٠٠٠٠ مارکونه نغد ، ١٢٠٠٠٠ مارکونه له دوه کاله وروسته او نور ١٥٠٠٠٠ مارکونه د ټوليزه توګه له شپږ کاله وروسته ادا کړي يعني د کور مالك ته ورکړي.

علاقمند ب غواړي، چی ١٣٠٠٠٠ مارکونه نغد ، ١٥٠٠٠٠ مارکونه له دري کالو وروسته او ١٤٠٠٠٠ مارکونه له نورو دوه کالو وروسته ورکړي. کوم يو علاقمند ګټور دی، که موږ ٨٪ ګټۀ ونيولي شو يا فرض کړای شو؟ دا چی دواړه ارزښتونه يا وړانديزونه يو له بل سره پرتله کړاي شو، نو بايد دواړه نغد ارزښت ته راوړو.

(c) ketabton.com: The Digital Library

بيلګه:

يوه د ۸۰۰۰ مارکونو بډايي ، کومه چې د ګټې په ګټونه ولاړه ده، بايد ۶٪ کلنی ګټې د څلورو کالو لپاره په بانګ کې پاتې شي يا کيښوول شي. بډايي به څومره لويه وي په الف) کلني ، ب) نيمکلنی، خ) مياشتنی، او ت) په ورځنی ګټونه؟

تمرينونه:

۱ – يو جوړ کالي په ارزښت يا نيه کې ۵ ،۴ ٪ کمشو» د دې کاليو لومړنيی نيه ۲۵۰ ماکرونه وه . اوس دا کالي کومه نيه لري؟

۲ – يو پطلون په ۵ ، ۴ ٪ ارزان شو، دا پطلون او س ۲۵۰ مارکونه ارزښت لري. دې پطلون پخوا کومه بيه درلوده؟

۳ – د يوه جاکټ بيه په ۷۰ مارکونوه راکميږي، دې پخوا ۲۵۰ مارکونه بيه لروده، اوس دا څومره بيه لري يا حومره قمته ده؟

۴ – يو جوړ دريشی په ۹۸ مارکونوګرانيږي او اوس ۴۵۰ مارکونه بيه لري. د ا ګرانښت په سلو کی څومره دی؟

۵ – رابات يو د بيي راکومن دی، چی اخستونکی ته د ځانګړو شرايطو لاندې ورکول کيږي. سکونتو يو بيه کمون دی، چی اخستونکی ته د نغدو پيسو ورکولو له امله ورکول کيږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف) یو د ۵۷ ، ۸۵۰ مارکونو شمیر، یعنی په کاغذ لیکل شوې بیه په ګوته شوې: د لسو ورځو ترمنځ نغد اداکولو په حالت کې ۳٪ سکونتو.
دلته څومره پیسې ورکول کیږي؟
ب) یو اخستونکی د خپل نوي لاس ته راوړي بایسکل کی ۲۰ ٪ رابات لاس ته راوړي، او دا چې هغه پیسې ندې ورکوي، بر سیرهٔ پردې ۲ ٪ سکونتو هم ورکول کیږي. دا باسکل او س دی د دې لپاره بایسکل لپاره ۱۵۶ مارکونه ادا کوي.
دې بایسکل د سکونتو او ربات د مخه څومره بیه لروده؟
۶ – په یوه نغدپیسوبیه ۱۴ ٪ کی د مالیي ورزیاتیږي او ۳ ٪ ربات ورکول کېږي. که پخپله ځان ته شمیر لیلی لیکی شی ، ته به مالیه لومړی ورزیاته کړې او که لمړی به ربات له شمیر کم کړې؟
دا نغده ارزښت به څومره جګ شي، که لومړی مالیه ورزیاته شي او بیا ربات ترې کم شي؟
۷ – اباسین خپ کور دننه په ۱۱۰۰۰۰ ماروکونو بیمه کړی. دی ددې بیمی پوره کوونو لپاره کلنی ۵ ،۱ په زرو ګټه باید نیمی ته ادا کړي. دا څومره ده؟
۸ – یوه ګازره په منځنی توګه 0,5‰ ویټامین A لري. څو ګرامه ګازرې به ۱۵ ملي ګرامه ویټامین A ولري؟
۹ – په یوه موټربیولو کنترول کی د یوه موټرځغلونکی څخه د ازماینی لپاره وینه اخستل کیږي. معاینه دا نتیجه ورکوي، چې موټرځغلوونکی 1,7‰ الکول په وینه کی لري. دابه څو مترمکعبه الکول وي، که ونیسو، چې د وینی ډکی ۷ لیتره وي؟
۱۰ – د ارزښتکاغذ (دا په بانك کی څه کاغذونه دې، چې خلك یی اخلی، په کلنی ټاکلی ګټی سره) یو پیسی اینښوونکی ددضیویدند Dividende (کلنی ګټهٔ ده) ۲۷۰ مارکونه اخلي. څموره پیسیبه هغه اینښودلي وي، که یوه بډایی

په ۵ ، ۷ ٪ ګټهٔ اینښوول شوې وي ؟
۱۱ – اباسین په یوه بانکی حساب کی ۷۰۰۰ مارکونه اچوي. له کوم وخت وروسته په ساده ۴ ٪ کی ګټهونه، دی ۸۰۰ مارکونه لاس ته راوړي؟
۱۲ –

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ډاکتر ماخان شينواري چاپ شوې ليکنې:

1988 Vienna (Austria):

لومړی:

H.K. Kaiser , M. Shinwari : Aproximation compact pological algebra : general algebra 6 ; Page 117 – 122 contributions to

1987 Vienna (Austria):

دويم:

Diss . Interpolation und Aproximation durch Polynime in Universalen Algebren . Uni. Wien

Dissertation Interpolation and Aproximation by Polynome in universal Algebras, at the University of Vienna/Austria

لاندې د شميرپوهنې پښتوټول کتابونه په المان کې د ،، افغانستان کلتوري ودې ټولنه،،له خوا چاپ شوي دي

2000 Bonn (Germany):

دريم: د شميرپوهنې ستر کتاب : د شميرپوهنې برسيره د انجنري، فزيک او اقتصاد لپاره ، همداسې د ښوونکو او زده کوونکو لپاره (دا کتاب په ۹۰۰ مخونو کې چاپ او دا نوې ليکنه به يې ځنو ځايونو غزېدلې او ځنې ځايونه ترې لرې شوي دي)

2003 Bonn (Germany):

څلورم: ځمککچپوهنه(هندسه) ، په سلو، زرو کې شميرنه، د ګټې – او کټې د کټې شميرنه ، د اختمالوالي شمېرنه کتاب د ښوونځي ټولې اړتياوې پوره کوي

(c) ketabton.com: The Digital Library

2003 Bonn (Germany):

پنځم: الجبرونه (د الجبر بنسټونه دي)

2003 Bonn (Germany):

شپږم: د شميرپوهنې انګرېزي – پښتو ډکشنري.

2003 Bonn (Germany):

اووم: د شميرپوهنې الماني ـ پښتو- او پښتو الماني ډکشنري

Mathematical dictionary German/ Pashto and Pashto/German

2003 Bonn (Germany):

اتم: دفرنشيال برابرون (دا کتاب په دې ښانګه کې يو پيل دی، ساده ليکل شوی)

Differential equation Translation; An Introduction

Bonn (Germany): 2003

نهم: د شمير پوهنې فرمولونو ټولګه

Mathematical Formulas

2003 Bonn (Germany):

لسم: شميرپوهنه له عربي په پښتو

1997 Bonn (Germany):

يوولسم: د افغانستان په هکله سپينې خبرې: په المان کې

،،د افغانستان روغې او بيا ابادولو ټولنه،، له خوا

(c) ketabton.com: The Digital Library

.یادونه: له ۲۰۰۰ کال دمخه ډاکتر ماخان شینواري د ،،د افغانستان روغې او بیا ابادولو ټولنه،، له خوا درې ساسي مجلې هم را وستلې.

د ډاکتر ماخان ،،میرې،، شینواري لیکنې او ژباړې چې په چاپیدو یې پیل کیږي

2012 Bonn; Germany; Kabul Afghanistan

ژباړې:

Prof. Brinkmann. (From Brinkmann.du.de) :

لاندې د برینکمن لیکنې چې له پرینکمن ن ج څخه ژباړل شوي دي.

۱ - شمیرپوهنه د ښوونځي لپاره لومړی ټوک

۲ – شمیرپوهنه د ښوونځي لپاره دویم ټوک

۳ – شمیرپوهنه د ښوونځي لپاره دریم ټوک

۴ - د احتمالوالي شمیرنه د ښوونځي لپاره

۵ – احصایه یا ستاتیستیک دښوونځي لپاره

لاندې کتابونه د شتوتګارت د پوهنتون د استادانو د لکچرونو څخه چې د شتوتګارت پوهنتون ن ج څخه خپاره شوي را ژباړل شوي.

۶ – انالیزی ۱

۷ – انالیزې ۲

۸ – کرښیز الجبر

۹ - د شمیرپوهنې بنسټونه

۱۰ - د فرمولونو ټولګه

(c) ketabton.com: The Digital Library

۱۱ – فنکشنل انالیز

۱۲ – وکتور شمیرنه

نورې ژباړې

۱۳ – له www./grundstudium.info/linearealgebra څخه:کرښيز الجبر

۱۴ – Georg Gutenbrunner ګڼونپوهنه یا د اعدادو تیوري

زما لیکنې

Bonn (Germany):

۱۵ - د شمیرپوهنې ستر کتاب دویم چاپ د پوره تغیراتو سره : دا کتاب د شمیرپوهنې برخې برسیره د

انجنري، فزیک او اقتصاد لپاره ، همداسې د ښوونکو او زدهکوونکو لپاره پوره ګټور دی. په کتاب کې د اړتیا سره زیاتونه او کونه راغلې

۱۶ - ځمککچپوهنه (هندسه) دویم چاپ د پوره تغیراتو سره

۱۷ – الجبر بنسټونه دویم چاپ له تغیراتو سره

۱۸ - ډېرئ پوهنه یا سټ تیوري

۱۹ – د شمیرپوهنې سم اند (منطق ریاضي)

۲۰ - د یو څو شمیرپوهانو ژوندلیک

۲۱ – د شمیر پوهنې ګڼې وړې لیکنې

۲۲- داهم ژباړه ده، خو لیکونکی یې متآسفانه راڅخه نابلد شوی: د مشتق او انتیګرال شمیرنو ته تمرینونه او اوبیونې یا حلونه یې

۲۳ – د شمیرپوهنې انګریزې پښتو او عربي + درې ډکشنري

۲۴ – د شمیرپوهنې پښتو انګرېزي ډکشنري

(c) ketabton.com: The Digital Library

۲۵ – د شمیرپوهنې پښتو ډکشنري د شمیرپوهنیزو وییونو په پښتو روښانه ونه

۲۶ - د زړه له کومې(دا هغه لیکنې دي، چې ځنې یې په نړیول جالونو کې خپرې شوي دي.)

۲۷ – د افغانستان په هکله سپیني خبرې، چې وبه غزیږي.

نوري لیکنې، چې په ژباړه یې پیل شوی، خو لا پوره نه دي

– د شتوتکارت پوهنتون لکچرنوټونو څخه ، چې د شتوتګارت پوهنتون ن ج څخه خپریږي:

د ګروپونو تیوري

- د ښوونځي لپاره فزیک د برینکمن لیکنه

له پنځم ټولګي څخه تر اووم ټولګي پوري ژباړل شوی (دا چې زما دویم مسلک فزیک دی، دا لیکنې ژباړم. دا هم د دې لیکوال یوه ډېره ښه لیکنه ده، چې -د شمیرپوهنې په څیر- دلته هم زیات تمرینونه د حل یا اوبیونې سره په کې راغلي او ماته زیات ګټور برېښي)

د لیکوال ژوند ته لنډه کتنه

(c) ketabton.com: The Digital Library

ماخان په اولني نوم میرې شینواری د اروابنادې پستو او اروابناد نوررحمان زوي په ۱۳۲۰ ؟ ه لمریز کې د شینوارو هسکه مینه کې دې نړۍ ته سترګې راغړولې.

د هسکې مینې د لومړني ښوونځي (د لومړنیو زده کوونکو څخه) څخه وروسته د رحمان بابا لیسه له ۱۹۵۴ تر ۱۹۶۵ پورې(ښوونځي له لومړي ټولګې پیل او د دویم ټولګې څخه ګام او پای).

د ۱۹۶۶ تر سپتبر د کابل طب پوهنځی. له ۱۹۶۶ سپتمبر څخه د اتریش برس، چې هلته یې د شمیرپوهنې ډاکترې په پوره ستونځو تر لاسه کړه.

د۱۹۹۸۷ ش ک تر ۱۹۸۸ د فبرورې تر پای د دباندنیو چارو وزارت کې مامور.

د ۱۹۸۸ مارچ څخه تر ۱۹۹۲ جون پورې په بن کې د افغانستان جمهوریت سفارت شارژد افیر(صفر نه وو).

له هغې وروسته په جرمنې کې سیاسي پناه. له ۲۰۰۸ مارچ څخه د ۲۰۰۹ دسمبر پورې د د ریاضي څانګه کې د پوهنې وزارت درسي نساب کې دنده.

ماخان میرې په ۱۹۷۲ کې له لرې د میرمن ښاپیری سره واده شوی، چې د واده خبر ورته اتریش ته راغی.

ده د میرمن ښاپیری سره په ۱۹۶۳ ز ک کې کوزده کړې وه.

دوي ته لوي څښتن په اتریش ویانا کې د مای په شلم ۱۹۷۹ ز ک دوه بچیان وبخښل، چې څانګه او اباسین نومیرې. څانګه په المان کې د پوهنتون علمې همکاره وه او د حقوقو ډاکتره ده او اباسین ملي اقتصاد او ټولنیزه سایکولوژي لوستلې.

Get more e-books from www.ketabton.com
Ketabton.com: The Digital Library