شمیرپوهنه (ریاضي)

د نهم ټولګي له پاره

لیکونکی:
ډاکتر ماخان (میرې)شینواري

Ketabton.com

2017

(c) ketabton.com: The Digital Library

شمیرپوهنه (ریاضي)

د نهم ټولګي لپاره

لیکونکی:
ډاکتر ماخان (میرې) شینواري
برېښناپته:
smakhan1946@gmail.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

سریزه ۴

۰ – پروت ولاړ سیستم یا کواورد ... ۶

۱ – ګردی (دایره) ۸

کردی هواره، - چاپیریال، - وړانګه، - ، نیمی، - دننه کونج، - منځهواره یا - دننه هواره، - ګردی ټوټه، - ګردی برخه، ګردی کړی، د ګردیو پروتځایونه یو بل ته، څو پیژندونه، ګردی لینده،د ګردی منځټکیکونج ، د کربنو پروتځایونه و..ته.

۲ - ایلیپسي یا هګی (بیضوي) ، پیژند، د باغوان جوړونه، - چاپیریال، - منځهواره، - تمرینونه،

۳ - کربنیزې څیروني یا تابع ۳۸

۳ . ۱ – د محور غوځټکي..... ۴۲

۳ . ۲ - جګیدنه..... ۴۵

۳ . ۳ – د تابعو د ګراف رسمول.... ۴۹

۳ .۴ – کلیمي او د انځورونوډولون... ۵۱

۳ .۵ - کربنیز برابرونونه.. ۵۲

۳ .۶ - پوښتنې ۵۹

۳ . ۷ – کربنیزتوابع د ورکړشو... ۶۱

۳ . ۸ – تمرینونه..... ۶۷

۳ . ۹ ځانګړی حالت..... ۶۸

۴ – کربنیز برابرونسیستم د ۲ ..... ۱۱۹

۴ . ۱ – د مناسب ځواب تلنلار ۱۳۴

۵ - په محور هندارونه ۱۳۴

۵ . ۱ – سیومتري ۱۳۸

۵ . ۲ – مرکزي متناظر.....۱۴۰

۵ . ۳ – ډپرواره هندارونه ۱۴۱

۵ .۴ – د وړنې - یا انتقالځیړنه... ۱۴۲

۵ . ۵ - ځرخون یا دوران ۱۴۳

۵. ۶ – په ټکي انعکاس ۱۴۵

۵ . ۷ – طیلاییغوځی ۱۴۹

۶ - درېګوډیکچ..... ۱۶۱

۷ – مربع مساوات ۱۹۸

۷ . ۱ – سوچه مربعمساوات..... ۱۹۸

۷ . ۲ - د مربعمساوات عمومي.. ۲۰۰

۷ . ۴ – د p-q فرمول..... ۲۰۵

۸ - ماتبرابرون.....۲۲۳

د مربع توابعومحورونوِوځټکي ۲۳۴

ارزښت ۲۳۶

د شینواري کتابونه اوژوند... ۲۵۱

(c) ketabton.com: The Digital Library

سریزه

دا نړۍ څلوېښت کاله کیږي، چې زمونږ هیواد هراړخیزه ستونزې لري او هر څه دې اوږده جنګ را خراب کړي

ګرانو هیوادوالو!

د نورو نیمګړتیاو په څیر زمونږ درسي نصاب - په تیره شمیرپوهنه - هم ډېره د ناسمون سره مخامخ ده.

که دا کار د دولت په څلوردیوالي ونه شو، نو زه به وهڅیږم، چې دا ما لیکلي کتابونه د ن ج له لارې له تاسو سره شریک کړم او دا د نړۍ په ستاندارد.

د ښوونځي په کتابونو کې د ستااتیستیک او احتمالوالي درس نور هم خورا ستونځمن دی، چې زه تري دلته تیریږم او د ښوونځي د تیرو کتابونو څخه هم هیله ده- که زما کتابونه وړاندې نه شو- چې دابرخې یا سمې یا له درسې نصاب څخه ووېستل شي. په دې برخه باور وکړئ، چې نه لیکونکی بوهیږي او نه بل لوستونکی پرې پوهیدلی شي.

زما په دې د ښوونځي کتابونو کې دا برخې نه شته، خو که وخت مې پیدا کړ دا به هم سمې کړم. ما په دې هکله د احتمالوالي او ستاتیستیک کتابونه ژباړلي او همداسې مې په هندسه کې هم احتمالوالي شمیرنه راوړې او د ستاتیستیک یو ګتاب مې هم ژباړلي، چې زه به یې په مناسبوخت کې د لیدلو پټې ګرانو لوستونکو ته د ن ج له لارې ورکړم.

دا زما ځنې کتابونه او په ډېره منته د www.ketabton.com ن ج کې ګرانولوستونکوته وړاندې شوي.

د شمیرپوهنې سم اند یا منطق زمونږ د نصاب په لسم ټولګي کې راغلی او هغه هم لکه ستاتیستیک او ... د پوهیدلو نه دی. دا- لکه څنګه چې برېښي- دومره پیچلی نه دی، نو زه دا درس له دې امله د اوم ټولګي په سرکې راوړم، هیله ده چې ستونځې به رامنځ ته نه کړي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

زه چې ترڅو ستاسو په منځ کې وم او د کار یم، ستاسو چوپړ کې به اوسم. راځئ، چې ستونځوبې(د ستونځو حل) سره شریک کړو.

زه دې لیکنو او پرې قضاوت کولو ته ځانله یم.

تکرار په کې زیات دی، خو د موصوع، نه د خودیونې. وایې چې تکرار د زده کړې مورده، نو پروا نه لري. کمښتونه هم په کې شته. سره د ټولو نیګرتیاوو دا د ښوونځي له پاراه ډېره ګتوره او زه چې پوهیږم، یواخنی سمه لیکنه ده.

دا چې سمه لیکنه ، د ځان له امله نه وایم، دګرانو زده کوونکو او ښوونکو له پاره وایم. دا زما لیکنې نه دې، دا ما له نورو کتابونو څخه رانیولې، چې باید سمې وي.

زه به وهڅیږم، چې درسمې ښوونځي کتابونو نا سمونونه له تاسو سره شریک کړم، خو ډېر لږ، یواځې داسې د یادونې له امله.

په ډېره خواشینۍ باید ووایم، چې ملاتړی نه لرم، چې د لیکنې ستونځې راته په ګوته کړي.

د نصاب د غړو څخه مې هیله ده، چې ګټه تري پورته کړي او په بنسټ یې د ښوونځي لیکنې سمې کړي.

د خوندیونې ټیکاوي کې پوښتنه نه شته، ځکه چې ما هم د نورو لیکنو څخه راټول کړي او هڅیدلی یم، چې سم یې تري راونیسم.

باور وکړئ زه د دې لیکنو سره لږ ستړی شوی یم، نو ځنې ځایونه به داسې نیمګړي پاتې وي، چې ستاسو پوهیدنې ته کوم زیان نه رسوي، د هغې بخښنه دې وي.

کله تمرینونه کم وي او کله تکرار راځي، چې دا بد مه ګڼئ.

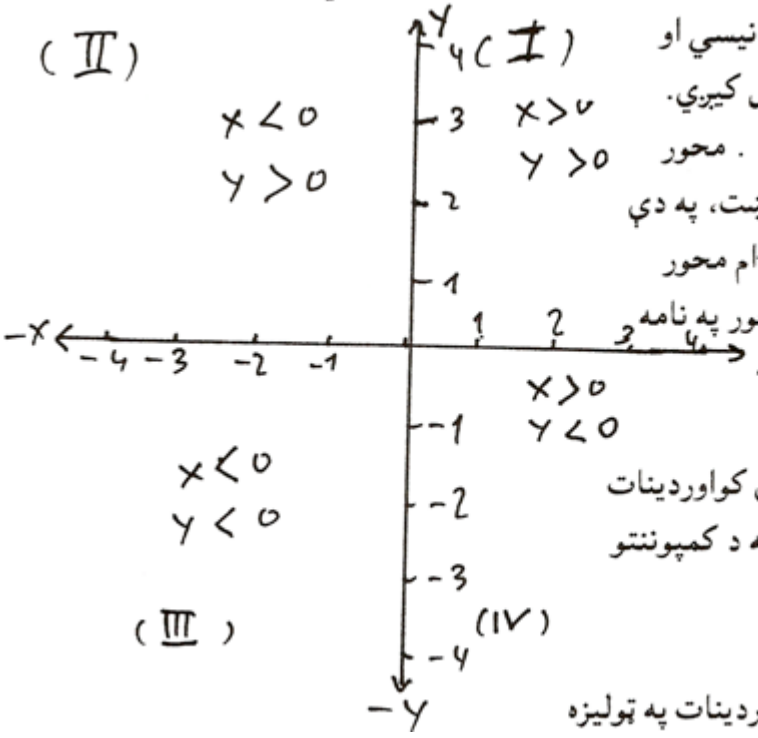
په دې کتابونو ما دومره ځان بوخت کړی، چې باورکړئ مغذ مې تري نورمورِ دی، نو له دې امله یې پای نور پایوم یا ورته د پای ټکی ږدم.

(c) ketabton.com: The Digital Library

کواوردينات سيستم

يادونه : کواوردينات سيستم څخه ځمور هدف پروت ولاړسيستم دی. دا په ادبياتو کی په همدې نامه يادېږي. ما کله کله همدا دواړه ترمينولوژي کارولي هيله ده چې ګران لوستونکی به پرې اشتباهي نه شی.

د شميرپوهنی او همدا ډول د تخنيك په ډيرو څانګو کی د کواوردينات سيستم ډير مهم رول لوبوي. په کارتيزي کواوردينات سيستم کی د هوارې هر ټکی P د خپلو دواړو کواوردیناتو(x,y) ورکولوسره کره يا ټيك ورکړ شوی دی. لمړی کمپوننت يا ابسځيز (Abszisse) د x –ارزښت يا پروت ارزښت او دوهم کمپوننت يا اوردينات (Ordinate) د y–ارزښت بلل کيږي يا ولاړارزښت. کارتيزي کواوردينات سيستم هواره د دوه يو په بل نيغ ولاړ محورونو(لنډ: ولاړ محورونو) له لارې په څلورو برخوويشي (څلورمی Quadranten) د کوادرانتو نومره بندي يا نمره کول د ساعت خرخيدلو په څټ صورت نيسي او د بنې پورته لور څخه پيل کيږي.



ځيره ۲۰ : د کارتيزي کواوردينات سيستم څلور کوادرانتونه د کمپوننتو له مخنخبني سره.

پروتنيغ پروت محور د ۱ . محور يا x–محور يا پروت ارزښت، په دې لوتنيغ ولاړ محور د ۲ –ام محور يا y– محوراو يا ولاړمحور په نامه يادېږي.

د يوه ټکي P(x,y) کواوردينات په ټوليزه

(c) ketabton.com: The Digital Library

توګه اجازه نه لري چې بدل شي، ځکه چې دا کېمونټونه تنظیم شوي یا منظمه جوړه
ده. د ځل یا ضرب لمړنۍ کېمونټ د y– محور ځخه فاصله ټاکي دوم کېمونټ
د x– محور ځخه. که لمړۍ کمپونټ منفي وي، نو ټکۍ د y–محور کښ لور ته

تنجنت هغه کربنه ده، چې د دایرې د چاپېریال (محیط) سره یو ټکی شریک ولري. د تماس په ټکي کې وړانګه په تنجنت نیغه ولاړه ده، یا ولاړه ده.
تنجنت: خطي که به محیط دایره فقط یک نقطه مشترک داشته باشد تنجنت گفته میشود. در نفطه تماس شعاع به مماس عمود است.
مثال: در یک نقطه به خط منحني دایره یک مماس رسم کنید.
به خط در نقطه یک عمود رسم شود. این عمود مماس مطلوب میباشد.
از یک نقطه که بیرون دایره واقع باشد، مماسي را رسم نمایید.
خط و به ان دایره تالس را رسم میکنیم. نقاط و به دایره تالس به منحني دایره نقاط تماس تانجنت هستند.
یوه زاویه جې د دایرې په چاپېریال کې د یوه وتر مخامخ پرته وي د محیط زاویه بلل کیږي.
د همغه وتر مخامخ چاپېریال زاویې سره برابرې دي

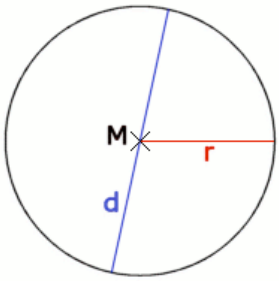
د منځټکي هغه زاویه له کومې چې وتر بریښي منځټکي زاویه بلل کیږي.
هغه زاویه چې په یوه پایټکي کې

(c) ketabton.com: The Digital Library

۱ - ګردی (دایره)

یادونه: ولې ګردی؟ موږ به چې په هسکه مینه شینوارو کې غوزان ګټل، نویوه بنده ګرده کړښه مو وېستله او هغې ته مو ګردی ویل. دا نومونه د افغانستان په ټولو یا زیاتو ځایونوکې شته، خو پښتانه کله خپل نومونه تخریبوي.

د یوې پیالې غاړه که رنګ کړی او هغه په یوه کاغذ کیږدی، څیره چې لاس ته راځي، څه ورته وایی؟
د یوې افغانی ژی، څه شکل لري؟

پیژند یاتعریف د یوې سطحې یا هوارې ټول هغه ټکی، کوم چې له یوه ټکی داسی په نامه منځټکې Mڅخه همغه واټن(فاصله) r (په نامه وړانګه یا شعاع) ولري، ګردی لاین یا لنډ: ګردی بلل کیږي (مخامخ څیره)	

لیکندود یې (دا لیکندود په پیل کې ورځنی یا معمول نه دی، وروسته په تحلیلي هندسه کې راځي، خو دلته که وي هم تاوان نه ري): $k = \left\{ X \in E \mid |\overline{MX}| = r \right\}$

لوستل یې: کردی ک د ټولوټکو ایکس چې ایکس د اې توکی دی، ډېری ده، داسې چې..... دی.

ګردی هواره او ګردی چاپیری

(c) ketabton.com: The Digital Library

په پام کی دی وي، چی د ټولو هغو ټکو ډېرې یا ست، چی له M څخه واټن (فاصله)یی له r څخه کوچنی یا د r سره برابر وي د دایرې سطحه بلل کیږي. (موخه یې ګردې منځهواره ده یا ټیك : ګردیټوټه)

د وړانګې (شعاع) پیژند: لکه د مخه مو، چې په ګوته کړه، هغه کرښه چی د دایرې ژی یو ټکی د منځ ټکی سره تړي، هغه د دایرې وړانګه یا لنډ: وړانګه(شعاع) بلل کیږي، چې په r سره یې ښایو (پورته څیره وګورئ)۰

د نیمی یا قطر پیژند: هغه کرښه، چې دایره په دننه کې نیموي د دایرې نیمی (قطر) بلل کیږي او په d سره یې په نخښه کوو (پورته څیره دې وکتل شي)۰

پیژند
د دایرې (ګردی) دننه کونج یا ټول کونج یا پوره کونج 360درجې لري.

ګردیچاپیریال u د وړانګې r سره په لاندې ډول ورکړ شوی دی

$$u = d \cdot \pi = 2r \cdot \pi$$

او همداسی ګردیمنځ- یا دننه هواره A د وړانګې r سره په لاندې توګه ورکول کیږي

$$A = r^2 \cdot \pi = \frac{d^2 \cdot \pi}{4}$$

$$d = 2 \cdot \sqrt{\frac{A}{\pi}} = 2r$$

دا لاندې ورکړشوی عدد ،، پې π ،، د دایرې عدد بلل کیږي
: $\pi = 3{,}14159265$

یادونه: دا چې ما کله هواره یا سطحه په A یا F او π مې په Pi نخښه کړې، هیله ده چې دا به ګرانو لوستونکو ته ستونځې پیښې نه کړي.
په پورته کې ورکړ شوی د دایرې عدد (ګردی ګڼ) « π پې » ګورو، چې بیرته راګرځیدونی دی۰ له دې امله یو ایراشنل عدد دی او د مات په څیر نه لیکل کیږي، بلکه له لسمیز (عشاریه) وروستی پریودي یا تل بیرته راګرځیدونی ځیفر پرلپسی دی. په کارونه کې یی مور نزدې شمرني یعنې راکردونې ته اړ یا مجبور یو، ځکه چه د جښمیري د عددونوځایونو له امله، چې پای دي یا پوله لري یا رابند(محدود) دي.

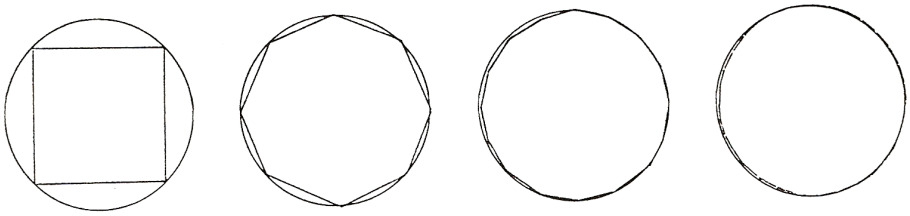
(c) ketabton.com: The Digital Library

څنګه سړی په دې بریالی شو چې دا عدد π پیدا کړي؟

دا لار دې په لاندې کې لنډه ورکړ شي:

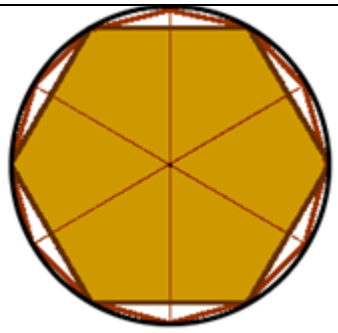
دا له ارښمیدس څخه پیل کارونه (عملیه) یا تګلار داسې پیل کیږي، چې په دایره کې یو ه مربع راګیروي یا رابنده وي او بالاخره یې په منځنیو ولاړو یا عمودونو سوکځیسیف یا یو په بل پسې ۸ ، ۱۶، ۳۲ او داسې نورو، لوړ یا جګ کړي یعني په همغه وخت کې دوه برابره کړی .

څیره ۱۱۹



یوې ګردې ته د یوه n –ګوډي له لارې نزدیونه (نزدې کیدنه)

څیرې ۱۱۹ ښایې چې،

په مخامخ څیرو کې نهه ضلعي ورپسې شپږضلعي کښل شوي، دې ته ګورو، چې څنګه ګردې ته نزدې کیږي مخامخ څیره څو څوګوډیز بریښي او ستره تری راتاو ګردی**مخامخ** څیرو کې یوې دایرې ته د یوه n -ضلعي له لارې نزدیونه (نزدې کیدنه) **کتل کیږي، هغه ۶۵۵۳۷ ضلعي، چې ګورو نزدې یا ټیک دایره ده)**	

د زیاتیدونکي n سره کانتی یا ژی یا ارخونه (ضلعي) تل کوچني کیږي، چې پخپله له ۱۰۰ یا ۱۵۰ ور رسونو ته په یوه پاڼه کې د کښلو یا رسمولو څخه وځي یا نه کښل کیږي، په همدې وخت کې د منځتکی څخه د په همغه واټن د اضلاعو تعداد زیاتیږي (یعنی د مربع د اصلاعو د تعداد). د مربع پیلدایرې سره دا څیره تل نزدې کیږي. په

(c) ketabton.com: The Digital Library

ورته توګه د دايرې چاپيريال او منځهواره هم همغه چاپيريالدايرې ته نزدې کيږي. د اضلاعو زياتيدو سره د دايرې وړانګه هم لويږي. د هغو چاپيريال او منځهواره تل همغه ډير ضلعي او په همدې توګه د چاپيريالدايرې څخه. په روښانه توګه ليدل کيږي چې د چاپير يالدايرې او د سطحي (منځ هوارې) د ناپای ډير n ضلعو سره د n - ضلعي سره يوځاي پريوځي يا يوځای کيږي.

په لاندې جدول کی د چاپيريال ارزښت او په همدې توګه د سطحي (منځهوارې ارزښت) د زياتيدونکي n عدد سره ستابيل (په خپل حالت، چې ډير تغير په کی نه راځي) پيژندوړ دی:

Fnمنځهواره	Unچاپريال	nپيدايښتي ګڼ
2	5,656854	4
2, 828427	6,122934	8
3,061467	6,242890	16
3,121445	6,273096	32
3,136548	6,280662	64
3,140331	6,282554	128
3,141277	6,283027	256
3,141572	6,283145	512
3,141572	6,283175	1024
3,141587	6,283182	2048
3,141591	6,283184	4096

وروسته به وکتل شي چې څنګه د ګردې چاپيرال (دايرې محيط) او د دايرې هواره (سطحه) د درېګوډيو(مثلثونو) له لارې تاکل کيدی شي

پيلبيلګه:

د بانك مدير ښاغلی سپين غواړي د کنفرانسونو لپاره يو د ښيښې ميز جوړ کړي چې په هره لور يې ۸ کسان ځاي نيولی شي. ايا ددې لپاره يو ميز چې ۲ مټره نيمی(قطر) ولري بسيا کوي، که د يوه نفر لپاره له ۷۵ څخه تر ۸۰ سانتيمټره د ميز په سور، ځاي

(c) ketabton.com: The Digital Library

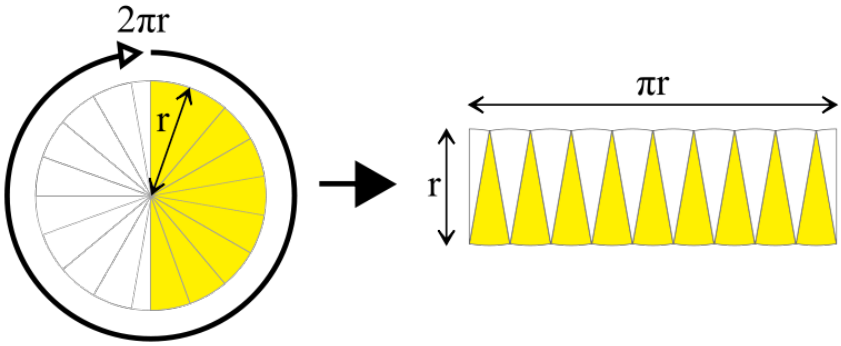
په پام کی نیول شوی وي؟

دا میز به څومره ګران وي، که یو څلوړ متر یا مترمربع د کار د معاش سره ۲۵۰ افغانۍ ګران وي یا ۲۵۰ افغانۍ ارزښت ولري؟

دمیز محیط (چاپیریال) دی pi.1m=6,248m² = U په د هرکنفرانس برخوالو لپاره ۷۵ سانتي مترہ سرورځاي په پام کی وي، نو د محیط دی : 8.75= 600cm

د ۸۰سانتیمتره ځاي د نفر په سر 80.8 = 640cm . قیمت وسطي یا منځ اړښت یې 6,2m دی. پس د ډیکو هیلو سره ټول کسان په میز خاي نیولی شي میز دا سطحه (هواره) لري: $F = \pi.1m = 3142m^2$ او له دې املې 3,142.250=785,40 یانې افغانۍ ارزښت لري..

په لاندې څیره کې کتل کیږي، چې د ګردی منځهواره نزدې

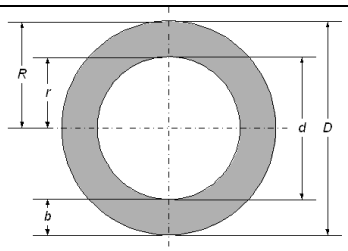
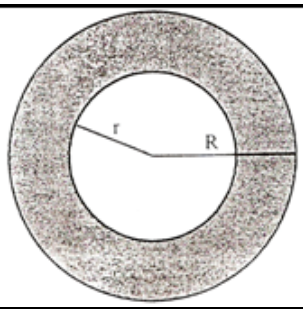


$$A = r^2 \cdot \pi = \frac{d^2 \cdot \pi}{4}$$

ده (په پورته څیره کې د څیرې کوچنیوالي له املې د ګردی څیره لږ تخریب شوه، خو دا ستونځې پوهوړ دي۰

ګردټوټه ، ګردیږخه او ګردیکړی

(c) ketabton.com: The Digital Library

ډیر وخت دننه- یا خوندیګردی له چاپیریالګردی کوچنی وي. نو له دې امله د دوي په منځ کې یوه کړی منځ ته راځي، چې د هغې منځهواره د دواړو ګردیو د کمون، کمښت یا توپیر څخه شمیرل کیږي .	
جمله : موږ دوه دایرې لرو، چې د محاطي دایرې وړانګه R او د محیطي دایرې وړانګه r ده، نو د $F_K = \pi R^2 - \pi r^2$ $F_K = \pi(R^2 - r^2)$ $F_K = \pi(R-r)(R+r)$	

بل ډول یې: یوې د دایرې کړی منځهواره ده $A = \pi \cdot (R^2 - r^2)$

همداسې کیدی شي، چې د دایرې محیط د دایرې فطاع (د دایرې برخې) د سور او دننه او دباندې ګردی د نیمیو څخه هم وشمیرل شي، چې په لاندې کې یې ګورو:

$$A = (D - b) \cdot b\pi$$

$$A = (d + b) \cdot b\pi$$

پیلبیلګه:

د سپین میز درز پیداکړ. چې له غاړې یا ژې یې پنځه سانتي مترہ دننه لور ته ځغلي. بشاغلی کړاو فکر کوي ، چې که دامیز په پنځه سانتیمتره کوچنی کړی . کومه میز سطحه پاتې کیږي او د دایرې کړی چې له منځه ځي څومره لویه ده؟

او د همغه پیل نیونی سره لکه د مخه څومره نفر اوس په میز ځای نیولی شي ؟

$F = (0{,}9m)^2.Pi = 2{,}835m^2$

د دایرې کړی سطحه او محیط چاپیریا په لاندې ډول دي

$F = 1{,}95m.0{,}05m.Pi = 0{,}30m^2$

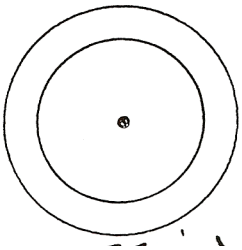
(c) ketabton.com: The Digital Library

U' = 2,095m.Pi = 5,969m ; U' :8 = 74,6 cm

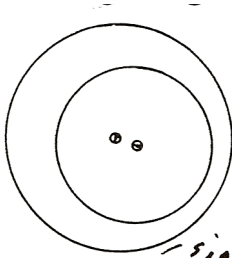
د داسې لږ ستونځو سره بیا هم ټول کسان پر میز ځای نیولی شي.

د ګردیوپروتځایونه یوبل ته:

هغه دایرې، چې منځټکي یې یو په بل پرېوزي کونځنتري یا راټول او په غیر له دې اکسځنتري یا ناراټولې بلل کیږي.

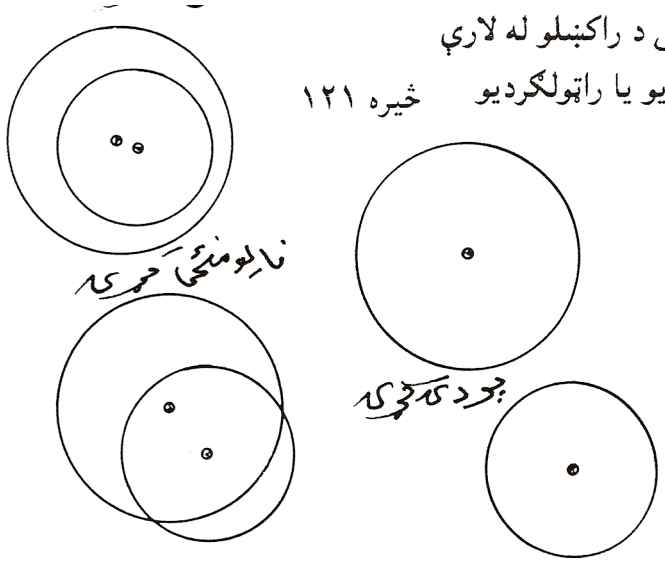


یو منځي کړۍ یا دایرې



نا یومنځي دایرې یا کړۍ

ددې لپاره. چې یوه دایره ټوله په بله پریوزي کېدی شي دا کار د راکښلو له لارې په کونځنتري یا راټول دایرو واړول شي.



وي کیدی شي چې د راکښلو له لارې په کونځینتریګردیو یا راټولګردیو بدلی شي.

خیره ۱۲۱

(c) ketabton.com: The Digital Library

هغه دوه یا زیاتي ګردۍ چې منځ ټکي پې یو په بل پریوځي کونځنتري Konzentrie یا راټولي او په غیر له دې اکسځینتري Exzentrieیا ناراټولي بلل کیږي . که یوه ګردۍ ټوله په بله کې پرته وي کیدی شي چې د راکښلو له لارې په کونځینتري ګردیو یا راټولګردیو بدلې شي.

که ګردی یوبل پوره پټي نه کړي، نو د ګډو هوارو) = غوځډیریو(یا ګډو پاتي یا باقي شمیرنه له ستونځو سره مخامخ کیږي .که ګردۍ یو له بل سره ګډ ټکي ونه لري نو دا ګردۍ یو دبل سره پردۍ بلل کیږي• د دې ګردیو ځیرې مو نه کښلي، دا کار دې ګران لوستونکي په غاړه واخلي•

څو پیژندونه یا تعریفونه:

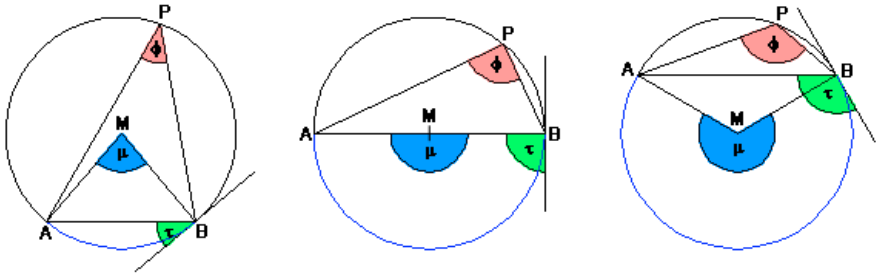
د ګردۍ هغه برخه ګردیټوټه (سګمنت) Segment/ Abschnitt بلل کیږي، که چیرې یوه دایره (ګردۍ) د یوې کرښې له لارې یا کرښه باندې غوځه شي . داسې یوه کرښه غوځکرښه یاغوځوونې (سیکانت) Sekante بلل کیږي. غوځکرښه ګردی په دوه ټوټو ویش. که دا کرښه د ګردۍ له منځ څخه تیره شي، نو ګردۍ په دوه برابرو برخو ویشي، چې دا بیا ګردۍ نیمووني بلل کیږي. هغه غوځوني چې له منځ ټکي تیره شي، د ګردۍ نیمی یا لنډ: نیمی بلل کیږي. که ګردی په یوه ټکي کې لمس کړی نو دا کرښه تانجنت بلل کیږي او که له ګردی څخه دا کرښه دباندې تیره شي نو تیریدونې کرښه بلل کیږي .په ګردۍ د غوځکرښې دننه پرته برخه د ګردۍ ټوټوني (Sehne) یا وتر بلل کیږي .ټوټونې یا Sehne بندکرښه ده په داسې حال کې چې غوځې ، تنجنت او تیریدونکې ناپاي کرښې یا -لکه، چې ورسره بلد یو - کرښې دي .د یوه ګردۍ څخه د دوه وړانګو په مرسته کیدی شی یوه برخه راغوځه شي دا برخه ګردیبرخه یا سکتور Sektor بلل کیږي. د منځټکیکونج یامنځني کونج او لیندې (Bogen) b سره. مخامخ ځیره ده

په لاندې ځیرو کې د نومونو له المانې څخه په پښتو کوونه له کین وښې لورته:

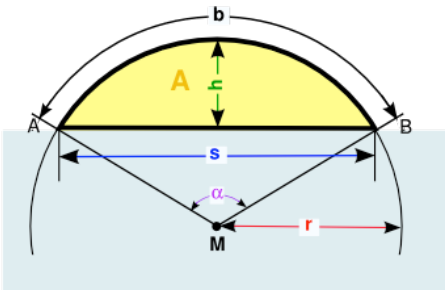
ګردیلینده Kreisbogen د ګردۍ ټوټه وونې(ټوټووني) Kreissehne ،
ګردۍ برخه Kreissektor ،

(c) ketabton.com: The Digital Library

په ګردی کې د کونجونو ډولونه:



د ګردی توټه (د ځیرنې پوهیدوله پاره دالاندې ځیره پوره په پام کې ولرئ)



ګردی توټه Kreissegment ,
د ګردی توټی لویې:

- **α = منځټکیکونج Mittelpunktswinkel**
- **b = ګردیلینده Kreisbogen**
- **h = د توټې جګوالی Segmenthöhe**

(c) ketabton.com: The Digital Library

- r =وړانګه Radius
- s = توټه وونې (وتر) Kreissehne
- A = توټې هواره Segmentfläche
- M = ګردی منځټکی Kreismittelpunkt
- Verbindungترنه A-M-B = برابرپښیز درپګودی

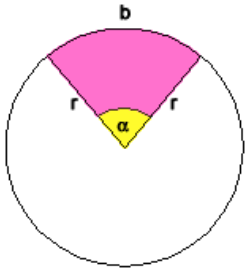
د ګردیټوټې فرمولونهFormel zum Kreissegment

منځهواره مخامخ فرمول Flächeninhalt	$A = \frac{\alpha}{360^\circ} \cdot r^2 \cdot \pi - \frac{1}{2} \cdot r^2 \cdot \sin\alpha,$ $A = \frac{r \cdot b}{2} - \frac{s \cdot (r-h)}{2},$
Radiusوړانګه (شعاع)	$r = \frac{4h^2 + s^2}{8h}$
Kreissehne ټوټه وونې (وتر) د وروسته لپاره دي په پام کې وي	$s = 2r \cdot \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right),$ $s = \frac{2h}{\tan\left(\frac{\alpha}{4}\right)} = 2h \cdot \cot\left(\frac{\alpha}{4}\right)$
Segmenthöhe د ټوټې جګوالی یا قطعې جګوالی	$h = r - \left(r \cdot \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)\right),$ $h = r - \sqrt{r^2 - \left(\frac{s}{2}\right)^2},$ $h = \frac{s}{2} \cdot \tan\left(\frac{\alpha}{4}\right)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$b = 2r \cdot \frac{\alpha \cdot \pi}{360^\circ},$ $b = r \cdot \pi \cdot \frac{\alpha}{180^\circ},$ $b = \frac{\alpha \cdot \pi \cdot (4h^2 + s^2)}{1440h},$	Bogenlängeدلـيـنـدې اوږدوالـی
α , $\alpha = 4 \cdot \arctan\left(\frac{2h}{s}\right)$	Mittelpunktswinkelمـنځتـيـکـونـج پـه درجه کـچ(Gradmaß)
$\pi \doteq 3{,}1415926536$	Kreiszahlګـردیـګن

ګردی برخه Kreissektor یا د ګردی قطاع



Formeln zum Kreissektor د ګردی برخې یا قطاع فرمولونه	
$A = \frac{\alpha}{360^\circ} \cdot r^2 \cdot \pi$	Flächeninhaltمـنځهوارې
$b = \frac{\alpha}{180^\circ} \cdot r \cdot \pi$	د ګردی لـيـنـدې اوږدوالـی یـا د قـوس--
r	Radiusوړانـګـه
α	Mittelpunktswinkel(Gradmaß) مـنځتـيـکـونـج (پـه درجه کـچ)

(c) ketabton.com: The Digital Library

$\pi \approx 3{,}1415926536$	Kreiszahlګردیګن یا د دایرې عدد

د یوې ګردۍ او کرښو پروټځایونه یوبل ته:

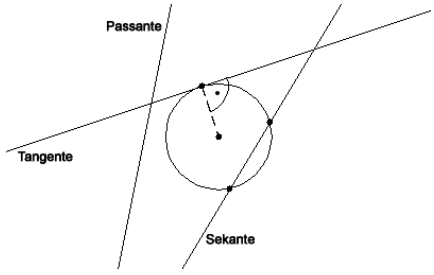
کرښه، چې ګردۍ غوڅوي، غوڅونې بلل کیږي.

کرښه، چې ګردۍ لمسوي یا د ګردۍ مماس دی، د ګردۍ لمسونې یا مماس بلل کیږي.

کرښه چې له ګردۍ تیریږي، له ګردۍ تیرېدونکې بلل کیږي.

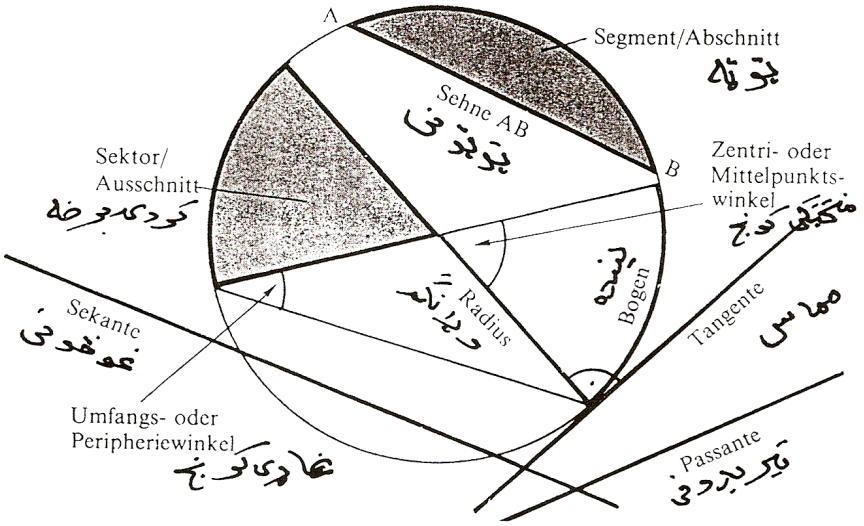
د کرښوپروټځایونه د ګردۍ ته:

په لاندې څیره کې د کرښو نومونه: تیریدونې Passante ، تانجنت Tangente، غوڅوونې Sekante ، لاندې څیره کې خو هرڅه روښانه دي.



په لاندې کې پورته ټولې څېړې په یوه څېره کې ورکړل شوې دي

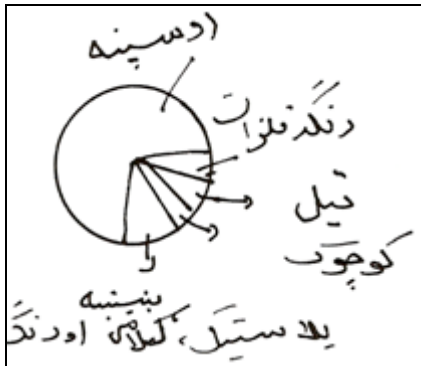
(c) ketabton.com: The Digital Library



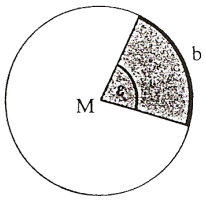
څيره ۱۲۲

پيلبيلګه :

د يوه بنس موټر جوړولو لپاره ۱۷۵۰ کيلوګرامه اومه(خام) مواد په خرڅ رسيږي يامصرفيږي. په دې کې اوسپنه او فولاد ۷۵ په سلو کي ، په پالستي، شيشي او رنګ ټول ۹ په سلو کې رسيږي، په رنګه فلزونو او ربړ ۶ په سلو کې رسيږي، او تيل ۴ په سلو کې . يو ګرديدياګرام وکاړئ چې هره برخه په کې ورکړ شوي وي .

د ګردي ټوله هواره د ټولو موادو سره مساوي دۀ) ۱۰۰ په سلو کې (د جوړمو ادو برخه د ګردبرخې څخه عبارت دی. يوه د يو په سلو کې برخه به يوه ګردیبرخه وي د منځکونج سره 360°:100=3,6° وی . يعني 4%~14,4°;6%~21,6°;9%32,4°;75%=270° څيره دی، چې د هرڅه برخه کې ورنزدې شوول شوې وي په يوې ګردی	

(c) ketabton.com: The Digital Library

کې وکښل شي يا لاندې د ګردی برخې څيره څرګندوي» د منځکونج چې د ، ε سره يې په نخښه کوو لويوالي په تناسب برخهواره **Fsk** او هم لينده **b** تغير خوري او لاندې باوري دي: $\frac{F_{SK}}{F}=\frac{b}{U}=\frac{\varepsilon}{360°}$	ع لويوالي b ده  ګی دیوځه یا ګردی اغوځی څيره ۱۲۴

د ډبل برابرون د دويمې برخې څخه باوري دي:

جمله : د ګردی برخې د لينډې اوږدوالی داسی دی:

$$b=\frac{n.\varepsilon}{360°}=\frac{2\pi r.\varepsilon}{360°}=\frac{\pi r\varepsilon}{180°}$$

د لومړی برخی څخه د سيکتور يا ګرديبرخی لپاره باوري کيږي

جمله : د سيکتور يا د ګرديبرخی منځهواره په لاندې ډول ده:

$$F_{Sk}=\frac{F.\varepsilon}{360°}=\frac{\pi r^2.\varepsilon}{360°}=\frac{rb}{2}$$

اړيکي $F_{Sk}=\frac{rb}{2}$ د مات $F_{Sk}=\frac{F.b}{n}=\frac{\pi r^2 b}{2\pi r}$ د لنډونې څخه منځ ته راغلي

بيلګه: د خام موادو برخی (بيلګه مخ) هواره څومره لويه ده، که د ګردی دياګرام ۵ سانتي متره وي ؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

F اوسپنه او فولاد = (25 π : 360°).270 = 0,218.270 = 58,905 cm³

F پلاستیك = 0,216.32,4 = 7,069 cm³

F رنګه فلزات = F ریر = 0,218.21,6 = 4712 cm³

F تیل = 0,218.14,4 = 3,142 cm³

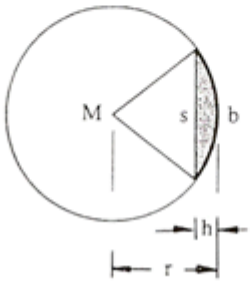
د ټولو ټولګه یا د ټولو زیاتون باید د ګردی هواره ورکړي:

$F = \pi r^2 = 78,54 \text{ cm}^3$

د برخهواري ددې فرمول سره نور د برخهواري شمیرلو لپاره هم کوم جنجال یا پرابلم نه شته. د اخرنی هواره دلته بیا د برخهواري او د دوه وړانګو او ټوټونی څخه جوړ مساوي پښیز دریګوډي کمون دی.

څیره ۱۲۵

ګردی ټوټه



د دریګوډي هواری لپاره باور لري:

$F = s(r - h) / 2 = 0,5\ r^2 . \sin \varphi$

(تریګونومتري دی وکتل شي ....) او ددې سره ټوټه هواره

جمله: د ګردیټوټی یا سګمنت هواري په لاندې ډول دي:

$F_{Sg} = F_{Sh} - F$

$F_{Sg} = (br/2) - s(r - h) / 2$

$F_{Sg} = (\pi r^2 \varphi / 360°) - (r^2 \sin \varphi)/2$

$F_{Sk} = (r^2/2) [\pi \varphi /180° - \sin \varphi]$

په کارونه یا عمل کی د ټوټه هواري لپاره ګټور نزدې ارزښت $F_{Sg} = (2/3)sh$ ښوول شوی دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

پیلبیلګه: مدیر کړاو له خان څخه پوښتي چی ایا د ګردیمیز په خاي به یو منظم اته کو نجی هدفمند بهتر نه وای؟ نو په اختیار کي هواره او چاپیری به څومره لوي وي؟

لمړی ګردیټوټی شمیرو. په ورته ډول لکه د ګردي نزدې شمیرلو لپاره، د مربع څخه و ډیرکونجي ته، مخ ته خو او دې د اړخونو اوږدوالی s شمیرو.

منځولاړه m، د اته کو نجیز کانتی یا ژی k او بالاخره د دګردیټوټي جګولی h د پیتاګوراس د جملی په مرسته شمیرو.

لاندې لاس ته راځي:

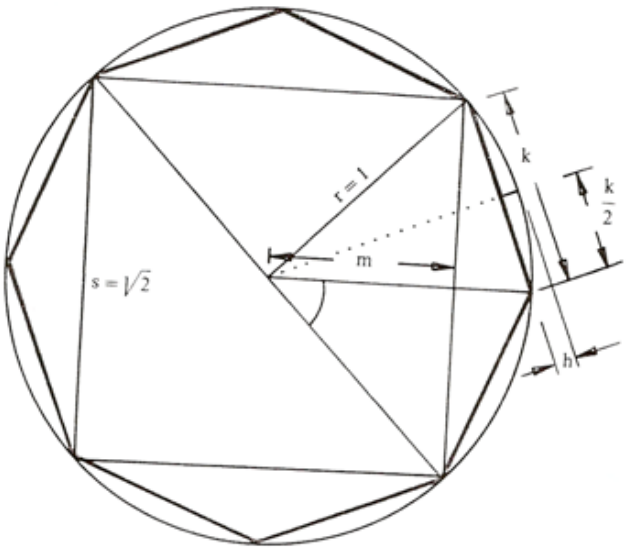
$$s = \sqrt{2} \cdot 1 = 1{,}414 \text{ m} \; ; \; m = \sqrt{a-(1{,}414 : 2)^2} = s / 2 = 0{,}707 \text{ m}$$

$$k = \sqrt{(1 - 0{,}707)^2 + 0{,}707^2} = 0\,,\,756 \text{ m}$$

$$h = 1 - \sqrt{1 - (0{,}765 : 2)^2} = 0{,}076 \text{ m}$$

د $\varphi = 45°$ له املې $b = 0{,}393$ m دی./و له دې سره

$$F_{\text{توټه}} = 0{,}5.[0{,}393.1 - 1{,}414(1-0{,}076)] = 0{,}039 \text{ m}^2$$



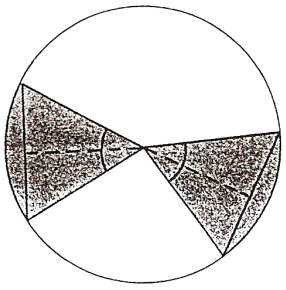
(c) ketabton.com: The Digital Library

له دې څخه په هرصورت د ښیښی میز جوړیږي. ټوله غورزول شوې له دې امله په لاندې توګه ده: $8.0.039 = 0,312\ m^2$.میز اوس لاندې هواره لري

$$F_0 - F_{\text{غورزولشوې}} = 2,828\ m^2$$

او په همدې توګه لکه د کوچني شوي ګردیهواره د وړانګې $r = 95\ cm$ سره. د کیناستلوځای سور (k) حتي زیات شوی ، چاپیری اوس $U = 8.0,765 = 6,123\ m$

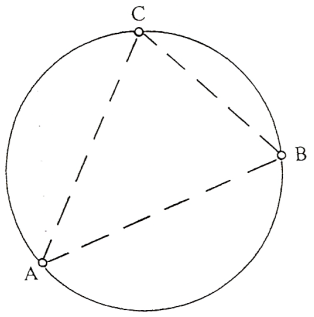
د مساوي ټوټوونو جمله



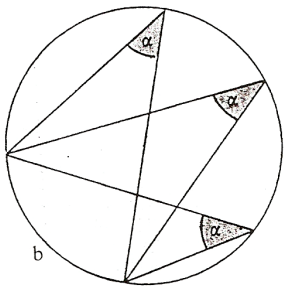
څیره ۱۳۱

مساي اوږدې ګردیټوټې د ګردي له منځټکي مساوي فاصلی لري، مساوي منځټکي کونجونه، مساوي ګردیلینده، او مساوي ګردیټوټې او مساوي ګردیبرخی لري .

د چاپیرګردی جمله



د درې ټکو A, B, C لپاره یوه ګردی موجود ده چې د دریواړو ټکو څخه تیریږي:
دا د دریکونجي ABC چاپیرګردی بلل کیږي
څیره

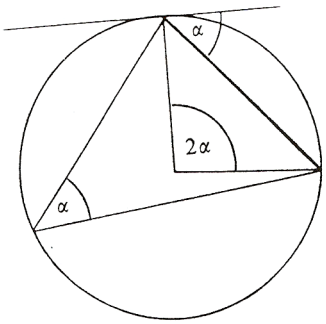


د پریفري – یا ژیکونج جمله

څیره ۱۳۳

په همغه لینده باندې ټول
پریفري – ژی کونجونه مساوي دي

(c) ketabton.com: The Digital Library

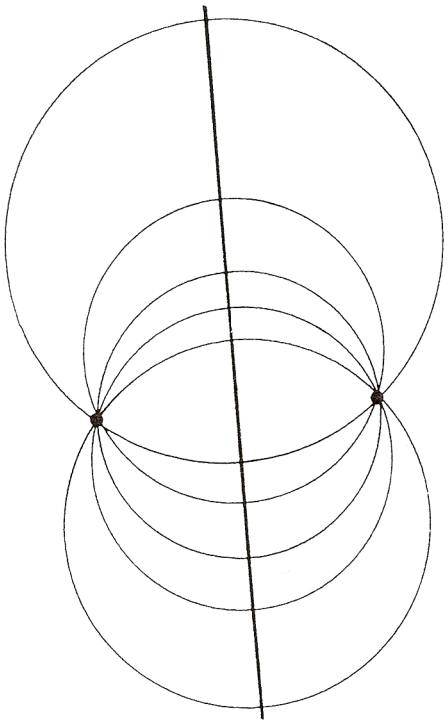


د منځټکیکونج او پریفریکونج یا ژېکونج جمله:

یو منځټکیکونج دوه برابره دومره لوي دی
لکه په دې ټولی پریفري کونج. (چاپیرکونج)

څیره ۱۳۴

د منځټکي کونج او د
تانجنت-ټوټوني- کونج جمله:



د منځټکي کونج دوه ځله دومره لوي دی
لکه په دې اړوند تانجنت-ټوټوني کونج.

دګردیوجمله چی په دوه ټکو کی سره پریکوي

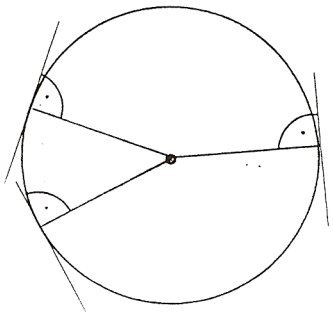
د ټولو ګردیو منځټکی چی پو بل په
دوه ټکو A او B کی غوڅوي یو
ناپایکرښه باندې چی ځایلاین
(ځایکرښه) ورته وایي پراته دي.

څیره ۱۳۵

(c) ketabton.com: The Digital Library

د وړانګې او تنجنت جمله

په لمسټکي پرته وړانګه او اړوند تانجنت سره یو په بل ولاړ یا نیغ پراته دي.

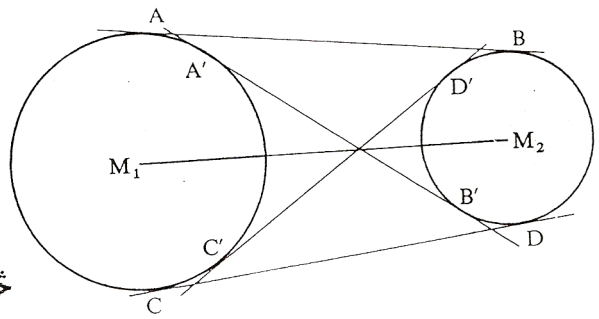


څیره ۱۳۶

د تانجنت جمله:

د دوه ګردیو د منځ ټکو M_1 او M_2 سره تانجنتونه دننی (دباندني) تانجنتونه نومیږي که د دوه ګردیو د منځټکوکربنه $M_1 M_2$ غوڅه (غوڅه نه) کړي.که چیرې دوه ګردي ګډ دننني او دباندني تانجنتونه ولري، پس د داوړو تانجنتونو غوڅټوټې همغه اوږدوالی لري.

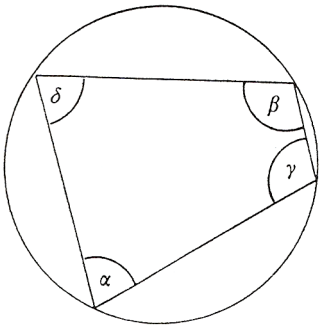
$|AB| = |CD|$ په همدې ډول $(<=>)$ $|A'B'| = |C'D'|$



څیره ۱۳۷

(c) ketabton.com: The Digital Library

د وترونو جمله: د وترونو زاويې، چې مخامخ پرتې دي,يو بل سره $180°$ ته پوره کوي

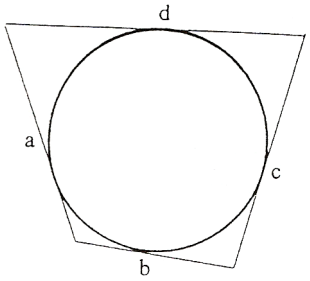


څيره ۱۳۸

$$\alpha + \beta = \gamma + \delta = 180°$$

د تنجنتونو څلورضلعيو جمله:

د تنجنتونو په څلورضلعي کې د مخامخو ضلعو لويوالی د نورو ضلعولويوالي سره برابر دی



څيره ۱۳۹

A+c = b+d

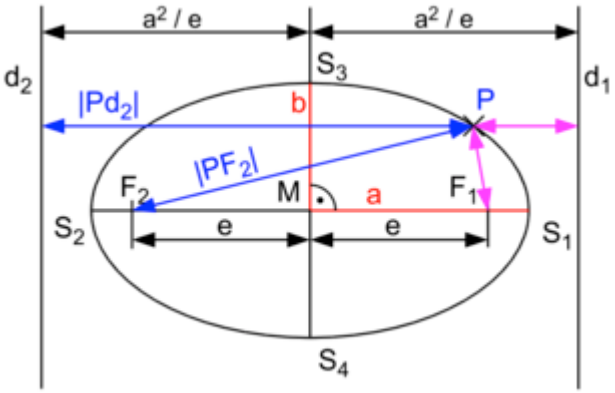
(c) ketabton.com: The Digital Library

۲ - ایلیپسی (بیضوي یا هګی) (دلته موخه هواره ده)

Ellipse

پیلبیلګه:

د کړاو میز جوړښت باندې مور په اته کونجي اوبی یا حل کی تم کړی وو. دا چی په دې ډول یو میز سره تل د زخمي کیدو خطر موجود دی،پوښتنه رامنځ ته کیږي چی : داسی یو را ګردشوی شکلی شکل ، چی ګردی نه وي او منظم غوځ وي، شته، چی د کړاو اړتیا پوره کړي؟ په ریښتونی ، داسی یو اوبی یا حل موجود دی، لکه چی لاندې څیره ښایي، چی هر د غاړې ټکی دوه ټکو واټنونو ته یو ثابت واټن لري



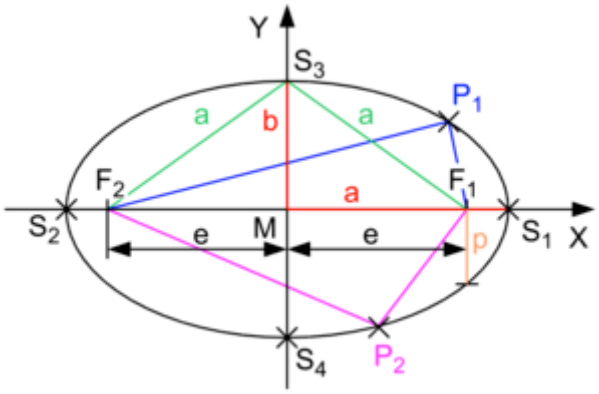
پیژند یا تعریف:

د ټولو هغوټکو P ډیري ته چی له دوه ځاي په ځاي ټکو F1 او F2سوزبدټکی یا بهتره سوزونټکو (ځخه ثابته یا همغه واټن یا فاصله لري، ایلیپسی نومیږي

لاندې واټنونو یا فاصلو ته سوزونورانګی وایي.

$$|PF_2| = r_2 \wedge |PF_1| = r_1$$

(c) ketabton.com: The Digital Library



$$E = \{P \mid \left|\overline{F_1P}\right| + \left|\overline{F_2P}\right| = 2a\}$$

منځ ټکي) واړوی M په (Oته د ايليپسی منځ ټکی وای، eته د سوزونواټن يا فاصله يا لايني ايکسځنتريځيتايت (lineare Exzentrizität)يا لايني ناراتوله وايي .ددې لويو لپاره لاندې اړيکي باوري دي

$$I.....r + r = 2a \wedge II.....a^2 - b^2 = e^2$$

په دې کی a او b د ايليپسی لوي او ووړ نيممحورونه دي. اړيکه I روښانوي، که چيرې د ايليپسی ټکی P د نيممحور a په اخر کی وټاکل شي، IIد پيوتاګوراس له جملی لاس ته راځي که د Pټکی د b نيممحور په اخر پروت وي .دواړه ناپايکرښی چی د سوزونټکي تيريږي او په دې په O کی ولاړه ناپای کرښه د ايليپسی سيوميتري محورونه جوړوي .د خوښي په ټکی P کي هره په تانجنت ولاړه کرښه د سوزونوړانګو ترمنځ کونج نيموي.

د ايليپسی جوړول د باغوان لخوا يا د ايليپسي باغواني جوړښت:

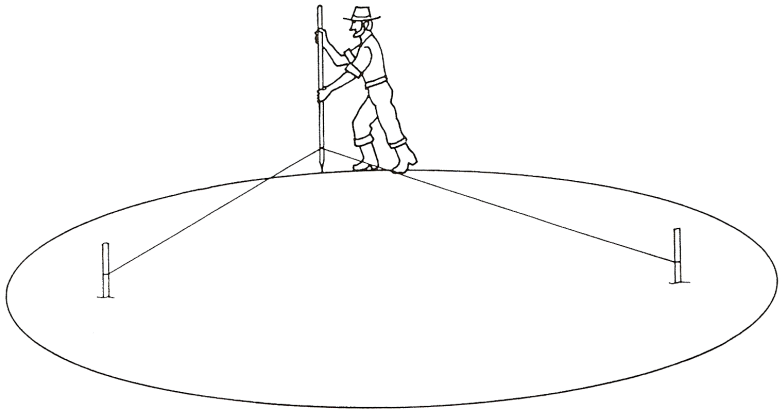
دا څيره دې ګران لوستونکي د تمرين په توګه وباسي. د يوې رسۍ، چې په 2aاوږده وي، په داوړو سرونو کي موړي وټړي او دا بيا په ځمکه ټکوهي، د يو بل)خوزيدونکی (موړي يا لرګي په مرسته دا پړی راکښ کړي يا راکاړی او وګرځوی ، دلته کوم شکل چي پيداکيږي ايليپسی ده او دواړه د پړي د

(c) ketabton.com: The Digital Library

سرونو ټکي چې موږي پرې وهل شوي سوزونټکي دي. څيره په هر کواوردينات سيسم او يا په يوه ميلي متر کاغذ کونځينتري يا راټولو کردیو په مرسته بل جوړښت امکان پيداکيږي، چې سړی د يوه ټکي دوه کردی د a او b وړانګي ووهي او هره د خوښي وړانګه د ننني کردی په Pb او دباندنی کردی په Pa کی غوڅوي. که د Pb څخه يوه پرته کرښه وويستل شي او د همغه تر Pa دوام، نو هرچيرته يو د ايليپسی يا هګی يا بيضوي ټکی لاس ته راځي. د ايليپسی هر ټکی داسی پيدا کيدی شي .پيژندل کيږي چې هر 2 bته غبرګ ټوټونی

د $k=a/b$ فاکتور سره لنډ شوی دی. له دې سره د هوارې دننه هم تغير خورې ددې فاکتور k په اندازه

$$F(Kreis(gardai)) = \pi r.r \Rightarrow \pi r.(k.r) = F(hagai, baizawy)$$



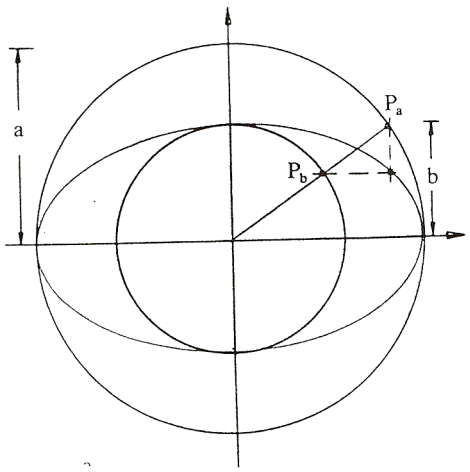
څيره ۱۴۱

او له دې چې $r=a$ او ($k.r=b$ د لته r د کردی » لويه نيمه اکسی (محور) ده

جمله : دايليپسی هواره ده $F=\pi ab$:

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ایلیپسی چاپیرونی په ساده ډول نه شي شمیرل کیدی، په عمل کی په زیات وخت کی نزدیونه یا نزدې شمیرنه بسیا کوي.



ځیره ۱۴۲

جمله : د ایلیپسی چاپیری:

$U \sim \pi (1,5 . [a+ b] - \sqrt{ab})$

او یا ګردي ته ورته ایلیپسی. دا په دې مانا چی $a \sim b$:

$$U \sim \pi . \sqrt{2(a^2 + b^2)}$$

دا فرمولونه، که $a = b$ وي د ګردي چاپیري ته ځي:

$$U = \pi(1,5 . [a+a] - \sqrt{a^2}) = \pi(3a-a) = 2\pi a = 2\pi <=>$$

اویا په په همدې توګه یا $\Leftrightarrow$

$$U = \pi . \sqrt{2(a^2 + a^2)} = \pi . \sqrt{4a^2} = \pi 2a = 2\pi r$$

بیلګه:

کوم خورا لویوالی د ښاغلی کړاو میز په ایلیپسي یانیضوي یا هګي ځیره لرودی شي ؟

لوي محور $a = 1m$ پاتي کیږي، کوچنی محور دی: $b = 95cm$، داچی میز باید د درځ ژوروالي پورې غوځ شي. نو له دې امله هواره ده:

$$F = \pi .1.0,95 = 2,985m^2$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

چاپیری کیږي:

$$U \sim \quad 1(1{,}5.1.95 - \sqrt{0{,}95}\,)\ 6{,}127\ \text{m} \quad <=>$$

یا په همدې توګه د بیضوي یا هګۍ و د ګردی فورم ته یا ګردیځیرې ته نزدې فورم نیسي $U \sim 6{,}128$ m. له دې امله هګیځیره د میز لپاره مساعد اوبی یا حل دی.

تمرینونه

۱ – په کالیفورنیا کی د یوزیمیت ملي پارك Yosimite National Park ، خپل ماموت ونو (Mammutbaumbestände) له امله خورا مشهور دی. کوم چاپیری یی هغه ونه لري چی وړانګه یي ۷ ، ۴ متره وي؟

۲ – د لاس ساعت دقیقه ښونکی ۱،۵ سانتي متره اوږد دی(څرخونمحور– څوکه)، څوکه یی په یوه سانیه، یوه ساعت، یوه ورځ، یوه اونی، یوه کال کی څومره لار وهي؟

۳ – ځمکه نزدې ۶۳۷۸ کیلومتره یوه قطبي(اکواتور) وړانګه لري. قطبچاپیری یی څومره دی ؟

۴ – په خیال کی دې ولرو، چی له اکواتور یا قطب څخه یو پیری غزوو (۴۰۰۰۰ کیلو متره)، کوم چی د اکواتور یا قطب له چاپیري څخه یومتر اوږد دی. د یوه ځانګړي تخنیکی چمتووالی له لارې په هرځاي کی د ځمکی څخه په همغه واټن راوړل کیږي. ایا دا واټن پوره لوي دی چی سړی ددې ترمنځ یوه د (ګیرکلی) پاکي وځایوولی شي یا ځاي کړای شي؟

۵ – د غوڅهواره به یی د ځمکي سره څومره وي که د اکواتور یا قطب په اندازه جګ وي؟

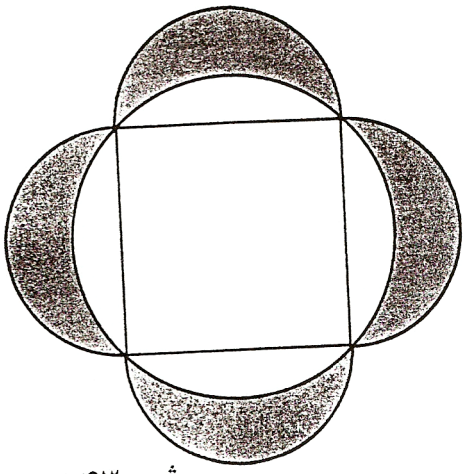
۶ – په اکواتور یا قطب دوه ځایونه څومره لري دی، که یو له بل یوه اوږددرجی په

(c) ketabton.com: The Digital Library

اندازه لري وي.؟

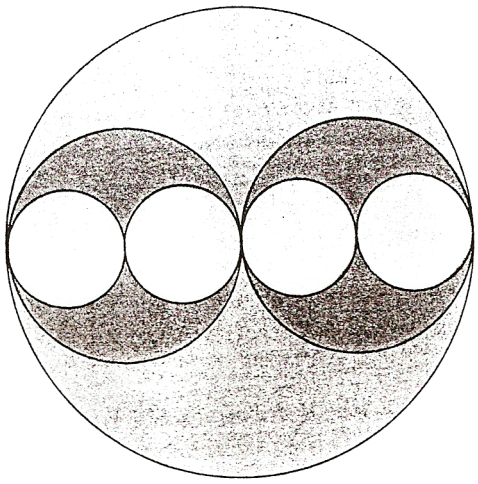
۷ – د ګردۍ چاپيرۍ څنګه تغير خوري، که د هغه وړانګه دوه برابره شي يا په همدې ډول نيمه شي؟

۸– وښايي : د مربع هواره د څلور مياشتو (سپوږمیو) د هواري سره مساوي ده (څيره ۱۴۳).



څيره ۱۴۳

۹ – د څيرې سره سم د ګردیو هوارخوندي يا هوار دننه يا هوارمتن د مساوي وړانګي سره وټاکی. دا هره يوه د لويي ګردۍ په سلو کی څومره برخه جوړوي؟



څيره ۱۴۴

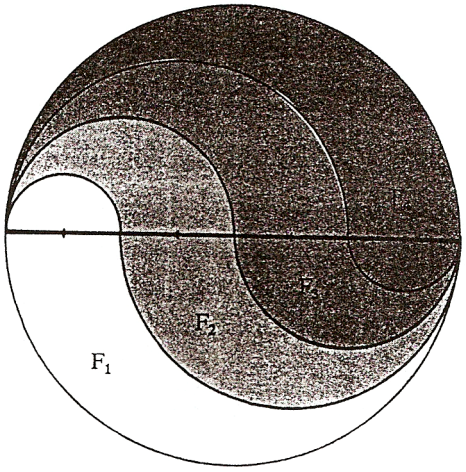
وښايي چی د څلورواړو ګردیو چاپيرۍ د همغی وړانګي سره دومره لوي دی لکه د راچاپيره يا دباندې ګردۍ چاپيرۍ.

۱۰ – د يوې مربع دباندې او دننه يوه ګردۍ راګرځيدلي. د دواړو ګردیو هوارې يو بل ته څنګه ځانونه نيسي (تناسب يا ځانتيونه)؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

۱۱ – د دوه ګردیو منځ ټکی د مساوي وړانګي r = 7,2 cm سره، یو له بل دومره لري دي لکه دا وړانګه . د دواړو ګردیو ګډ هواره اندازه کړی، چې څومره ده؟

۱۲ – په یوه ګردی ، چې وړانکه یې r = 10 cm ده، که یوه ګردیکړی کیښول شي، چې هواره یې دومره لویه ده لکه د دننه ګردی هواره. د دباندې ګردی وړانګه به څومره وي؟



څیره ۱۴۵

۱۳ – د یوې ګردی برخهواړې، F_1 او F_2 ، لکه په څیره ۱۴۵کې چې ورکړ شوي، وښایي، چې وړانګه یې r = 4 cm وي. وښایي چې هواره په څلورو مساوي هوارو ټوټه شوې ده (څیره ۱۴۵)

۱۴ – د هغه ګردې وړانګه وښایي ، کوم چې همغه هوارخوندي لري لکه :

الف) یوه مربع، چې داړخ اوږدوالی یې ۵ سانتي متره وي.

ب) یوه روتی چې نیمي یې ۴ سانتي متره او ۶ سانتي متره وي .

پ) یو مساوي اړخیز دریکونجی چې د اړخ اوږدوالی ۷ سانتي متره وي.

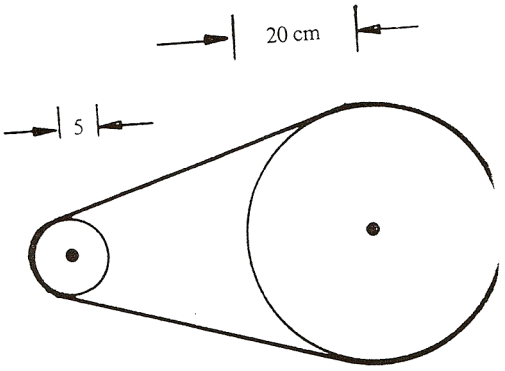
۱۵ – د یوه پنډ پینسیل سره یوه ګردی وهل کیږي، چې دننی وړانګه یې ۵ سانتي متره وي. داچې پنسل یو سانتي متره پنډ دی ، نو دا په ریښتینی یوه ګردیکړی ده. د دې ګردیکړی هواره وشمیرئ.

۱۶ – یوه ساتلیت یا جوړه، یعنی مصنوعي سپوږمی، له ځمکی په یوه ګردی راڅرخي، چې سرعت یې په سانیه کې ۸ کیلو متره دی . د ځمکڅرخون لپاره

(c) ketabton.com: The Digital Library

دا ۱ ساعت او ۲۸ دقیقو ته
ضرورت لري. وښایي چې دا
ساتلیت یا جوړه سپوږمۍ یا
مصنوعي سپوږمۍ له ځمکې
څخه په کوم جګوالي الوزي؟

۱۷ – د یوه څرخونکړۍ یا بهتره
څرخونپټې په مرسته کیدی
شي څرخونحرکت یا
څرخونخوزون د یوې څپې په
بلې څپې راوړل یا واړول شي.
په یوه ورکشاپ کې یوه دقیقه
یعنی ډیره ټیک اره په بریښنا
ماشین چلول کیږي یا په حرکت
راوړل کیږي. د اړې خوزون یا حرکت څومره زر یا تیزدی یا چټک دی، که د
ماشینځرخونځرخی یا ګاډیل (r = 20 cm) په ثانیه کې ۸۰۰ ځله وګرځي؟



څیره ۱۴۶

۱۸ – کوم چاپیری او هواره الیپسی یا بیضوي یا هګیڅیره لري که ولر:

a) a = 40 cm, b = =12 cm, b) a = 6 cm, e = 1 cm

c) $r_1 = 4$ cm , $r_2 = 3$ cm , $w(r_1,r_2) = 90°$

۱۹ – وښایي: په یو په بل پرتو الیپسو کې دی $a_1 = a_2$ او $b_2 = b_1/2$ ، نو دننی
ایلپس بیضوي همدومره لویه ده، لکه په دې دپاسه ایلیپسي یا هګیڅیرې
غاړه.

۲۰ – ځمکه په یوه کال د لمر څخه نزدې د یوې ګردی په څیر راڅرخي. ددې
چاپیري وړانګه نزدې ۱۵۰ میلیونه کیلومتره ده.
الف) د څرخونلار اوږدوالی څومره دی ؟

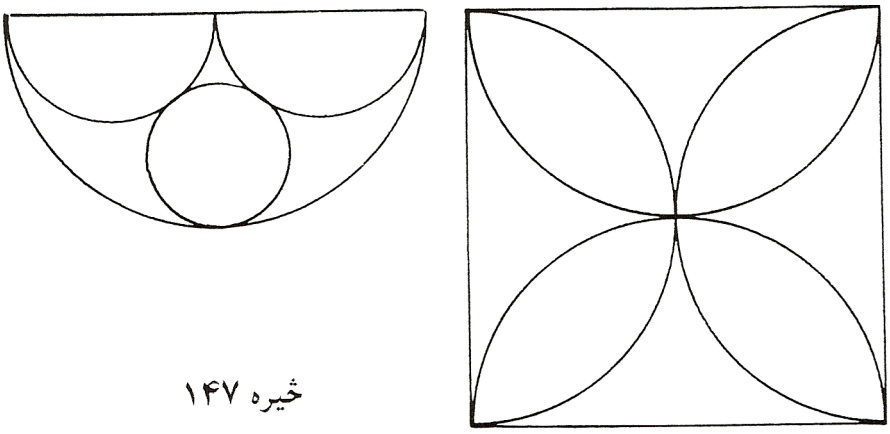
(c) ketabton.com: The Digital Library

ب) په کوم منځنی سرعت (کیلو متره په ساعیه کی) ځمکه په خپل چاپیري راځرخي؟

پ) په ورځ کی ځمکه نزدې څومره واټن تی کوي ؟

ت) په ریښتونی ځمکه د لمر څخه په یوه ایلیپسی لار راځرخي، چی په یوه سوزون ټکي کی پخپله لمر قرار لري. د لته هغه لنډ واټن ځمکه لمر ۱۴۷ میلیونه کیلو متره دی، او لرې واټن یی ۱۵۳ میلیونه کیلو متره دی. په دې ورځیات ورکړو سره کوچنی نیممحور وښایي، او همدا ډول د ایلیپسي یا بیضوي هواره او (نزدې) چاپیری هم.

۲۱ – د ټولی هوارې کومه ټوټه برخه رنګ ده؟



ځیره ۱۴۷

۲۲ – د دوه ګردیو وړانګی ځان داسی نیسي یا په تناسب کی سره پرتی دي، لکه 5 : 8 په لویه ګردی کی یو ګردیبرخه موجود ده ، چی د هغی لینده دومره لویه ده لکه د کوچنی ګردی وړانګه $r = 10\ cm$. وشمیری.

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف- منځټکي کونج

ب – د ګردیږخی هواره.

۲۳ – کوم منځټکي کونج په لیندې پورې اړه لري، چې

الف) ټیك همدومره لوي وی لکه وړانګه ؟

ب) دوه واره دومره لوي وی لکه وړانګه ؟

پ) نیم دومره لوي وی لکه وړانګه ؟

۲۴ – د یوې ګردیټوټونی منځ ټکي کونج وشمیری ، چی هواره یی همدومره لویه وي، که په وړانګه یی چی مربع .

۲۵ – یو مصنوعي ساتلیت یا جوړه سپوږمی ځمکه په ۲۰۰ کیلو متره جګوالي راګردوي یعني له ځمکي راګرځي یا بهتره له ځمکی راځرخي. د راځرخونوخت یی ۱ ساعت، ۲۸ دقیق او ۲۶ ثانیي دي.

الف – سرعت یی څومره لوي دی؟

ب – په یوه دقیقه کی څومره لار وهي؟

۳- کرښیزو څیروونو یا توابعو(فنکشنونو) ته ننوتنه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

2.1.1.پیل یا ننوتنه:

د مخه درسونو څخه د کربنیزو (لاینې) توابعو(فنکشنونو) سره د ګراف په څیر بلد یو او د تابع مساوات سره د کربنیز مساوتو په څیر بلد یو. متناسبې اړیکې یا تناسب ټولګې یا ا ړیکې د کربنی په څیر انځوریدلای شي.

بیلګه:

په بازار کې د ماهي پلورونکي سره 1000 g ماهي 4,50 € قیمت لري، میرمن پښتنه غواړی 3000 g واخلي:

دا باید 4,50€.3=13,50E ورکړي. ښاغلی سپین 5000 g اخلی او باید: 4,50 € · 5 = 22,50 € ورکړي .

په ټولیزه توګه ویلای شو: دK ارزښت د ثابت قیمت p سره د رانیونکې ستې(ډېرۍ) xلپاره K=p.x دی.

یعنې قیمت K دx په واک کې دی یا دx تابع دی. ، له دې امله دx تابع او له دې امله فنکشن دی،

د دې لپاره لیکو : K(x) = p.x .

K(x) د ارزښت تابع یا فنکشن هم بلل کیږي

د ماهی لپاره د قیمت تابع (یا د نرخ فنکشن) دی، د کوم لپاره چې د ستې واحد(د ډېرۍ یوون) په € او x د 1000g څو ځله د ستې واحدونو شمیر دی .

که دK(x) په ځای y ولیکو، نو راته څرګند مساوات y = 4,50 x تري رامنځ ته کیږي. دا په کواوردینات سیستم (د وضعیه قیمت سیستم یا پروت ولاړ سیستم) کې د صفر له ټکي څخه تیرېدونکې یوه کربنه ده.

بیلګه :

(c) ketabton.com: The Digital Library

غورځنګ د ملفون (موبایل یا لاسي تلفون) قرارداد کړی، چې د میاشتي 20 € ورکوی او د دقیقي د تلفون قیمت یې 0,2 € دی. پوښتنې.

الف: څومره باید غورځنګ تادیه کړی، که دی 30 min, 60 min, 90 min, 120 min تلفون وکړي.

ارزښت په یوه ارزښتجدول کي انځور کړی.

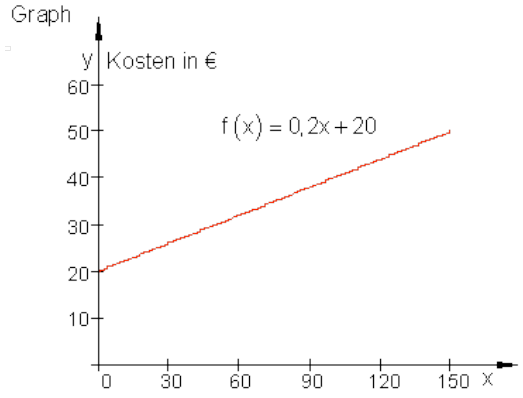
ب : په یوه مناسب وضعیه قیمت سیستم کي یې ګراف رسم کړی.

پ: د ارزښتشمیرني لپاره یې د تابع مساوات څنګه دی؟

حل و الف ته : قیمت له یوه زیاتیدونی یا جمعي ثابت (20 €) او (0,2 x) واریابلي یا متحولي برخي څخه منځ ته راځي، چیرته چې x د تلفون شوو دقیقو تعداد دی.

د خبرو دوام په دقیقو	0	30	60	90	120
قیمت په €	20	26	32	38	44

اوبي یا حل و ب ته: ګراف، y قیمت په €، پروت: په دقیقو د خبرو دوام



حل و پ ته:

x په دقیقو د خبرو خپلواکه متحوله ده y = f(x) په € د ټولي میاشتي د ټول مصرف بلواکه متحوله یا تابع ده . په لاندي شمیرنه کي یوونونه(واحدونه) دقیقی او€ یورو نه لیکل کیږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

. داسې مخ ته ځو:

بنسټ پیسې باید تادیه شي د x دقیقو دوام لپاره د تابع مساوات	$0 \ \min: y = f(0) = 0,2 \cdot 0 + 20 = 20$ $30 \min: y = f(30) = 0,2 \cdot 30 + 20 = 26$ $60 \min: y = f(60) = 0,2 \cdot 60 + 20 = 32$ ..... $x \min: \ y = f(x) = 0,2 \cdot x + 20$

بیلګې :

د تابع مساواتو جوړښت لپاره بیلګې:

یو د اوبو ډنډ 1000 لیتره اوبه لري.. هره رڼ دې ته 100 لیتره نورې اوبه راځي.

د اوبو ډېرې یا - ستې لپاره د تابع مساوات داسې دي. : $f(x) = 100 \cdot x + 1000.$

اباسین هره میاشت € 1300 معاش اخلي. د معاش لپاره فرمول په € یورو.

د معاش لپاره د تابع مساوات دی: $f(x) = 1300 \cdot x$:

یو ټانک 4000لیتره ډیزل لري. یو موټر هره روځ 500 لیتره مصرفوي.

د ټانک منځپانګې لپاره د تابع مساوات : $f(x) = -500 \cdot x + 4000.$

که د تابع متناسب اړیکې برقرار کیږي، نو لاندې فکر اړین دی:

ایا یو پیل ارزښت a_0 شته ؟

د منځ تغیر ارزښت څومره دی (د بیلګې په توګه هره روځ، دقیقه یا وزن).

(c) ketabton.com: The Digital Library

تغير ارزښت زياتيز يا مثبت يا کميز يا منفي ډی(مثبت = زياتيدنه، منفي = کميدنه)

کرښيز برابرون يا مساوات په لاندې بڼه پيژنو:

$y = m \cdot x + n$ يا $y = m \cdot x + b$

دا چې کرښيز مساوات د ټول راشنل توابعو کورنۍ پورې اړه لري، چې د لوړو ټولګيو موضوع ده، نو انځوريز ډول يې له پيله په همدې ډول منځ ته راغلی دي.

تعريف :

n -مه درجه ټول راشنل- يا نسبتي توابع:

يوه تابع f(x) د $f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \ldots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$ سره
n -مه درجه

ټول راشنل يا ټول نسبتي تابع بلل کيږي.

عددونه $a_n ; a_{n-1} ; a_{n-2} ; \ldots . a_2 ; a_1 ; a_0$ ضريبونه (ځلوه ووني) بلل کيږي.

دا چې دواړه اخرني زياتووني يا د جمعې برخې $a_1x + a_0$ په کرښيز و مساواتو اړه لري، تعريف تر لاس ته راځي:

تعريف يا پيژند: ټول د لومړۍ درجې راشنل توابع :

يوه تابع f(x) د $f(x) = a_1 x + a_0$ سره او $a_1 \in \mathbb{R}, a_0 \in \mathbb{R}$ سره د 1- درجې ټول راشنل تابع بلل کيږي

د تابع درجه د x د خورا لوی اکسپوننت يا جګ عدد (چې دلته 1 دی، ځکه چې x $= x^1$) ټاکل کيږي.

دلته ضريب a_1 د m او a_0 د b يا n لپاره ليکل شوی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ،، کربنيز ې يا لاينيز تابع،، اړيکي په دې ودانې دي، چې د کربنيزې تابع ګراف په وضعيه قيمت سيستم (پروت ولاړ سيستم) کې يوه کربنه انځوروي.

په ياد ولرئ: د کربنيزې تابع ګراف يوه کربنه انځوروي.

بيلګه: د کربنيز تابع د تابع مساواتو لپاره بيلګې:

$$f(x)=2x-13 \quad f(x)=\frac{3}{4}x+3 \quad f(x)=-\sqrt{3}\cdot x-\pi \quad f(x)=5 \quad f(x)=3x+a_0 \quad f(x)=a_1x$$

.

تمرين ۱ :

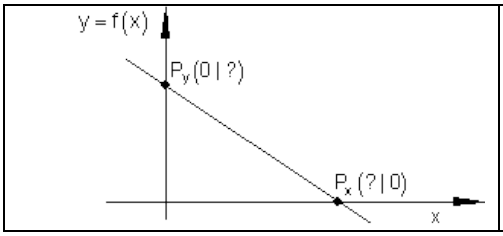
د D ټول عددي (تام عددي) ارزښت لپاره ارزښتجدول وليکئ او د ګراف رسم يې وکاږئ.

$$f(x)=\frac{3}{4}x-3$$ تعريف ست $$D=\{x\mid -1\le x\le 5\}_{\mathbb{R}}$$

د تعريفست D لپاره د ارزښت ست W وټاکئ.

ګراف په کومو ټکو کې د وضعيه قيمت سيستم محورونه قطع کوي؟

۳.۱ - .د محور غوڅتکي (د تقاطع ټکي)

محور غوڅتکي (د تقاطع نقاط) هغه ټکي دي په کومو کې چې ګراف د وضعيه قيمتونو محورونه غوڅوي يا قطع کوي.	

دا ارزښتونه لږ يا زيات له ګراف څخه هم لوستل کيدی شي.

زيات وخت دا د ارزښتجدول څخه هم لوستل کيدی شي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

اوس موخه دا ده چې دا ارزښتونه د ګراف او يا جدول ټاکلو لپاره وکارول شي يا استعمال شي.

P_y د y محور سره د تقاطع- يا غوټکي ټکی (Ordinate) :

د ټولو ټکو دx ټول ارزښتونه چې دy په محور پراته دي ارزښت x = 0 لري.

د لاينيزو (کربنيزو) توابعو عمومي مساوات يا - برابرون : $f(x) = a_1 x + a_0$

شرايط: $x = 0 \Rightarrow f(0) = a_1 \cdot 0 + a_0 = 0 + a_0 = a_0 \Rightarrow P_y(0 \mid a_0)$

د y محور سره د تقاطع ټکی د a_0 له خوا - يا سره ټاکلی.

بيلګه:

$$f(x) = \frac{3}{4}x - 3$$

له دې لاس ته راځي چې : P_y کواوردينات (0,-3) لري. د دې لپاره ليکو: $P_y(0,-3)$

په ياد ولرئ: د y محور سره د تقاطع ټکی د $f(x) = a_1 x + a_0$ بڼې د ټولو کربنيزو توابعو لپاره کيدی شي مستقيماً له تابع مساوات څخه و لوستل شي. له دې څخه لاس ته راځي: $P_y(0, a_0)$

P_x د x محور يا پراه محور سره غوټکی يا د تقاطع ټکی(Abszisse) :

د ټولو ټکو د y ارزښت (د تابع ارزښت) ، چې دx په محور پراته دي، ارزښت 0 لري.

حل: د $P(x \mid f(x))$ له امله لرو: $P_x(x \mid 0) \Rightarrow f(x) = 0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

بیلګه:

د لاندې تابع د محورونو سره د تقاطع ټکي وټاکئ او ګراف یې رسم کړئ.

$$f(x)=-\frac{2}{3}x+\frac{3}{4}$$

د y محور سره د تقاطع ټکی

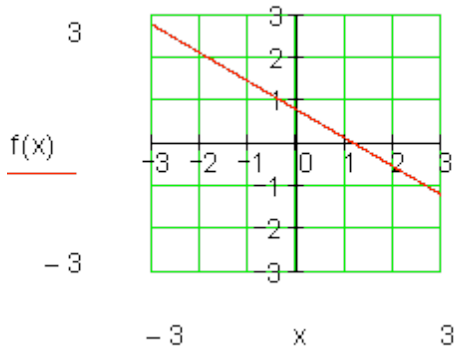
$$f(0)\Rightarrow P_y\left(0\,|\,\frac{3}{4}\right)$$

د x محور سره د تقاطع ټکی

$$f(x)=-\frac{2}{3}x+\frac{3}{4}=0\Leftrightarrow -\frac{2}{3}x+\frac{3}{4}=0\,|-\frac{3}{4}$$

$$\Leftrightarrow -\frac{2}{3}x=-\frac{3}{4}\,|\cdot\left(-\frac{3}{2}\right)\Leftrightarrow x=x_s=\frac{9}{8}$$

$$\Rightarrow P_x\left(\frac{9}{8}=1{,}125\;\middle|\;0\right)$$



د x محور سره د تقاطع ټکی د x کواوردینات (پروت سیستم) هم صفرځای بلل کیږي.

ځکه چې د دې x- ارزښت لپاره (په دې ځای کې x) د تابع ارزښت صفر دی.

تمرین ۲ :

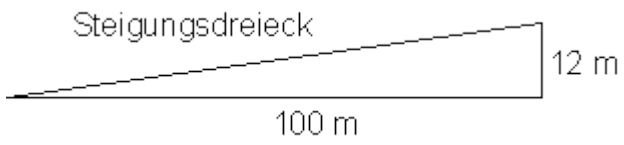
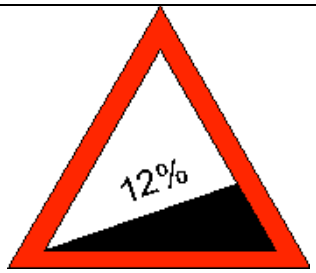
د محورونو سره د تقاطع ټکي وشمیرئ او د $f(x)=-\frac{2}{3}x+\frac{3}{4}$ لپاره ګراف و کاږئ.

او په f(x)کې د ایښوولو سره صفرځایونه و ازمایئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

۳.۲- جګيدنه(جګوالی) يا ميلاند :

زيات ګاډي يا موټر کړی شي فقط کم جګوالی ووهلی شي. له دې امله په غرونو کې غاښيز ې پټلی يا د پرو (د وسپنې پرو) (د جګيدن کوټې لپاره) کيښول کيږي يا نسبيږي يا غزيږي، دا هم د مايلو واټنونو لپاره.:

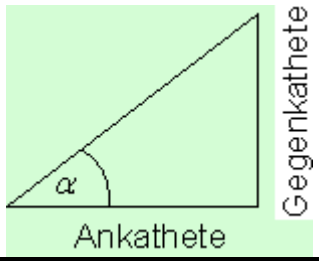
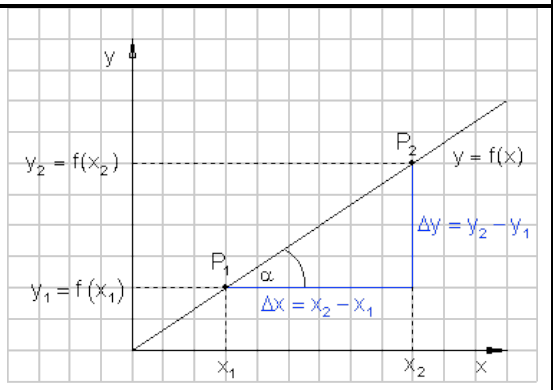
د سرکتخته باندې ،، 12%جګوالی،، په دې معنا دی: په 100 m متره پروت (افقي) واټن په 12 m متره جګيږي. په لاندې کې Steigungsdreieck = د جګيدنې درېګوډی  	

دجګوالی توپير او پرتې يا افقی کرښې په منځ کې تناسب جګوالی يا ميلان بلل کيږي.

په انځور شوی حالت کې دی: $12\,m : 100\,m = 0,12 \triangleq 12\%$

پيژند(تعريف):	لاندې المانې په پښتو:
جګوالی=m = مخامخ اړخ پر پروت يا ګاونډې	ولاړ:مخامخ اړخ، پروت: په

(c) ketabton.com: The Digital Library

اړخ برابر تانجنت $\text{جګوالی} = m = \frac{\text{مخامخاړخ}}{\text{په پروت اړخ}} = \tan\alpha$ کونج α د جګوالي کونج هم بلل کيږي.	پروت اړخ 
 	په څنګ کې تشکيل ګراف کې يوه سرچينه يزه کربنه جوړه ده، چې له ټکو P_1اوP_2 څخه تيرپږي. د کربنې جګوالی دې د ټکو او کواوردیناتو په مرسته پیدا شی. د ګاونډي او مخامخ اړخونو اوږدوالی د د دواړو ټکو د کواوردیناتو دکمښت(تفریق) له لارې کره شوی. د کمښت یا توپیر لپاره لیکو: $\Delta x = x_2 - x_1$ $\Delta y = y_2 - y_1$ همداسې

قضیه:

د جګيدنې مثلث څخه د کربنې جګوالی شمیرل کیدی شي:

$$\text{جګوالی} = m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{f(x_2) - f(x)_1}{x_2 - x_1} = \tan(\alpha)$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

په یوه کواوردیناتسیستم کې د کربنې جګوالی د یوه په خوښه قایمالزاویه مثلث (ولاړګوډیز درېګوډی) د پراته اړخ په مخامخ اړخ تناسب دی ، چې اوږد اړخ یا نیمی یا قطر Hypotenuse یې د تابع د ګراف برخه ده.

ګومان مو نږدې دی، چې د a_1 ضریب د کربنې مساواتو $f(x) = a_1x + a_0$ د جګوالي دنده په غاړه لري.

دا باید اوس وښوول شي.

غوښتنه:

جګوالی m د کربنمساواتو ضریب a_1 په ګوته کوي..

$$f(x) = a_1x + a_0$$

ښوونه:

$$f(x_2) = a_1x_2 + a_0 \qquad f(x_1) = a_1x_1 + a_0$$

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = \frac{a_1x_2 + a_0 - (a_1x_1 + a_0)}{x_2 - x_1}$$

$$= \frac{a_1x_2 + a_0 - a_1x_1 - a_0}{x_2 - x_1} = \frac{a_1x_2 - a_1x_1}{x_2 - x_1} = \frac{a_1(x_2 - x_1)}{x_2 - x_1} = a_1 \Rightarrow \underline{\underline{m = a_1}}$$

جمله :

د یوه کربنیز تابع $f(x) = a_1x + a_0$ د ګراف جګوالی چې له ټکو $P_1(x_1, y_1)$ او $P_2(x_2, y_2)$ څخه تیریږي د ضریب a_1 لخوا ټاکل کیږي.

$$a_1 = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = \tan\alpha$$

په لنډه بڼه $\underline{\underline{a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}}}$

که د یوې کربنې دوه ټکي د کواورردیناتي له لارې ورکړ شوي وي، نو کیدی شي، چې

(c) ketabton.com: The Digital Library

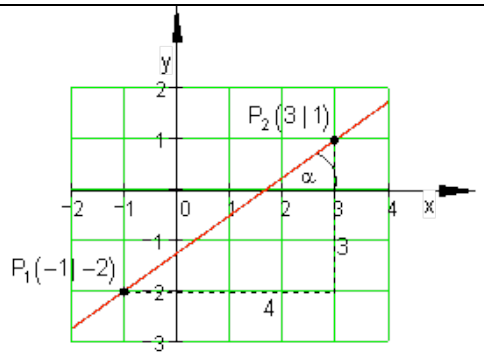
اول . کربنې رسمیږي، که دواړه ټکي سره و نښلول شي او دا داسې مځ ته راغلي کربنه له ټکو اخوا وغزوي.

دویم. د کربنې جګوالی د د جګوالي مثلث په مرسته وشمیرئ

بیلګه :

$P_1(-1|-2)$ او $P_2(3|1)$

دې د یوې کربنې ټکي وي، چې جګوالی یې ټاکل کیږي



$P_1(\underset{x_1}{-1}|\underset{y_1}{-2}) \Rightarrow x_1 = -1$ او $y_1 = -2$

$P_2(\underset{x_2}{3}|\underset{y_2}{1}) \Rightarrow x_2 = 3$ او $y_2 = 1$

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{1-(-2)}{3-(-1)} = \frac{1+2}{3+1} = \frac{3}{4} = tg(\alpha)$$

$$\alpha = arctg\left(\frac{3}{4}\right)$$

د جبشمیري په مرسته لرو:

$$\Rightarrow \alpha \approx 36,87^{o}$$

۳.۳- د توابعو د ګراف رسمول

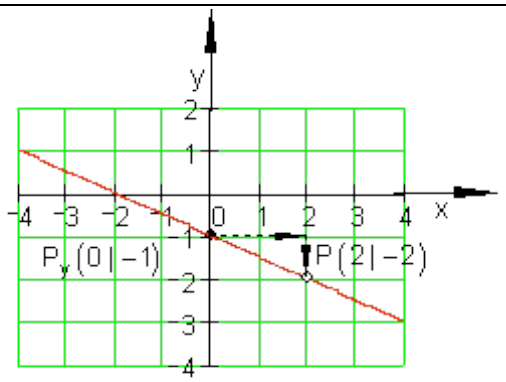
د کربنیزې تابع ګراف تل کربنه ده. د یوې کربنې د رسمولو لپاره دوه ټکي اړین یا ضروري دي. که د تابع مساوات معلوم وي، نو د y محور سره غوښتکی یا د تقاطع ټکی P_y هم پیژنو. دویم ټکی د جګوال له لارې لاس ته راوړی شو(د جګوالي مثلث).

(c) ketabton.com: The Digital Library

بیلګه :

$$f(x) = -0,5x - 1$$

$$a_1 = -0,5 = -\frac{1}{2} \qquad a_0 = -1$$



ګراف د y محور په P_y (0,-1) کې غوڅوي یا قطعه کوي. دا ټکی په کواوردینات سیستم کې رسموو. د P_y څخه دوه واحده یا یونونه ښي لورته څو او یو واحد یا یوون کښته لور ته. موږ P(2,-2) لاس ته راوړو. اوس P_y د P سره نښلوو او کرښه دواړو لورو ته غزوو.

که غواړو د کرښې له یوه ټاکلي ټکي څخه، د جګوالي مثلث له لارې دویم ټکي ته راشو، کیدی شي دا لاندې لنډه بڼه په یاد کې ونیسو:

په یاد ولرئ: د مخرج واحدونه یا یوونونه ښي لور ته ، د صورت واحدونه یا یوونونه د مخنځې په واک یا تابعیت کې پورته یا کښته لور ته.

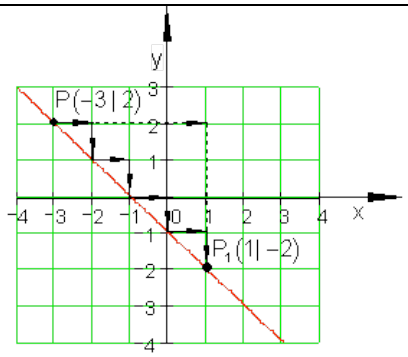
دلته باور لري: د + لپاره پورته لور ته او - لپاره کښته لور ته

که دواړه ټکي ډېر نږدې پراته وي دا تلنلار کیدی شي ډېرواره و کارول شي. که د جګوالي ضریب a_1 یو ټول(تام) ګڼ یا عدد هم وي، دویم ټکی په دې ډول ټاکل کیدی شي، ځکه چې هر ګڼ یا عدد کیدی شي په کسر بدل شي.

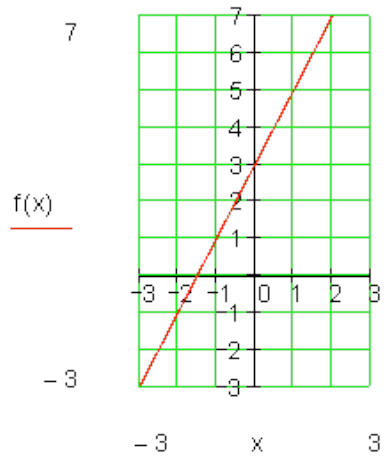
بیلګه: ټکی P(-3,2) په کرښه پروت دی، چې جګوالی یې a1=-1 دی.

$$a_1 = -1 = -\frac{1}{1}$$

که څلور پله مخ ته لاړ شو، نو دواړه ټکي یو له بل پوره لرې پراته دي چې یوه سوچه کرښه رسم کړای شو.



(c) ketabton.com: The Digital Library

له P څخه هر ځل څلور پله يا قدمونه ښي لورته ځو او يو پل کښته لورته او تکي P_1 لاس ته راوړو. څلور پله ښي لور او څلور پله کښته لور ته مو همغې برابري نتيجې ته بيايي.	
بيلګه: $y = f(x) = 2x + 3$ $a_1 = 2 = \frac{2}{1}$ $a_0 = 3$ $P_y(0\mid 3)$ د y محور په ګراف کې غوڅوي. دا تکی په پروتولاړ – يا کواودينات سيستم کاړو. له P_y يو يوون (واحد) ښي لور ته ځو او دوه يوونه پورته لور ته. موږ تکی P(1;5) لاس ته راوړو. اوس P_y او P سره تړو او کرښه دواړولورو ته غزوو.	

2.1.5.تمرينونه :

د محورونو د تقاطع تکي وشميرئ او کرښې رسم کړئ.

د لاندې کرښو ګرافونه د امکان تر حده بې له جدول څخه رسم کړئ.

د دې لپاره د y محور او د جګوالي مثلث څخه کار واخلئ. او x محورسره د تقاطع تکی وشميرئ او د ګرافونو له مخې يې و ازمايئ.

اول – $f(x) = 2x - 5$ دويم - $f(x) = -x + 3$ دريم - $f(x) = \frac{1}{2}x + 1$

خلورم - $f(x) = -\frac{1}{2}x - 2$ پنځم - $f(x) = \frac{1}{3}x - \frac{1}{2}$ شپږم - $f(x) = -\frac{1}{4}x + \frac{3}{2}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

اوم - $f(x)=\frac{2}{3}x+2$ تم - $f(x)=-\frac{3}{4}x-1$

نهم - $f(x)=-3x+\frac{5}{10}$ لسم - $f(x)=\frac{5}{7}x-\frac{12}{4}$

۳.۴- کلیمې او د انځورولو ډولونه یې

د f(x)تابع ګراف لیدشکل K_f هم بلل کیږي.

په ولاړکونجیز - یا قایم االزاویه کواوردینات کې هر ټکی P یوx او y کواوردینات P (x | y) لري.

د x کواوردینات د f(x) تابع مستقله یا خپلواکه متحوله ده.

د y کواوردینات دf(x) تابع ارزښت په ګوته کوي. له دې امله زیات وخت د دې لپاره لیکدود y = f(x) استعمالول کیږي.

د کرښیزو توابعو لپاره په ځانګړي ډول لاندې لیکدود عادي دی:

y = f(x) = mx + b د کرښې مساوات بلل کیږي او فقط د $f(x)=a_1x+a_0$ لپاره بل لیکندود دی، کوم سره چې $m=a_1 \wedge b=a_0$ باور لري.

۳.۵- کرښیز مساوات په مختلفو اشکالو رامنځ ته کیدل:

د کرښیز مساوات عمومي بڼه:

Ax + By + C = 0

(c) ketabton.com: The Digital Library

بیلګه: $3x + 2y + 4 = 0$

د کرښیز مساوات د محور برخو په بڼه

$$\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$$

$$\frac{x}{3}+\frac{y}{2}=1$$

بیلګه:

د نورو شمیرنو لپاره هدفمند دی، چې دا مساوات په لاندې معلومه یا پیژندل شوې بڼه راوړو:

$y= f(x)=a_1x+a_0$ یا $y = f(x) = mx + b$

تمرینونه۳:

K_fدf کرښیزې تابع لیدعکس دی د $f(x)=1,5x-2;\ x\in\mathbb{R}$ سره .

د یوې f تابع د کرښیز لیدځیره K_f د تابع ګراف هم بللګیرۍ.

الف – ایا ټکی $P(2,5\,|\,1,75)$ د K_f په کرښه پروت دی؟

ب - ټکي $A(x_A\,|\,4)$ او $B(-2\,|\,y_B)$ په K_f پراته دي. x_A او x_B وټاکئ.

پ – د f(x) صفرځای وشمیرئ.

ت – د کوم x -ارزښت لپاره $f(x) > 0$ باور لري؟

ټ – د f(x) ارزښتورشو یا ساحه وټاکئ، که $D=R_+^x$ و ټاکل شي.

ث – ګراف g د K_f راکښنې له لارې ، چې د y په لور منځ ته راځي او له ټکي $N(4\,|\,0)$. تیرېږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

بيلګه:

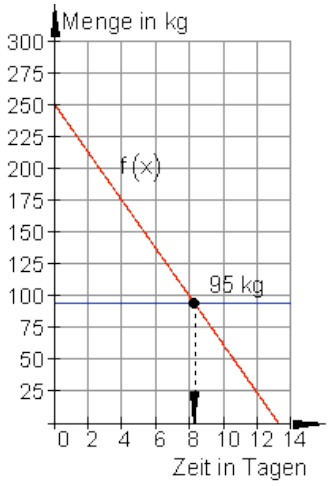
د ،، پومس (سره شوي الوګان)،، ګړندی رستورانت د پومس لپاره هره ورځ 19 kg تازه غوړي په کار لري. تر اوسه په لاګر يا زخيره ځای کې 250 kg شتون لري.

الف – د تابع مساوات وکاږئ او په يوه مناسب کواوردیناتسیست (پروتولاړ سیستم) کې يې ګراف رسم کړئ.

ب – په لاګر کې د95 kg پاتې غوړيو ورسته بايد د رستورانت مشر د نورو پوښتنه وکړي(فرمايش ورکړي). له څو ورځو ورسته بايد دا فرمايش صورت ونيسي؟

پ – دا غوړي څومره دوام لرودی شي، که سملاسي پسې را ونه غوښتل شي؟

الف ته حل -

خپلواک اووښتوني يا متحوله x د وخت لپاره ده چې په ورځو يې ښايو. بلواکه متحوله يا تابع متحوله f(x) د پاتې ستې (ډېرئ) په کيلوګرام غوړيو لپاره ده. پيل ارزښت 250 kg دی. د تغيرکچه منفي(کميزه) ده او 19kg/Tag يا ورځ / ۱۹ کيلوګرام ده. دا چې کربنيزي اړيکي شتون لري، نو باور لري: $f(x) = a_1x + a_0$ د $a_1 = -19$ او $a_0 = 250$ سره کيږي $f(x) = -19x + 250$	ولاړ: ډېرئ يا ستې په کيلوګرام  وخت په ورځو

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب ته حل – د 95 kg فرمایش ورکولو سره لاندې باور لري:

$$f(x)=95 \Leftrightarrow -19x+250=95 \mid \cdot(-1)$$
$$\Leftrightarrow 19x-250=-95 \mid +250$$
$$\Leftrightarrow 19x=155 \mid :19$$
$$\Leftrightarrow x=\frac{155}{19}\approx 8{,}156$$

فرمایش باید د 8 ورځو په شاوخوا کې صورت ونیسي.

پ ته حل – د y -محور سره د ګراف د تقاطع یا غوڅتکی دې وټاکل شي:

$$f(x)=0 \quad \Leftrightarrow -19x+250=0 \mid \cdot(-1)$$
$$\Leftrightarrow 19x-250=0 \mid +250$$
$$\Leftrightarrow 19x=250 \mid :19$$
$$\Leftrightarrow x=\frac{250}{19}\approx 13{,}158$$

غوږي لا نږدې تر 13 ورځو رسیږي.

2.1.7.د تمرینونو حل :

تمرین ۱ : تمرین ۱ : د D ټول ګنیز(تام عددي) ارزښت لپاره ارزښتجدول ولیکئ او د ګراف رسم یې وکاږئ.

$f(x)=\frac{3}{4}x-3$ تعریف ست $D=\{x \mid -1\le x\le 5\}_{\mathbb{R}}$ ،

د تعریفست D لپاره د ارزښت ست W وټاکئ.

ګراف په کومو ټکو کې د وضعیه قیمت سیستم محورونه قطع کوي؟

حل :

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x)=\frac{3}{4}x-3 \qquad D=\{x\mid -1\le x\le 5\}_{\mathbb{R}}$$

$$f(-1)=\frac{3}{4}\cdot(-1)-3=-\frac{3}{4}-3=-\frac{3}{4}-\frac{12}{4}=-3,75$$

$$f(0)=\frac{3}{4}\cdot 0-3=-3$$

$$f(1)=\frac{3}{4}\cdot 1-3=\frac{3}{4}-3=\frac{3}{4}-\frac{12}{4}=-\frac{9}{4}=-2,25$$

$$f(2)=\frac{3}{4}\cdot 2-3=\frac{3}{2}-3=\frac{3}{2}-\frac{6}{2}=-\frac{3}{2}=-1,5$$

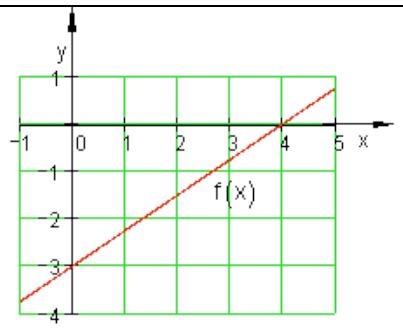
$$f(3)=\frac{3}{4}\cdot 3-3=\frac{9}{4}-3=\frac{9}{4}-\frac{12}{4}=-\frac{3}{4}=-0,75$$

$$f(4)=\frac{3}{4}\cdot 4-3=3-3=0$$

$$f(5)=\frac{3}{4}\cdot 5-3=\frac{15}{4}-3=\frac{15}{4}-\frac{12}{4}=\frac{3}{4}=0,75$$

جدول او گراف:

x	-1	0	1	2	3	4	5
f(x)	-3,75	-3	-2,75	-1,5	-0,75	0	0,75



$$W=\{y\mid -3,75\le y\le 0,75\}_{\mathbb{R}}$$

$P_x(4\mid 0)$ او $P_y(0\mid -3)$

تمرین ۲ -

(c) ketabton.com: The Digital Library

د محورونو سره د تقاطع ټکي وشمیرئ او د $f(x)=-\frac{2}{3}x+\frac{3}{4}$ لپاره ګراف و کاږئ.

او په f(x)کې د ایښوولو سره صفرځایونه و ازمایئ.

حل :

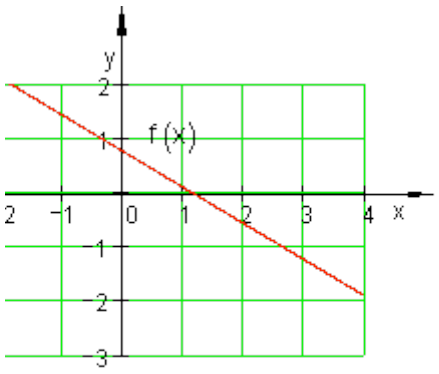
$$f(x)=-\frac{2}{3}x+\frac{3}{4}$$

د y- محور سره د تقاطع یا غوڅټکی:

$$f(0)=\frac{3}{4}\Rightarrow P_y\left(0\,\middle|\,\frac{3}{4}\right)$$

د x– محور سره غوڅټکی:

$$f(x)=0\Leftrightarrow -\frac{2}{3}x+\frac{3}{4}\,|-\frac{3}{4}$$
$$\Leftrightarrow -\frac{2}{3}x=-\frac{3}{4}\,|\cdot\left(-\frac{3}{2}\right)$$
$$\Leftrightarrow x=\frac{9}{8}\Rightarrow P_x\left(\frac{9}{8}\,\middle|\,0\right)$$



ازمایینت

$$f\left(\frac{9}{8}\right)=-\frac{2}{3}\cdot\frac{9}{8}+\frac{3}{4}=-\frac{18}{24}+\frac{3}{4}=-\frac{3}{4}+\frac{3}{4}=0$$

تمرین ۳ : حل.

تمرینونه۳:

$f(x)=1,5x-2;\ x\in\mathbb{R}$. د K_fدf کربنیزې تابع لیدعکس دی د سره .

د یوې f تابع د کربنیز لیدځپره K_f د تابع ګراف هم بللګیږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف – ایا ټکی $P(2,5|1,75)$ د K_f په کرښه پروت دی؟

ب - ټکي $A(x_A|4)$ او $B(-2|y_B)$ په K_fپراته دي. x_A او x_B وټاکئ.

پ – د $f(x)$ صفرځای وشمېرئ.

ت – د کوم x -ارزښت لپاره $f(x) > 0$ باور لري؟

ټ – د $f(x)$ ارزښتورشو یا ساحه وټاکئ، که $D = R_+^x$ و ټاکل شي.

ث – ګراف g د K_f راکښلي له لارې ، چې د y - په لور منځ ته راځي او له ټکي $N(4|0)$.

تیرېږي.

و الف ته حل- $f(x) = 1,5x-2$

ازماېښت:

$P(2,5;1,75): f(2,5)=1,5.2,5-2=1,75$ =>

P په کرښه K_f پروت دی یا $P \in K_f$.

و ب ته حل -

$A(x_A|4): \quad f(x_A)=1,5\cdot x_A-2=4$

$\Rightarrow \quad 1,5\cdot x_A-2 = 4|+2$

$\Leftrightarrow \quad 1,5\cdot x_A = 6|:1,5$

$\Leftrightarrow \quad x_A = 4$

$B(-2|y_B): \quad f(-2)=1,5\cdot(-2)-2=y_B$

$\Rightarrow y_B = 1,5\cdot(-2)-2=-5$

و پ ته حل –

صفرځایونه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x)=0 \Leftrightarrow 1{,}5x-2=0 \Leftrightarrow 1{,}5x-2=0 \mid +2$$
$$\Leftrightarrow \frac{3}{2}x=2 \mid \cdot 2 \Leftrightarrow 3x=4 \mid : 3 \Leftrightarrow x=\frac{4}{3} \Rightarrow P_x\left(\frac{4}{3} \mid 0\right)$$

و ت ته حل –

$$f(x)=1{,}5x-2>0 \Leftrightarrow \frac{3}{2}x-2>0 \mid +2 \Leftrightarrow \frac{3}{2}x>2 \mid \cdot \frac{2}{3}$$
$$\Leftrightarrow x>\frac{4}{3} \Rightarrow \text{Für } x>\frac{4}{3} \text{ ist } f(x)>0$$

و ټ حل –

$f(x)=1{,}5x-2 \quad D_f=\mathbb{R}_+^*$ ($\mathbb{R}_+^*$ په دې معنا چې $x>0$)

$$\Rightarrow f(x)>-2 \quad \Rightarrow \quad W_f=\{y \mid y=f(x)>-2\}$$

و ث ته حل- د y په لور راکښنه له ټکي N(4;0) څخه غبرګې (موازي) کرښې g(x) =(3/2)x +a0 لاس ته راځي.

د لاندې سره ازمایښت:

$$N(4 \mid 0) \Rightarrow g(4)=0 \Leftrightarrow \frac{3}{2} \cdot 4+a_0=0 \Leftrightarrow 6+a_0=0 \mid -6 \Leftrightarrow a_0=-6$$

g(x) =(3/2)x -6 او g(x) =(3/2)x -2 ته چې له ټکي N(4;0) تیریږي، غبرګه ځغلي.

۳ . ۶ - پوښتنې

کرښیز مساوات I .

لومړی - د لاندې توپیر ګرافونه هر یو په یوه کواوردینات سیستم کې وکاږئ

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف - $f(x)=-\frac{2}{3}x+2$ ب = $f(x)=2x-4$ پ = $f(x)=-\frac{5}{4}x+1$

ت = $f(x)=-4x+5$ ټ = $f(x)=-0,3x$ ث - $f(x)=2,5$

دویم - و ازمایی، چې کرښه په P_1 او P_2 کې سرچینه ییزه کرښه ده.

الف - $P_1(2|4);P_2(-1,5|-3)$ ب = $P_1(-1|3,5);P_2(2|-2)$

دریم - د کوم x ارزښت لپاره $f(x)>0$ باور لري.؟

الف - $f(x)=0,4x+1$ ب = $f(x)=-1,5(x-2)$ پ = $f(x)=\frac{x}{5}-\frac{7}{5}$

څلورم - د کرښیزې تابع ارزښت جدول معلوم دی. د تابع ترم او د محورونو د تقاطع ټکي معلوم کړی.

الف -

x	0	1	2	3	4	5
y	-2	-1,5	-1	-0,5	0	0,5

ب =

x	-1	0	1	2
y	-3	-1	1	3

پنځم - کرښیز ه $f(x)=3-\frac{12}{7}x$ تابع ورکړ شوې

الف - ګراف رسم کړی او (1-) f په ګوته کړی

ب = ایا $P\left(\sqrt{7}\,|-1,54\right)$ یا ټکی د f(x) په ګراف پروت دی؟

پ = تعریف ساحه D دې داسې محدوده شي، چې باور ولري :

$W_f=\{y\,|\,1\le y<\infty\}$ او D_f وټاکی.

ت = د k د کوم ارزښا لپاره $f\left(\sqrt{2k}\right)<0,6$ ؟ دی؟

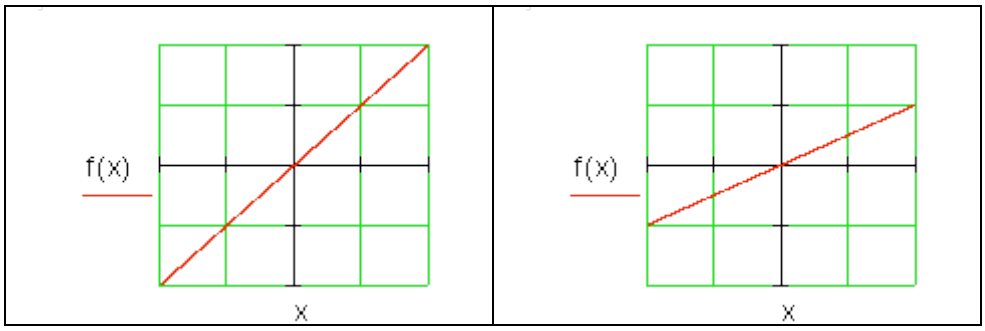
شپږم - د $g(x)=0,75x+3$ او د $h(x)=-x-2,5$ توابع ورکړ شوي.

کرښه h دي د y په لور داسې راکښل شي(یا دي داسې تغیر ورکړ شي)، چې g او تغیر خوړلي کرښه h د x محور په همغه ټکي کې قطع (غوځ) کړي.

د تغیر خوړلي کرښې لپاره د f(x) تابع ترم وټاکی یا پیدا کړی.

اوم - کیدی شي لاندې ګرافونه همغه کرښه انځور کړي؟ دلایل یې راوړی

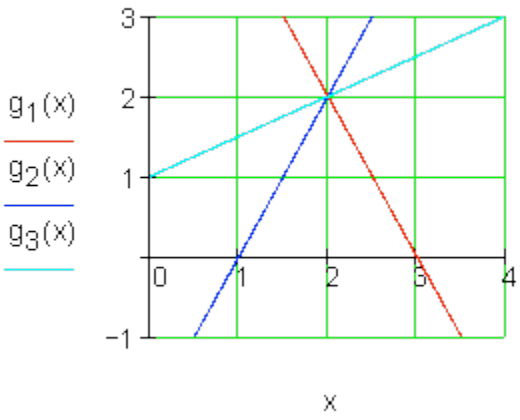
(c) ketabton.com: The Digital Library



پوښتنې

کرښيز مساوات يا - برابرونونه II

لومړی –

د لاندې برابرون له لارې کرښه g ورکړ شوې g(x) = 2x + 8,2 د څنګ څيرې کرښه وټاکی، چې د g(x) سره غبرګه له ټکي(2 | 2) P تيريږي. د دې کرښې تابع مساوات وټاکی او خپله ټاکنه په دليل ودانه کړی.	

دويم –

ټکی P(4,5; -3) په کرښه چې صفر(سرچينه ييزه کرښه) پروت دی.

ټکی P(3;f(3)) هم په دې کرښه پروت دی. f(x) وټاکی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

دريم –

ټکي A(1;3), B(-1;-7), C (2;-2) او D(8;7) د مساوات f(x) = 4x-3 سره د کربنې پورته لور ته ، کښته لور ته او که په کربنه پراته دي؟

څلورم –

د کربنې g مساوات وټاکئ.

الف – $a_1 = -\frac{3}{4}$; له $P(1|-2)$

ب - $a_1 = 1,5$; له $P(-1|-0,5)$

پ - له $P_1(2|-4)$ او $P_2(0|-2)$

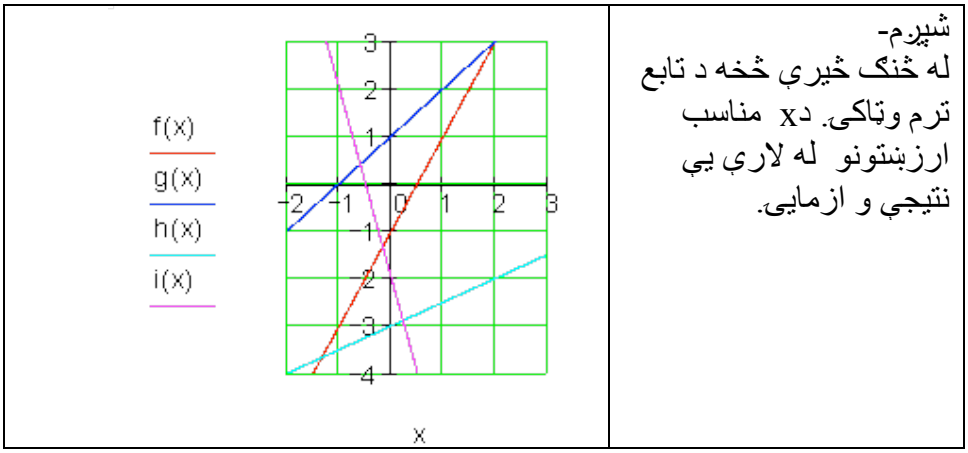
ت - له سرچينې او $P(-3|-1)$

ټ – له $P(-3|3)$ او وکربنې $g(x) = -\frac{1}{2}x - 5$ ته غبرګ

پنځم- د يوه کربنيز تابع f لپاره f(2) = -3 او f(0) = 5 باور لري.

د تابع ترم وټاکئ او f(0,25) او $f\left(\sqrt{2}\right)$ وشمېرئ.

شپږم-
له څنګ څيرې څخه د تابع ترم وټاکئ. د x مناسب ارزښتونو له لارې يې نتيجې و ازمايئ.



۳.۷- کربنيز ې توابع د ورکړشوو شرايطو سره

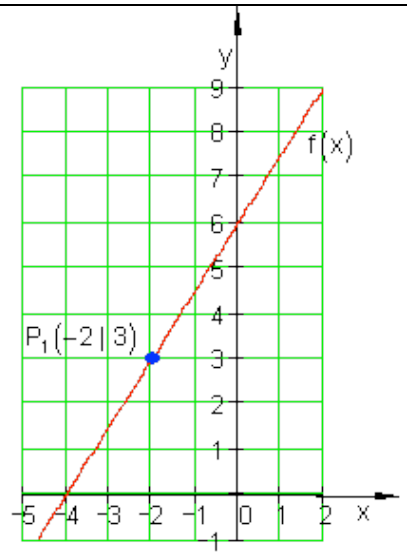
(c) ketabton.com: The Digital Library

الف- لومړی حالت : د P ټکي څخه تیرې کرښې د a_1 جګوالي سره

بیلګه:

یوه کرښه د a_1 د جګوالي سره د $P_1(x_1 \mid y_1)$ په ټکي کې ځغلي.

د $f(x) = a_1x + a_0$ تابع مساوات دې پیدا شي.



جګوالی: $a_1 = 1,5$ ټکی $P_1(-2 \mid 3)$

وتونمساوات $f(x) = a_1x + a_0$

جګوالی ځای په ځای کړی

$$f(x) = 1,5 \cdot x + a_0$$

د a_0 لپاره دې ارزښت وشمیرل شي.

د $P_1(-2 \mid 3)$ لپاره ازمایښت

$$\begin{aligned} f(-2) = 3 &\Leftrightarrow 1,5 \cdot (-2) + a_0 = 3 \\ &\Leftrightarrow -3 + a_0 = 3 \mid +3 \\ &\Leftrightarrow a_0 = 6 \end{aligned}$$

د تابع مساوات $f(x) = 1,5 \cdot x + 6$

ازمایښت:

$$P_1(-2 \mid 3) \Leftrightarrow f(-2) = 3$$
$$f(-2) = 1,5 \cdot (-2) + 6 = -3 + 6 = 3$$

بیلګه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

د حیواناتو ساتونکی د وښو اوتومات څخه د روځي 7,5 kg خوراک شته. دولس روځي، وروسته له هغي چي زیرمه له غذایي موادو ډکه شوې وه، هلته نور 250 kg پاتي دي.

الف - یو تابع مساوات ولیکی، چې دا حالت تشریح کړي

ب - په څومره ستې یا ډېرې به دا د وښو زیرمه دولس ورځي د مخه ډکه شوې وي.

حل و الف ته - د x محور: وخت په ورځو

y محور : د وښو زېرمه په کیلوګرام kg .

$$f(x) = -7,5x + a_0$$

$$P(12 \mid 250) \Rightarrow f(12) = 250 \Leftrightarrow -7,5 \cdot 12 + a_0 = 250$$

$$\Leftrightarrow -90 + a_0 = 250 \mid +90$$

$$\Leftrightarrow a_0 = 340 \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = -7,5x + 340}}$$

حل و ب ته- د ډکیدنې وخت x = 0 دی.

$$\Rightarrow f(0) = -7,5 \cdot 0 + 340 = 340$$

د وښو شتون دولس12 ورځي د مخه په 340 kg ډک شوی .

لکه څنګه په لومړي حالت کي چې د یوې کربنې جګوالی او یو ټکی معلوم دي، شمېرنه په همغه ډول د ورکړشوو داتن یا داتا Daten سره مخ ته ځي.

په داسي حالت کي شمیرنه ټویزه سرته رسیږي. دا مو بیا یو فرمول ته لاربنوده وي.

یوه کربنه د a_1 جګوالي سره د $P_1(x_1 \mid y_1)$ ټکي څخه تیرې.ي.

د کربنمساواتو ټولیز فرمول دی: $f(x) = a_1 x + a_0$

$$P_1(x_1 \mid y_1) \Rightarrow f(x_1) = y_1 \Leftrightarrow a_1 \cdot x_1 + a_0 = y_1 \mid -a_1 \cdot x_1 \Leftrightarrow a_0 = y_1 - a_1 \cdot x_1$$

$$\Rightarrow f(x) = a_1 \cdot x + y_1 - a_1 \cdot x_1 = a_1 \cdot x - a_1 \cdot x_1 + y_1 = a_1(x - x_1) + y_1$$

$$f(x) = a_1(x - x_1) + y_1$$

دا د ټکی - جګوالي فرمول هم بلل کیږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

بیلګه:

$a_1 = -2 ; P_1(-3 \mid 4)$ په $f(x) = a_1(x - x_1) + y_1$ کې ځا په ځای کړی

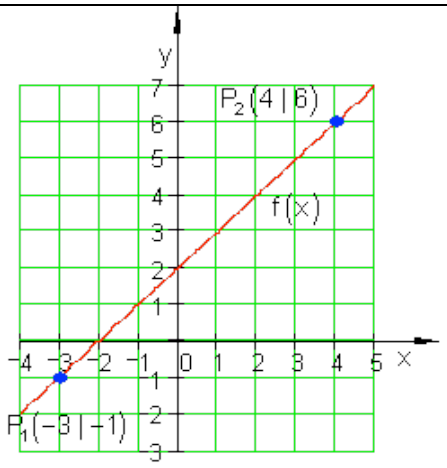
$$f(x) = -2(x - (-3)) + 4 = -2(x + 3) + 4 = -2x - 6 + 4 = \underline{\underline{-2x - 2}}$$

ب- دویم حالت: کرښه له دوه ټکو تیریږي

بیلګه:

دوه ټکی $P_1(x_1 \mid y_1)$ او $P_2(x_2 \mid y_2)$ په یوه کرښه پراته دي.

د $f(x) = a_1x + a_0$ تابع مساوات غواړو پیداکړو.



$P_1(-3 \mid -1)$ $P_2(4 \mid 6)$

وتونمساوات: $f(x) = a_1x + a_0$

د جګوالي ټاکنه:

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{6 - (-1)}{4 - (-3)} = \frac{6 + 1}{4 + 3} = \frac{7}{7} = 1$$

جګوالی وضعه کړی $f(x) = 1 \cdot x + a_0$

وروسته له دي چې جګیدنه معلومه شوه، دا پوښتنه داسي حل کیږي لکه په لومړي حالت کې.

د ټکو ازمایښت لپاره بې پروا ده چې د دې لپاره کوم ټکي کارول کیږي.، ځکه چې

(c) ketabton.com: The Digital Library

دواړه ټکي به په کرښه پراته وي.	

د ټکو ازمایښت د $P_2(4|6)$ یا P_1 لپاره

$$P_2(4|6) \Rightarrow f(4)=6 \Leftrightarrow 1\cdot 4+a_0=6\,|-4 \Leftrightarrow a_0=2 \Rightarrow f(x)=x+2$$

بیلګه:

د فزیک څخه پوهیږو چې د حرارت معلومولو (تودوخې کچوني) لپاره مختلفې د تودوخې یا حرارت سکالا کارول کیږي. د څلزیوس سکالاCelsiusskala او د فارنهایټ سکالاFahrenheitskala

د دواړو ترمنځ کرښیزې اړیکې موجود دي.

100 ^{0}C برابری دي د 212 ^{0}F سره . 0 ^{0}C برابر د ی په 32 ^{0}F سره.

د یوه تابع مساوات غواړو پیداکړو، چې د هغې په مرسته ^{0}C په ^{0}F اړول کیږي.

خپلواکه متحوله x په ^{0}C او بلواکه یا تابع متحوله y = f(x) په ^{0}F .

جګوالی:

$$a_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{212-32}{100-0}=\frac{180}{100}=\frac{9}{5} \Rightarrow f(x)=\frac{9}{5}x+a_0$$

$$P_1(0|32) \Rightarrow f(0)=32 \Leftrightarrow \frac{9}{5}\cdot 0+a_0=32 \Leftrightarrow a_0=32$$

$$\Rightarrow f(x)=\frac{9}{5}x+32$$

په بدل شوی تابع x په C° کې کیږدئ نتیجه یې ده.

د بیلګې په دول:

$$x=20\,^0\text{C}: f(20)=\frac{9}{5}\cdot 20+32=68 \Rightarrow 20\,^0\text{C} \triangleq 68\,^0\text{F}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دویم حالت لپاره هم کیدی شي شمیرنه په ټولیزه توګه مخ ته بوتلی شی:

دوه ټکی $P_1(x_1 | y_1)$ او $P_2(x_2 | y_2)$ په یوه کرښه پراته دي.

د مساواتو عمومي بڼه ده:. $f(x) = a_1x + a_0$

جګوالی: $a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \Rightarrow f(x) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot x + a_0$

$$P_1(x_x | y_1) \Rightarrow f(x_1) = y_1 \Leftrightarrow \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot x_1 + a_0 =$$

$$, = y_1 | - \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot x_1 \Leftrightarrow a_0 = y_1 - \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot x_1$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot x + y_1 - \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot x_1 =$$

$$= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot x - \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot x_1 + y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1) + y_1$$

$$f(x) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1) + y_1$$

دا په دوه ټکو کې د کرښیزرومساواتو یو ټولیزه بڼه ده .

په زیاتو ادبیاتو کې په لاندې ډول ده:

$$\frac{y - y_1}{x - x_1} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \; ; x_1 \neq x_2$$

چیرته چې $y = f(x)$ باور لري.

د عملي کارونې لپاره لاندې بڼه مساعده ده:

$$f(x) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1) + y_1$$

بیلګه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$P_1(2|-1); P_2(-3|2)$ کې ځای په ځای کړئ $f(x)=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}(x-x_1)+y_1$ په

$$f(x)=\frac{2-(-1)}{-3-2}(x-2)+(-1)=\frac{2+1}{-5}(x-2)-1=-\frac{3}{5}(x-2)-1=-\frac{3}{5}x+\frac{6}{5}-\frac{5}{5}$$
$$=-\frac{3}{5}x+\frac{1}{5}\Leftrightarrow f(x)=-\frac{3}{5}x+\frac{1}{5}$$

تمرين:

د ^0F په ^0C باندې شميرنې لپاره يو تابع مساوات وليکئ

۳.۸-تمرين: د تابعمساواتو شميرنه

يو کرښيز مساوات د a_1 جګوالی لري او د P له ټکي تيريږي.

د f(x) تابعمساوات معلوم کړئ او د محورونو قاطع ټکي يا غوځټکي او ګراف انځور کړئ

اول - $P(2|-2)$ $a_1=\frac{1}{2}$ دويم - $P(-1|3)$ $a_1=\frac{3}{4}$

دريم - $P(3|-1)$ $a_1=2$ څلورم - $P\left(\frac{3}{2}\middle|4\right)$ $a_1=\frac{4}{5}$

يوه کرښه له ټکو P_1 او P_2 تيريږي.

د f(x) تابع مساوات پيدا کړئ او د محور قاطع ټکي او ګراف رسم کړئ.

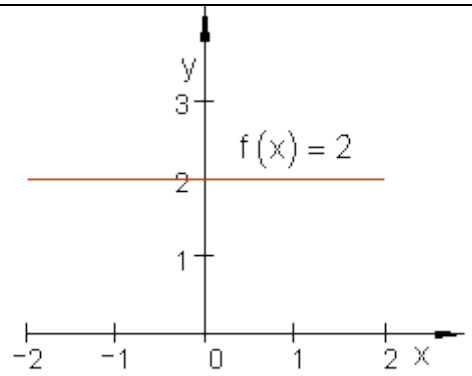
پنځم - $P_2(5|4)$ $P_1(2|1)$ شپږم - $P_2(2|3)$ $P_1(-3|-2)$

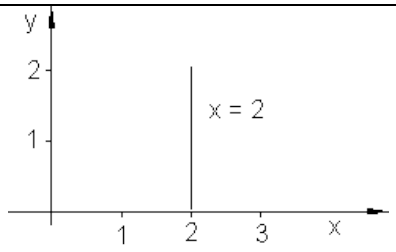
اوم - $P_2(4|-1)$ $P_1(-2|3)$ اتم - $P_2(3|1)$ $P_1(-4|-1)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

نهم - $P_2(4 \mid -1)$ $P_1\left(-3 \mid \frac{9}{2}\right)$ لسم - $P_2\left(\frac{7}{2} \mid 4\right)$ $P_1(-4 \mid -2)$

۳.۹- د کرښمساواتو ځانګړی حالت:

د x- محور سره غبرګ کرښه: $f(x) = a_0 \; ; \; a_0 \in \mathbb{R}$ یو د 0 درجې تام راشنل تابع ده او ثابته تابع هم بلل کیږي. x- محور هم یوه ثابته تابع ده د تابع مساوات $f(x) = 0$ سره. د ثابتې تابع جګوالی تل صفر دی.	

د y- محور سره غبرګه. $x = a \; ; \; a \in \mathbb{R}$ کرښه د محور سره غبرګه (موازي) ځغلي. دا د یوه تابع مساوات سره نه شي لیکل کیدی، ځکه چې یواځنۍ تنظیم نه شته یعنې تابع نه ده. د $x = 0$ y- محور مساوات دي.	

بیلګه:

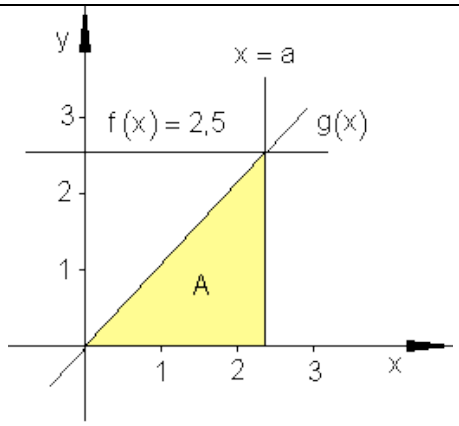
یو $f(x) = 2,5$ ور کړ شوی او y- محور سره موازي دa واټن د $a > 0$ سره.

یوه سرچینییزه کرښه g د $P(a \mid f(x))$ ټکي څخه تیریږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

دا دx - محور او د y- محور سره غبرګي کرښې سره يو مثلث جوړوي.

a داسې وټاکئ چې وسطحه د سطحې څلور واحدونه (يوونونهFE) جوړ کړي. د دې حالت لپاره دg(x) تابع مساوات څنګه دي؟



$A = \frac{g \cdot h}{2}$ | د g = a او

سره h=f(x) = 2,5

د مثلث سطه $\Rightarrow A = \frac{2,5 \cdot a}{2} = \frac{5}{4}a$ |

$A = 4 \Leftrightarrow \frac{5}{4}a = 4 \mid \cdot \frac{4}{5} \Leftrightarrow a = \frac{16}{5}$

(ځکه چې د سرچينې کرښه $g(x) = a_1 x \ (a_0 = 0$

د جګېدو له مثلث څخه

$a_1 = \frac{5}{2} : \frac{16}{5} = \frac{25}{32}$

د تابع مساوات : $g(x) = \frac{25}{32}x$

تمرين: د ^0F بدلون شميرنه په ^0C لپاره د تابع مساوات وليکئ

حل :

د ^0C اړونه يا بدلون په ^0F د متحولې لپاره دا معنا لري:

x په ^0F مستقله يا خپلواکه متحوله ده او y = f(x) په ^0C بلواکه يا تابع متحوله ده.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$212\,^0F \triangleq 100\,^0C \Rightarrow P_1(212|100)$ او $32\,^0F \triangleq 0\,^0C \Rightarrow P_1(32|0)$

دا چې د حرارت الو ترمنځ یوه کرښیزه اړیکه پرته ده، نو ټکي P_1 او P_2 په یوه کرښه پراته دي.

د کرښې عمومي کرښیزه بڼه په دې ډول ده:. $f(x) = a_1x + a_0$

دلته ضریبونه a_1 او a_0 د ټاکلو دي.

جګوالی: $a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{100-0}{212-32} = \frac{100}{180} = \frac{10}{18} = \frac{5}{9} \Rightarrow f(x) = \frac{5}{9}x + a_0$

ټکي ازمایښت د $P_1(32|0)$ سره.

$$\Rightarrow f(32) = 0 \Leftrightarrow \frac{5}{9} \cdot 32 + a_0 = 0 \Leftrightarrow \frac{160}{8} + a_0 = 0 \,|-\frac{160}{9} \Leftrightarrow a_0 = -\frac{160}{9}$$
$$\Rightarrow f(x) = f(x) = \frac{5}{9}x - \frac{160}{9} = \frac{5}{9}(x-32)$$

د ^0F اړونې په ^0C لپاره باور لري. $^0F \text{ in } ^0C \text{ gilt: } f(x) = \frac{5}{9}(x-32)$

^0F په x او ^0C په y .

پوښتنې

کرښیز مساوات VI

لومړی –

د لاندې کرښیزو توابعو ګرافونه و کاږئ او د ارزښت ستې یا – ډېرئ W و ټاکئ

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف- $f(x) = -2x + 2;\ D = \{x \mid -3 \le x \le 5\}_{\mathbb{R}}$

ب - $f(x) = \frac{1}{2}x - \frac{3}{4};\ D = \{x \mid -4 \le x \le 4\}_{\mathbb{R}}$

پ - $f(x) = \frac{3}{4}x - 3;\ D = \{x \mid -2 \le x \le 6\}_{\mathbb{R}}$

ت - $f(x) = 3x - 6;\ D = \{x \mid -1 \le x \le 3\}_{\mathbb{R}}$

دویم –

ټکی P_1 او P_2 ورکړ شوي، چې په کرښه پراته دي. د f (x) تابعمساوات پیدا کړئ او ګراف یې وکاږئ

الف- $P_1(3 \mid 4);\ P_2(7 \mid -1);\ D = \{x \mid 0 \le x \le 7\}_{\mathbb{R}}$

ب - $P_1(-8 \mid 1);\ P_2(2 \mid -3);\ D = \{x \mid -8 \le x \le 2\}_{\mathbb{R}}$

پ - $P_1(4 \mid 3);\ P_2(-7 \mid -1);\ D = \{x \mid -7 \le x \le 4\}_{\mathbb{R}}$

ت - $P_1(-4 \mid -4);\ P_2(4 \mid 2);\ D = \{x \mid -4 \le x \le 4\}_{\mathbb{R}}$

دریم –

د لاندې مساواتو حلسټ یا حلډېرئ پیداکړئ. مساوات چې کسرئ راشنل ترمونه ولري، باید د هغو تعریفورشو هم ورکړل شي.

الف- $x - 5 = 9$ ب - $8 + x = 25$ پ - $x - \frac{2}{3} = \frac{3}{4}$ ت - $\frac{5}{9} = x - \frac{1}{3}$

ټ - $88 = 4x - 16$ ث - $a + bx = 3b + a$ ج - $8 - (x + 5) = 2$

(c) ketabton.com: The Digital Library

چ - $9+(5-x)=6$ ح = $(x-6)(x+3)=(x-5)(x-2)$ خ -

$\frac{x}{4}+\frac{5x}{6}+\frac{5}{6}=\frac{x}{2}+x$ څ - $(x+3)(x+7)=(x+2)(x+9)$

ځ - $\frac{3}{2x}+\frac{2}{3x}=\frac{1}{9}+\frac{7}{3x}$ د - $\frac{ax}{b}-\frac{b}{ac}=\frac{a}{bc}-\frac{bx}{a}$ ډ - $\frac{x}{a-b}+\frac{x}{a+b}=a$

ذ- $23a-\{5ax-[9ax+(12a-6ax)]-(3a-8ax)\}-15a=5ax-7a$

څلورم:د لاندې توابعو د محورونو سره د تقاطع ټکي هم پیدا کړئ.

الف- $f(x)=2x-7$ ب - $f(x)=-2x+6$ پ - $f(x)=3x-3$

ت - $f(x)=2x+\frac{2}{3}$ ټ - $f(x)=\frac{3}{4}x+2$ ث - $f(x)=-\frac{3}{4}x+\frac{4}{5}$

ج - $f(x)=3,5x+\frac{1}{2}$ چ – $f(x)=-2,5x+2\frac{1}{2}$ ح - $f(x)=1\frac{3}{4}x-3\frac{2}{3}$

پنځم: د یوې کرښې دوه ټکي P_1 اوP_2 ورکړ شوي د لاندې توابعو له I تر IV لپاروه وټاکئ:

I. $P_1(3\mid 4);P_2(7\mid -1);D=\{x\mid -2\le x\le 8\}_{\mathbb{R}}$

II. $P_1(-8\mid 1);P_2(2\mid -3);D=\{x\mid -8\le x\le 2\}_{\mathbb{R}}$

III. $P_1(4\mid 3);P_2(-7\mid -1);D=\{x\mid -8\le x\le 4\}_{\mathbb{R}}$

IV. $P_1(4\mid 2);P_2(-4\mid -4);D=\{x\mid -4\le x\le 4\}_{\mathbb{R}}$

الف- د جګیدنې ضریب.m

ب - د کرښې تابعمساوات

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ - دy محور سره د تقاطع ټکی P_y

ت - د تقاطع ټکی P_y د x محور سره

ټ - په W باندې ارزښتډېرى .W

ث - په D کې د تابع ګراف

شپږم: لاندې مساواتسیستمونه حل کړی:

الف- $\begin{cases} 5y-3x=1 \\ x=y+1 \end{cases}$ ب - $\begin{cases} 4x+5y=32 \\ y=5x-11 \end{cases}$ پ - $\begin{cases} 15y-4x=-50 \\ x=y+7 \end{cases}$

ت - $\begin{cases} 3x=y+15 \\ 2y-10=2x \end{cases}$ ټ - $\begin{cases} 2y=2x-40 \\ 3x=10-2y \end{cases}$ ث - $\begin{cases} x+y=a+b \\ x-y=a-b \end{cases}$

پوښتنې

کربنیز توابع **XI**

لومړی-

$$f_1(x)=\frac{1}{4}x+2\frac{1}{4};\ f_2(x)=-4x-2;\ D=\{x\mid -9\le x\le 0\}_{\mathbb{R}}$$

کربنه له تابع $f_1(x)$ سره د دویمې کربنې د تابع $f_2(x)$ سره غوڅیږي. وټاکی:

الف – د کواوردیناتونو x_s او y_s سره غوڅټکی S .

ب – د دواړو کربنو غوڅټکي د y محور سره .

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ – د دواړو کربنو غوڅتکي دx محور سره .

ت - د دواړو توابعو ګراف په D کې .

دويم –

$$f_1(x) = -\frac{2}{3}x + 4 ; D = \{x \mid 0 \le x \le 6\}_{\mathbb{R}}$$

کربنه له تابع $f_1(x)$ سره په ټکي $S(3 \mid y_s)$ کې د تابع $f_2(x)$ سره له کربنې څخه غوڅيږي.

وټاکئ:

الف-د S پوره کواودينات

ب-تابع .$f_2(x)$.

پ-د دواړو کربنو غوڅتکي د کواوردينات محورونو سره.

ت-په D کې د دواړو توابعو ګراف.

دريم:

$$f_1(x) = -\frac{3}{8}x + 1; D = \{x \mid -7 \le x \le 3\}_{\mathbb{R}}$$

کربنه د تابع $f_1(x)$ سره په ټکي $S(-4 \mid y_s)$ کې له کربنې څخه د تابع $f_2(x)$ سره ، چې پروتمحور په 7- کې غوڅوي، غوڅيږي.

وټاکئ:

الف – د S پوره کواوردينات.

ب – تابع $f_2(x)$.

پ – د دواړو کربنو غوڅتکي د کواودينات د محورونو سره.

ت – د واړو توابعو ګراف په D کې..

(c) ketabton.com: The Digital Library

څلورم –

د یوه درېګوډي یا مثلث ټکي P_1, P_2 او P_3 ورکړ شوي دي. د درېګوډي د اړخونو تابع وټاکئ. پخوا له دې یو پلان نقشه ترتیب کړئ.

الف-

$$[P_1P_2] \triangleq f_1 ; [P_2P_3] \triangleq f_2 ; [P_1P_3] \triangleq f_3$$
$$P_1\left(-6 \mid \frac{3}{2}\right); P_2\left(-2 \mid -\frac{3}{2}\right); P_3(-4 \mid 3)$$

ب -

$$[P_1P_2] \triangleq f_1 ; [P_2P_3] \triangleq f_2 ; [P_1P_3] \triangleq f_3$$
$$P_1\left(6 \mid \frac{3}{2}\right); P_2\left(2 \mid -\frac{3}{2}\right); P_3(4 \mid 3)$$

پنځم -

$$f_1(x) = \frac{1}{2}x + 3 ; P_2(-2 \mid -3); D = \{x \mid -6 \le x \le 0\}_{\mathbb{R}}$$

کرښه د تابع $f_1(x)$ سره د دویمې کرښې څخه د تابع $f_2(x)$ سره ، چې له ټکي P_2 تیریږي ، په ټکي S کې ولاړکونجیزه غوڅیږي.

وټاکئ:

الف - د $f_2(x)$ جګوالی m_2 .

ب- تابع $f_2(x)$.

پ – د دواړو کرښو غوڅټکی S .

ت - د دواړو کرښو محورغوڅټکي.

ټ - د دواړو کرښو ګراف په D کې.

پوښتنې

(c) ketabton.com: The Digital Library

کربنیزي توابع **XIV**

لومړی: $A(-8|-6); C(-1|5); D=\{x|-8\le x\le 2\}_{\mathbb{R}}$

له یوه قایمالزاویه مثلث، چې قایمه زاویه یې په B پرته ده، ټکی A او C ورکړ شوي دي. د مثلث ضلع (اړخ)[BC] د اوردینات محور (ولاړمحور) په 3کې قطع کوي.

دا وټاکئ:

الف-

$[AB]=f_1$; $[BC]=f_2$; $[AC]=f_3$ د مثلث درې د ضلعو توابع.

ب- د B ټکي کواودینات یا وضعیه قیمت کې د ټکي B محورونه

پ -په D کې ګراف.

دویم: $A(-4|-1); B(2|-4); D=\{x|-4\le x\le 5\}_{\mathbb{R}}$

د یوه مثلث ټکيA او B ورکړ شوي دي. د مثلث [BC] ضلع دy محور په 12-کې قطع کوي; ضلع [AC] د x محور په 3- کې غوڅوي.

دا وټاکئ:

الف-تابع $f_1(x)$ ضلع [AB]. قطع کوي

ب - تابع $f_2(x)$ ضلع [BC] غوڅوي.

پ - تابع $f_3(x)$ ضلع [AC]

ت - د C ټکي وضعیه قیمتونه

ټ - د D ټکي وضعیه قیمتونه

(c) ketabton.com: The Digital Library

دریم: توابع $y = f(x) = 3x - 4$ او $g(x) = ax + 3$ ورکړ شوي.

د دواړو توابعو ګرافونه په ټکي $S(3 \mid 5)$ کې غوڅوي.

د $h(x)$ تابع مساوات داسي وکاږئ، چې ګراف په ټکي S عمود څغلي. په یوه وضیه قیمتسیستم کي دریواړه ګرافونه رسم کړئ.

څلورم:

$$f_1(x) = \frac{1}{4}x + 2\frac{1}{4};\ f_2(x) = -4x - 2;\ D = \{x \mid -10 \le x \le 1\}_{\mathbb{R}}$$

د $f_1(x)$ تابع سره کرښه د دویمې کرښې د $f_2(x)$ تابع سره قطعه کوي.

دا وټاکئ:

الف- د S قاطع ټکی د x_s او y_s کواودینات سره.

ب - د دواړو کرښو د قاطع ټکي د x محور سره.

پ - د دواړو کرښو قاطع ټکي د x محو سره.

ت - د دواړو توابعو ګراف په D کې.

پنځم:

د $g(x)$ تابع ، چې په $f(x)$ عمود ده پیدا کړئ. د $g(x)$ ګراف د y محور په $P_y(0 \mid 3)$ ټکي قطع کوي. دواړه کرښې په یوه وضعیه قیمت سیستم(پروت ولاړ سیستم) کې رسم کړئ.

الف - $f(x) = -2x + 2$ ب - $f(x) = 3x - 6$

پ - $f(x) = \frac{1}{2}x - \frac{3}{4}$ ت - $f(x) = \frac{3}{4}x - 3$

شپږم: د دواړو کرښو غوڅټکی (نقاط تقاطع) و ټاکئ او ګراف یې وکاږئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف - $f_1(x)=\frac{1}{4}x+2\frac{1}{4}; f_2(x)=-4x-2; D=\{x\mid -10\le x\le 1\}_{\mathbb{R}}$

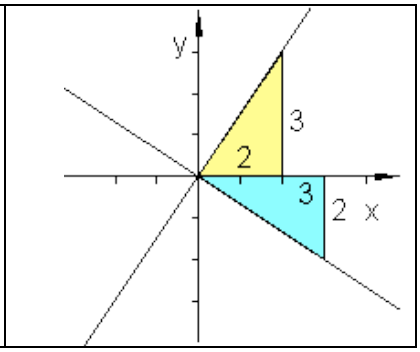
ب - $f_1(x)=-2x+2; f_2(x)=3x-6; D=\{x\mid -2\le x\le 4\}_{\mathbb{R}}$

پ - $f_1(x)=-\frac{2}{3}x+4; f_2(x)=\frac{3}{2}x-2\frac{1}{2}; D=\{x\mid -1\le x\le 7\}_{\mathbb{R}}$

ت - $f_1(x)=-\frac{3}{8}x+1; f_2(x)=\frac{5}{6}x+5\frac{5}{6}; D=\{x\mid -8\le x\le 4\}_{\mathbb{R}}$

۳ . ۱۰ - یو بل سره عمود یا ولاړي ځغلیدونکي کربنې

که د دوه عمود قطع کیدونکو (غوځیدونکو) کربنو جګوالي پیدا کول موخه وی، نو ګومان کیږي، چې د دواړو جګوالو په منځ کې اړیکي شته.

Vorübung:له مخه تمرین: د $f(x)=\frac{3}{2}x$ تابع ګراف به وضعیه قیمتسیستم کې وکاږی. په دې کربنه د هندسی مثلث په مرسته یو عمود کواودینات په سرچینه وباسی او جګوالی یې ولولی یا په ګوته کړی.	

(c) ketabton.com: The Digital Library

دg کربنې جګوالی: $a_{1g}=\frac{3}{2}$.ګومان: د کربنې h چګوالی: $a_{1h}=-\frac{2}{3}$ د a_{1h} منفی برعکس ارزښت د a_{1g} په ګوته کوي یا انځوروي.

دلته د یوه منفي کسري جګوالي حالت څخه غږیږو.

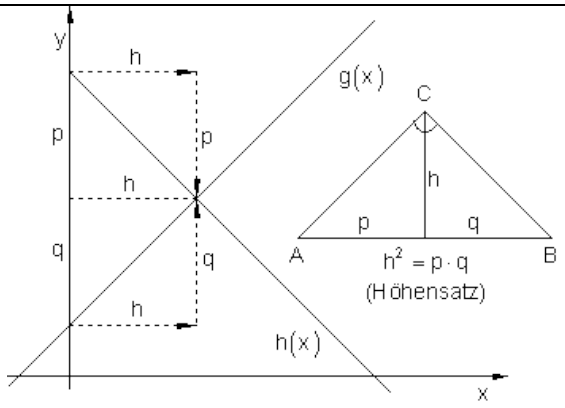
دا په دې معنا چې: $a_{1h}=-\frac{1}{a_{1g}}$ همداسې $a_{1h}.a_{1g}=-1$ یا $a_{1g}=-\frac{1}{a_{1h}}$

جمله:

د دوه یو په بل عمودو یا ولاړو کربنوg او h جګوالي لپاره صدق کوی:

$a_{1h}=-\frac{1}{a_{1g}}$ همداسې $a_{1h}.a_{1g}=-1$ یا $a_{1g}=-\frac{1}{a_{1h}}$

کربنې یو په بل عمود دي.



(Höhensatz = جګجمله)

دg او h جګوالي لیکل کیدی شي:

$a_{1g}=\frac{q}{h}$ او $a_{1h}=-\frac{p}{h}$

$a_{1g}\cdot a_{1h}=\frac{q}{h}\cdot(-\frac{p}{h})=-\frac{q\cdot p}{h^2}$ (1)

د جګجملې له مخې دی

$h^2 = p.q$

په (1)کې کیږدی

$a_{1g}\cdot a_{1h}=-\frac{q\cdot p}{h^2}=-\frac{h^2}{h^2}=-1$

$\Rightarrow a_{1g}\cdot a_{1h}=-1$

بیلګه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

دوه یو بل ته ولاړګونجیز یا قام الزاویه یي ځغلندو کربنې g او h غوټکی یا د قطعه کیدو ټکی $S(2 \mid 3)$ ورکړ شوي، چیرته چې د g جګوالی $a_{1g} = \frac{1}{2}$ دی. د لاندې المانې پښتو: له ... املـه ، لاس ته راځي، او $a_{1g} = \frac{1}{2}$ wegen $g(x) \perp h(x)$ folgt $a_{1h} = -2$ $g(x) = \frac{1}{2}x + a_{0g}$ und $h(x) = -2x + a_{0h}$ $S(2 \mid 3) \Rightarrow g(2) = 3 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot 2 + a_{0g} = 3 \Leftrightarrow a_{0g} = 2$ $S(2 \mid 3) \Rightarrow h(2) = 3 \Leftrightarrow -2 \cdot 2 + a_{0h} = 3 \Leftrightarrow a_{0h} = 7$ $\Rightarrow g(x) = \frac{1}{2}x + 2$ und $h(x) = -2x + 7$	غوښتنه:دg کربنې تابعمساوات g(x) . د h کربنې تابعمساوات h(x). د g او h ګراف د $D = \{ x \mid -5 \le x \le 4 \}_{\mathbb{R}}$ لپاره

د دوه یو بل سره عمود ځغلیدونکو کربنوg او h غوټکی $S(2 \mid 3)$ ورکړ شوی ، په کوم کې چې د g جګوالی $a_{1g} = \frac{1}{2}$ دی	غوښتنه: دg کربنې تابعمساوات g(x) د h کربنې تابعمساوات h(x) . د g او h ګراف د $D = \{ x \mid -5 \le x \le 4 \}_{\mathbb{R}}$ لپاره

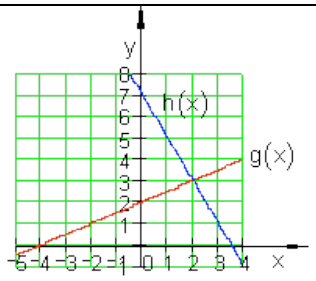
$a_{1g} = \frac{1}{2}$ له $g(x) \perp h(x)$ املـه لاس ته راځي $a_{1h} = -2$

$g(x) = \frac{1}{2}x + a_{0g}$ او $h(x) = -2x + a_{0h}$ ډ

$S(2 \mid 3) \Rightarrow g(2) = 3 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot 2 + a_{0g} = 3 \Leftrightarrow a_{0g} = 2$

$S(2 \mid 3) \Rightarrow h(2) = 3 \Leftrightarrow -2 \cdot 2 + a_{0h} = 3 \Leftrightarrow a_{0h} = 7$

(c) ketabton.com: The Digital Library

	$\Rightarrow g(x)=\frac{1}{2}x+2$ او $h(x)=-2x+7$

2.3.3تمرينونه:

د دوه کرښو غوڅټکی (د قطعه کيدو ټکی)
د دوه کرښو $g_1(x)$ او $g_2(x)$ توابع مساوات ورکړ شوي.
د دواړو کرښو د قطعه کيدو(غوڅيدو) ټکی و ښایی او کرښې په يوه افقی-عمودي سيستم کې وښاياست.

اول - $g_1(x)=\frac{1}{2}x+2 \quad g_2(x)=-\frac{1}{2}x+4$

دويم - $g_1(x)=2x-1 \quad g_2(x)=-2x+1$

دريم - $g_1(x)=\frac{3}{4}x-4 \quad g_2(x)=-\frac{1}{2}x-1$

څلورم - $g_1(x)=-\frac{1}{2}x+2 \quad g_2(x)=\frac{1}{2}x+3$

پنځم - $g_1(x)=\frac{2}{3}x+2 \quad g_2(x)=\frac{1}{2}x+3$

شپږم- $g_1(x)=\frac{3}{4}x+1 \quad g_2(x)=\frac{1}{2}x+2$

يا دا لاندې
د دوه کرښو غوڅټکی د دوه کرښو د $g_1(x)$ او $g_2(x)$ توابع مساوات ورکړ شوي :

د دواړو کښو غوڅتکی وشمیری او کرښې په يوه بورت ولاړ سيستم (کواودينات سيستم) کې وکاږی(رسم کړی)

لومړی: $g_1(x)=\frac{1}{2}x+2 \quad g_2(x)=-\frac{1}{2}x+4$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دویم: $g_1(x) = 2x - 1 \quad g_2(x) = -2x + 1$

دریم: $g_1(x) = \frac{3}{4}x - 4 \quad g_2(x) = -\frac{1}{2}x - 1$

څلورم: $g_1(x) = -\frac{1}{2}x + 2 \quad g_2(x) = \frac{1}{2}x + 3$

پنځم: $g_1(x) = \frac{2}{3}x + 2 \quad g_2(x) = \frac{1}{2}x + 3$

شپږم: $g_1(x) = \frac{3}{4}x + 1 \quad g_2(x) = \frac{1}{2}x + 2$

د یوې $g_1(x)$ کربنې تابع مساوات ور کړ شوي دي.
و $g_1(x)$ کربنې ته د عمود کربنې تابع مساوات وټاکی، که دا کربنه له P_1 ټکي تیره شي. د دواړو کربنو د قاطع ټکی یا غوځتکی وشمیری او دواړه کربنې په افقی-عمودی سیستم قیمت وضعیه سیستم کې رسم کړی.

اوم ــ $g_1(x) = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$

غواړو $g_2(x) \perp g_1(x)$ پیدا کړو، چې له $P_1(3|-2)$ تیریږي.

اتم ــ $g_1(x) = 2x - 1\,g$

غواړو $g_2(x) \perp g_1(x)$ پیداکړو ، چې له $P_1(-2|5)$ تیریږي.

نهم ــ $g_1(x) = -\frac{4}{5}x + 3$

غواړو $g_2(x) \perp g_1(x)$ پیداکړو ، چې له $P_1(-4|-2)$ تیریږي.

لسم ــ $g_1(x) = 2x + 3$

(c) ketabton.com: The Digital Library

غواړو $g_2(x) \perp g_1(x)$ پيداکړو ، چې له $P_1(2|-3)$ تيريږي.

د قيمتشميرنې څخه کار اخستنه يا استعمالونه :

د مالک لپاره ډېره مهمه ده، چې د هغه يوه جنس توليد ست x وپيژني ، کوم چې په توليد کې منځ ته راغلې مصارفK د خرڅلاو څخه لاس ته راغلوE له لارې پوره کړي.

تعريف:

که د ثابتو توکو سره دK(x) مصارفو تابع او تل لرلي مصارفو لپاره صدق وکړي:

ټول لګښت = K(x) دK توليد ست x + تل لرلي لګښت Kf

(c) ketabton.com: The Digital Library

$K(x) = k \cdot x + K_f$ که د توکو لګښت اوفیکس یا تل لرلي مصارف ثابت وي.

یادښت:

ټول لرلي مصارف د منځ ته راغلي لګښت تابع(K(x دي چې په یوه فابریکه کې دx تولید د ډېرۍ یوونونو یا ستې واحدونو(ME) یوه ضرب څخه منځ ته راغلي دي.

د دانې ارزښت بهتر یې قیمت k ټول قیمت دی د دانې په سر(دا اووښتونې یا متحول دانه قیمتونه هم بلل کیږي) .

ځای په ځای یا فیکس قیمتونهKf هغه قیمتونه دي، چې که تولید ونه شي هلته هم منځ ته راځي(ګټه، کرایه، بیمه، معاشونه او داسې نور).

پیژند (تعریف):

د لاس ته راغلو پیسو تابع E(x) په ثابت قیمت باور لري:

دخرڅلاو پیسي(E(x= قیمتP . ډېرۍx یعني E(x) = P.x

پام (یادونه) :.

هغه په نرخ یا قیمت p خرڅه شوې ډېرۍ یا ستې د لاس ته راوړنې ډېرۍ هم بلل کیږي.

تعریف:

د ګټې تابع G(x) لپاره باور لري:

ګټه: $G(x) = E(x) - K(x)$

پام (یادونه) :ړکه دG(x) نتیجه کمیزه یا منفي وي، فابریکه زیان کوي، کهG(x) زیاتیزه یا مثبت وي، نو فابریکه ګټه کوي.

که G(x) = 0 وي، نو لګښتK(x) همدومره ستر دی، لکه لاس ته راوړنهE(x) .

(c) ketabton.com: The Digital Library

دا ټکی د ګټې پوله Gewinnschwelle بلل کیږي.

بیلګه : یوه فابریکه،، ملفونونه (لاسي تلفونونه)،، جوړوي دانه په € 20 .

د فابریکې تللګښت د ورځې€ 60000 دی.

د هر ،،ملفون،، خرڅلاو قیمت په دانه دی€ 40.

فابریکه کړی شي د ورځې خورا زیات یا ماکسمال 4000،، ملفونه،، تولید کړي(د تولید توان یا کاپښیتي پوله).

الف – د کوم تولید ډېرې یا ستې سره فابریکه ګټه کوي؟

ب - د کوم تولید ډېرې سره فابریکه ماکسماله ګټه کوي؟

پ – دا حالت په یوه مناسب کواوردینات سیستم کې ګرافیکي انځور کړی.

الف - تابع مساوات ولیکی:

لګښت تابع : $K(x) = 20+60000$

خرڅلاوتابع:$E(x) = 40x$

$$G(x) = E(x) - K(x) = 40x - 20x - 60000$$
$$= 20x - 60000$$

ګټه تابع :

ږدو: $G(x) > 0$

$$\Leftrightarrow 20x - 60000 > 0 \mid +60000$$
$$\Leftrightarrow 20x > 60000 \mid : 20 \Leftrightarrow x > 3000$$

د یوه له $x= 3000$ پورته،،ملفونونو،، د ورځې تولیدډېرې فابریکه ګټه کوي.

په $x = 3000$ تولید سره ګټه$E(x)$ دومره ده لکه لګښت$K(x)$.

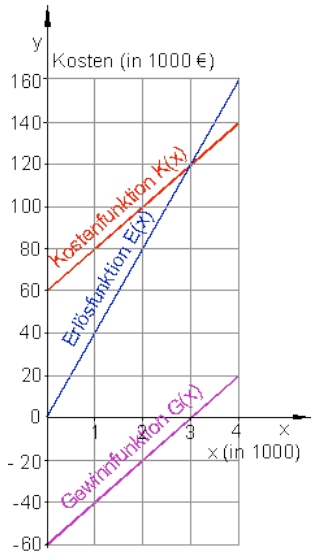
$$K(3000) = 20 \cdot 3000 + 60000 = 120000$$
$$E(3000) = 40 \cdot 3000 = 120000$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب - په عظمي توليدډېرې يا – سټ کې د ګټې پيداکونه $x_{Max} = 4000.$

$$G(4000) = 20 \cdot 4000 - 60000 = 20000$$

د ورځې د4000 .، ملفونو،، د توليد ګټه عظمي ده، دا .€ 20000 ده.



پ -

يادونه: له پورته کښته ته ژباړه: د لګښت تابع، د خرڅلاو تابع، د ګټې تابع
د ګټې شولۍيا پوله کيدی شي د ګټې په تابع هم د لګښت تابع د ګراف د غوڅټکي له لارې هم د خرڅلاو د ګراف سره پيدا کړای شي. د غوڅټکی x کواوردينات د ګټې شولي يا هغه ورشو چې ګټه به کې صورت نيسي).. دهو د y کواوردينات په دې ځای کې لګښت ورکوي.
د ډېرې - او پيسو يوونونه يا - واحدونه په يوه فابريکه کې د توليد ډېرې د لويو دانو د توليد پروسه په ګوته کوي، د بيلګې په توګه د ورځې 1000 000 Cd- Rohlinge. د توليد لګښت هم زيات وخت په ميلينونو وي.

داسي ستر ګڼونه تل داسي ساده نه ګڼل کيږي. له دې امله د توليد شوو دانولپاره د ډېرې يوون يا – واحد کاروو او همداسي د لګښت پيسو واحدونو لپاره.

د بيلګې په توګه کيدی شيCd- Rohlinge 1000 000په 10 ستواحدونو(ډېرې يوونويا ME 10) کې سره راتول کړو، چيرته چې د ډېرې واحد د 100 000 دانو

(c) ketabton.com: The Digital Library

لپاره ځای په ځای شوی دی. یعني 100 000 دانې یو یوون یا واحد دی. همداسې لګښتونه د پیسو واحدونو(-یوونونو) ته سره راټولیږي، د بیلګې په توګه€ 9000 000 و9 د پیسو واحدونو(یوونونو(ته (9 GE).

پرته له دې د لګښت واحد(یوون) لپاره سړی په ټاکلې پیسو واحد (یوون) پورې مربوط نه دی

بیلګه:

د یوه ټاکلی تولید لپاره دې د لګښت تابع $K(x) = 0,3x + 4$ وې او د خرڅلاو تابع $E(x) = 1,1x$د ګټې په پولیBreak-even-Point کې ټول لګښتونه څومره جګ دي.؟

$$G(x) = E(x) - K(x) = 1,1x - 0,3x - 4 = 0,8x - 4$$

د لږ Break-even-Point :

$$G(x) > 0 \Leftrightarrow 0,8x - 4 > 0 \mid +4 \Leftrightarrow 0,8x > 4 \mid : 0,8 \Leftrightarrow x = 5$$

ټول تولید: $K(5) = 0,3 \cdot 5 + 4 = 1,5 + 4 = 5,5$
د ګټې پوله Break-even-Poin t د5 ME (د،، سټ واحد یا ډېرې یوون ،، لپاره راغلی) شاو خوا کې پرته ده، په دې ځای کې لګښت 5,5 GE (GE پیسو یوون لپاره) دی.

پوښتنې:

کرښیزې توابع برخه IV

لومړی –

د کرښیزو توتاپعو تابع ترمونه معلوم کړی، که باور ولرې؛

الف- $f(1) = 7\,;\, f(-1) = 3$ ب - $f(a) = 0\,;\, f(0) = a$ پ - $f(a) = 1;\, f(2a) = -1$

دویم –

(c) ketabton.com: The Digital Library

کربنه وښایی، چې له $P_1\left(\sqrt{k}\mid k\right)$ او $P_2(1\mid 1)$ تیریږي، جګوالی $a_1=\sqrt{k}+1$ لري او دy محور په $P_y\left(0\mid -\sqrt{k}\right)$ کې غوڅوي.

دریم –

وښایی: ټکی $P\left(\frac{k}{2}\sqrt{2}\mid k\right)$ د $k\in\mathbb{R}$ لپاره په یوه کربنه پوت دی.

د کربنې مساوات وټاکئ

څلورم –

یوه کربنه چې له (0 | 2,5) P تیریږي د کواوردینات د محورونو سره یو درپګوډی یا مثلث جوړوي. د کوم جګوالي سره دا مثلث برابر پینیز(مساوی الاضلاع) دی؟

پنځم –

تابع $f(x)=3e^{-0,5x}\quad x\in\mathbb{R}$ ورکړ شوی.

د یوه کربنیز تابع h(x) لپاره باور لري:

$h(0)=f(0)$ او $h(-2)=f(-2)$. h(x) و ټاکئ.

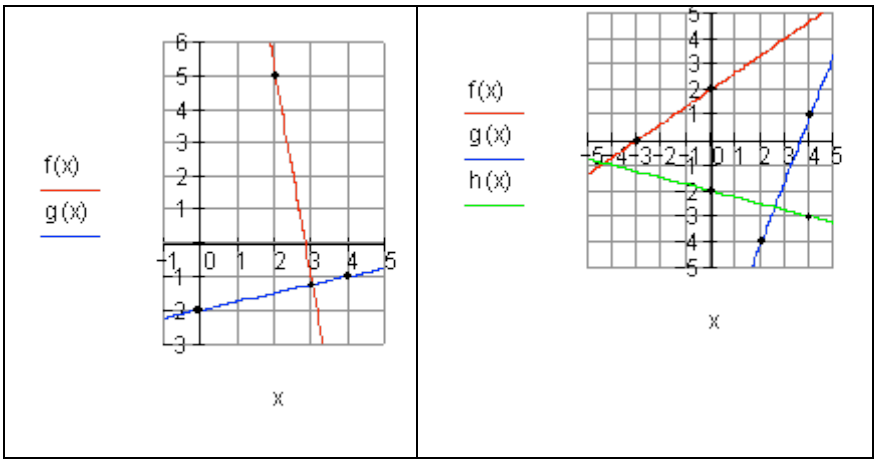
شپږم –

لاندې څیرې د کربنیزو توابعو ګرافونه خوندي لري.

د توابعو ترمونه وټاکئ.

الف-	ب-

(c) ketabton.com: The Digital Library



اوم –

د دواړو کرښو غوڅتکي وټاکی او دا په یوه پروتولاړسیستم کې رسم کړی.

الف - $f(x)=-3x+\frac{5}{4};\ g(x)=-x-1$ ب - $f:2y-x=3;\ g(x)=-\frac{1}{2}x+4$

پ - $f(x)=-\frac{2}{3}x-1;\ g(x)=\frac{1}{6}x-4$ ت - $f:x=2;\ g(x)=-\frac{3}{4}x-\frac{3}{2}$

اتم –

دوه کرښې f(x) او g(x) د x محور په x = 4کې غوڅوي .

ممکنه تابع ترمونه وټاکی.

بېلګه:

$$a_1=1\Rightarrow f(x)=x-4$$
$$a_1=2\Rightarrow g(x)=2(x-4)=2x-8$$

پوښتنې

کرښیزې توابع برخه V

لومړی –

(c) ketabton.com: The Digital Library

و ازمایی چې ایا کرښې g, h, i د یوه ټکي څخه تېریږي.

الف ـ $g(x) = x + 1 \quad ; \quad h : 2y + x + 4 = 0 \quad ; \quad i : 3y - 5x = 7$

ب ـ $g(x) = \frac{1}{6}x + \frac{3}{2} \quad ; \quad h(x) = -\frac{2}{3}x + 2 \quad ; \quad i : 2x - y = 3$

دویم –

د دوه کرښیزو توابعو f(x) او .g(x) ارزښت جدول ورکړې شوی دی.
د دواړو توابعو ګراف چېرته قطع کوي؟

د د کوم x ارزښت لپاره صدق کوي f(x) < g(x) ؟

x	0	1	2	3
f(x)	0	1,5	3	4,5
g(x)	−1	1	3	5

دریم –

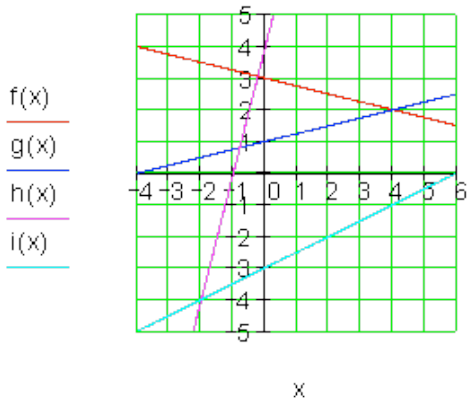
د دواړو توابعو غوښتکی وښایی او په کواوردینات سیستم کې یې ګراف انځور کړی.

$f(x) = 0,04x + 20 \quad ; \quad g(x) = 0,15x + 15$

څلورم –

د څلورو ګرافونو سره شکل په پام کې ونیسی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف- ټول توابع مساوات وټاکئ. ب- د f(x) او g(x) غوټکي وشمیرئ ، همداسې د h(x) او i(x) . پ- دوه کربنې د کښلی شکل دباندې غوڅوي. د قطع کېدو ټکي پیداکړئ ت- د څلورو نه جوړه موازي کربنو زیات له زیاته څومره غوټکي لري؟	

پنځم –

دوه یو په بل نیغې ولاړې کربنې یو بل په (1- | 2-)Sکې غوڅوي .

ممکنه کربنې مساوات ورکړئ.

شپږم –

کربنه h په کربنه g نیغه ولاړه ده. د h جګوالی وټاکئ.

الف – $a_{1g} = -0,5e$ ب - $a_{1g} = 2e^{-2}$ پ - $a_{1g} = \frac{1}{2}\sqrt{3}$

اوم –

یوه مجله، چې د اخستلو 2,20 € قیمت لري.، 120 000 جلده (پوښه) چاپیږي د بازار کشف دفتر په مرستع دوی کره کوي، چې د0,20 € نرخ کمیدو په اساس مجله په5000 پوښه زیاته خرڅیدی شي، د 0,20 €په ترخ جګوالي د 5000مجلو خرڅلاو یې کمیږي.

الف –

د140 000 مجلو د چاپ قیمت وښایئ

(c) ketabton.com: The Digital Library

د y دانو په چاپ څومره د پوښ قیمت ورکوي.

ب –

کوم د خرڅلاو ګڼون یا تعداد د چاپ خوني انتظار کېدی شي، که د مجلې قیمت په 1,50 € ټیټ کړي؟

2.4د کربنیزو توابعو په مرسته

2.4.1د ورځنیو ستونځو یا پرابلمونو حل:

د کربنیژتوابعو په مرسته ورځني ستونځوبي؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

بېلګه I:

ملک او سپين دواړه په روغتون کې د ناروغچوپړ په توګه په يوه بيارغوني روغتون کې کار کوي او دواړه همغه بنسټ معاش اخلي. په دې وخت کې بايد دواړه زيات کار وکړي. د مياشتې په اخر کې دوی معاشونه سره پرتله کوي. د ملک نغد معاش€ 3559 دی، د سپين .€ 3223 . ملک په روانه مياشت کې ۴۳ ساعته زيات کار کړی او سپين فقط ۲۷ ساعته زيات کار کړی. بنسټ معاش او د زيات کار پيسې وښايی.

د زيات کار وخت: x اخستل شوی ټول معاش: f(x)

دوه معاش حسابونه ورکړ شوي دي.

$P_1(43 \mid 3559)$ او $P_2(27 \mid 3223)$

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3223 - 3559}{27 - 43} = \frac{-336}{-16} = 21 \Rightarrow f(x) = 21x + a_0$$

(a1=زيات کار پيسې a0= بنسټ معاش)

$$P_1(43 \mid 3559) \Rightarrow f(43) = 3559 \Leftrightarrow 21 \cdot 43 + a_0 = 3559$$
$$\Leftrightarrow 903 + a_0 = 3559 \mid -903$$
$$\Leftrightarrow a_0 = 2656$$
$$\Rightarrow f(x) = 21x + 2656$$

بنسټ معاش € 2656 دی او د زياتکار € 21 .

بيلګهII

يو انرژی پلورونکی خپلو مشتريانو ته برېښنا په لاندې شرايطو وړاندې کوي:

يوkWh کيلو واټ په ساعت د€ 0,14 په ترخ د مياشتې په € 7,50 بنسټ پيسو .

الف – يو تابع ترم وليکی.په يوه مناسب کواوردينات سيسم کې د200 kWh پورې د برق مصرف ګراف وکاږی.

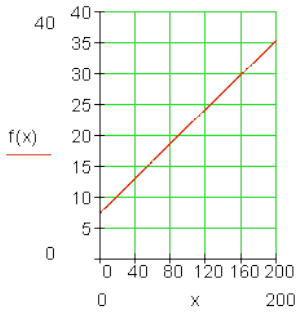
(c) ketabton.com: The Digital Library

ب - د برېښنا د څلورو مياشتو لګښت 150,40 € دی. څومره برېښنا لګول شوې؟

پ – يو دويم پلورونکی برېښنا په 0,10 €. وړاندې کوي د مياشتې په 10 € بنسټ پيسو.

د برېښنا پلورونکي بدلول د کوم لګښت څخه ګټور تمامیږي؟

حل: الف-



ايښوونه:

1 kWh: $0,14 \cdot 1 + 7,50$

2 kWh: $0,14 \cdot 2 + 7,50$

.....

x kWh: $0,14 \cdot x + 7,50$

د تابع ترم:

$$f(x) = 0,14 \cdot x + 7,50$$

$$x \triangleq \text{kWh} \; ; \; f(x) \triangleq €$$

يادونه: حساب بې له يوونونو صورت نيسي، دا د هرې نتيجې سره ورزياتيږي.

ب-ايښوونه: $f(x) = 0,14x+7,50$ د مياشتنۍ شميرنې لپاره باور لري.

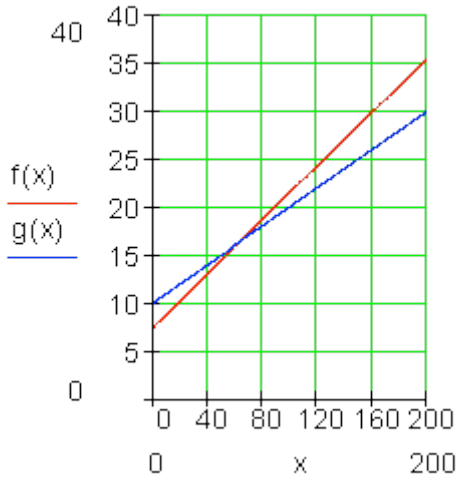
د څلورو مياشتو لپاره بنسټ پيسې 30€ دي

$$\Rightarrow f_4(x) = 0,14x + 30 \quad P(x \mid 150,4)$$
$$\Rightarrow f_4(x) = 0,14x + 30 = 150,4$$
$$\Leftrightarrow 0,14x + 30 = 150,4 \mid -30$$
$$\Leftrightarrow 0,14x = 120,4 \mid : 0,14$$
$$\Leftrightarrow x = 860$$

د برېښنا لګښت په څلورو مياشتو کې 860kWh وو.

پ-

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ-لومړی پلورونکی: f(x) = 0,14x+7,50 دویم پلورونکی:g(x) = 0,1x+10 په غوټکي Sکي نرخبرابر دي. $f(x) = g(x)$ $\Leftrightarrow 0,14x + 7,50 = 0,1x + 10 \mid -0,1x$ $\Leftrightarrow 0,04x + 7,50 = 10 \mid -7,5$ $\Leftrightarrow 0,04x = 2,5 \mid : 0,04$ $\Leftrightarrow x = 62,5$	

بیلګه III

د وښو(د حیواناتو د خوراک څه) چمتووالي اوتومات ،، کولابییر،، شپون د ورځې 7,5 kg خوراکي موادو ته اړتیا لري. دولس ورځې د مخه چې دا د خوراک موادو ذخیره ډکه شوې وه، هلته نور هم 250 kg.خوراکي مواد شتون لري.

الف –

یو د تابع مساوات ولیکی، چې دا حالت تشریح کوي.

ب - دولس ورځې پخوا په ټومره خوراکي موادو دا ذخیره ډکه شوې وه؟

پ – د 50 kg ټخه وروسته دا ذخیره بیرته د ب - په اندازه ډکیږي . دا کله اړین کیږي.

حل –

الف - x محور : وخت په ورځو y محور : د وښو یا خوراکي مواد پهkg .

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x) = -7,5x + a_0$$
$$P(12 \mid 250) \Rightarrow f(12) = 250 \Leftrightarrow -7,5 \cdot 12 + a_0 = 250$$
$$\Leftrightarrow -90 + a_0 = 250 \mid +90$$
$$\Leftrightarrow a_0 = 340 \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = -7,5x + 340}}$$

ب – د ډکولو وخت دی.

د ډکوني وخت x = 0 دی.

$$\Rightarrow f(0) = -7,5 \cdot 0 + 340 = 340$$

د خوراکي موادو شتون 12 ورځ د مخه 340 kg وو.

پ –

$$f(x) = 50 \Leftrightarrow -7,5x + 340 = 50 \mid -340$$
$$\Leftrightarrow -7,5x = -290 \mid :(-7,5)$$
$$\Leftrightarrow x = \frac{580}{15} = \frac{116}{3} \approx 38,7$$

نږدې له 38,7 ورځو د مخه ذخیره بیرته ډکه شوې.

بیلګه IV

د تلفون شرکت ،، ملفون ارزان،،(HB) وړاندې کوي:

هره د خبرو دقیقه € 0,06 قیمت لري، د میاشتې بنسټیز قیمت € 8,50 سره.

د ،،ملفون ارزاني،، (HP) شرایط دي :

هر د خبرو دقیقه € 0,08 قیمت لري، د میاشتې بنسټ قیمت .€ 5 سره.

(c) ketabton.com: The Digital Library

(یوه سکیځ ترتیب کړی)

الف – په څومره دقیقو کې دواړه قیمتونه برابردي؟

ب – ته د میاشت د تلفون لپاره لري(پیسې نیا ورکوي) ته کوم شرکت ټاکې او د ټاکلي شکت سره به څرمره خبرې وکړې؟

پ – د الف او ب- نتیجې په یوه پروت ولاړ – یا کواوردینات سیستم کې انځور کړی.

حل :

الف- $HB: K_1(x) = 0,06x + 8,5 \qquad HP: K_2(x) = 0,08x + 5$

د لګښت برابروالی د دواړو کرښو په غوڅې کې شتون لري.

$$\begin{aligned} K_2(x) = K_1(x) &\Leftrightarrow 0,08x + 5 = 0,06x + 8,5 \mid -0,06x \\ &\Leftrightarrow 0,02x + 5 = 8,5 \mid -5 \\ &\Leftrightarrow 0,02x = 3,5 \mid :0,02 \\ &\Leftrightarrow x = 175 \end{aligned}$$

$$K_1(175) = 0,06 \cdot 175 + 8,5 = 19$$

$$K_2(175) = 0,08 \cdot 175 + 5 = 19$$

له 175 دقیقو وروسته لګښت برابر دی..(19 €) .

ب –

HB:

$$\begin{aligned} K_1(x) = 25 &\Leftrightarrow 0,06x + 8,5 = 25 \mid -8,5 \\ &\Leftrightarrow 0,06x = 16,5 \mid :0,06 \\ &\Leftrightarrow x = 275 \end{aligned}$$

HP:

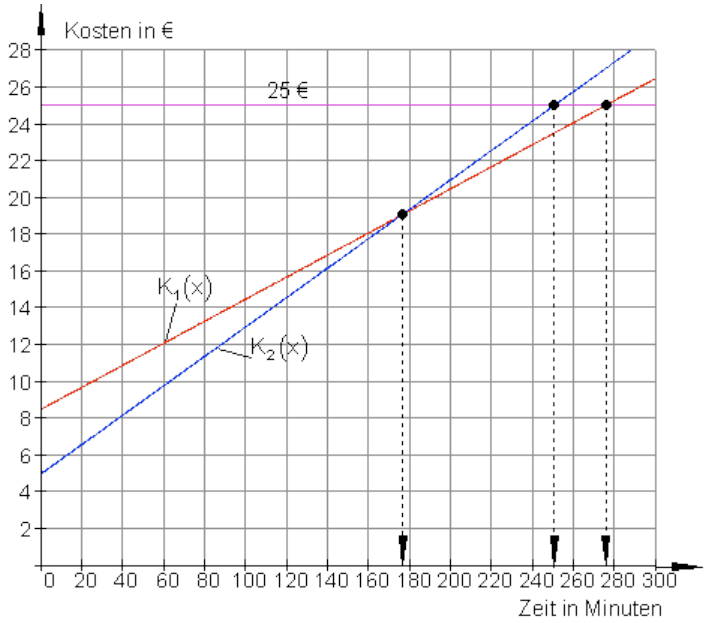
$$\begin{aligned} K_2(x) = 25 &\Leftrightarrow 0,08x + 5 = 25 \mid -5 \\ &\Leftrightarrow 0,08x = 20 \mid :0,08 \\ &\Leftrightarrow x = 250 \end{aligned}$$

د HB خدمتونه ارزان دي، ځکه چې د 25 € لپاره کېدی شي 275 دقیقې تلفون وشي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

برعکس یا په څټ د HP € 25 فقط د250قیقو لپاره بسیا کوي.

پ –



پروت: وخت په دقیقه، ولاړ لګښت په یورو

بیلګه V

یو ه فابریکه کړی شي خورا زیات یخووني جوړ کړي(د کاپا څیتي پوله).

متحوله د داني لګښت ثابت دی او .k_v = 300 € دی.

یخووني هر یو د375 € قیمت باندې پلورل کیږي.

الف – قیمت تابع(K(x پیدا کړی، چې د خرڅلاو تابع یې (E(xده او د ګټې تابع یې د فابریکې لپاره (G(x ده.

ب – د کوم تولیدډېرې سره به د ګټې پولې یا ورشو Gewinnschwelle ته ورسیږو؟

په دې ځای کې ټول مصارف څومره دي همداسې لاس ته راوړنه؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ – د توانپولي پوري ګټه څورمه لويه ده؟

حل-

الف-

ځاي په ځای لګښت:	$K_f = 90\,000$ €
متحول د دانې لګښت:	$k_v = 300$ €
د خرڅلو قیمت:	$p = 375$ €
دلګښت تابع:	$K(x) = k_v \cdot x + K_f = 300x + 90\,000$
د خرڅلاو ابع:	$E(x) = p \cdot x = 375 \cdot x$
د ګټې تابع:	$G(x) = E(x) - K(x) = 75x - 90\,000$

ب – د ګټې پوله هغه ځای دی، چې هلته ګټه نهکیږي.

$$G(x) = 0 \Leftrightarrow 75x - 90\,000 = 0 \mid +90\,000 \Leftrightarrow 75x = 90\,000 \mid 75 \Leftrightarrow x = x_s = 1\,200$$
$$E(x_s) = E(1\,200) = 375 \cdot 1\,200 = 450\,000 = K(x_s)$$

د ورځنې د 1200 تولیدډېرې سره فابریکهګټه کوي.

د ګټې پولې کې لګښت همدومره لوي دی لکه خرڅلاو. ((€ 450 000))

پ – د توانپولي ګټه: $G(1500) = 75 \cdot 1500 = 22\,500$:

په توان پولي ګټه .€ 22 500 ده.

بیلګه VI .

سپین د تلفون شرکت ،، ارزانه سرو یا –تلفون،، نرخ ګوري

نرخ A : بنسټ نرخ € 5 د میاشتې لومړي لس ساعته مفت، پسې 0,5 Ct. / min .

نرخ B : بنسټ نرخ / € 10 د میاشتې لومړي ۲۰ ساعته مفت، پسې 0,4 Ct. / min .

(c) ketabton.com: The Digital Library

نرخ : د مياشتي ټولي پيسي ياFlatrate د مياشتي Flatrate 25 € / Monat.

د ورځي په منځنۍ توګه سپين دوه نيم ساعته سرف کوي.

الف – د هر نرخ لپاره د تابع مساوات وليکئ.

ب – په يوه مناسب پروت ولاړ سيستم يا کواوردينات سيستم کي د تابع ګراف سم کړئ.

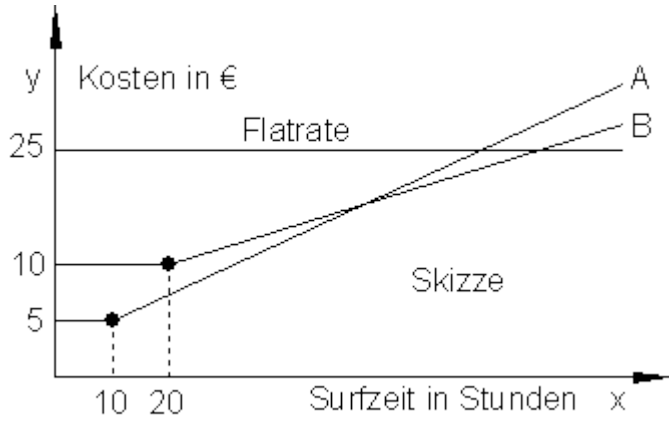
پ – روښانه کړئ، }ې له ګراف څخه ټول څه لوستل کيږي(انترپريتيشن يا تشريح)

ت – د سپين لپاره مساعد نرخ وشمېرئ.

ټ – د نرخ A اوB لپاره په کوم ټکي کي ارزښت برابر دی؟

ث- د کوم سرف وخت وروسته دي سپين فلټ رېت وټاکي؟

حل –



محورx : وخت په ساعت محورy : لګښت په يورو

نرخ A :

0,5 Ct / min = 30 Ct / h = 0,3 € / h (Steigung 0,5Ct/min دلته ۶۰ دقيقی دي.

(جګوالی)

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\Rightarrow K_A(x) = 0{,}3x + a_0$$

۱۰ مفت ساعته په دې معنا دي، چې په لومړيو لس ساعتونو کې يواځې 5€د بنسټلګښت راځي.

له دې لاس ته راځي P(10;5)

په دې ټکي کې د KA(x) ګراف ځغلي

$$P(10\,|\,5) \Rightarrow K_A(10) = 5 \Leftrightarrow 0{,}3 \cdot 10 + a_0 = 5\,|\,-3$$
$$\Leftrightarrow a_n = 2$$

د نرخ A لپاره تابع مساوات : $K_A(x) = 0{,}3x + 2$

نرخ B :

0,4 Ct/min دلته 60 ساعته دي $0{,}4\ Ct/min = 24\ Ct/h = 0{,}24\ €/h$ (جګوالی)

$$\Rightarrow K_B(x) = 0{,}24x + a_0$$

۲۰مفت ساعتونه په دې معنا دي، چې په لومړيو ۲۰ ساعتونو کې فقط د ۱۰ يورو بنسټپيسې راځي،

=> P(20;10)

په دې ټکي کې د $K_B(x)$ ګراف ځغلي

$$P(20\,|\,10) \Rightarrow K_B(20) = 10 \Leftrightarrow 0{,}24 \cdot 20 + a_0 = 10$$
$$\Leftrightarrow 4{,}8 + a_0 = 10\,|\,-4{,}8$$
$$\Leftrightarrow a_0 = 5{,}2$$

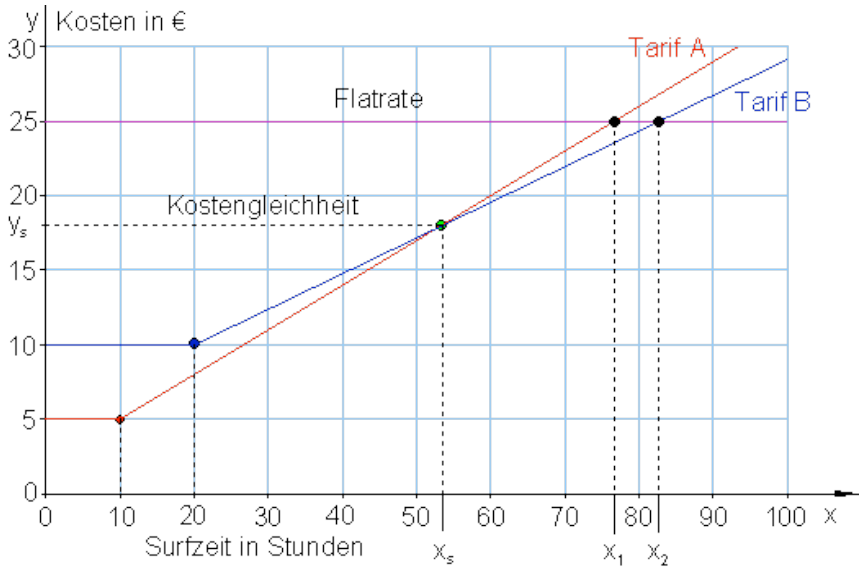
د نرخ B د تابع مساوات: $K_B(x) = 0{,}24x + 5{,}2$

(c) ketabton.com: The Digital Library

نرخC : فلیټ ریټ له ساعتونو خپلواک دی.

دC نرخ لپاره لپاره د تابع مساوات $F(x) = 25$ (د محور ته غبرګ)

ب -



پ – په نږدې 53 ساعتونو کې دواړه کرښې سره غوڅوي، په دې ټکي کې لګښت برابر دی.

تر 53 پور د A نرخ مساعد دی. د 53 او82 ترمنځ د B نرخ مساعد دی. له82 وروسته فلیټ ریټ ګټور دی.

ت - سپین د میاشتې 75 ساعته سرف کوي. په دې سرف نرخ کې د ده لپاره B مساعد دی:

د میاشتې د سرف دوام 2,5h.30 = 75St. ساعته:

$K_A(75) = 0,3 \cdot 75 + 2 = 24,50$ $K_B(75) = 0,24 \cdot 75 + 5,2 = 23,20$ $F(75) = 25$	دA نرخ لګښت: دB نرخ لګښت: دC نرخ لګښت:

(c) ketabton.com: The Digital Library

ټ - په دواړو کربنو کي دې دA او B نرخ برابروالی پیدا شي.

$$K_A(x) = K_B(x) \Leftrightarrow 0,3x + 2 = 0,24x + 5,2 \mid -0,24x$$
$$\Leftrightarrow 0,06x + 2 = 5,2 \mid -2$$
$$\Leftrightarrow 0,06x = 3,2 \mid : 0,06$$
$$\Leftrightarrow x = x_s = \frac{320}{100} : \frac{6}{100} = \frac{320 \cdot 100}{100 \cdot 6} = \frac{320}{6} = \frac{160}{3}$$
$$= 53\frac{1}{3}$$

(۵۳ ساعته او ۲۰ دقیقې)

$$K_A\left(\frac{160}{3}\right) = \frac{3}{10} \cdot \frac{160}{3} + 2 = 16 + 2 = 18$$

دh 53 ساعتونو او 20 min دقیقو سرف وخت کي د نرخ برابروالی حاکم دی. په دې وخت کي لګښت د دواړو لپاره € 18 دی.

ث – د ګراف څخه لوستل کیږي، چې د $K_B(x)$ غوښتکی د F (x) سره هغه ټکی په نښه کوي، چې له هغه څخه د سرف وخت مساعد دی نسبت و نرخ B ته.

$$K_B(x) = F(x) \Leftrightarrow 0,24x + 5,2 = 25 \mid -5,2$$
$$\Leftrightarrow 0,24x = 19,8 \mid : 0,24$$
$$\Leftrightarrow x = x_2 = 82,5$$

د میاشتي د 82,5 سرف دوام وروسته باید په فلیټ پټ واړول شي.

پوښتنې

کربنیز توابع VII

لومړی –

د لاندې کربنیزو توابعو ګرافونه رسم کړئ:

(c) ketabton.com: The Digital Library

a) $f(x) = -2x + 2$ b) $f(x) = \frac{1}{2}x - \frac{3}{4}$

c) $f(x) = \frac{3}{4}x - 3$ d) $f(x) = 3x - 6$

د ویم –
د یوې کرښې جګوالی a1 معلوم دی. پرته له دې یو ټکی P ورکړ شوی دی، چې په کرښه پروت دی. د تابع مساوات وټاکئ او په یوه مناسب پروتولاړ سیستم کې یې ګراف وکاږئ.

الف ـ $P(3|4)$ $a_1 = 1$ ب ـ $P(-8|1)$ $a_1 = -1$

پ ـ $P(4|3)$ $a_1 = \frac{1}{2}$ ت ـ $P(-4|3)$ $a_1 = -\frac{1}{2}$

دریم –
په یوه کرښه ټکي P_1 او P_2 ورکړ شوي دي. چې په کرښه پراته دي. د تابع مساوات وټاکئ او په یوه مناسب پروتولاړ سیستم کې یې ګراف وکاږئ

الف ـ $P_1(3|4)$ $P_2(7|-1)$ ب ـ $P_1(-8|1)$ $P_2(2|-3)$

پ ـ $P_1(4|3)$ $P_2(-7|-1)$ ت ـ $P_1(4|2)$ $P_2(-4|-4)$

څلورم ـ
لاندې مساوات په x پسې حل کړئ.

الف ـ $x - 5 = 9$ ب ـ $8 + x = 25$ پ ـ $x - \frac{2}{3} = \frac{3}{4}$ ت ـ $\frac{5}{9} = x - \frac{1}{3}$

ټ ـ $88 = 4x - 16$ ث ـ $a + bx = 3b + a$ ج ـ $8 - (x + 5) = 2$ چ ـ $9 + (5 - x) = 6$

پنځم –
د وړوکتون ښوونکي او ښوونکی د زړه له کومې د مارکې ،، برینمن نمره 1 ،، کافي چښي. دا ا وس د بوتل زخیره 1,8 kg دانې ده. د اونۍ 350 g د کافي دانې د ماشین لپاره اړتیا شته.
الف – د تابع برابرون ولیکئ، چې دا عمل روښانه کوي.
ب – له کوم وروسته د کافي زخیره پای ته رسیږي.
پ – د کافي فرمایش پسې باید ورکړ شي، که د کافي بوتل 400 g پاتې ولري. دا حالت به کله وي؟
ت ـ په یوه مناسب پروتولاړ سیستم کې د تابع ګراف رسم کړئ.
شپږم –

(c) ketabton.com: The Digital Library

يو موټروان A په 8:00 بجو له کندهار څخه د ننګرهار په لور خوزي.
په همدې وخت کې موټروان B له ننګرهار څخه د کندهار په لور خوزي.
د کندهار څخه تر جلال اباد دي د سړک اوږدوالی 750 km و(توکلي؟)
موټروان A د 120 km/h منځنۍ چټکتیا سره ځي، موټروان B د 150 km/h منځنۍ چټکتیا سره ځي.
په سړک دواړه موټروانان کله او چیرته سره مخامخ کیږي؟
د دې حالت څخه یوه سکیڅي جوړه کړه او وشمیره
(لارښود: پروت =د وخت محور او ولاړ= د لار محور)
اوم - د یوه بارانمرتبان چې توتهبنه د $1\ m^2$ بنسټ سطحې سره لري په ساعت کې 80 لیتره باران ورځي.
الف - د وخت t په واکوالي کې ډکجګوالی h روښانه یا تشریح کړی، که په مرتبان کې له پخوا 150 ($t = 0$) لیتره وي..
ب - د h او t ترمنځ اړیکې کرښیزې دي، که مرتبان خیټور یا د غونډوسکې په بڼه وي، نو؟

پوښتنې

کرښیز مساوات XV

لومړی –

پنځم – دا پوښتنه د مخه راغلې او دلته تکرار ده؟؟؟؟؟ ځواب یې هم شته.
د وړوکتون ښوونکي او ښوونکی د زړه له کومې د مارکې ،، برینکمن نمره 1 ،، کافي چې. دا ا وس د بوتل زخیره 1,8 kg دانې ده. د اونۍ 350 g د کافي دانې د ماشین لپاره اړتیا شته.
الف – د تابع برابرون ولیکی، چې دا عمل روښانه کوي.
ب – له کوم وخت وروسته د کافي زخیره پای ته رسیږي؟
پ – د کافي فرمایش پسې باید ورکړ شي، که د کافي بوتل 400 g پاتې ولري. دا حالت به کله وي؟
ت ـ په یوه مناسب پروتولاړ سیستم (کواوردینات سیستم) کې د تابع ګراف رسم کړی.
دویم: توبي او مري په یوه بیارغونې روغتون کې کار کوي او برابر معاش لري. په دې وخت کې باید دواړه زیا تکاري وکړي. د میاشتې په اخر کې دوی خپل معاشونه سره پرتله کوي. د توبي معاش بې له مالیا 3559 €، د ماري 3223 € . توبي په روانې میاشت

(c) ketabton.com: The Digital Library

کې 43 ساعته زیات کار کړي، ماري معکوسأ فقط 27 ساعته کار کړي. بنسټ معاش وشمیرئ او د زیات وخت ټول معاش.
دریم: د جلالکوټ ژوبن د،، کولاخرس،، د وښو ذخیرې اوتومات د ورځې 7,5 kg د حیواناتو وښو ته اړتیا لري، دولس ورځې وروسته له هغط چط د وښو ذخیه ډکه شوې، په ذخیره کط تراوسه 250 kg شته.

الف- یو تابعمساوات ولیکئ، چې داشي حالت تشریح کوي او دط ته اړوند ګراف په یوه مناسب پروتولاړ یا کواوردینات سیستم کې وکاږئ.

ب- کومه ډپرئ یا ستټ باندې دا ذخیرهځای دولس ورځې د مخه ډک شوی وو؟

پ- په به دا بیرته هغه په کې ورکړشوي شتون باندې بیرته ډک شي. دا کله غوښتونی دی؟

څلورم: د ،،تلفونچوپړ مغازه،،(HB) هره د خبرو دقیقه 0,06 € قیمت لري، چط د میاشتې بنسټ نرخ 8,50 € وي..

د ،، ارزان ملفون،،(HB) شرطونه دي: هره دقیقه€ 0,08 ، د میشاتي بنسټنرخ 5 € سره.(یوه څېره رسم کړئ).

الف- له څو دقیقو وروشته د دواړو ملفونونو لګښت برابر دی؟

ب- تاسو د میاشتې 25 € په اختیار کې لرئ(نیا پیسې ورکوي).

کوم چوپړ غواړط او دا ستا د خوښط تلفونمغازط سره څومره اوږد تلفونکړی شي؟

پ- د الف او ب نتیجط په پرونولاړ یا کواوردینات سیستم کط انځور کړئ.

پنځم –

په یوه هوټل کې د لمبا کوټې د ګرمو اوبو چمتووالی لپاره د بربښنایي تیلګرمئ ماشین ایښږل شوی. 25000 € د نرژی کلني لګښت راځي. د لرګرمئ له لارې یوځلي 50000 € لګښت راځي. په دې پسې د رنژی لګښت فقط 5000 € په کال دی.

الف – په کوم وخت کې دا پیسې ځای نیسي؟ د دې وخت لپاره لګښت څومره دی؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب – د دې ګراف وکاړئ.

شپږم –

له ګنیو څخه پوره یا ګوړه جوړیږي(د ګنیو او خوړې ترمنځ کربنیزې اړیکې وړاندنیونه ده) یو د تابع ترم f (x) تشریح کوي، چې څومره کیلوګرامه خوړه د x kg څخه لاس ته راځي.

الف – د تابع ترم f (x) وټاکئ.

ب – وشمیرئ: $f(100); f(250); f(x) = 25$

پ – د .f (x) ګراف وکاړئ.

اوم –

سپین همدا اوس د طب درس په بري پای ته ورساوه او طبي بدلونپروګرام کې برخه اخلي. دا د یوه کال لپاره USA ته ځي. پع المان تودوخي په درجه څلزیوس[^{0}C] او امریکاکي په فارنهایټ [^{0}F]کچیږي. سپین او خړ له درس څخه پوهیږي، چې د دواړو تودوخیو ترمنځ یو کربنیز ه اړیکه شتون لري او ^{0}C 0 د^{0}F 32 تودوخي او ^{0}C 100 د^{0}F 212 تودوخي ده. دوی د یوه تابع برابرون ته اوتیا لري، چې دوی دا تودوخي زر په هغه خپل ورسره بلده درجه واړولی شي.

الف – د سپین لپاره یو تابع مساوت وضعه کړئ، چې له^{0}F څخه په ^{0}C شمېربدلون اجازه ورکوي.

ب- د خړ لپاره یو تابع مساوت وضعه کړئ، چې له^{0}C ^{0}F څخه په ^{0}F شمېربدلون اجازه ورکوي.

پ – په یوه د لمبا اخور کې تودوخي^{0}F 95 ده، دا څومره^{0}C وه؟

ت – د د یوه تنتودوخی^{0}C 40 تبه ټیټېدونکي کار باید سر ته ورسیږي. دا په ^{0}F کومه تودوخي ده؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

پوښتنې

کربنیز مساوات XVI

لومړی: یوه د میوې وېشتنې فابریکه په خپل موټر د ځښاک کارټن د رسولو لپاره په هره کارټن 0,80 € د میاشتې فیکس یا ځای په ځای لګښت 840 € شمیري.

الف – د x کارټنونو د رسولو د لګښت لپاره یو د لګښت تابع منځ ته راوړی. د 2500 کارټنونو د رسولو لپاره څومره لګښت منځ ته راځي؟

ب – یو د موادو رسولو شرکت د ځښاک موادو رسولو لپاره په هر کارټن 1,15 € وړاندیز کوي. د x کارټنونو د رسولو د لګښت یو ترم ولیکئ. د کوم د رسولوګڼون یا ـــتعداد لپاره د رسولو شرکت لګښت مساعد ده؟

پ- د میوې فاربریکې ته یو وړاندیز وړاندې کړی، چې د لګښت سپما د 4000 کارټونونو سره به 680 € وي.

دویم –

په یوه ملي اقتصاد مودل کې مصارف کربنیز د چمتوالي معاش په واک کې دي. د یوه 1000 € معاش سره لګښت 900 € دی. د 1800 € معاش سره به .1460 € وي.

الف – د مصرف تابع K لپاره تابع ترم ولیکئ.

ب – د مصرفوني جګوالی وشمیرئ که معاش 800 € همداسې 2500 €، همداسې 4000 € وی.

پ- د مصرفکچه(quote) د معاش برخه ده چې د مصرف لپاره کارول کیږي((Konsumquote = Konsum / Einkommen)) د مصرف کووتې د په ب – کې معاش څخه وټاکئ. کومې ټولیزې اویکې د مصرفکووتو او معاش ترمنځ شتون لري؟

ت -د معاش زیاتولی .dx دی. څو په سلو کې د معاش زیاتوالی د مصرف لپاره ورکړ شوی دی؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

ټ -کوم تابع S د معاش په واکوالي کې د سپماتوان تشریح کوي. تابعK اوS ګرافیکي انځور کړی. دS صفرځای کوم غوره والی لري؟

دریم –

یو اوسپنه وړونکی $l_0 = 85\ m$ اوږد دی او د پرسېدنې ضریب یې

$$\alpha = \frac{12 \cdot 10^{-6}}{K} \quad (K \triangleq \text{Grad Kelvin})$$

دی. یو تابع ترم $l(\Delta t) = l_0 + \alpha \cdot l_0 \cdot \Delta t$ د اوسپنې باروړونکي اوږدوالی په ګوته کوي، د په K تودوخې Δt په واکوالي کې.

الف – د دې اوسپنې وړونکي د تابع ترم ورکړی

ب- د لاندې تودوخې تغیر سره د اوسپنې وړونکي اوږدوالی و شمیری.

: 30 K ; 60 K ; 40 K.

پ- اوسپنه وړونکی باید څومره اوږدوي، چې د25 K تودوخې په جګوالي د اوږدوالی تغیر 25 mm وکړي؟

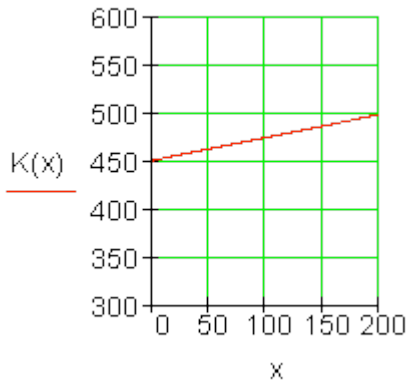
پوښتنې

کرښیز توابع برخه XVII

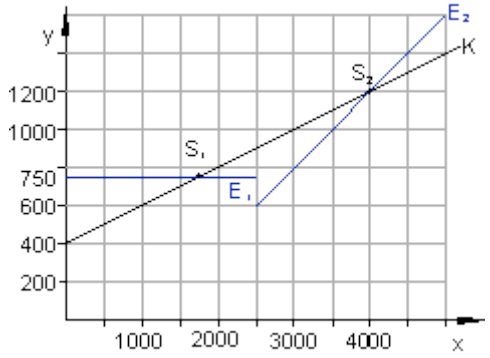
لومړی: څیره د یوه کرښیز لګښت ګراف ښایي(ټول لګښت)

الف- له ګراف څخه ځای په ځای لګښت راواخلئ او متحول دانه قیمت په € سره ورکړئ. د یوه x ډېرئ یونونو یا ستې واحدونو(ME) تولید سره ټول لګښتK ورکړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

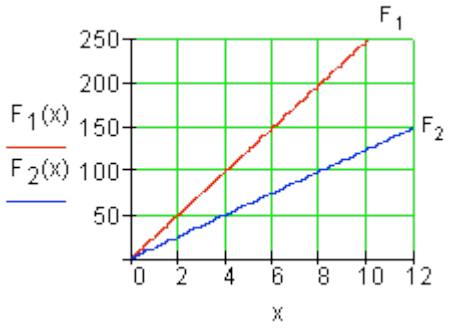
الف- له ګراف څخه ځای په ځای لګښت راواخلئ او متحول دانه قیمت په € سره ورکړئ. د یوه x ډېرئ یونونو یا سټ واحدونو(ME) تولید سره ټول لګښتK ورکړئ. ب- کوم د خرڅلاوقیمت په هر ME کې لاس ته راوړل کیږي، که 175 ME تولید شي او تاوان تري منځ ته را نه شي.	

دویم: د تنیس توپونو تولید لپاره لګښت K کربنیز د تولید شوو توپونوتعداد x په واک کې دی.

الف- د 1000 همداسې3000 د توپونو یا غونډوسکو تولیدد څومره ګران دی؟ د لښت تابع K لپاره یو ترم ورکړئ. ځای په ځای لګښت K_f څومره دی؟ د متحولو دانه لګښت k_v څومره لوړ دی؟ ب – د لګښت پوره کولو لپاره تر 2500 دانو پورې یو ټول ارزښت $E_1 = 750$ € باور لري. له 2500 دانو یا توپونو پورته ګټه یا خرڅلاو د توپونو د خرڅلاو د تعداد (E_2) سره کربنیز جګیږي. د $x > 2500$ لپاره د خرڅلاو تابع $E_2(x)$وټاکئ او غوښتکي S_1 او S_2 . د S_1 او S_2 ترمنځ د x –ارزښتونو باندې کومنتار ورکړئ.	

دریم: د دې لپاره چې یوه فنر(بنکه) د فنرتلې په څیر وکارولی شو، په فنر باندې اغیزمنه وزنزور F_G (په نیوټون N) او د فنر تغیرx (په cm) تر منځ اړیکو څخه کره یا ټاکل کیږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف- په فنر F_2 د فنر ثابته D وټاکئ. څه معنا لري؟ ب- يو ترم وټاکئ، چې له تغير x څخه د قوې يا زور F په واکوالی تشريح کوي. ايا شوني ده، چې د دې فرمول سره سره د 1 m تغير لپاره اړينه قوه F_G کره يا معلومه شي؟ پ-ايا شوني ده،چې د دې فرمول سره د 1 m تغير لپاره منځ ته راغلی زور F_G وټاکو؟ ت- د فنر F_1 همداسې F_2 لپاره مختلف فنر ثابتې څه معنا لري؟	

څلورم: د يو نړيوالجال چلوونکی مشتريانو ته لاندې وړانديز وړاندې کوي:

۵۰ ساعته انترنت، ټول لګښت€ 27,50 . هره پسې دقيقه 1 Ct سنت.

دوه تاريف مودولونو باندې کار وکړئ، چې د انترنت استعمالکوونکي ته د ۵۰ ساعتو لپاره همدا يا برابر شرايط ورکړي.

الف- ترخ ۱ بې له بنسټلګښت.

ب- نرخ۲ : د € 8 بنسټلګښت.

پ-د ۵۰ ساعته څخه زيات د کارولو دوام لپاره کوم تاريف يا نرخ مساعد دی؟

پوښتنې

کربنيز مساوات برخه XVIII

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی: چټک رستورانت،، MC – پومس(په غوړوو کې سره یاپاخه شوي الوګان)،، د پومس لوښي لپاره هره ورځ تازه غوړیو ته اړتیا لري. تر اوسه په زخیره کې 250 kg شته دي.

الف- د تابع مساوات ولیکئ او په یوه مناسب پروت-ولاړ- یا کواوردینات سیستم کې یې ګراف وکاږئ.

ب - د 95 kg زخیرې وروسته د رستورانت مشر باید د نورو فرمایش وکړي. له څومره ورځووروسته باید فرمایش صورت ونیسي.

پ-دا غوړي ترکومه وخت رسیږي، که پسې فرمایش ورنه کړای شي؟

دویم: د ،،ربنسن،، اسونو تبیله کې په ټاکلي وخت کې باید (له سرو) پاک شي او له تازه وخو ته تیاری ونیول شي. د ورځې $2,5\ m^3$ سره تولیږي. ډبران یو د $17\ m^3$ ډکی یا حجم لري. ماکسیمال یا خورا زیات $50\ m^3$ سره زخیره کیدی شي.

الف- یو تابع مساوات ولیکئ چې دا حالت تشریح کوي او اړونده ګراف یې په یوه مناسب پروت-ولاړسیستم کې وکاږئ.

ب – له کوم وخت وروسته باید سره یووړل شي؟

پ-څو ورځې د مخه د اخر ځل لپاره سره وړل شوې وه؟

دریم: ارین د ،،اران سرف،، نرخ ګوري

نرخ A : اساسي یا بنسټ نرخ € 5 د میاشت لومړي لس ساعتونه ازاد دي، بیا 0,5 Ct په دقیقه.

نرخB :اساسی یا بنسټ نرخ € 10 د میاشتې لومړي شل ساعتونه ا زاد، بیا

0,4 Ct. / min. یا په دقیقه.

نرخ C : Flatrate یا یه یوځل نرخ € 25 د میاشتې .

په منځنئ کچه ارمین د ورځې دونیم ساعته سرف کوي یا نړیوال جال ګوري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف- د هر نرخ پاره د تابع مساوات ولیکئ.

ب- په یوه مناسب پروتولاړ- یا کواوردینات سیستم کې ګرافونه وکاږئ.

پ- ټول څه تشریح کړئ، چې له ګرافونو څخه لوستل کیږي(Interpretation).

ت- د ارمین لپاره مساعد نرخ وشمیرئ یا پیدا کړئ.

ټ- د نرخ A او B لپاره په کوم ټکي کې د نرخ برابروالی برلاسی دی؟

ث- له کوم سرف وخت څخه د ارمین لپاره فلاتریټ یا ټولنرخ مساعد دی

څلورم: لوګر او علي د ملفون(لاسي تلفون) د قرارداد شرایط هیڅ نه دي لوستلی.

دواړه غوښتنه لري، چې هغه مساعد قرارداد وکړي او دواړه په لاندې داتا باندې تکیه کوي:

لورا € 10,10 ورکوي، که هغه د میاشتې دیرش دقیقې تلفون وکړي او € 13,70 که هغه شپیته دقیقې تلفون وکړي.

علي € 10,10 ، که هغه د میاشتې دیرش دقیقې تلفون وکړي او € 15,20 که هغه د میاشتې اتیا دقیقې تلفون وکړي.

الف- د دواړو قراردادونو لپاره تابعمساوات ولیکئ.

ب- دواړه ګرافونه په یوه مناسب پروتولار- یا کواوردینات سیستم کې وکاږئ.

پ- له دې دواړو کوم یو مساعد قرارداد لري. نتیجه یې مدلله کړئ.

پنځم: یو د انرژي قرارداد دنرخمودل د میاشتې بنسټ نرخ G او یوه لګښتقیمت p pro kWh په یوکیلووات په ساعت څخه جوړ دی.

له دې سره یوه کرښیزه اړیکه منځ ته راځي: K(x) = p.x+G

لاندې نرخ راته جمتو لرو:

یو کیلووات قیمت په یورو	د میاشتنی لګښت په یورو	نرخ

(c) ketabton.com: The Digital Library

Tarif I	11,80	0,157
Tarif II	9,00	0,172
Tarif III	14,40	0,135
Tarif IV	18,50	0,125

الف: د هر نرخ لپاره تابعمساوات ولیکئ او په یوه مناسب پروتولاړ- یا کواوردینات سیستم وکاوئ.

ب- د 800 kWh (۸۰۰ کیلوواټ په ساعت کې) د منځنئ کورنئ میاشتني لګښت مساعد پلورونکی پیداکړئ.

پ- په پروتولاړ-یا کواوردینات سیستم کې د کرښو غوځټکي څه مفهوم لري؟

شپږم: کرښیزه تابع $f(x) = 0,4x - 2$ ورکړښوي. د تابع ګراف دx محور په زیاتیز یا مثبت لور په ۴ یوونونو یا واحدونو راکښل کیږي. د راکښلي کرښې تابعترم g(x) وټاکئ. g(x)څنګه له f(x) څخه جوړېدی شي؟

پوښتنې

کرښیز توابع برخه VIII

لومړی: یوه کرښشه K_f د هغه د مساوات له لارې ورکړ شوې ده.تابع مساوات $f(x) = a_1x + a_0$ یې ولیکی او د هر ګراف په یوه مناسب کوواردینات سیستم کې وکاږئ.

الف ـ $K_f : 2x - 3y = 7$ ب ـ $K_f : 3y - 4x - 1 = 0$ پ ـ $K_f : y - 95x = 0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ت ـ $K_f : \frac{x}{2}+\frac{y}{3}=1$ ټ ـ $K_f : -\frac{x}{3}+\frac{y}{5}=1$ ث ـ $K_f : y=\sqrt{3}(x-2)$

دویم: کرښیز تابع $f(x)$ د $f(x)=1,25x+1,5 \quad x\in\mathbb{R}$ سره ورکړ شوی دی.

الف- د تابع ارزښتونه وشمیرئ: $f(0)\,;\, f(-1,5)\,;\, f(0,7)\,;\, f(\pi)\,;\, f\left(\frac{\pi}{2}\right)\,;\, f(u)$

ب: تابع په کوم ځا ی کې ارزښت 5- لري؟

پ- د کوم افقي قیمت لپاره ارزښتونه مثبت(زاتیز) دي؟

ت- وښایئ،چې f(u+2)-f(u) له u خپلواک دی.

دریم: د لاندې کرښزو مساواتو محورغوځټکي وټاکئ او په یوه کواوردیناتسیستم کې یې ګرافونه رسم کړئ.

الف ـ $f(x)=-\frac{3}{2}x+4$ ب ـ $f(x)=-4x-3,5$ پ ـ $f(x)=\frac{3}{7}x-3$

ت ـ $f(x)=\frac{x}{6}+\frac{5}{6}$ ټ ـ $f(x)=2(x+1,25)$ ث ـ $f(x)=-\frac{8}{3}x+\frac{5}{4}$

څلورم: د غبرګو مساوات و کرښې د g(x) = -2x+4 سره د ټکي P(-3|1) له لارې وټاکئ.

پنځم: کرښه د تابع مساوات f(x) = 1,5x سره په کواوردیناتسیستم کې رسم کړئ. بې له نورو مرستندویو موادو دا لاندې کرښې هم ور رسم کړئ.

$g(x)=1,5(x-2)\;;\; h(x)=1,5x-2\;;\; i(x)=1,5(-x)\;;\; j(x)=1,5(2x)$

شپږم: فیرما "Big Beauty" د شوډورنګ "Amore"تولیدوي. دا په تولید کې منځ ته راغلي لګښتونه د د تولید شوو دانوتعداد پع واک کې یا تابع دي. د x = 100 دانو په تولید سره 385 € لګښت منځ ته راځي، د x = 200 دانو په تولید سره 410 € لګښت منځ ته راځي. د دانوتعداد او د منځ ته راغلو لګښتونو ترمنځ یوه کرښیزه اړیکه شتون لري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

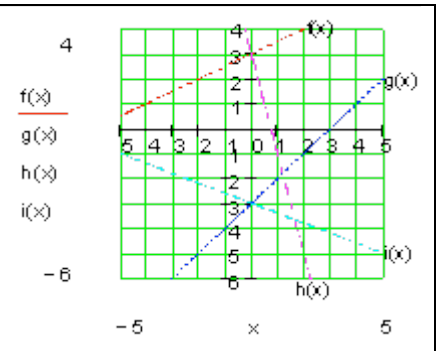
الف- د لګښت ت ابع ولیکئ.

ب- د x = 140 دانو تولید سره د دانې لګښت څومره دی

پ- د خورا زیاتو دانو تولید سره د دانې لګښت د کوم ارزشت لور ته هڅیږي؟

ت- په کوم ډېرئ یا ستx سره د ګټې ساحه پرته، که د هر شوندو رنګ خرڅلاو قیمت 5,20 € لاس ته راوړل شي؟

ټ- دK(x) (دلګښت تابع) اوE(x) (د خرڅلاو تابع) ګرافونه په یوه کواوردیناتسیستم کې وکاږئ.

اوم: کوم مساوات په کومهکرښه اړه لري؟ خپله پریکړه په دلیل ړدانه کړئ. $g_1: \quad f(x) = -4x + 3$ $g_2: \quad 5y - 2x + 15 = 0$ $g_3: \quad f(x) = x - 3$ $g_4: \quad f(x) = 0,5x + 3$	

کرښیزبرابرون یا - مساوات

برخه X

لومړی: د یوه کرښیز تابع د تابع ترم دی: $f(x) = \frac{4}{3}x - 2$

الف- ټکی A(u|-1) په ګراف پروت دی. u وټاکئ

ب – د f(x) صفرځایونه وټاکئ

پ- د x د کوم ارزښت لپاره باور لري f(x) > 1 ؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

ت -د f(x) ارزښتډېرې يا ــسټ وټاکی، که $D_f = \{x \mid 0 \le x \le 4\}_{\mathbb{R}}$ وي.

ټ- د f(x) ګراف داسي و کښوی، چې کښول شوي کرښه د x -محور په x=-2کي غوڅه کړي.

دويم: دوه توابع f(x) اوh(x) ورکړی. د کرښيز تابع h(x)ګراف له سرچيني يا پيل څخه تيريږي.

h(x) وټاکی، که h(x)=f(0) او $f(x) = 2e^x ; x \in \mathbb{R}$ وي.

دريم: د کرښيز تابع f(x)سفرځايونه او وټاکی، که لاندط اړيکي معلومي وي:

$$f(-4) = 2$$
$$f(1) = -4$$

څلورم: وښايی:

ټکي $P_1\left(\frac{\pi}{2} \mid -1\right); P_2\left(\frac{3\pi}{2} \mid -5\right)$ او $P_3\left(-\frac{\pi}{2} \mid 3\right)$ په يوه کرښه پراته دي.

پنځم: کرښه g داسي راکاښل کيږي، چې راکښلي کرښه h له ټکي P څخه تيريږي. د h مساوات يا برابرون وټاکی.

$$g(x) = -0,25x + 1 \qquad P(3 \mid 4)$$

شپږم: د د کومو ارزښتونو لپاره کرښه په ټکو $P_1(0 \mid 1,5k)$ او $P_2\left(\sqrt{3k} \mid 2k\right)$ کي جګوالی $a_1 = 1$ لري؟

اوم: حل کړی:

الف- f(x) = 0,5x-3. د f(x)>o لپاره د x -ارزښتونه وټاکی

ب- g(x) = 1,25x ; f(x) = 0,5x-3 . غوڅټکی وټاکی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

اتم: په يوه زخيره ټانک کي 9500 لېvته اوبه پرتې يا خوندي دي. هره وځ له ټانک څخه 160 ليتره اوبه وېستل کيږي.

الف- د دې (شي) حالت لپاره تابعمساوات وليکئ.

ب-له څومره ورځو وروسته ټانک تشيږي؟

پ- د تابع ګراف وکاږئ.

نهم: يو بايلسکلځغاستی A په يوه وختځغاسته کي دچټکتيا منځ ارزښت 25 km/h ته رسيږي.

بايسکلځغاستیB 20 دقيقې د A څخه وروسته خوزي او يو منځنۍ چټکتيا 45 km/h ته رسيږي.

چيرته او کله بايسکلځغاتی B وA ته رسيږي؟ يوه سکيڅي چمتو کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

۴ --کربنیزمساواتسیستم د ۲ برابرونونو او ۲ اووښتونو سره.

داسي سیستم له دوه برابرونونو یا مساوتو څخه جوړ دی. غوښتونی د دواړو مساواتو ګډ حل دی. مختلفي تلنلاري شته، چې سړی حل ته ورسیږي

په لاندي einsetzen in = په ... کي اینبوول.

د جمعي تلنلار:

مساواتسیستم: (I) $5x - 2y = 1$ (II) $3x + 3y = 9$	د حل پل(قدم) غوڅي(قطاع، که قطعه؟) د جمعي تلنلار ته لومړی امکان یا واریانت
(I) $5x - 2y = 1 \mid \cdot 1,5$ (II) $3x + 3y = 9$ (I) $7,5x - 3y = 1,5$ (II) $3x + 3y = 9$	لومړی: مساوات ورته داسي بڼه بدل کړئ، چې ضریبونه (ترمخ عددونه یا ځلوني) د yمتحولي تر مخنخبني پوري سره سروخوري.
(I) $7,5x - 3y = 1,5$ (II) $3x + 3y = 9$ } + $10,5x = 10,5 \mid : 10,5$ $\Leftrightarrow \quad x = 1$	دویم: منځ ته راغلي مساوات سره جمعه کړي او د **x** - متحولي پسي یي حل کړئ
په $3x + 3y = 9$ کي اینبوونه: $x = 1$ $3 \cdot 1 + 3y = 9$ $\Leftrightarrow 3 + 3y = 9 \mid -3$ $\Leftrightarrow \quad 3y = 6 \mid : 3$ $\Leftrightarrow \quad y = 2$	دریم: د **x** لپاره مینډل شوي ارزښتونه د دواړو څخه په یوه مساوات کي کیږدئ او **y** پسي یي حل کړي. څلورم: حلسټ یا حلډبرئ ولیکئ

(c) ketabton.com: The Digital Library

$\underline{\underline{L = \{(1\mid 2)\}}}$	

پنځم:

ازماښت د اینبووني له لارې

$$(I)\quad 5x-2y=1 \Rightarrow 5\cdot 1-2\cdot 2=1 \Leftrightarrow 5-4=1 \Leftrightarrow 1=1 \quad (w)$$
$$(II)\quad 3x+3y=9 \Rightarrow 3\cdot 1+3\cdot 2=9 \Leftrightarrow 3+6=9 \Leftrightarrow 9=9 \quad (w)$$

مساواتسیستم $(I)\quad 5x-2y=1$ $(II)\quad 3x+3y=9$ $(I)\ 5x-2y=1 \mid +2y$ $\Leftrightarrow 5x=2y+1 \mid :5$ $\Leftrightarrow x=\frac{2}{5}y+\frac{1}{5}$ $x=\frac{2}{5}y+\frac{1}{5}$ eingesetzt in $(II):\ 3x+3y=9$ $3\left(\frac{2}{5}y+\frac{1}{5}\right)+3y=9$ $\Leftrightarrow \frac{6}{5}y+\frac{3}{5}+3y=9 \mid -\frac{3}{5}$ $\Leftrightarrow \frac{6}{5}y+3y=9-\frac{3}{5}$ $\Leftrightarrow \frac{21}{5}y=\frac{42}{5} \mid \cdot 5$ $\Leftrightarrow 21y=42 \mid :21$ $\Leftrightarrow \underline{\underline{y=2}}$	د اینبووني تلنلار: د اینبووني تلنلار لپاره د حل پلونه(قدمونه) وارینت 1 لومړی: مساوات**(I)** د **x** پسې خل کیږي. دویم: د بنې اړخ میندل شوی ترم په مساوات **(II)** کې اینبوول کیږي او د **y** پسې حل کیږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

دريم: د **y** لپاره مېندل شوی ارزښت په يو د دې دوه وتونمساواتو کې ايښوول کيږي، دا بياپه **x** پسې حل کيږي.

$$\begin{aligned} &y = 2 \text{ eingesetzt in (II): } 3x + 3y = 9 \\ &\quad 3x + 3 \cdot 2 = 9 \\ \Leftrightarrow\ &3x + 6 = 9 \mid -6 \\ \Leftrightarrow\ &3x = 3 \mid : 3 \\ \Leftrightarrow\ &x = 1 \end{aligned}$$

څلورم: د حل ست وليکئ

$$L = \{(1|2)\}$$

پنځم: د ايښوولو له لارې حل

$$\text{(I)}\ \ 5x - 2y = 1 \Rightarrow 5 \cdot 1 - 2 \cdot 2 = 1 \Leftrightarrow 5 - 4 = 1 \Leftrightarrow 1 = 1 \quad (w)$$
$$\text{(II)}\ \ 3x + 3y = 9 \Rightarrow 3 \cdot 1 + 3 \cdot 2 = 9 \Leftrightarrow 3 + 6 = 9 \Leftrightarrow 9 = 9 \quad (w)$$

مساواتسيستم

د حل پلونه(قدمونه) د ايښوولو تلنلار لپاره

واريانت 2

$$\begin{aligned} x - 2y &= 1 \\ x + 3y &= 9 \end{aligned}$$

لومړی: مساوات**(II)** د متحولې **y** پسې حل کيږي.

$$\begin{aligned} &\cdot 9 \mid -3x \\ &9 - 3x \mid : 3 \\ &3 - x \end{aligned}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$x - 2y = 1$

دویم: دښی لور میندل سوی ترم په مساوات **(I)**کې کیږدئ او په **x** پسې یې حل کړئ.

3. $x + 3y = 9$

دریم: د **x** لپاره میندل شوی ارزښت په یو د دې دوه وتونمساوتو کې ایښوول کیږي، او دا بیا د متحولې **y** پسې حل کیږي.

څلورم: جلسې ولیکئ $= \{(1|2)\}$

پنځم: ازماښت د ایښوولو له لارې

$$(I)\ \ 5x - 2y = 1 \Rightarrow 5 \cdot 1 - 2 \cdot 2 = 1 \Leftrightarrow 5 - 4 = 1 \Leftrightarrow 1 = 1 \quad (w)$$
$$(II)\ \ 3x + 3y = 9 \Rightarrow 3 \cdot 1 + 3 \cdot 2 = 9 \Leftrightarrow 3 + 6 = 9 \Leftrightarrow 9 = 9 \quad (w)$$

ټولې دري تلنلارې د هغه د واریانتو سره په یوه ټکلي مساوتسیستم وکارول شو. که څوک یوګوني تلنلرې ټیک وګوري، پیژني، چې په واریانت ۲ کې لږ د شمیرلو کار غوښتونی دی.

په یوه ټاکلي تلنلار د شمیرلو کار د دې حل کوونکي مساوتسیستم په واک کې دی. له دې امله دې لومړی پام وشي، چې کومه تلنلار د لږ کار سره سرته رسیدی شي. د دې لپاره نو یو څو بیلګو ته اړ یو. لاندې بیګې دي د دې لپاره یوه کوچنۍ مرسته وي، چې مناسب د حل – یا ځواب تلنلار پیداشي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

۴ . ۱ ـ د مناسب ځواب تلنلار لپاره بیلګې

بیلګه ۱ :

x1=1 په (1) کې ایښوونه y=7x+8	(I) $y = 7x + 8$ (II) $y = -2x - 1$
$\begin{array}{l} y = 7\cdot(-1) + 8 \\ \Leftrightarrow y = -7 + 8 \\ \Leftrightarrow \underline{\underline{y = 1}} \end{array}$	د برابر ایښووني لار
حل: L={(-1|1)}	$\begin{array}{l} 7x + 8 = -2x - 1 \mid +2x \\ \Leftrightarrow 9x + 8 = -1 \mid -8 \\ \Leftrightarrow 9x = -9 \mid :9 \\ \Leftrightarrow \underline{\underline{x = -1}} \end{array}$
ازمایښت	
$\begin{array}{l} (I)\ y = 7x + 8 \Rightarrow y = 7\cdot(-1) + 8 \\ \Leftrightarrow y = -7 + 8 \Leftrightarrow y = 1\ (w) \\ (II)\ y = -2x - 1 \Rightarrow y = -2\cdot(-1) - 1 \\ \Leftrightarrow y = 2 - 1 \Leftrightarrow y = 1\ (w) \end{array}$	

(c) ketabton.com: The Digital Library

بیلګه۲:

$y=3$ اینبوونه په (1) کې $2x+4y=8$ $\begin{array}{l\|l} 2x-12=8 & +12 \\ \Leftrightarrow 2x=20 & :2 \\ \Leftrightarrow x=10 & \end{array}$ حل: $L=\{(10\|-3)\}$ ازماښت $(I)\ 2x+4y=8 \Rightarrow 2\cdot 10+4\cdot(-3)=8$ $\Leftrightarrow 20-12=8 \Leftrightarrow 8=8\ (w)$ $(II)\ 2x-5y=35 \Rightarrow 2\cdot 10-5\cdot(-3)=35$ $\Leftrightarrow 20+15=35 \Leftrightarrow 35=35\ (w)$	$(I)\ 2x+4y=8$ $(II)\ 2x-5y=35$ د جمعي لار: $(I)\ 2x+4y=8$ $(II)\ 2x-5y=35 \mid \cdot(-1)$ $(I)\ 2x+4y=8$ $(II)\ -2x+5y=-35$ } + $9y=-27 \mid 9$ $\Leftrightarrow y=-3$

بیلګه ۳ :

$X=1$ په (1) کې کیږدئ $x+2y=5$ $\begin{array}{l\|l} 1+2y=5 & -1 \\ \Leftrightarrow 2y=4 & :2 \\ \Leftrightarrow y=2 & \end{array}$ حل: $L=\{(1\|2)\}$	$(I)\ x+2y=5$ $(II)\ -x+y=1$ د اینبوونې لار; (II) په y پسې حل کړئ

(c) ketabton.com: The Digital Library

ازماښت (I) $x+2y=5 \Rightarrow 1+4=5$ $\Leftrightarrow 5=5\ (w)$ (II) $-x+y=1 \Rightarrow -1+2=1=35$ $\Leftrightarrow 1=1\ (w)$ wد ربنتیا لپاره	$-x+y=1 \mid +x$ $\Leftrightarrow \quad y=x+1$ په (I) کې کیږدئ $x+2y=5$ $x+2(x+1)=5$ $\Leftrightarrow x+2x+2=5 \mid -2$ $\Leftrightarrow \quad 3x=3 \mid :3$ $\Leftrightarrow \quad x=1$

بیلګه ۴ :

(c) ketabton.com: The Digital Library

$y = -5$ اینبوونه په (I) $\frac{3}{x} - \frac{5}{2y} = 2$ کې حل: ازماپښت	(I) $\frac{3}{x} - \frac{5}{2y} = 2$ (II) $\frac{12}{x} + \frac{10}{y} = 4$ د زیاتون یا جمعي لار: (I) $\frac{3}{x} - \frac{5}{2y} = 2 \mid \cdot 2$ (II) $\frac{12}{x} + \frac{10}{y} = 4 \mid : (-2)$ (I) $\frac{6}{x} - \frac{5}{y} = 4$ (II) $-\frac{6}{x} - \frac{5}{y} = -2$ } + $-\frac{10}{y} = 2 \mid \cdot y$ $\Leftrightarrow -10 = 2y \mid : 2$ $\Leftrightarrow -5 = y$ $\Leftrightarrow \underline{\underline{y = -5}}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\frac{3}{x}-\frac{5}{2y}=2$$

$$\frac{12}{x}+\frac{10}{y}=4$$

Iditionsverfahren :

$$\frac{3}{x}-\frac{5}{2y}=2\,|\cdot 2$$

$$\frac{12}{x}+\frac{10}{y}=4\,|:(-2)$$

$$\left.\begin{array}{l}\frac{6}{x}-\frac{5}{y}=4\\ -\frac{6}{x}-\frac{5}{y}=-2\end{array}\right\}+$$

$$-\frac{10}{y}=2\,|\cdot y$$

$$-10=2y\,|:2$$

$$-5=y$$

$$\underline{\underline{y=-5}}$$

y = −5 eingesetzt in (I) $\frac{3}{x}-\frac{5}{2y}=2$

$$\frac{3}{x}-\frac{5}{2(-5)}=2$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{x}+\frac{1}{2}=2\,|-\frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{x}=\frac{3}{2}\,|\cdot x$$

$$\Leftrightarrow 3=\frac{3}{2}x\,|\cdot\frac{2}{3}$$

$$\Leftrightarrow \underline{\underline{x=2}}$$

Lösung: $L=\{(2\,|\,-5)\}\quad x,y\neq 0$

Pr obe :

$$(I)\quad \frac{3}{x}-\frac{5}{2y}=2\Rightarrow\frac{3}{2}-\frac{5}{2(-5)}=2$$

$$\Leftrightarrow\frac{3}{2}+\frac{1}{2}=2\Leftrightarrow 2=2\ (w)$$

$$(II)\quad \frac{12}{x}+\frac{10}{y}=4\Rightarrow\frac{12}{2}+\frac{10}{-5}=4$$

$$\Leftrightarrow 6-2=4\Leftrightarrow 4=4\ (w)$$

دا پورته پهورپورته ځای کپرځي. کښته هم همدا دی.....

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\frac{3}{x}-\frac{5}{2y}=2$$

$$\frac{12}{x}+\frac{10}{y}=4$$

Iditionsverfahren :

$$\frac{3}{x}-\frac{5}{2y}=2\,|\cdot 2$$

$$\frac{12}{x}+\frac{10}{y}=4\,|:(-2)$$

$$\left.\begin{array}{l}\frac{6}{x}-\frac{5}{y}=4\\ -\frac{6}{x}-\frac{5}{y}=-2\end{array}\right\}+$$

$$-\frac{10}{y}=2\,|\cdot y$$

$$-10=2y\,|:2$$

$$-5=y$$

$$\underline{\underline{y=-5}}$$

y = −5 eingesetzt in (I) $\frac{3}{x}-\frac{5}{2y}=2$

$$\frac{3}{x}-\frac{5}{2(-5)}=2$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{x}+\frac{1}{2}=2\,|-\frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{x}=\frac{3}{2}\,|\cdot x$$

$$\Leftrightarrow 3=\frac{3}{2}x\,|\cdot\frac{2}{3}$$

$$\Leftrightarrow \underline{\underline{x=2}}$$

Lösung: $L=\{(2\,|\,-5)\}\quad x,y\neq 0$

Pr obe :

$$(I)\quad \frac{3}{x}-\frac{5}{2y}=2\Rightarrow\frac{3}{2}-\frac{5}{2(-5)}=2$$

$$\Leftrightarrow\frac{3}{2}+\frac{1}{2}=2\Leftrightarrow 2=2\ (w)$$

$$(II)\quad \frac{12}{x}+\frac{10}{y}=4\Rightarrow\frac{12}{2}+\frac{10}{-5}=4$$

$$\Leftrightarrow 6-2=4\Leftrightarrow 4=4\ (w)$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\frac{3}{x}-\frac{5}{2y}=2$$

$$\frac{12}{x}+\frac{10}{y}=4$$

Iditionsverfahren :

$$\frac{3}{x}-\frac{5}{2y}=2\,|\cdot 2$$

$$\frac{12}{x}+\frac{10}{y}=4\,|:(-2)$$

$$\left.\begin{array}{l}\frac{6}{x}-\frac{5}{y}=4\\ -\frac{6}{x}-\frac{5}{y}=-2\end{array}\right\}+$$

$$-\frac{10}{y}=2\,|\cdot y$$

$$-10=2y\,|:2$$

$$-5=y$$

$$\underline{\underline{y=-5}}$$

y = −5 eingesetzt in (I) $\frac{3}{x}-\frac{5}{2y}=2$

$$\frac{3}{x}-\frac{5}{2(-5)}=2$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{x}+\frac{1}{2}=2\,|-\frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{x}=\frac{3}{2}\,|\cdot x$$

$$\Leftrightarrow 3=\frac{3}{2}x\,|\cdot\frac{2}{3}$$

$$\Leftrightarrow \underline{\underline{x=2}}$$

Lösung: $L=\{(2\,|\,-5)\}\quad x,y\neq 0$

Pr obe :

$$(I)\quad \frac{3}{x}-\frac{5}{2y}=2\Rightarrow\frac{3}{2}-\frac{5}{2(-5)}=2$$

$$\Leftrightarrow\frac{3}{2}+\frac{1}{2}=2\Leftrightarrow 2=2\ (w)$$

$$(II)\quad \frac{12}{x}+\frac{10}{y}=4\Rightarrow\frac{12}{2}+\frac{10}{-5}=4$$

$$\Leftrightarrow 6-2=4\Leftrightarrow 4=4\ (w)$$

یادونه:

مساواتسیستم د کسرونو ترمونو څخه جوړ دی. دا چې مخرج د صفر کیدو اجازه نه لري یا نه شي صفر کیدی، تعریفست باید ورکړ شي. داسئ مساواتسیستم کرښیز نه دی.

د رسموني لار

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\begin{array}{lll} (I) & x-y=-2 & L_I=\{(-2\,|\,0);(-1\,|\,1);(0\,|\,2);(1\,|\,3);\ldots\} \\ (II) & \wedge\ -2x-y=1 & L_{II}=\{(-2\,|\,3);(-1\,|\,1);(0\,|\,-1);(1\,|\,-3);\ldots\} \end{array}$$

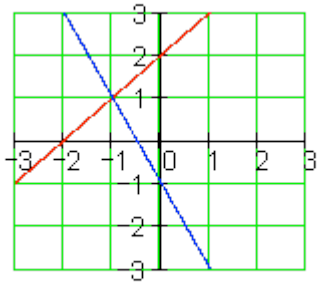
دواړه مساوات د y پسې حل کيږي.

$$\begin{array}{ll} (I) & x-y=-2\,|+y \\ (II) & -2x-y=\ \ 1\,|+y \\ \hline (I) & x=-2+y\,|+2 \\ (II) & -2x=\ \ 1+y\,|-1 \\ \hline (I) & x+2=y \Leftrightarrow y=x+2 \\ (II) & -2x-1=\ y \Leftrightarrow y=-2x-1 \\ \hline \end{array}$$

د هر مساوات لپاره ارزښتجوړې د حل ست په ګوته کوي.

کا دا په يوه کواوردیناتسیستم کې وکښل شي، نو دوه کرښې ترې لاس ته راځي. د کرښو په غوټکي يا نقطه تقاطع کې د دواړو مساواتو حلست پروت دی.

حلست يا-ډېرئ: $L=\{(-1|1)\}$



په هر مساوات کې د x لپاره عددونه ايښوول کيږي.

x	-2	-1	0	1
y_I	0	1	2	3
y_{II}	3	1	-1	-3

د رسمونې لار د مساوات او کرښو ترمنځ هندسي(ځمککچيزې) اړيکي ليدوړ کوي. د حل لار په حيث زيات وخت مناسب نه دی، چې د ګډغوټکي کواوردينات په ګرفيک کې ناټيک لوستل کيدی شي.

مساواتسيستم بې له يوائنې حل څخه

رسميزه حل يا درسم له لارې حل د مساوات او کرښې په منځ کې هندسي اړيکي ليدوړ کوي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

- دوه کرښې کیدی شي چې نسبت یو بل ته مختلف پروتګایونه ولري.

- دا کیدی چې په یو ټکي کې سره غوڅي کړي، لکه پورته بیلګه چې لیدور کوي، د دواړو کرښیز مساوات لپاره ټک یو حل شتون لري.

- دا کیدی شي یو بل سره غبرګې وي، نو په دې حالت کې کوم ټکی نه شته، چې دواړه کرښې یې یو له بل سره ګډ ولري. له دې سره اړونده مساوات له دې امله حل نه لري.

- دا کیدی شي یو په بل پرتې وي، یعني کټمټ وي، نو د یوې کرښې هر ټکی به د بلې کرښې ټکی هم وي. نو له دې امله به دااړونده مساوات ناپای زیات حلونه ولري.

مساوات سیستم حل نه لري دا د حل پیل مو یوه ناټیک وینا ته بیایي. دا په دې معنا، چې مساواتسیستم ته حل شتون نه لري.. لیدور دا په دې معنا دی، چې دواړه کرښې یو بل ته غبرګې ځغلي او کوم ګډ ټکی نه لري.	$(I)\quad 10x+4y=4$ $(II)\quad 5x+2y=1\mid\cdot(-2)$ $\left.\begin{array}{l}(I)\quad 10x+4y=4\\(II)\quad -10x-4y=-2\end{array}\right\}+$ 0=2 نو دا ناټیک وینا ده، له دې لاس ته را ځي{}=L

دا مساواتسیستم ناپای ډېر ځوابونه یا حلونه یا اوبیونې لري

د ورته بڼه بدلون وروسته د مساوات (I) او مساوات (II) جمعه کوني یو بل سره پورته کوي یا له منځه وړي، دا په دې معنا چې مساوات ورته یا ایدنتیک دي. هره د اعدادو جوړه، چې مساوات (I) پوره کوي،دا مساوات (II)هم پوره کوي. لیدور دا په دې معنا دی، چې کرښې یو په بل پرتې دي.	$(I)\quad 10x+4y=2$ $(II)\quad 5x+2y=1\mid\cdot(-2)$ $\left.\begin{array}{l}(I)\quad 10x+4y=2\\(II)\quad -10x-4y=-2\end{array}\right\}+$ 0=0 له دې لاس ته راځي رښتیا وینا

(c) ketabton.com: The Digital Library

پوښتنې

مساواتسیستم |

مساوات سیستم ته د دوه متحولو سره ګډوله پوښتنې، کرښیزمساواتسیستم، سیستم د کسري ترمونو سره او شي پوښتنې(د متن سره پ،ښتنې)

لومړی: د لاندې مساواتسیستم حلست وټاکئ

الف- (I) $4x + 5y = 32$ (II) $y = 5x - 11$

ب - (I) $5y - 3x = 1$ (II) $x = y + 1$

پ- (I) $3x = y + 15$ (II) $2y - 10 = 2x$

ت - (I) $15y - 4x = -50$ (II) $x = y + 7$

د ویم: د لاندې مساواتسیستم حلست وټاکئ

الف- ب - پ - ت -

a)
(I) $2y = 2x - 40$
(II) $3x = 10 - 2y$

b)
(I) $\frac{x}{2} - \frac{3y}{5} = 3$
(II) $\frac{x}{4} + y = 8$

c)
(I) $\frac{2x}{15} + \frac{7y}{12} = 3$
(II) $\frac{7x}{25} - \frac{5y}{16} = \frac{3}{20}$

d)
(I) $\frac{x+5}{y-7} = \frac{4}{3}$
(II) $\frac{x+2}{y-5} = \frac{5}{8}$

دریم: د لاندې مساواتسیستم حلست وټاکئ

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف- ب - پ - ت -

a) (I) $\frac{4}{3x+1} = \frac{2}{3y-13}$ (II) $\frac{2}{5x-10} = \frac{4}{7y-6}$

b) (I) $\frac{7}{x} - \frac{12}{y} = \frac{5}{6}$ (II) $\frac{4}{y} + \frac{5}{2} = \frac{9}{x}$

c) (I) $\frac{4}{x} + \frac{8}{y} = \frac{5}{3}$ (II) $\frac{2}{x} - \frac{4}{y} = -\frac{1}{6}$

d) (I) $\frac{3}{2x-1} - \frac{8}{3y+2} = -\frac{1}{5}$ (II) $\frac{5}{2x-1} + \frac{4}{3y+2} = \frac{8}{15}$

څلورم: د لاندې مساواتسیستم حلست وټاکئ

(I) $\frac{7}{2x-5} - \frac{9}{7y+5} = \frac{10}{3}$ (II) $\frac{24}{2x-5} + \frac{15}{7y+5} = \frac{19}{3}$

پنځم: یو پلار په دې لحضه کې څلورواره دومره عمر لري لکه ځوي یې او په ۵ کاله کې به فقط درې واره دومره عمر ولري. دا دواړه همدا اوس څومره عمر لري؟

شپږم: په کوم وخا کې به یو (اوبه) ساتونی (بیلر؟) له دوه نلونو څخه نیمم ډک شي، چې لومړی نل د ټول ساتوني د ډکولو لپاره ۱۸ دقیقې اودویم د دې لپاره ۲۲ دقیقو ته اړتیا ولري یا په کار ولري؟

اوم: د یوه مستېیل یا ولاړکونجیزچاپیریال یا محیط ۱۸۰ سانتي متره دی. اړخa څومره اوږد دی، که اړخ b ۳۰ سانتي متره وي؟

اتم: که د دوه ارزښتځاییزه پرته جمعه یا پروت زیاتون عدد9 دی. که ارزښتونه بدل شي، نو نوی عدد لاس ته راځي چې د زاړه عدد 7/4 ده. دواړه ځا ارزښتونه څومره دي؟

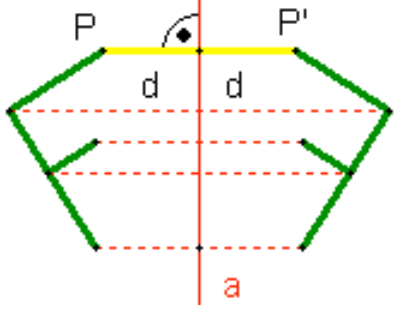
(c) ketabton.com: The Digital Library

۵ - په محور انعکاسونه (- منعکسونه یا هندارونه)

Reflection

یوه ځېره، چې یو څه په هنداره کې منعکس شوي کتل کیږي .....

پېژنده(تعریف):که د یوه شکل هر ټکیP په یوه ټکي 'P داسي منعکس شي یا راوګرځي ، چې و ټکي P ته د محور a په نسبت سیومتریک (په همغه واټن یا فاصله) پروت وي ، نو دا انعکاس په محورa منعکوسونه (انعکاس کیدنه یا هندارونه) بلل کیږي.

دا لاندې ځیره په محورa د شکل F منعکسونه ده. ګورو، چې P په 'P د a په محور داسي منعکسه شوې، چې هر یو ټکی P او 'P له محور a څخه په مساوي فاصله پراته دي	

په محور د انعکاس خویونه

۱) د ټکي P او د عکس د ټکي 'P د وصل قطعه خط په محور a نیمیږي او په محور a عمود (ولاړه پرته) ده. په پورته شکل کې د وصل کرښې نېمېدنه او عمودیت هم روښانه په نښه شوي دي.

۲) خط په خط منعکس کیږي .

۳) دایرې په دایرو منعکس کیږي، داسي چې شعاع یې سره مساوي وي .

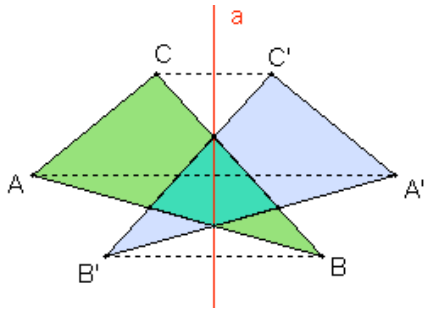
(c) ketabton.com: The Digital Library

۴) قطعه خطونه په مساوي قطعه خطونومنعکس کيږي

۵) زاويې په مساوي لويو زاويو منعکس کيږي.

۶) د يوه شکل په محورانعکاسونه کې عکس خپل شکل په بل لور بدلوي يا خپل شکل په څټ کوي. .

شکل، چې دا پورته د انعکاس خويونه ښايي

په مخامخ شکلونو کې د کين لور شکل په محورa و ښي لور ته منعکس شوی. کورو، چې په شکل کې مثلث ABC په مثلث A’B’C’ منعکس شوی دی يا مثلث A’B’C’ د مثلث ABC انعکاس دی .	

فعاليت ۱ :

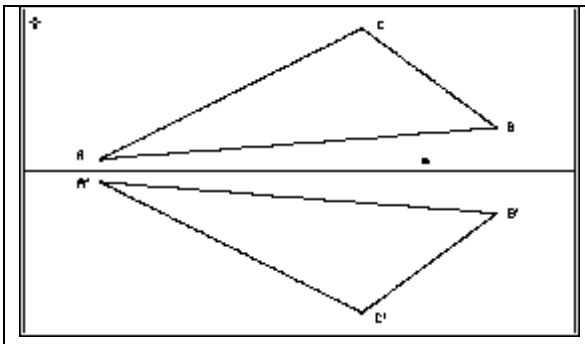
په پورته شکل کې دې شاګردان وپوهيږي، چې کوم ټکی د کوم ټکي عکس دی او ترمنځ فاصلې دې سره مقايسه کړي.

زده کوونکي دې په شکل کې دانعکاس له املې نورو جوړو شوو مثلثونو ته پام وکړي او تر منځ اړيکې دې وښايي.

تعريف :

هغه ټکي، چې په محور a پراته دي بېرته په خپل ځان منعکس کيږي، چې په ځان منعکسونه (انعکاس شدن به خود Fixppoint انعکاس) بلل کيږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

فعالیت ۲ : ۱) د ا مخامخ انعکاس وګوری. دا په محور m انعکاس دی او وښایی، چې کوم ټکی په کوم ټکي منعکس شوی.	

۲) پورته په محور منعکس شکلونه نسبت یو بل ته څه بلل کیږي ؟

۳) زده کوونکي دې په څېره کې د انعکاس خویونه وښایي؟

۴) داسې تشکیل شوي شکلونه یو بل سره منطبق دي، که څنګه؟

په دې هکله خپل فکري دلایل راوړی.

تمرین :

۱) په کمیت سیستم کې ټکي A(-3,2) ټکی B(-1.0) او ټکی C(0,3) ورکړل شوي وي، نو له دې ټکو جوړ شکل انعکاس په همدې کمیاتو سیستم کې په لاندې ډول رسم کړی:

الف) په x محور منعکس کړی

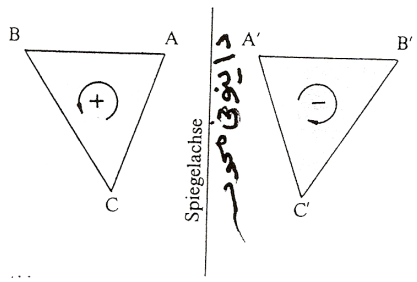
ب) په y محور منعکس کړی.

۲) په یوه - کمیت سیستم کې دې M (-3,-2) د یوې دایرې منځټکی (نقطه مرکزي) وي. له دې ټکي د یو نیم سانتي متره په اندازه وړانګه (شعاشع) دایره رسم کړی او بیا دا دایره په x محور او همداسې په y -محور منعکس کړی.

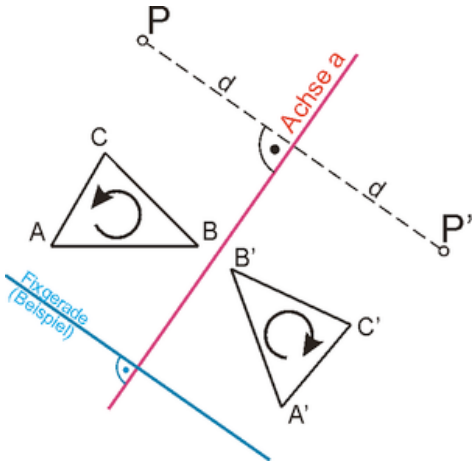
(c) ketabton.com: The Digital Library

که ځه توضیح مو زړه غواړي ، ویې لیکی.

دلته که بله وټکل شي ؟؟؟؟؟؟؟

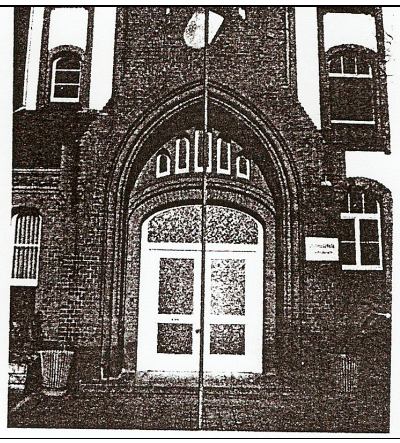
که مخامخ شکل ته ځیر شو، ګورو چې مثلث ABC ته د مثلث A'B'C' شکل برعکس یانې عکس یې دی	

۳) په لاندې محوري انعکاس کې د ټکو او شکلونو انعکاس - چې ځنګه یې صورت نیولی - تشریح کړی.



۳) زده کوونکي دی وښایي : که د دایرې او منعکسه دایرې مرکزونه د محور a د کوم ټکي سره وټړو چې په یوه خط نه وي پراته ، ځنګه شکل منځ ته راځي؟

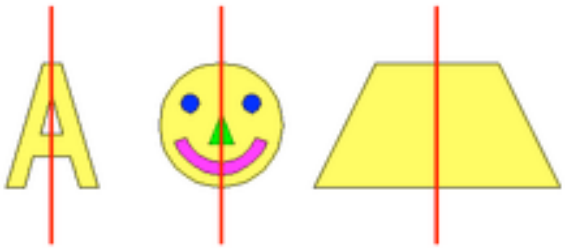
(c) ketabton.com: The Digital Library

۵ . ۱ - سیومتري Symetry **لاندې ځېره په افغاني ځېره بدلیږي**	

پیژند (تعریف) :

یو مسطح شکل متناظر (سیومتریک) بلل کیږي، که په یوه محور a داسي انعکاس منځ ته راشي، چې دا شکل په خپل ځان منعکس کړي.

فعالیت۱ :

په مخامخ شکلونو کې څه ګورې؟ ایا دا شکلونه متناظر دي؟ که هو ، نو دلایل یې راوړې. نور خویونه یې هم وڅېړې.	

فعالیت:

- زده کوونکي دې یوه مربع وکاږي او په هغې کې دې داسي خطونه رسم کړي، چې سیومتریک محورونه جوړوي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

عکس دې تشریح کړي، چې ځنګه؟

متناظر شکلونه دوه ډوله دي

۱) محوري متناظر :

تعریف :

یو مسطح شکل محوري متناظر بلل کیږي، که په یوه محور s داسې انعکاس صورت ونیسي، چې شکل بېرته په خپل ځان منعکس شي.

بېلګه ۱ :

الف: مستطیل چې ناصف الاضلاع ته د محورونو په ډول متناظر دي.

ب: یو متساوی الاضلاع مثلث ABCد ناصف الاضلاعو s1 او s2 او s3 په نسبت محوري متناظر دي.

۲) مرکزي متناظر:

تعریف :

یو مسطح شکل مرکزي متناظر بلل کیږي، که یو ټکي S داسې موجود وي، چې هر شکل نسبت و دې ټکي ته بېرته په خپل ځان منعکس شي.

۵ . ۲ - مرکزي متناظر شکلونه

بیلګه ۲ :

الف : ټوټه کرښه د منځټکي (نقطه مرکزي) سره

ب : متوازي الاضلاع د قطرونو د تقاطع ټکي په نسبت مرکزي متناظر دي .

زده کوونکي دېدا پورته تناظر تشریح کړي

(c) ketabton.com: The Digital Library

بنوونکي دي دا ځېره زده کوونکو ته د کربني(خطکش) له لارې روښانه کړي.

فعالیت:

په مخامخ شکلونو کي فکر وکړئ، چې مرکزي متناظر دي او که نه؟ ولې ؟ دلایل یې راوړئ.	

تمرینونه:

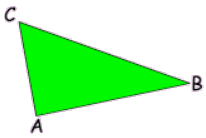
۱) په یوه متساوي الساقین مثلث کي څو متناظر محورونه شته ؟

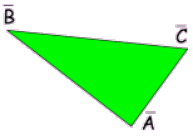
۲) دا رسم کړئ او وښایئ، چې ولې متناظر محورونه یا وحور دی؟

۳) یو متطیل رسم کړئ او په هغه شکل کي متناظر محورونه رسم کړئ.

۴) فکر وکړئ، چې د مربع کوم محورونه په مستطیل کي محورونه نه دي؟

۵) په لاندې څېره کي و ګورئ، محوري متناظر دي او که نه ؟ دلایل یې راوړئ





۶) په یوه دایره کي څو محوري متناظر محورونه موجود دي؟

۷) ایا دایره مروکزي متناظر ده؟ که هو نو ولې؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

۵ .۳ - ډپرواره هندارونه یا منعکسونه یا بیرته راګرځیدنه

الف - انتقال (Translation)

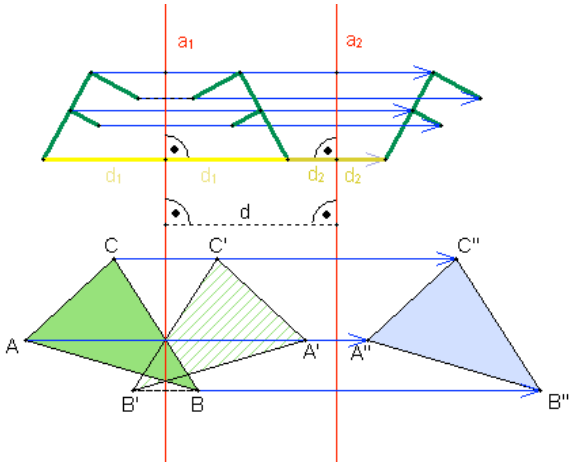
د پورته شکل په ډول که یو بل خپل شکل وي، خو بنه به وي .

پېژند (تعریف):

که د یوه شکل هرټکی سملاسي په همغه لور کش کړای شي یا و کښول شي، نو یو مساوي شکل منځ ته راځي. دا انعکاس کونه راکشونه (راکښنه یا ترانسلاشن) بلل کیږي.

په لاندې شکل کې انتقال ورکړ شوی دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

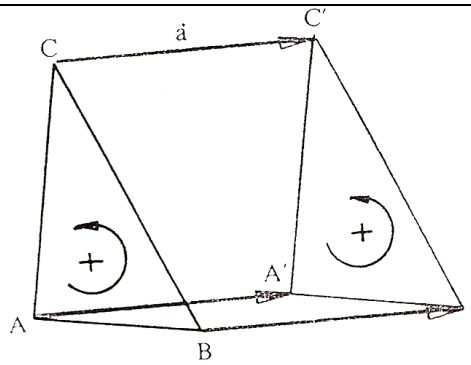


په پورته شکل کې په محورونو a1 او a2 شکلونه له کين لور و بنې لورته منعکس شوي.

د وړنې يا انتقال خويونه:

دوه واره هندارونه په غبرګ محور د d فاصلې سره همغه فاصله (قيمت) لري، لکه د يوې 2d په محور عمود راکشونه . دا خوي په پورته شکل کې روښانه معلوميږي.

ا نتقال .(غبرګ انتقال کشول يا وړل) يواځنی انتقال دی. دا په دې مانا، چې په غير له دې بل داسې انتقال نه شته.

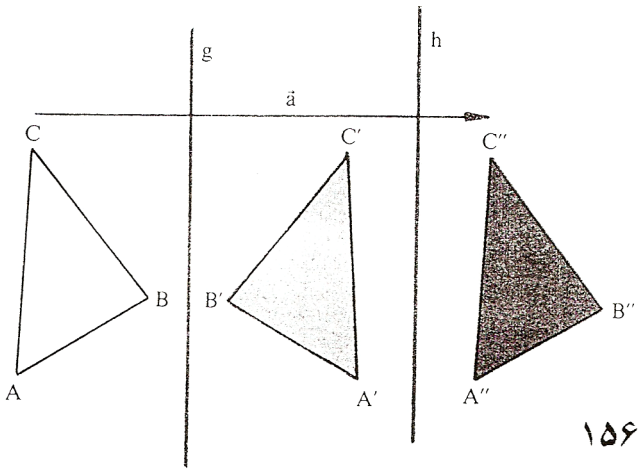
په لاندې شکل کې د يوه مثلث ABC بنې لور ته ا انتقال له لارې da په اندازه انتقال دی، چې په نتيجه کې يې مثلث A’B’C’ لاسته راځي. په انتقال کې د شکل لور هم همغه ده. يانې ګورو، چې په انتقال کې شکل نه په څټ کيږي	

(c) ketabton.com: The Digital Library

فعالیت :
د (x,y)- کمیت سیستم کې دې زده کوونکي یومثلث ABC رسم کړي او دا دې دوه واره د d په اوږدوالي انتقال کړي.(دا کېدی شي، چې د زده کوونکو په مینه یو ګل او یا یوه بله ښه ځېره هم وي).
په انتقال کې زموږ لپاره ِغوره د انتقال فاصله ده، چې یو څه څومره انتقال کیږي.

۵ . ۴ - د وړنې یا انتقال د جوړولو څیړنه

۱ - په هر نخښه شوي ټکي (په مثلثونو کی رأس الزاویي او په دایرو کې مرکزونه په یو ټاکلي اندازه (د ټاکلي انتقال په اندازه) انتقال کړی (دا باید مساوي اوږده وي په همغه طرف او غبرګ) .
۲ - د ټاکلو خطونو اخرنی نقطې د اصل په پرلپسې ترتیب سره ونښلوی. (د دایرې په انتقالولو کی : په اخر ټکي د r وړانګې په اندازه دایره ووهی)
انتقال ځاي په ځای ټکي نه لري(که د صفر اندازې په نامه identität ایدنتیتي یا کتمټ منعکسونې څخه صرف نظر شو)

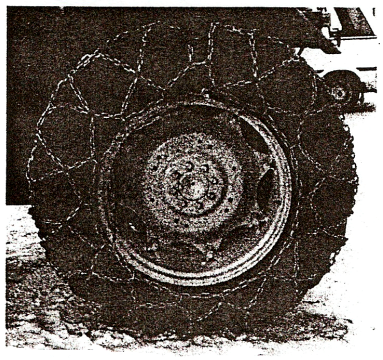


څیره ۱۵۶

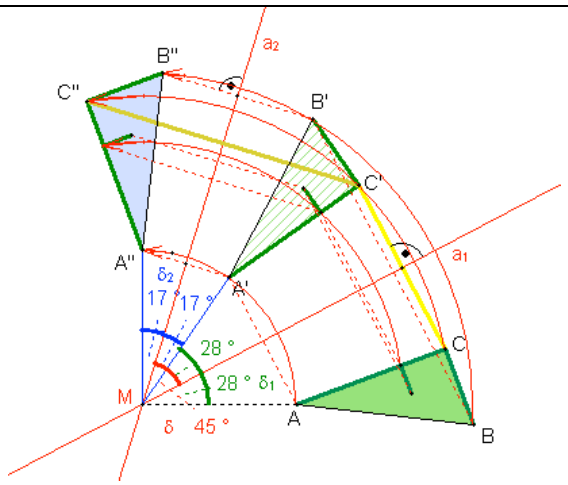
په یوه ځانګړي ډول یو په بل پسې په ډېرو محورونو انعکاس دې په دې ځای کې یاد شوی وي.

۵ . ۵ - څرخون یا دوران (Rotation)

(c) ketabton.com: The Digital Library

پېژند : که د يو ه شکل هر ټکی P په يوې دايرې په ځای په ځای ټکي M په کونج ∠ په وړانګه $\overline{MP}$ وځرخي يا دوران وخوري ، نو يو شکل منځ ته ر اځي. دا انعکاس په څرخو نټکي M څرخون بلل کيږي.	

په لاندې ځېره کې يو درېګوډی په دوه زاويو او له دې املې په دوه محورونو څرخي.

د دوران خويونه په محورونو دوه واره هندارونه، چې په ● کونج په ټکي M کې يو بل قطع کړي، په ټکي M باندې د يوه دوران سره مساوي دي، که د دوران زاويه ●🗗 ∠ وي.	

پوښتنه

- که په پورته شکل کې که د دوران شعاع دوه متره وي، نو د B او B'' ترمنځ قوس به څومره لوی وي؟

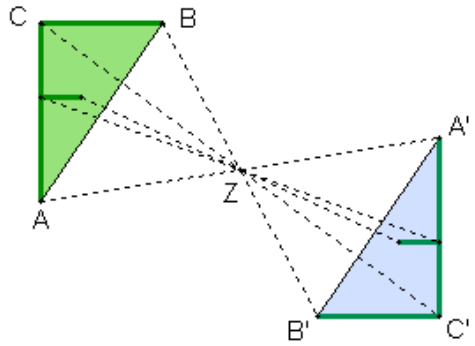
(c) ketabton.com: The Digital Library

- حدس وکړی، چې د C او ''C تر منځ شعاع او همداسې د قوس لویوالی به د وران کې د B او ''B د قوس سره تفاوت ولري؟ او ولې؟

۵ . ۶ - (په) ټکي انعکاس

پیژند:

په ټکي Z یو دوران د دوران د زاویې 180° سره یو مرکزي انعکاس دی . Z د مرکزي انعکاس وسطي نقطه (منځټکی) بلل کیږي. .



.

په ټکي د منعکسونې یا په ځټکونې خوي

یوه انعکاس کوونکې نقطه او د عکس نقطه یو قطعه خط ټاکي، چې په منځټکي نیمیږي.

فعالیت :

په پورته شکل کې په نقطه د انعکاس خواص په ورکړ شوو تورو سره وښایی

(c) ketabton.com: The Digital Library

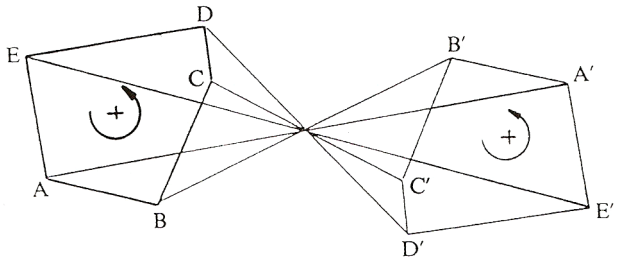
که د یوه موټر ټیر – چې شکل یې دایروي دی- قطر 120 cm وي ، نو ووایی، چې 30 km لار وهلو که به دا ټیر څو واره دوران وکړي یا وځرخي.؟

تعریف:

یو دوران د دوران د زاویې $\mu = \pm 180°$ سره په ټکي انعکاس بلل کیږي.

دا انعکاس خپله لور ساتي یا همغه لوریزه انعکاس دی.

لاندې څېره دې وکتل شي



په ټکي د انعکاس د جوړولو تحلیل یا څېړه

۱ – د اصلي شکل د هر په نخښه ټکي څخه یوه کرښه وکاږی، چې له منعکس کوونکي ټکي Z ټیر شي او د|PZ| په فاصله د Z په بله لور وباسي.

۲ – داسې منځ ته راغلي ټکي **په ترتیب یو د بل سره وټړی(وصل کړی)(همداسې په M' یوه د r'=r شعاع ووهی)**

دوران :

تعریف :

دوران یا څرخون D هغه انعکاس دی، چې په ورکړل شوي ټکيZ (دوران منځ) هر اصلي ټکیP په یوه منعکس شوي ټکي P' داسې تنظیم کړي، چې |PZ| او

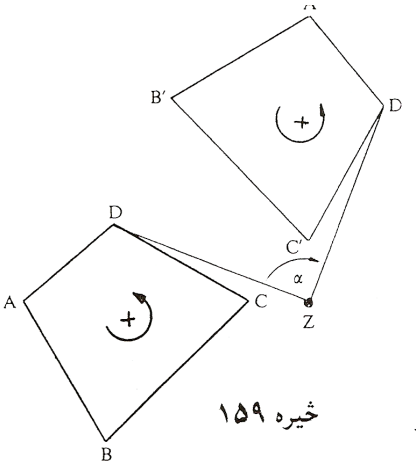
(c) ketabton.com: The Digital Library

W(PZP')=μ، چې μ د مخه په ځای ورکړ شوی زاویه داس په نامه دوران زاویه ده.

یو دوران د دوران د ټکي او د دورا له زاویي څخه یواځنی ټاکلی دی. دوران لور په علامه له مخه ورکړ شوی(ددې لپاره دې تېرو لوستونو ته پاموي).

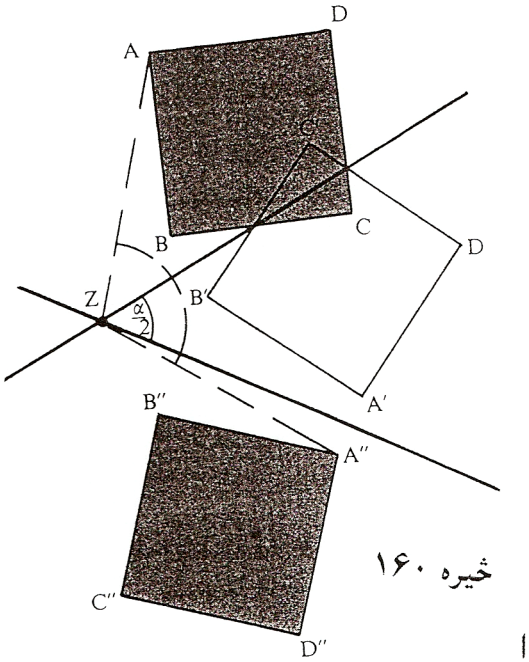
د دوران د جوړښت تحلیل:

۱ – په ټولو په نخښه ټکو (د مضلعو د زاویو د رأس ټکي، په دایره د مرکز ټکی) او د دوران په مرکز Z یوه وړانګه کیږدی. د هرټکي P فاصله PZ په کومکي شعاع وکاږی، کومه چې له PZ سره زاویه μ جوړوي



ځیره ۱۵۹

۲ – لاس ته راغلی ټکی د اصل سره په یو په بل پسې په ترتیب ونښلوی (په همدې ترتیب په یوه دایره شعاع ووهی). دوران په همغه لور کونکروایښ څېره کونه ده.



ځیره ۱۶۰

(c) ketabton.com: The Digital Library

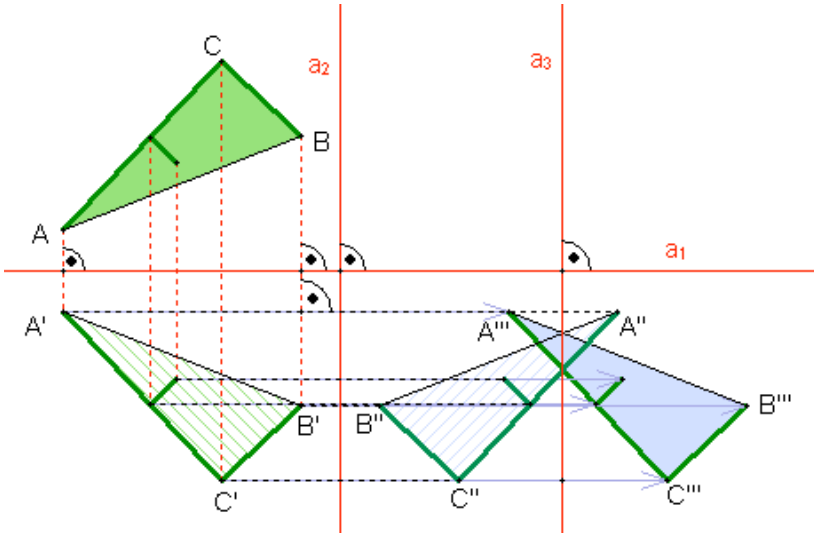
خوی انعکاس یا خوی رګرځیدنه یا بیرته راګرځینه the glide die Gleitspiegelung

انعکاس انزلاقي

یادونه: خوی د زیږ مخامخ یا برعکس دی.

پېژنند: خوی هندارونه د محورهنداروني یوه یو پربل پسې هندارونه او محور ته غبرګه راکښنه ده او یا په ځټ..

لاندې ځېره دې وکتل شي.



د خوی هنداروني خوي:

یوه خوی هندارونه کېدی شي، چې په دوه غبرګو محورونو او یوه په دې ولاړ محور باندې د دریواره هنداروني له لارې منځ ته راشي یا جوړه شي.

نتیجه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

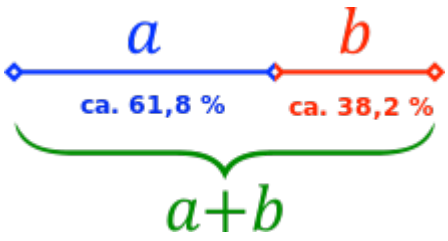
مورِ دلته انعکاس، سیومتري ، دوران لنډ انعکاسو سیومتري او دوران وځېږل . ومو لیدل، چې په دې ټولو کې شکلونه یو په بل پرېوزي ، یواځې او یواځې په ځنو عملیو کې د شکل لور بدله وي.

دا هر څه مو چې ولوستل د انطباق خواص دي.

۵ . ۷ - طلایي غوڅی

طلایي نسبت یا ناپرېکیدونکي وېشنه یا ټوټه ونه یو څانګړی د وېشنې نسبت دی، چې د تاریخي دلایلو پر بنسټ اوږده ټوټه د Majority یانې سترې ټوټه سره بنایو یا په نخښه کوو او کوچنۍ برخه یا ټوټه د Minority یانې کوچنۍ سره په نخښه کوو.

ددې نخښونې سره د طلایي نسبت شرایط په لاندې توګه ورکړل شوي دي.



m : M = M : (M+m)

لنډه ټوټه څان و لوي ټوټې ته داسې نیسي یا لنډه ټوټه نسبت و لوی ټوټې ته داسې ده، لکه لویه ټوټه د لوي ټوټې او کوچنۍ ټوټې جمعي ته .

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\frac{m}{M} = \frac{M}{m+M} \Leftrightarrow \frac{M}{m} = \frac{M+m}{M}$$

د طلايي نسبتونو د مساواتو د کيڼې لور حل

$$\left(\frac{m}{M}\right)^2 + \frac{m}{M} = 1 \mid \sigma = \frac{m}{M} \Rightarrow$$

مربع مساوات $\sigma \leq + \sigma - 1 = 0$

فقط مثبت حل $\sigma = \frac{-1+\sqrt{5}}{2}$

$$\sigma \approx 0,6180339887498484820$$

د طلايي نسبتونو د بڼي اړخ اوبيونه:

$$\frac{M}{m} = \frac{M+m}{M}$$

$$\frac{M}{m} = \frac{M}{m} + \frac{m}{M} \mid \tau = \frac{M}{m} \Leftrightarrow \frac{m}{M} = \frac{1}{\tau} \Rightarrow$$

$$\tau = 1 + \frac{1}{\tau} \mid .\tau$$

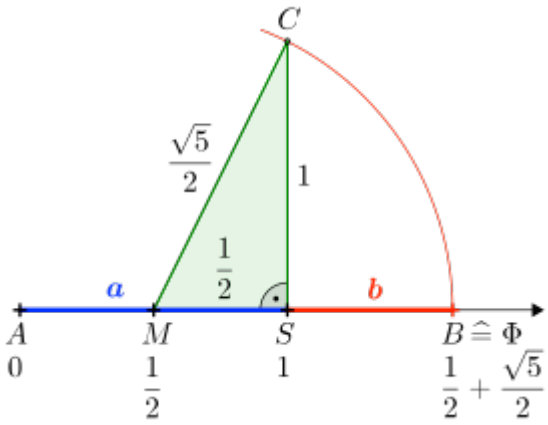
$$\tau \leq = \tau + 1$$

مربع مساوات $\tau \leq - \tau - 1 = 0$

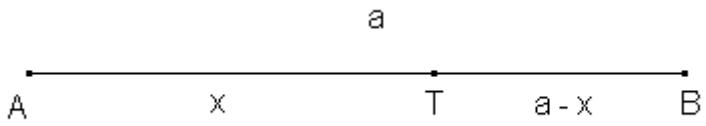
(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\tau = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$$ فقط مثبت حل

$$\tau \approx 1,61803398874989484820$$



توټه کرښه a دې ورکړ شوې وي



د [AB]ځنځه د ورکړشوې توټه کرښې a اوږدوالي حل د x په مرسته، چې په

[AT]کې پروت دی.

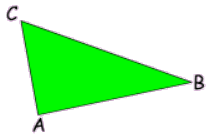
(c) ketabton.com: The Digital Library

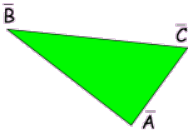
$$\frac{x}{a} = \frac{a-x}{a}$$
$$x^2 = a^2 - ax$$
$$x^2 + ax - a^2 = 0$$

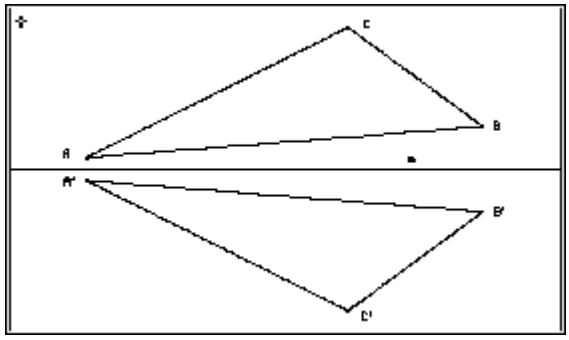
د حل ستې فرمول د مثبت حل سره (د قطعه خط اوږدوالی)

$$\Rightarrow x = \frac{-1+\sqrt{5}}{2}a$$
$$\Rightarrow \sigma = \frac{x}{a} = \frac{a-x}{a} = \frac{-1+\sqrt{5}}{2} \approx 0,618$$

دې پسې به نور غوره او په زړه پورې عزونه راشي



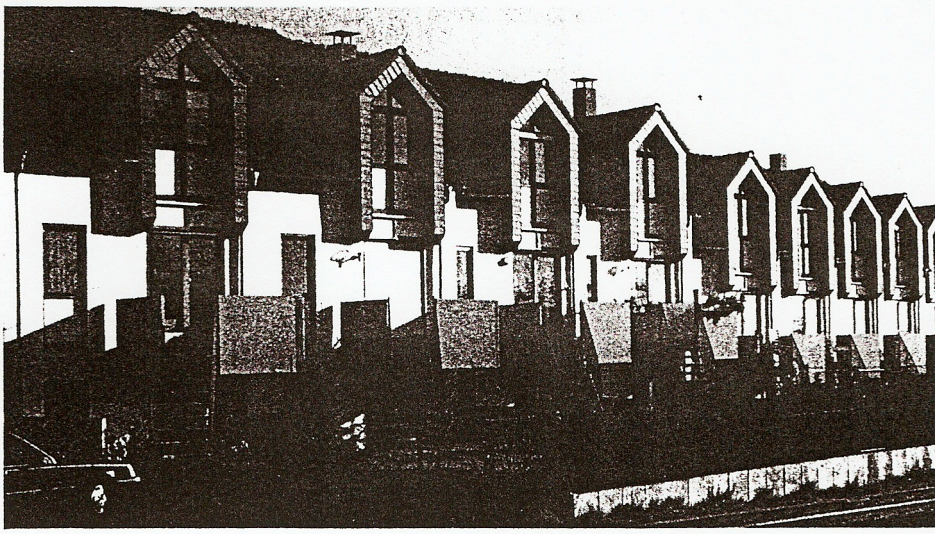




(c) ketabton.com: The Digital Library

Beispiele:

1.



څيره ۱۴۹

پيژند : هندسي شکلونه کونګروينځ (برابر) بلل کيږي، که په فورم ، بڼه (څيره) او

(c) ketabton.com: The Digital Library

ټولګه

هره کونګروااینځ څیرونه د کرښې اینوني د ټرلو څخه لاس ته راځي. دلته بیا هر کرښ اینونه څرخون لور بدلوي. له دې امله لرو:

د کرښ اینونو (څرخونو یا کښونو) جوړه تعداد یا ګڼون یو همغه لوریز کونګروااینځ څیرونه ده. د نا جوړه تعداد یا ګڼون کرښ اینونو (کرښ اینونی یا کښونو اینونی) یو نا همغه لوریز کونګروااینځ څیرونه ده.

دیو په بل پسی د کونګروااینځ څیرونو کارونه بیرته کونګروااینځ څیرونه لاس ته راکوي. دا چی هرکونګروااینځ کرښ اینونه ده نو د پای کونګروااینځ یو په بل پسی اینونه ده. برسیره پر دې هر کونګروااینځ بیرته راګرځیدلی یا په څټ کیدلی شي. که له دوه وو زیات کونګروااینځ څیرونی یو په بل پسی منځ ته راشي ، نو په خوښه اسوځیاتیو را یوځای کیدی شي. الجبري ټول کونګروااینځ څیرونی یو ګروپ جوړوي د ناپیلي کټمټ څیرونی سره، دا په دې مانا چی ناپیلی څیرونه ، چی په کارونه کی تغیر نه راولی کټمټ څیرونه ده. (د ګروپ لپاره دې نښلونی برخه وکتل شي)

په عمل کی د دریګو ی کونګروااینځ جملی له پوره اهمیت ډکی دی

کونګروااینځجملی:

الف) په خپلو دري اړخونو کي (SSS) یا

ب) په دوه اړخونو او لهدې اړخونو رابند کونج کی(SWS) یا

پ) په دوه اړخونو کی او د اوږداړخ مخامخ کونج کی (SSW) یا

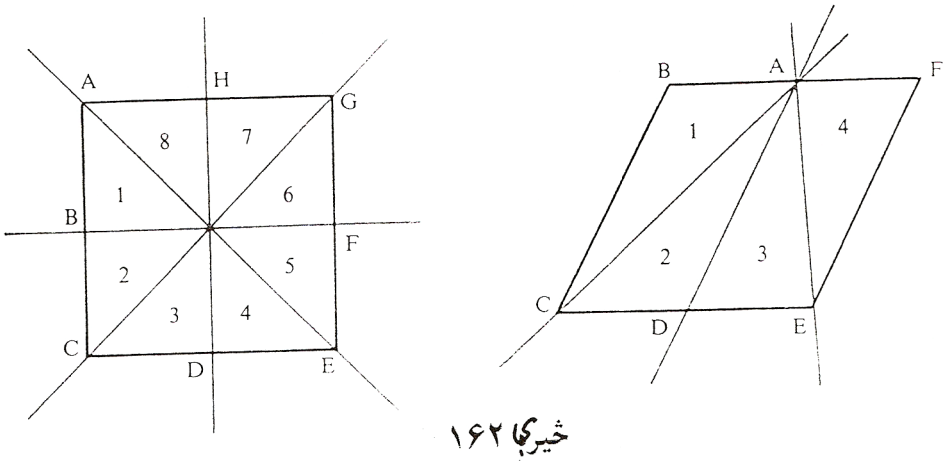
ت) په یوه اړخ او دواړو راګیر کونجونو کي (WSW) یو بل سره وخوري یا سره مساوي شي

(c) ketabton.com: The Digital Library

تمرينونه

۱ – په يوه غبرګ اړخيز ABCD هندارونی $S_{BC} \circ S_{AB}$ وکاړی.

۲ – د کونګروا ينځ جملو په مرسته وښايي، چی غوڅکربنی پيلڅيرې په کونګروا ينځ برخو ټوټه کوي.



خيرې ۱۶۲

۳ – په يوه بيلګه وښايي :

الف) $S_g \circ S_h \mid = S_h \circ S_g$

ب) $S_g \circ (S_h \circ V_g) = (S_g \circ S_h) \circ V_g$

۴ – د «هيلګولند» کيشتی او د «کوين ماری » لوي کيښتی ترمنځ واټن ۵ کيلو متره دی . هيلګولند کيشتی په شمال لوديځ ۶۰ درجي(N60°W) دلته N د شمال او W د لوديز لپاره دی، کربنلايني حرکت کوي او «کوين ماري» په ۸۲ درجو جنوب لويديز لور حرکت کوي (S82°W) دلته S د جنوب لپاره دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

په دې وخت کی د «هیلګولند» څخه « کوین ماری » په ۷۰ درجو شمالشرق(N70°O)

دلته O د ختیز لپاره ده، لیدل کیږي.Nord,, Süd, West, Ost

الف) په کوم کونج دواړه لارې یو بل غوڅوي ؟

ب) د دې وخت له ځاي څخه به هغه غوڅټکی څومره لرې وي؟

۵ – وي دې ABC یو مساوي پښیز دریګوډی، له بنسټ AB سره، g او h د کونجونو ∝ او ß کونجنیمي دي. وښایي چی دریګوډي ABP اوABQ کونګروایښت دي. (P او Q د مخامخ اړخ سره د کربنو غوڅټکي دي).

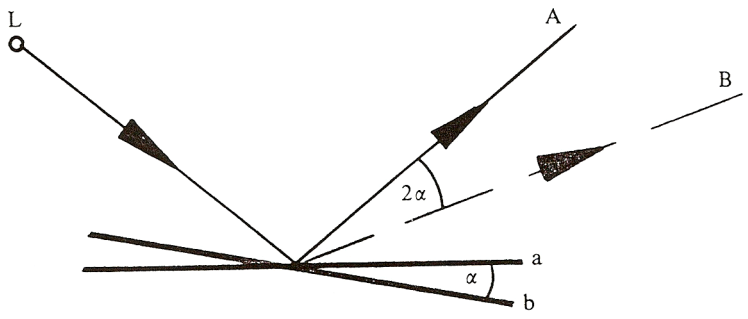
۶ – څومره کورونټخیرونی موجود دی چی لاندې څیرې یی په خپل ځان څیره کوي: کربنی ، ګردی، غبرګ اړخي، مساوي پښیز دریګوډي ، ولاړ ګوډی، راوتی، مربع، مساوي اړخیز دریګوډي ؟ کټمټخیرونه دې نه په کی شمیرل کیږي.

۷ – یو څرخیدونکی هنداره ، یوه هنداره ده ، چی په یوه خپله ایښوول شوي هواره پروت محور باندې څرخوړ ایښوول شوي. ترتیب په څیره کی له پورته لور انځوریږي.

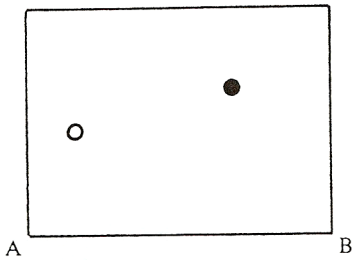
د نور له چینی L څخه یوه وړانګه په هنداره د (a) په ځاي یا ځاینیوون کی پریوزي او د هنداروني یا انعکاس قانون سره سم(پریووتکونج = وتلکونج) د $\overline{OA}$ لور باندې بیرته غورځول- یا اینه کیږي یا منعکس کیږي. اوس نو هنداره د ∝ په کونج د (b) ځاي یا ځاینوون ته راوړل کیږي یا راڅرخیږي. دلته نو د نوروړانګه د $\overline{OB}$ په لور هحیندارہ کیږي یا غورځول کیږي یامنعکس کیږي. وښایی :

$$w(\overline{OA}; \overline{OB}) = 2 \propto$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

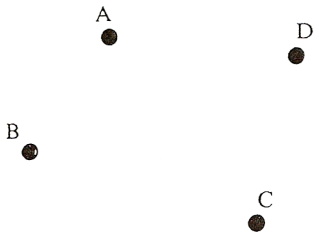


خيره ۱۶۳



خيره ۱۶۴

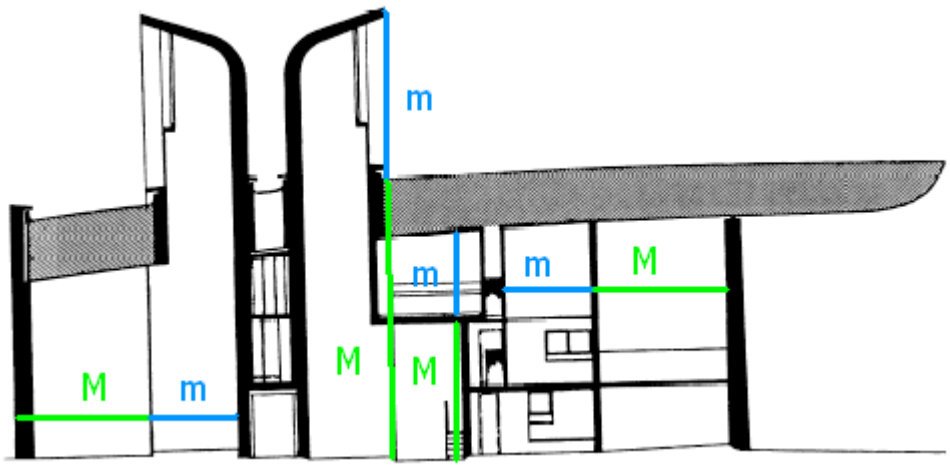
۸ – د کوټې منځ کې دوه توپونه اينښول شوي يو سپين او بل تور. د کوټې له ديوالونو څخه توپ بلې لور ته نه شي تللی سپين توپ دې داسې ووهل شي چې تور توپ ووهي.دا د اينه ونې يا انعکاس د قانون سره سم په ديوال AB لګيږي. (حيره) د کرښو لار وکاږئ « تورتوپ – اينه ټکی يا انعکاسټکی – سپين توپ»



خيره ۱۶۵

۹ – دا د يوه کور څلور برجونه دي، چې په A,B,C,D سره يې ښايو(ځيره) داسې يو ځاي S شته ، له کوم چې برج A د برج C څخه يا سره پټ شي او برسيره پر دې له دې ځاي څخه A د B او D د منځټې په څير ښکاره شي يا ځان وښايي .؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

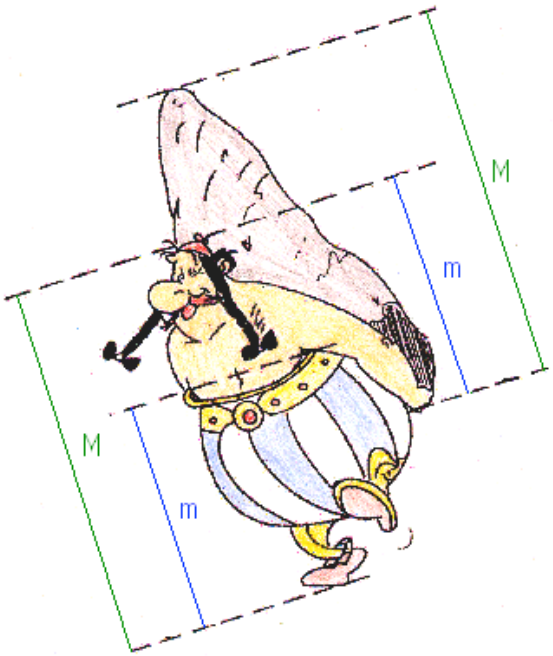


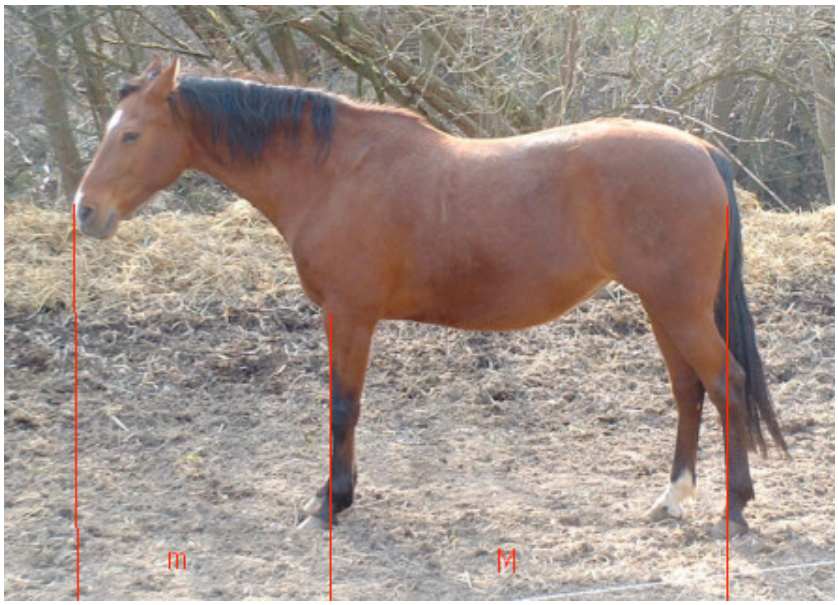
د یوه کور پروت غوځی یا تقاطع د Giovanni Denti له مخې

مشهور ساختماني اینجنیر لو کوربوسیر (1887 – 1965) *Le Corbusier* په دې رو دولونو د خپلو جوړښتونو په جوړښت کې کارولی

دا لاندې شکل هم د یوه طلایي غوځي دست لباره یوه بنه بیلګه ده ،چې پیداپښتي یا په طبیعت کې یې لرو ستاسو سرګرمۍ له پاره

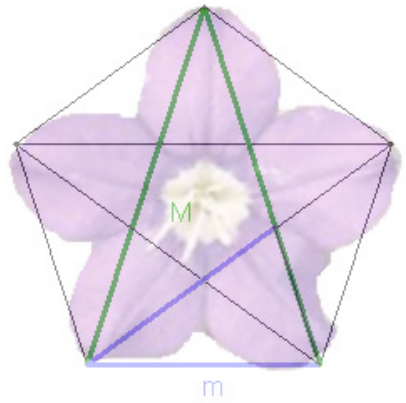
(c) ketabton.com: The Digital Library





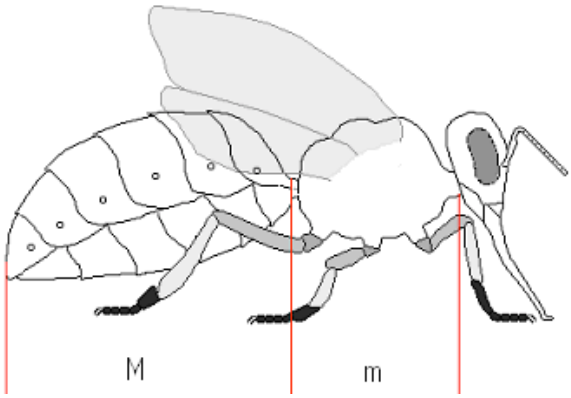
(c) ketabton.com: The Digital Library

Die Glockenblume



په منظم پنځه ګوډي يا مخمس کې طلايي نسبت

Im regelmäßigen Fünfeck ist der goldene Schnitt enthalten.



دا لاندې د درېګوډيکچبرخه په نهم، لسم، اويولسم ټولګي لوستل کيږي. زه دا ټول په هره برخه راوړم، چې ګران لوستونکي ورځخه اړوندګټه واخستل شي

۶ - درېګوډي کج يا تړېګونومتري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

دریګونومیټري یا تریګونومتري Trigonometrie

تعریفونه

د دریګونومیټري یا تریګونومتري دنده ده چې په هواره یا په هوا کې دریګونه کچ کړي ، د ځانګړوبلواکو له لارې، دې په نامه تریګونومتریبلواکو. برسیره پر دې د دې په مرسته پریودیکی یعنی په منظمه فاصله پرلپسی تکراریدونکی پیښې(مونږ یې تل راګرځیدوني بللی شو) څېړل کیږي.
تریګونمتري تر هیپارچ (Hipparch ۱۶۰ – ۱۲۵ له م پخوا) پورې تعقیبیدی شي، وروسته له مصري پتولیمویس Patolemäus چې په ۱۶۸ م کال کې مړ شوی او بیا له هندې او عربو شمیرپوهانو له خوا پرمختګ ورکړ شو. له پیل دا د کارونې یا عملي کیدو د ستونځو سره مخامخ وه. دریګونومیټري خپل کارونه په استرنومي او فزیک، د ځمککچ یا اندازه کولو، د ځمک اندازونې، نقشو علم، او ابادۍ او نوتیک Nautik (د کیشتیو د لارو نقشه ویستلو پوهنه) کې مومي.
د تریګونومتري مانا یا مهموالی په ځانګړي ډول په دې ریښتینوالی یا واقعیت کې نغښتی، چې د دې په مرسته د پایکړښبلواکوالی ، د کونجبلواکوالی سره تړلی شي(پام دې وي، چې دا تړاو شمیرپوهینیز مفهوم لري).

پیلبیلګه: د په مانایا مهم جګوالي یا لویدکړښو نخښه لوحی یا په بله عبارت د زوړي او پیچومی لیکتختی(دې ته دې پام وي چې ما دا کلیمی هر چیرې د زوړي او پیچومی په نامه نه دې بللی، خو دا به ښه وي ، چې په هغه مناسب ځای

(c) ketabton.com: The Digital Library

کی ، که ما بیرته اصلاح نه کړي، نو په دې نومونو دې ونومول شي) وهل شوي

د دې له لارې کوم معلومات ورکول کیدی شي؟
پیچومی یا جګوال 12 % په دې مانا چی په راتلونکو سلو مترو کی یو جګوالی د ۱۲ مترو وهل کیږي، دا ۱۲ متره ټیک ۱۲ له سلو دي. په نورو سلو مترو کی نور ۱۲ متره پیچومی یا جګوالی تی کیږي، نو په عمومي ډول یا ټولیزه توګه له ۲۰۰ متره پراته اوږدوالي وروسته ۲۴ متره پیچومی یا جګوالی. له یو کیلومتر وروسته دا پیچومی یا جګوالي لیدیدونکي ۱۲۰ متره ته جګیږي. کتل کیري یا لیدل کیږي، چی په ورکړشوي پیچومي یا جګوالي کی د پیچومي توپیر متناسب یا په ځانګړیونه و هوارې فاصلي ته تغیر خوري . د پایکرښو تناسب یا ځانګړیونه تابث یا ځای په ځای پاتیږي او د په سلو کی ګڼ په لوحه ورکوي. د واقعي جګوالي اوږدوالي معلومات نه

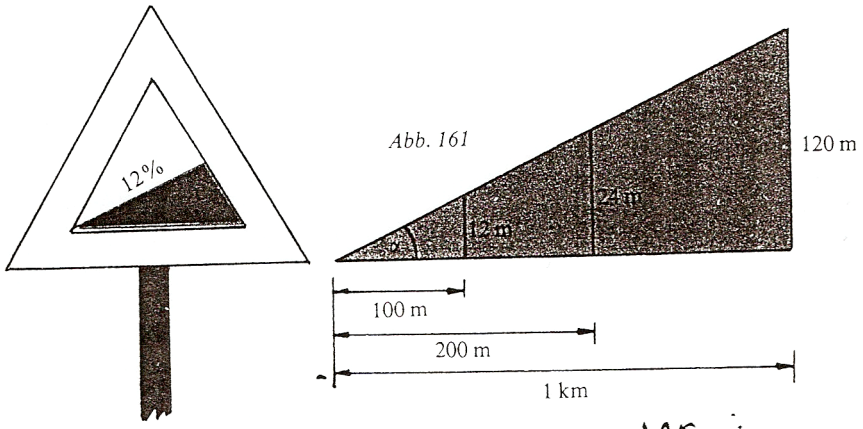


Abb. 161

خیره۱۹۴

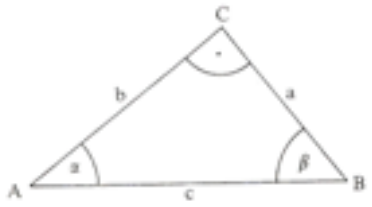
(c) ketabton.com: The Digital Library

ورکوي همداسي زوړی یا لویدون. په داسي حالت کی هم بیا نوري لوحي هم زوړندي وي.

په همدې ډول پیچومی کیدی شي، لکه په سلو جمله کی، د کونج له لارې هم ورکړشي، چی د سرك ټوټه یی د پرتون سره جوړوي.

تریګونومتري یا د په سلوکی (د پیچومي یا جګوالي تناسب) د پیچومي یا جګوالي ویناوي دي او یا په څرګندو پیچومي کونج یا جګکونج چی سلیږ پیچومی یا جګوالی ټاکي. په دې ډول په سلو کی ۱۲ جګوالي سره د پیچومي کونج په لاندې ډول دی $\alpha = 6,48°$.

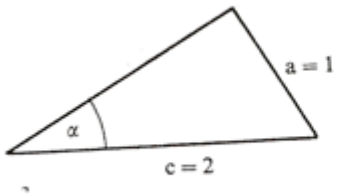
په پیلبیلګه کي څرګندیږي چی دا پایکړنې د یوه ولاړ دریګوډي اړخونه انخوروي، چی د دوه دریګوډیو تناسب یا خانګیونه د کونج په بلواکسی یا اړتوب ښایی. زیات وخت هیپوټینوزي (اوږداړخ) په c ښوول کیږي او هغه ته مخامخ کونج په γ . نوري دواړه کټیتی a او b دي او د دوي مخامخ کونجونه αاو β.



څیره ۱۹۵

اوس نو لاندې جملی باور لري:

ساینبلواك sinusfunktion: بلیګه:



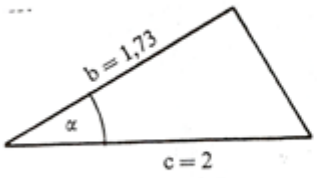
$\sin 30° = \frac{1}{2}$

څیره ۱۹۶

$$\sin\alpha = \frac{a}{c} = \frac{\text{مخامخ کاتیت}}{\text{هیپوټینوزي}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

کوسایبلوك Cosinusfunktion بیلګه:

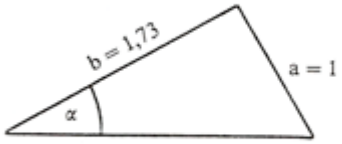


$\cos 30° = \frac{1,73}{2} = 0,8660$

$\cos\alpha = \frac{b}{c} = \frac{\text{پرته کتیت}}{\text{هیپوتینوزي}}$

خیره ۱۹۷

تنجنتبلواك Tangensfunktion بیلګه:



$\tan 30° = \frac{1}{1,73} = 0,577$

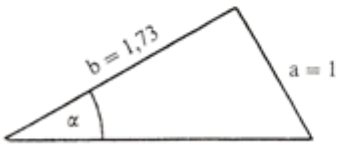
$\tan\alpha = \frac{a}{b} = \frac{\text{مخامخ کاتیت}}{\text{پروتکاتیت}}$

خیره ۱۹۸

یادونه : پام دي وي چی د مخامخ کاتیت لاندي د دریګونډي هغه اړخ پوهیږو، چی په هیپوتینوزي پراته کونج ته، چی ځموږ موخه وي، مخامخ پروت وي او هغه اړخ چی په همدي کونج پروت وي ، هغه ته په کونج پروت اړخ چی موږ یی لنډ پروت کاتیت بولو.

دا لاندي نور کونجبلواك دي، چی کم کارول کیږي

کوتنجنتبلواك Kotangensfunktion بیلګه



$\cot 30° = \frac{1,73}{1} = 1,73$

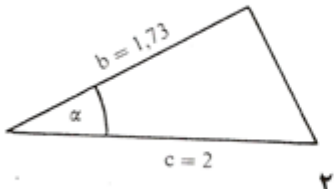
$\cot\alpha = \frac{b}{a} = \frac{\text{پرته کاتیت}}{\text{مخاخ کاتیت}}$

خیره ۱۹۹

(c) ketabton.com: The Digital Library

ډير کم ، د بيلګې په توګه استرونومي کې، لاندې کونجبلواك کارول کيږي

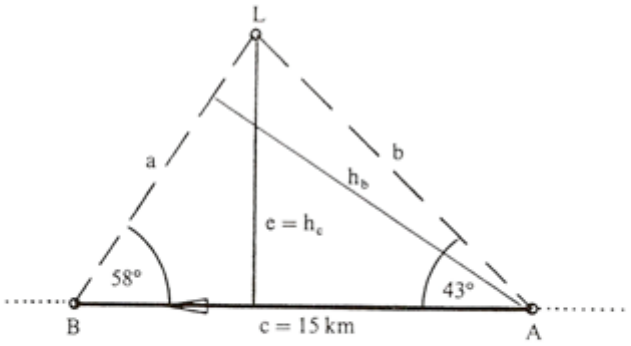
سيکانسبلواك sekansfunktion بيلګه



$\sec 30° = \frac{2}{1,73} = 1,156$

هيپوتينوزې / پرته کاتيت = $\sec\alpha = \frac{c}{b}$ څيره ۲۰۰

يوه تګ پايکربنې $c = 15\ km$ او کونج $\beta = 58°$ وروسته.
په دوم ډز کې کيښتې له ډز رپاورځخه څومره لرې ده؟
د A څخه و B ته د کيښتې نزدې واټن e د ډزرپاورځخه څومره لرې دی؟
په A کې له اور څخه څومره لرې وه ؟



څيره ۲۰۲

اوبی يا حل:

$\gamma = 180° - \alpha - \beta = 79°$; $\sin\beta = h_b / c$ او $\sin\gamma = h_b / b$

د h_b په لور اوبيدول يا حلول او په همدې وخت کې لاس ته راځي:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$h_b = c \cdot \sin\beta \quad \text{und} \quad h_b = b \cdot \sin\gamma$$
$$\Rightarrow c \cdot \sin\beta = b \cdot \sin\gamma \Leftrightarrow \frac{c}{b} = \frac{\sin\gamma}{\sin\beta}$$
$$\Rightarrow b = \frac{c \cdot \sin\beta}{\sin\gamma} = \frac{15 \cdot \sin 58°}{\sin 79°} = 12{,}959 \text{ km}$$

د لنډ واټن e لپاره باور لري:

$$\sin\alpha = \frac{e}{b} \Rightarrow e = b \cdot \sin\alpha = 12{,}959 \cdot \sin 43° = 8{,}838 \text{ km}$$
$$\sin\beta = \frac{e}{a} \Rightarrow a = \frac{e}{\sin\beta} = \frac{8{,}838}{\sin 58°} = 10{,}421 \text{ km}$$

لکه چې په یاد راوړل شو، د همغه دریګوڼي اړخونوa او b په شمیرنه کې

د ساین جمله :

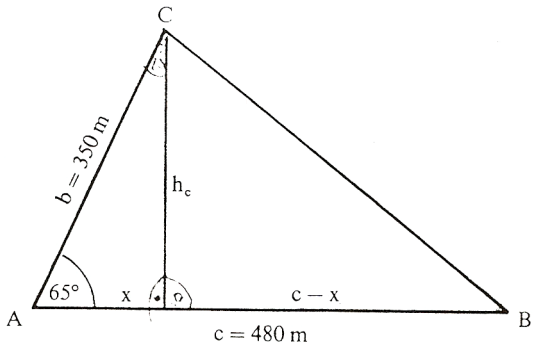
په خوښه دریګوڼي کې د اړخونو خانیونه یاتناسب د اړخونو مخامخ کونجونو د ساین خانیونه یا تناسب دی.

$$\sin\alpha / \sin\beta = a / b \qquad \sin\beta / \sin\gamma = b / c$$
$$\sin\gamma / \sin\alpha = c / a$$

د ساین جمله په پخ دریګوڼي کي هم باورلري(تمرین دې وکتل شي). ددې سره په یوه دریګوڼي کی نه موجودي ټوټي هلته شمیرل کیږي، چیرته چی دوه اړخونه او یو مخامخ کونج یا دوه کونجونه او یو مخامخ اړخ ورکړ شوی وي.
سړی بیا څه کوي که دریواړه اړخونه ورکړ شوي وي او یا دوه اړخونه او د هغوتر منځ راګیر کونج؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

پیلبیلګه : په یوه د ډبروسکرو کان کی دوه ستنی $b = 350\ m$ او $c = 480\ m$ دي او یو کونج $\alpha = 65°$ سره بندوي.
د B څخه و C ته به د نښلولو ستن یا تیر څومره لوي وي ؟



څیره ۲۰۳

اوبی یا حل :
جګوالی یا جګی h_c کرښه $AB = c$ په دوه ټوټو x او c-x ویشي.
دلته دی $x = b.\cos\alpha$ ،
ځکه چی $\cos\alpha = x / b$ دی . د پیتاګوراس د جلی له مخی
لرو : $h_c^2 = b^2 - x^2$
او

$$a^2 = h_c^2 + (c-x)^2 .$$
$$a^2 = h_c^2 + c^2 + x^2 - 2cx$$
$$a^2 = b^2 - x^2 + c^2 + x^2 - 2cb\cos\alpha$$
$$\Rightarrow a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د اړخونو اوږدوالی نومونی او کونج کیدی شي چې منظم بیرته راګرځیدونکی (ځیکلیکي یوناني کلیمه ده ګردی ډوله یا منظم بیرته راګرځیدونکی zyklisch) یو بل سره بدل شي» له دې امله باور لري

کوساین جمله

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc.\cos \alpha$$
$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac.\cos \beta$$
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab.\cos \gamma$$

په هر یوه دریګوډي کی د هر اړخ مربع مساوي ده، د نورو دواړو اړخونو د مربع زیاتون سره تړې کم دوه ځله د دې دوه اړخونو ځل او ددې دوه اړخونو رابند شوي کونج کوساین سره ځل.

د کوساین جمله د پیوتاګوراس د جملی عمومیت یا ټولیز ته هم وایي. (تمرین ۶ مخ دې وکتل شي)

د کونجبلواك له لارې یو بل متود، د ډیرګوډي شمیرلو لپاره ، تر څو دا په دریګوډیو ویشل کیدی شي چې پوره اړخونه او کونجونه یې څرګند وي، پیدا شو.

د دې ټولو سره د څلورګوډي یو وربرسیره بل د شمیر فرمول پیداشو:

$$A = 0,5.d_1.d_2.\sin \alpha$$

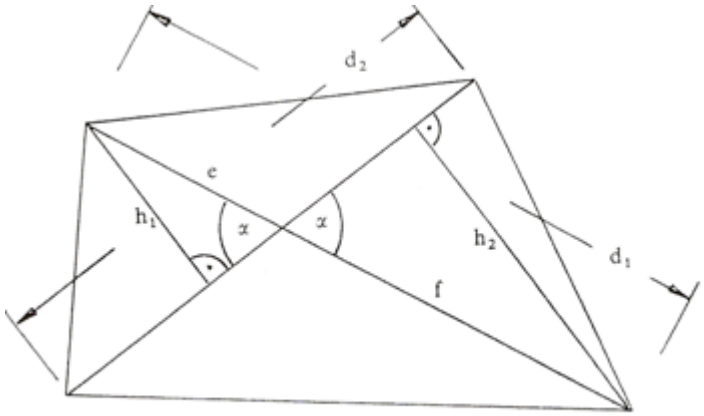
چیرته چې $\alpha = w(d_1; d_2)$ وي .

اوبی یا حل : $A=0,5(d_2h_1 + d_2h_2)$

که d_1 په e اوf ټوټه یا تجزیه شي ، نو لرو

$$h_1 = e \cdot \sin \alpha$$
$$h_2 = f \cdot \sin \alpha$$
$$\Rightarrow A = 0,5 \cdot d_2(e + f) \sin \alpha$$
$$\Rightarrow A = 0,5 \cdot d_2 d_1 \sin \alpha$$

(c) ketabton.com: The Digital Library



څيره۲۰۴

د په خوښه کونجونو تريګونومتريکي بلواکي

په اخره برخه کی مو وويل، چی کونجبلواك، نه يواځی د دننه لورته تيرو دريګوډيو لپاره ، بلکه د هغو کونجونو لپاره چی له ۹۰ درجو لوي وي ، هم هدفمند (موخور) تشريحوړ دي. له دې وروسته کونجبلواکو خپله پوره موخه يا هدف تر لاس کړ.

دا پراختيا څنګه تصور يا د خيالوړ کيدی شي ؟

په ښه توګه داسی کيدی شي چی په يوه ولاړ پروت سيستم يا کواوردیناتسيستم کی يوه ګردی ووهي چی وړانګه يي ۱ يعنی يو يوون يا واحد دی (دې ته يوونګردی ويل کيږي، ځکه چی وړانګه يی يو يوون دی) او د ګردی منځټکی او د پروت ولاړ سيستم کواوردينات سرچينه يو په بل پريوځي . نو بيا هر دريګوډی، چی د هغی يو کونج د ګردی څنتريکونج دی، يعنی کونج يی د ګردې په منځ يا څنتر پروت دی، (څيره۲۰۴) کم له کمه يی يو اړخ ۱ يعنی يو يوون اوږدوالی لري. دا د دريګوډی په دننه کی شميرنه او اړيکي اسانه کوي.

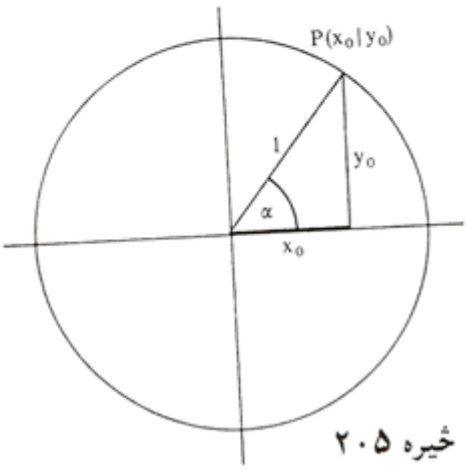
(c) ketabton.com: The Digital Library

لمړی د یوه ولاړ کونجیز دریګوډي څخه پیل کوو، چې په لمړي لمړي څلورمه یا کوادرانت (Quadrant) کې پروت د ی . نو هیپوتینوزې ۱ اوږدوالی لري، او په ګردی ،د کونجټګی $P(x|_0y_0)$ په پام کې نیولو سره، باور لري:

$$\sin\alpha = y_0 / 1 = y_0 , \quad \cos\alpha = x_0 / 1 = x_0$$

دا کربنی د پریوستون او یا د سیورېدرخونو په څیر لاس ته راځي، که مور وړانګه د یوه ټالوهونکی مړوند په څیر ونیسو یعنی فرض کړو، کوم چې د محورغبرګي رښا لاندې راشی.

په دې ولاړ کونجیز دریګوډي کې کیدی شي چې د پیتاګوراس جمله وکارول شي:



خیره ۲۰۵

تریګونومتریکي پیتاګوراس:

$$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$$

چیرته چې $\sin^2\alpha = \sin\alpha . \sin\alpha$ په مانا دی.

کیدی شي ، چې پوښتنه وشي چې همدا « سیوری » بیا کله لاس ته راتلی شي. دا حالت بیاتېك هلته لاس ته راځي، چې وړانګه د منفي x –محور سره یو کونج α جوړ کړي، یعني څنتریکونج یې $180° - \alpha$ وي.

د « سیوروځیرو » څخه لاس ته راځي:

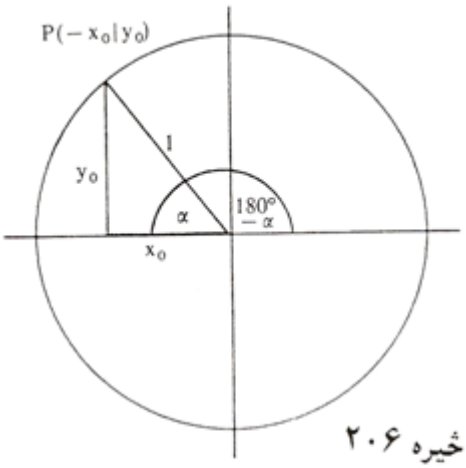
$$\sin (180° - \alpha) = \sin\alpha$$

$$\cos (180° - \alpha) = - \cos\alpha$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

خکه چی دا سیوری همغومره اوږد
دی لکه د مخه، مگر اوس له صفر
پیل مخامخ (منفی) لور بنایي.

په ورته توگه لاس ته راځی :



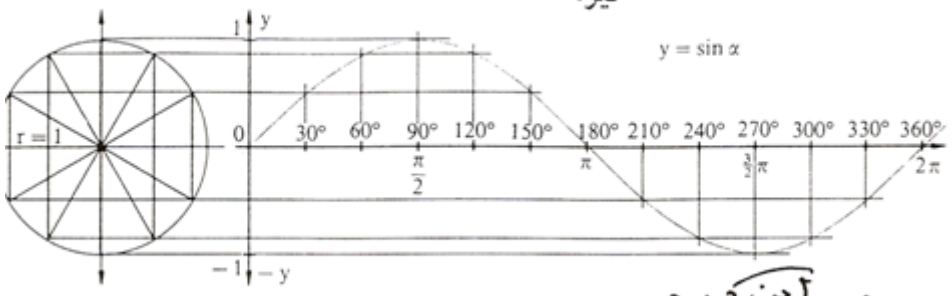
ځیره ۲۰۶

$$\sin(180° + \alpha) = -\sin\alpha;$$
$$\cos(180° + \alpha) = -\cos\alpha$$
$$\sin(360° - \alpha) = \sin(-\alpha) = -\sin\alpha;$$
$$\cos(360° - \alpha) = \cos(-\alpha) = \cos\alpha$$

د کونج $\alpha + 360°$ لپاره بیرته د سرچیني کونج اړیکی لاس ته راځي: همدا ډول د $\alpha + 720°$ لپاره اوهمداسی نور. په دې توگه د په خوښه کونجفنکشنونو یا کونجبلواکو لپاره د ساین او کوساین بلواك تعریف دي.

د $\tan\alpha = \sin\alpha / \cos\alpha$ له املې (مقایسه مخ ۱۵۱) دا د تنجنت بلواك لپاره هم صدق کوي. له دې املې لاندې د بلواکګرافونه لاس ته راځی

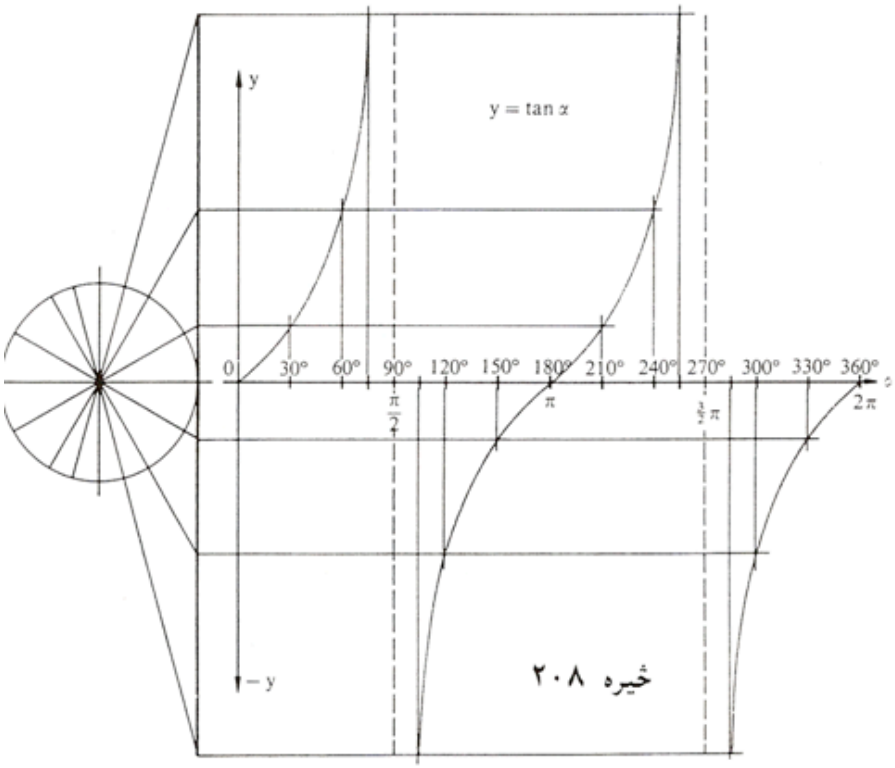
ځیره ۲۰۷



Die **Sinuskurve**: $y = \sin x;\ x \in \mathbb{R};\ y \in [-1; 1]$

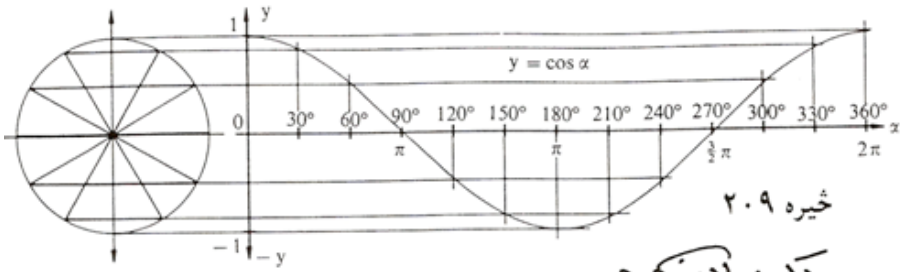
د ساین کرښه

(c) ketabton.com: The Digital Library



خیره ۲۰۸

Die **Tangenskurve**: $y = \tan x;\ x \in \mathbb{R} \setminus \{x \mid x = (2z+1)\frac{\pi}{2} \wedge z \in \mathbb{Z}\};\ y \in \mathbb{R}$

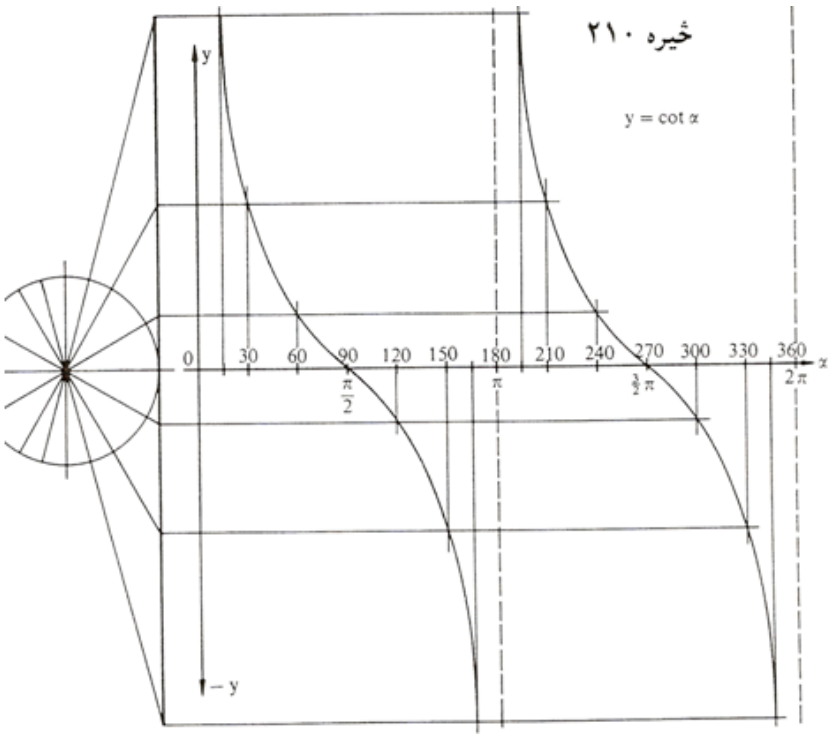


خیره ۲۰۹

کوسائین کرو

Die **Kosinuskurve**: $y = \cos x;\ x \in \mathbb{R};\ y \in [-1; 1]$

(c) ketabton.com: The Digital Library



ځيره ۲۱۰

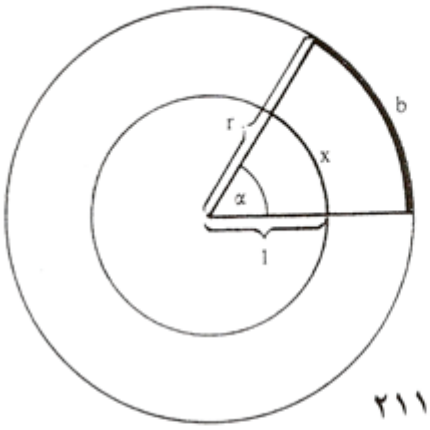
Die **Kotangenskurve**: $y = \cot x;\ x \in \mathbb{R} \setminus \{x \mid x = z \cdot \pi \wedge z \in \mathbb{Z}\};\ y \in \mathbb{R}$

لينده اندازه (لينده کچ) Das Bogenmaß

په زړه درجه د کونجکچ يا – اندازې سره بلد يو (دمخه وليدل، چې ۳۶۰ درجې پوره ګردی ښايي. هغه، چې لږ ورسره بلد يو يا زيات ورسره بلد نه يو، هغه نوې درجه ده ، چې ګردی په ۴۰۰ مساوي برخو ويشل کيږي. دا په دواړو کچيوونونو يا کچواحدونو کې ګڼ دي، چې په ګڼونو اندازه کيږي، بې له کچ يوون ارزښتډيری رييلګڼونه دي، په داسې حال کې چې وتل ګڼونه (= د تعريف ډيري ګڼونه) يو يوون يا واحد (درجه يا ګون) لري. دا په کارونه يا عمل کې مو زيات وښت د خنډ سره مخامخ کوي. له دې امله د لينديز کچ سره د کونجکچ لپاره يو ور زيات امکان پيدا شو.

(c) ketabton.com: The Digital Library

کونج لويي په واقعيت کی يوون «راد (rad) » لري، مګر دا په کارونه يا عمل کی کيدی ونه ليکل شي يا صرف نظر پرې وشي، که بدلون ته مو نه راهڅوي. دا کونجکچونه چی د کونج لپاره په تريګونومتريکی بلواکو کی ايښودل کيږی (د بيلګې په توګه sin) ارګومنت (Argument تعريفږيری) بلل کيږي. په تعريفږيري کی کيدی شي چی نوې درجه ، زړه درجه او يا لينده کچ وکارول شي. کاروونکی دې پام ولري چې په جبشميري کی همغه مودوس په کار اچول شوي دی(راتلونکی دې وکتل شي)



څيره ۲۱۱

(c) ketabton.com: The Digital Library

په برخه ګردیبرخوکی وښوول شو (ګردیبرخی د مخه څیړل شوي دي) چی هر کونج پوري يوه ګردبرخه يا ګردی لينده اړه لري، نو ټولی ګردی پوري ۳۶۰ درجی کونج يا $2\pi r$ اړه لري، يوه کونج α پوري بيا يوه لينده b اړه لري، کومه چی په چاپيری ئی خانهمداسی نيسي لکه په پيل کی α و ۳۶۰ درجو ته . دلته ګردیګڼ دی : .... $\pi = 3,14$ (دا مو له دې پخوا لاس ته راوړی دی)

پيلبيلګه:

کونج $\alpha = 60°$ له ګردی د ۱۰ سانتيمتره وړانګي سره يوه په لاندې ډول ګردی لينده $b = 20\pi . 60° : 360° = 10,47$ cm غوځوي يا بيلوي. د ګردی چاپيری دی : $U = 20\pi = 62,83$ cm

همغه کونج α د ۵ سانتي متره وړانګی سره ګردیلينده

$b = 10\pi .60° : 360° = 5,236$ cm

غوځوي. دا ګردی لاندې چاپيری لري: $U = 10 = 31,416$ cm .

له ګردی د وړانګي $r = 1$ cm سره ددې په څټ يا برعکس کونج ګردیلينده

$b = 2\pi . 60°: 360° = 1,047$ cm

غوځوي» د دې ګردي چاپيری فقط $U = 2\pi = 6,283$ دی .

له بيلګي څرګندیږي، چی لينده اندازه په همغه اندازه زياتيږي لکه وړانګه. له دې امله کيدی شي خپله شميرنه په يوونګردي د وړانګي ۱ سره رابنده يا محدوده کړي او روښانه کړي:

تعريف: په يوونګردي د ګرديلينډی اوږدوالي کچګڼ، چی په څنتريکونج

(c) ketabton.com: The Digital Library

باندې څيره شوي، لينده کچ بلل کيږي. لاندې شميراوړون باوري کوي:

$$x = (\alpha / 180°).\pi \quad <=> \quad \alpha = (x/\pi)\,180° = \frac{x}{\pi}\cdot 180°$$

دا چی د وړانګي څرخون په پوره کونج هم وراوړيدی شي، نو له دې امله د لينده کچ لپاره په خوښه رييلګنونه پريښوول شوي.

بيلګی :

$\alpha = 1° \Leftrightarrow x = \frac{1°}{180°}\pi = 0{,}0175$ (rad)

$\alpha = 30° \Leftrightarrow x = \frac{30°}{180°}\pi = \frac{\pi}{6} = 0{,}5236$

$\alpha = 45° \Leftrightarrow x = \frac{45°}{180°}\pi = \frac{\pi}{4} = 0{,}7854$

$\alpha = 60° \Leftrightarrow x = \frac{60°}{180°}\pi = \frac{\pi}{3} = 1{,}0472$

$\alpha = 90° \Leftrightarrow x = \frac{90°}{180°}\pi = \frac{\pi}{2} = 1{,}5708$

$\alpha = 180° \Leftrightarrow x = \frac{180°}{180°}\pi = \pi = 3{,}1416$

$\alpha = 360° \Leftrightarrow x = \frac{360°}{180°}\pi = 2\pi = 6{,}2832$

$\alpha = 720° \Leftrightarrow x = \frac{720°}{360°}\pi = 4\pi = 12{,}5664$ usw.;

$\alpha = -75° \Leftrightarrow x = \frac{-75°}{180°}\pi = \frac{-5}{12}\pi = -1{,}309$

ارکوسبلواکي Arcusfunkrionen

زيات وخت دا پوښتنه هم رامنځ ته کيږي ، چي لکه په ورکړشوو کرښځانيونو راپيداشوي کونجونه څنګه معلوميږي يا څنګه راڅرګندیږی يا بهتره څنګه ځانونه نيسی. ددې لپاره چی دا پوښتنه ځواب شي، بايد امکانات ولټول شي، چی د کونجبلواك ارزښتونو څخه څنګه بيرته کونج يا په همدې توګه د هغه تعريفډيري ته، په لينده کچ راتلی شو. دا کونجبلواك پريوديکی يا تل بيرته راګرځيدونکي بلواك دی، دا په دې مانا، چي د بلواك ارزښت په منظمه توګه د مختلفو کونجونولپاره يا .

(c) ketabton.com: The Digital Library

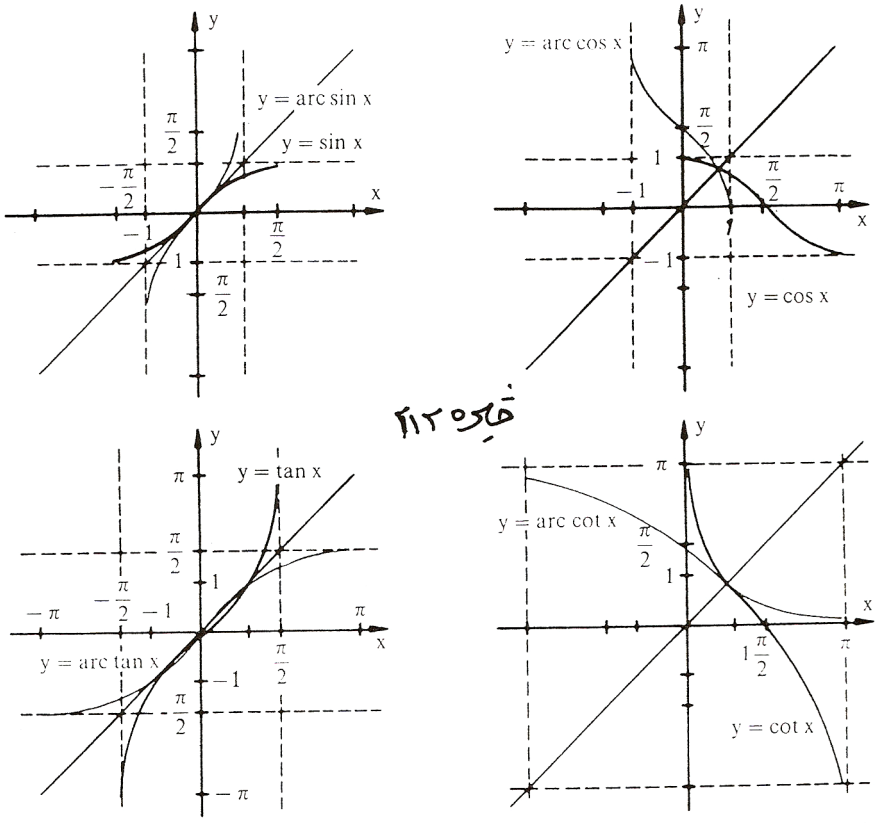
مختلفو واټنونو وروسته، بلواك ارزښتونه تکراريږي. د دې لپاره چې په څټکيدنه ممکن شي، نو بايد د خپل تعريف ډيرى په يوه برخه ډيري رابند يا محدود شي.

تعريف : د يوه (رابند يا محدود) تريګونومتريکي بلواك په څټ بلواکونه ارکوس بلواك Arcusfunktion بلل کيږي يا څيکلومتريکي بلواك (لاتين ارکوس: Arcus = Bogen = لينده)

دلته arc sin(x) لوستل کيږي »دx ارکوس ساين. د کونجبلواك تعريفډيرى دلته اړونده ارکوسبلواك ارزښتډيرى دى او په څټ ارګومنت يا تعريفډيرى دلته تل يو رييلګې دى.

Trigonometrische Funktion تريګونومتريکي بلواك	Arcusfunktion ارکوسبلواك
$f: x \mapsto \sin(x)$ $\mathbb{D} = \left\{x \middle\| -\frac{\pi}{2} \le x \le \frac{\pi}{2}\right\}$ $\mathbb{W} = \{y \mid -1 \le y \le 1\}$	$f^{-1}: x \mapsto \arcsin(x)$ $\mathbb{D} = \{x \mid -1 \le x \le 1\}$ $\mathbb{W} = \left\{y \middle\| -\frac{\pi}{2} \le y \le \frac{\pi}{2}\right\}$
$f: x \mapsto \cos(x)$ $\mathbb{D} = \{x \mid 0 \le x \le \pi\}$ $\mathbb{W} = \{y \mid -1 \le y \le 1\}$	$f^{-1}: x \mapsto \arccos(x)$ $\mathbb{D} = \{x \mid -1 \le x \le 1\}$ $\mathbb{W} = \{y \mid 0 \le y \le \pi\}$
$f: x \mapsto \tan(x)$ $\mathbb{D} = \left\{x \middle\| -\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}\right\}$ $\mathbb{W} = \{y \mid -\infty < y < \infty\}$	$f^{-1}: x \mapsto \arctan(x)$ $\mathbb{D} = \{x \mid -\infty < x < \infty\}$ $\mathbb{W} = \left\{y \middle\| -\frac{\pi}{2} < y < \frac{\pi}{2}\right\}$
$f: x \to \cot(x)$ $\mathbb{D} = \{x \mid 0 < x < \pi\}$ $\mathbb{W} = \{y \mid -\infty < x < \infty\}$	$f^{-1}: x \to \operatorname{arccot}(x)$ $\mathbb{D} = \{x \mid -\infty < x < \infty\}$ $\mathbb{W} = \{y \mid 0 < y < \pi\}$

(c) ketabton.com: The Digital Library



څېره ۲۱۲

Beispiele:

بېلګې:

1. $\arcsin(0{,}8) = 0{,}9273\,(\text{rad}) = 53{,}13°$
2. $\arccos(1) = 0\,(\text{rad}) = 0°$
3. $\arctan(-100) = -1{,}5608\,(\text{rad}) = -89{,}43°$
4. $\operatorname{arccot}(-70) = -0{,}0143\,(\text{rad}) = -0{,}82°$

۵ – دا چې کونجبلواك و ارکوسبلاك يو د بل په څټ بلواك دي نو باور لري.

$\sin(\arcsin(y)) = y; \quad \arcsin(\sin(x)) = x$
$\cos(\arccos(y)) = y; \quad \arccos(\cos(x)) = x$
$\tan(\arctan(y)) = y; \quad \arctan(\tan(x)) = x$
$\cot(\operatorname{arccot}(y)) = y; \quad \operatorname{arccot}(\cot(x)) = x$

يعنې په لاندې توګه هم

$\sin(\arcsin(0{,}4)) = \sin(23{,}58°) = 0{,}4$
$\arccos(\cos(\pi/3)) = \arccos(0{,}5) = 1{,}0472$
$\tan(\arctan(-40) = \tan(-88{,}5679°) = -39{,}9999$
$\operatorname{arccot}(\cot(60°)) = \operatorname{arccot}(0{,}5774) = 1{,}0472$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د تریګونومتریکي بلواکو خویونه

دا چی کونجکچ په درجه کچ او هم په لینده کچ ورکول کیدی شي، کیدی شي چی یوه کونج بلواك تعریفډیری یا ∝ او یا x وي. ددې لپاره چی د یوه بلواك خوي باندې ټینګار وکړو، باید په لاندې په لینده کچ تکیه وکړو.
د لاندې خویونو لمړی ډله یواځي له تعریفمساوات (د مخه راغلی) او د پیتاګوراس له جملی لاس ته راځي (د مخه لوستل شوې) لاندې صدق کوي :

تعریف :

$$\tan(x) = \frac{\text{مخامخ کاتیت}}{\text{پرته کاتیت}} = \frac{\frac{\text{مخامخ کاتیت}}{\text{هیپوتینوزې}}}{\frac{\text{پرته کاتیت}}{\text{هیپوتینوزې}}} = \sin(x) / \cos(x)$$

ورته:

$$\cot(x) = \cos(x) / \sin(x) = \frac{\sin(x)}{\cos(x)}$$

له دې لاس ته راځي

$$\cot(x) = 1 / \tan(x) \iff \tan(x) = 1 / \cot(x)$$

برسیره پر دې لرو:

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

د دې سره لاس ته راځي:

$$1 / \cos^2 x = 1 + \tan^2 x \; ; \quad 1 / \sin^2 x = 1 + \cot^2 x$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

په لاندې کې gegeben ورکړی او gesucht غوښتونی یا پلټونی په مانا دي

gegeben ورکړی / gesucht غوښتونی	sin x	cos x	tan x	cot x
sin x	$\sin x$	$\pm\sqrt{1-\cos^2 x}$	$\pm\frac{\tan x}{\sqrt{1+\tan^2 x}}$	$\pm\frac{1}{\sqrt{1+\cot^2 x}}$
cos x	$\pm\sqrt{1-\sin^2 x}$	$\cos x$	$\pm\frac{1}{\sqrt{1+\tan^2 x}}$	$\pm\frac{\cot x}{\sqrt{1+\cot^2 x}}$
tan x	$\pm\frac{\sin x}{\sqrt{1-\sin^2 x}}$	$\pm\frac{\sqrt{1-\cos^2 x}}{\cos x}$	$\tan x$	$\frac{1}{\cot x}$
cot x	$\pm\frac{\sqrt{1-\sin^2 x}}{\sin x}$	$\pm\frac{\cos x}{\sqrt{1-\cos^2 x}}$	$\frac{1}{\tan x}$	$\cot x$

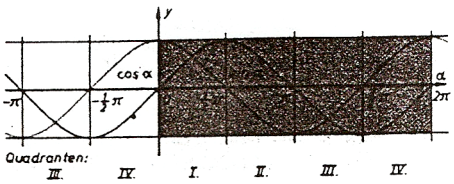
لکه چې د مخه مو په ګوته کړل، کیدی شي چې تریګونومتریکي بلواك د مختلفو ګونجونو لپاره روښانه شي. که لمړي ورکړ شوي بلواك ارزښتونه مقایسه شي، نو په کره توګه یا په کلکه توګه لاس ته راوړی شو

تعریف : تریګونومتریکي بلواك ټول پریودیکي یعني بیرته راګرځیدونکی دی، دا په دې مانا، چې د بلواك ارزښتونه په منظمو واټنونو کې تکراریږي. په دې د ساین بلواك او د کوساین بلواك راګرځیدنه (یا ۳۶۰ درجې) لري، کوتنجنتبلواك راګرځیدنه (یا ۱۸۰ درجې (180°)) لري.

$$\left.\begin{aligned}\sin(x \pm 2k\pi) &= \sin x\\ \tan(x \pm k\pi) &= \tan x\end{aligned}\right\}\ k \in N$$

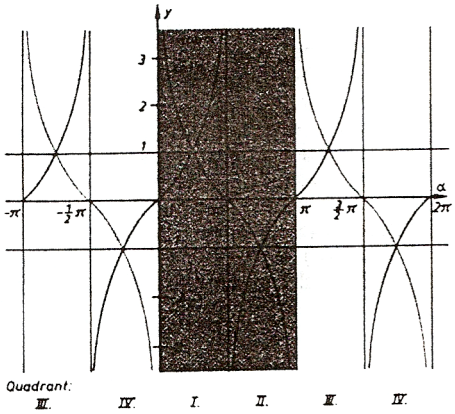
$$\left.\begin{aligned}\cos(x \pm 2k\pi) &= \cos x\\ \cot(x \pm k\pi) &= \cot x\end{aligned}\right\}\ k \in N$$

(c) ketabton.com: The Digital Library



خیره ۲۱۴

د سایین - او کوسایین فنکشن
پرېودیائن راګرځیدنه



د تنجنت او کوتنجنت فنکشن پرېود
ښکلی :

sin 50°	= sin (50° + 360°)	= sin (50° − 720°)	= 0,76604	
cos − 30°	= cos (− 30° − 360°)	= cos (− 30° + 1080°)	= 0,86603	
tan 2,5	= tan (2,5 − π)	= tan (2,5 + 5π)	= − 0,74702	
cot 10	= cot (10 + π)	= cot (10 − π)	= 1,54235	
sin 35°	= sin (180° − 35°)	= − sin (180° + 35°)	= − sin (360° − 35°)	= 0,573576
cos 35°	= − cos 145°	= − cos 215°	= cos 325°	= 0,81952
tan 0,6109	= − tan 2,5307	= tan 3,7525	= − tan 5,6723	= 0,700208
cot 0,6109	= − cot 2,5307	= cot 3,7525	= − cot 5,6723	= 1,428042

که د فنکشن ګراف ته په ځیر شو نو په دې برسیره په ټینګه روښانیږي :

(c) ketabton.com: The Digital Library

x	$\pi - x$	$\pi + x$	$2\pi - x$	
$\sin x =$	$\sin(\pi - x) =$	$-\sin(\pi + x) =$	$-\sin(2\pi - x)$	(Abb. 179)
$\cos x =$	$-\cos(\pi - x) =$	$-\cos(\pi + x) =$	$\cos(2\pi - x)$	(Abb. 179)
$\tan x =$	$-\tan(\pi - x) =$	$\tan(\pi + x) =$	$-\tan(2\pi - x)$	(Abb. 180)
$\cot x =$	$-\cot(\pi - x) =$	$\cot(\pi + x) =$	$-\cot(2\pi - x)$	(Abb. 180)

بیلګې:

	α	$180° - \alpha$	$180° + \alpha$	$360° - \alpha$
	35°	145°	215°	325°
sin	0,573576	0,573576	− 0,573576	− 0,573576
cos	0,819152	− 0,819152	− 0,819152	0,819152
tan	0,700208	− 0,700208	0,700208	− 0,700208
cot	1,428148	− 1,428148	1,428148	− 1,428148

که څه هم نن د کونجلواکو شمیرلو لپاره، یواځی د جبشمیرې یا کمپیوتر څخه کار اخستل کیږي ، هدفمند بولو، چې یو څو زیات د استعمال وړ ارزښتونه په لاندې ورکړو.

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2}{3}\pi$	$\frac{3}{4}\pi$	$\frac{5}{6}\pi$	π	$\frac{3}{2}\pi$	2π
α	0°	30°	45°	60°	90°	120°	135°	150°	180°	270°	360°
sin x bzw. sin α	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}$	0	− 1	0
cos x bzw. cos α	1	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$-\frac{1}{2}\sqrt{3}$	− 1	0	1
tan x bzw. tan α	0	$\frac{1}{3}\sqrt{3}$	1	$\sqrt{3}$	–	$-\sqrt{3}$	− 1	$-\frac{1}{3}\sqrt{3}$	0	–	0
cot x bzw. cot α	–	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{3}\sqrt{3}$	0	$-\frac{1}{3}\sqrt{3}$	− 1	$-\sqrt{3}$	–	0	–

د دغه جدول د هندسې لارې له مخې ترلاسه کړی یا ځکوی .

(c) ketabton.com: The Digital Library

له دې جدول څخه کیدی شي په خیال کی یا ګوماني لاس ته راوړی شو

$\sin x = \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$ $\quad \cos x = \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$

$\tan x = \cot\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$ $\quad \cot x = \tan\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$

دا ګومان کیدی شي په ولاړکونجیز دریګوډي کي د تعریف په مرسته په ساده توګه وښوول شي. :

$\sin = a / c$ او $\cos ß = a / c$

د $ß = 90° -$ له امله لاس ته راځي :

$\sin = \cos(90° -)$

په ورته توګه نور ې غوښتني هم لاس ته راتلی شي.

دا له ځیرو ځخه هم لاس ته راوړل کیدی شي، ځکه د ساین او کوساین بلواکو یا په همدې ډول د تانجنت او کوتنجنت بلواکو ګرافونه د $x = \frac{\pi}{2}$ کربنې ته یو بل سره محورسیومتري ځغلي :

له ځیرو او بیلګو څخه په دې برسیره لاس ته راځي:

تعریف: د کوساین بلواك جفت دی ، لرو:

$$\cos(x) = \cos(-x)$$

ساین – ، تنجنت – او کوتنجنت بلواك ناجفت دي» د دوي لپاره باور لري:

$$\sin(x) = -\sin(-x),\ \tan(x) = -\tan(-x)\ ;\ \cot(x) = -\cot(-x)$$

یادونه : په دې نلواکو کي کیدی شي چی x له نوکانو دباندې هم وي:

(c) ketabton.com: The Digital Library

بیلګی:

$\sin 60° = -\sin(-60°) = 0{,}86603$

$\cos 0{,}75 = \cos(-0{,}75) = -0{,}70711$

$\tan 150° = -\tan(-150°) = -0{,}57735$

$\cot 1{,}3 = -\cot(-1{,}3) = o{,}27762$

د زیاتون قضیي یا تیورمونه

دا چي کونجبلواك لایني نه دي(د فنکشنګراف کربنه نه ده،بلکه کږه ده) ، نو ډبل تعریفډیرې پورې ساده ډبل بلواك ارزښت اړه نه لري.

لکه

$\sin 30° = 0{,}5 \quad \sin 90° = 1 \quad \sin 180° = 0$

د داسی په نامه زیاتونمسئلی په مرسته ممکن کیږي، چی د بلواك ارزښت د کونج په دوه برابرولو یا په همدې ډول د دوه کونجونو پو په بل زیاتولو د یوګونو کونجونو لپاره ارزښتونه رابي کړی شو.

بیلګی :

1 . $\sin(x + y) = \sin x \cdot \cos y + \cos x \cdot \sin y$

1' . $\sin(x - y) = \sin x \cdot \cos y - \cos x \cdot \sin y$

2 . $\cos(x + y) \cos x \cdot \cos y - \sin x \cdot \sin y$

2 '. $\operatorname{cis}(x - y) = \cos x \cdot \cos y + \sin x \cdot \sin y$

3 . $\sin 2x = 2.\sin x \cdot \cos x$

4 . $\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$

(c) ketabton.com: The Digital Library

5. $\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$

6. $\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$

7. $\sin\left(\frac{x}{2}\right) = \sqrt{0{,}5(1 - \cos x)}$

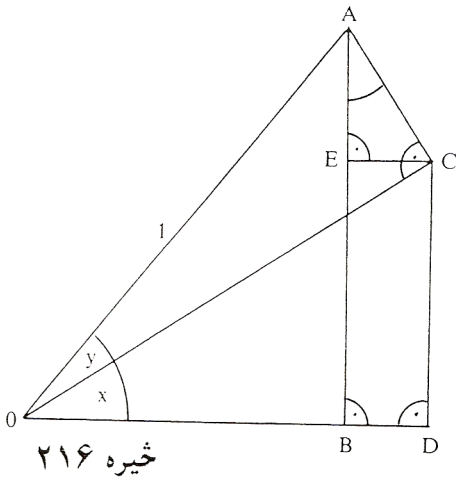
8. $\cos\left(\frac{x}{2}\right) = \sqrt{0{,}5(1 + \cos x)}$

9. $\tan(x+y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \cdot \tan y}$ mit $\tan x \cdot \tan y \neq 1$

9′. $\tan(x-y) = \frac{\tan x - \tan y}{1 + \tan x \cdot \tan y}$ mit $\tan x \cdot \tan y \neq 1$

10. $\cot(x+y) = \frac{\cot x \cdot \cot y - 1}{\cot x + \cot y}$ mit $\cot x \neq -\cot y$

10′. $\cot(x-y) = \frac{\cot x \cdot \cot y + 1}{\cot x - \cot y}$ mit $\cot x \neq \cot y$



شیره ۲۱۶

1. und **2.**:

$|OA| = 1$

$|AC| = \sin y; \quad |OC| = \cos y$

$|AB| = \sin(x+y); \quad |OB| = \cos(x+y)$

$\frac{|EC|}{|AC|} = \sin x \Rightarrow |EC| = |AC| \cdot \sin x = \sin x \cdot \sin y$

$\frac{|OD|}{|OC|} = \cos x \Rightarrow |OD| = |OC| \cdot \cos x = \cos x \cdot \cos y$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\frac{|EA|}{|AC|} = \cos x \Rightarrow |EA| = |AC| \cdot \cos x = \cos x \cdot \cos y$$

$$\frac{|DC|}{|OC|} = \sin x \Rightarrow |DC| = |OC| \cdot \sin x = \sin x \cdot \sin y$$

$$|AB| = |AE| + |EB| = |AE| + |CD|$$
$$|OB| = |OD| - |BD| = |OD| - |EC|$$

$$\sin(x + y) = \cos x \cdot \cos y + \sin x \cdot \sin y$$
$$\cos(x + y) = \cos x \cdot \cos y - \sin x \cdot \sin y$$

1′. 2′.:

3. 4.: x = y.

5.: Setze $z + t = x;\ z - t = y \Rightarrow z = \frac{x + y}{2};\ t = \frac{x - y}{2}$

t $\sin x = \sin(z + t) = \sin z \cdot \cos t + \cos z \cdot \sin t$

$$= \sin\frac{x + y}{2}\cos\frac{x - y}{2} + \cos\frac{x + y}{2}\sin\frac{x - y}{2}$$

$$\sin y = \sin(z - t) = \sin\frac{x + y}{2}\cos\frac{x - y}{2} - \cos\frac{x + y}{2}\sin\frac{x - y}{2}$$

$$\Rightarrow \sin x + \sin y = 2\sin\frac{x + y}{2}\cos\frac{x - y}{2}$$

7.: x = y = z/2

$$\Rightarrow \cos(x + y) = \cos z = \cos 2 \cdot \frac{z}{2} = \cos^2\frac{z}{2} - \sin^2\frac{z}{2}$$

$$\Rightarrow \sin^2\frac{z}{2} = \cos^2\frac{z}{2} - \cos z = 1 - \sin^2\frac{z}{2} - \cos z \qquad (*)$$

$$\Rightarrow 2\sin^2\frac{z}{2} = 1 - \cos z \Rightarrow \sin^2\frac{z}{2} = \frac{1}{2}(1 - \cos z)$$

8.: $(*)\ \sin^2\frac{z}{2}$ durch $1 - \cos^2\frac{z}{2}$.

(c) ketabton.com: The Digital Library

بلواك يا فنكشن $y = a \cdot \sin(bx+c) + d$

لكه چې په پيل کې مو وويل په طبيعت او تخنيك کې ډيرې پيښې شته دې چې تل بيرته راګرځي يا لنډ: راګرځي، يعني پريوديکي دي. د دې د تشريح لپاره په خپل سوچه يا خالصه بڼه تل د ساين بلواك بسيا نه کوي.

دا زيات علتونه لري : لمړی د ساينبلواك د ۱- او ۱ ترمنځ ارزښت نيسي، له بلي لور داواقعي د کونج په واك کې نه دي بلکه د وخت په واك کي دي د يوې راګرځيدنې سره، چې دا په ساده توګه د 2 په ډول نه شي رانيولکيدی. له دې امله د ساين بلواك د دې کارونو د روښانوولو لپاره بايد موډيفيخير شي يا يې بڼه واوړي. دا بڼه اوړون او د هغې تاثير په لاندې ليدنه کې راټول شويدي، ګراف يې ورزياتې څيرونې لپاره دی. په ورته ډول د نورو کونجبلواکو لپاره باور لري په عمل کي مګر يواځي د ساينبلواك (په همدې توګه د هغې مخامخ د کوساين بلواك چې په $\pi/2$ سره راکښل شوی وي) د مانا ډك دي. (لوستل: له ټيټ لورته)

بيلګې	دکارونې ساحه	تاثير	بلواك
څيره ۲۱۷	ټولې تلبيرته راګرځيدونې تعامولونه		$y = \sin(x)$
څيره ۲۱۸	د يوه مساوي او بدل شپاږلونګ يو په بل مړ لوبل	د ۷-لور يا ښکته راکښنه	$y = \sin(x) + d$

(c) ketabton.com: The Digital Library

څېره ۲۱۹	په بدل بوینښا جریان کې د بریښنا او شیانو تنګ تمشي دوښانونه	د فاز تغیر یا ځای بدلون	y = sin(x+c)
څېره ۲۲۰	دیوه پنډل هوښدنه	دامپلیتود ځای بدلون فاکتور 1 د 180° فاز ځای بدلون دی	y = a . sin(x)
څېره ۲۲۱	دیو بسیطه ټوزي څېړنه په پام وضعت دادوینه زه دهغې برخې لګزه له لګه په دسوزیدګ الوپه اوازولوکی	دپریود تغیر یا بدلون بسرعت b>1 پکراراکیدل 0<b<1 پشا گرځیدنه b <0 کم ځنډ دی	y = sin(bx)
څېره ۲۲۲	کمپلکس پریود جریان یا عمل	عمومی حالت	y = a . sin(bx+c)+d

تمرینونه

۱ – د لاندې ورکړې سره څیره بله کړی

4°6' = 4,1° ; 10° , 5' = 10°30

a) 6,75° = b = 120,48° = c) -75,65° =

d) 52°16' = e) 97°13' = f) 44°44' 44" =

۲ – په درجه کچ ي ولیکی

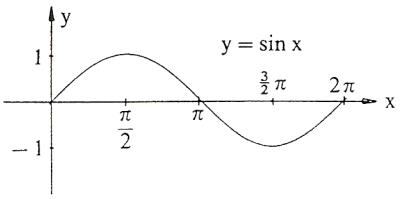
a) x = 11/3 , b) x = -Π /4 , c) x (2 /3)Π

d) x = 4 e) x = -3 f) x = 4,7

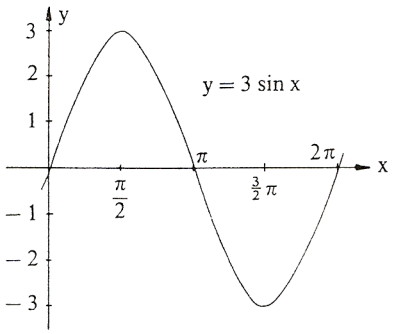
۳ – په لینده کچ یی ولیکي

a) 15° b) -60° c) 540° d) 20°15' e) 15,75°

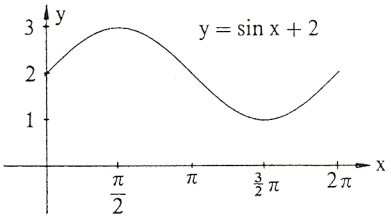
(c) ketabton.com: The Digital Library



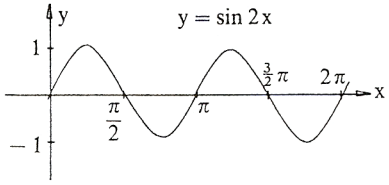
څيره ۲۱۷



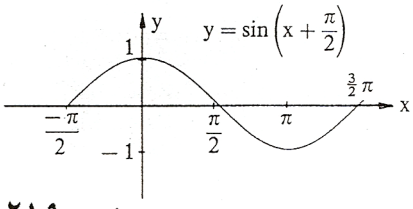
څيره ۲۲۰



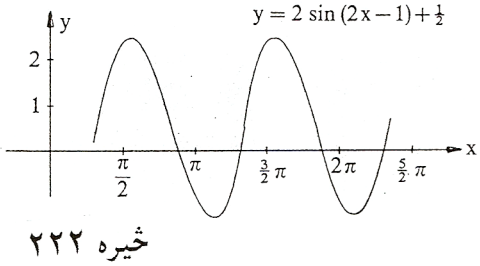
څيره ۲۱۸



څيره ۲۲۱



څيره ۲۱۹



څيره ۲۲۲

د دې بلواك ګراف د ساين کرښې y = sin x څخه لکه چې ګورو لاس ته راځي:

۱ – د ارزښت دوه ځله کيدل

۲ – د نيمې راګرځيد اوږدوالی باندې پرسيدنه

۳ – په يوه يوون د ښي لور ته راکښنه

۴ – په 1 / 2 پورته لورته 100% راکښنه

(c) ketabton.com: The Digital Library

۴ – وټاکی

a) sin20° b) sin(-30°) c) sin 172° d) din1°4'

e) cos 35° f) cos 380° g) cos(-27°) h) cos47,9°

i) tan 11° k) tan (-15°) l) tan 33,33° m) tan 13°13'

n) cot 870° o) cot (-11°) p) cot 14°14'

q) cot (-2°2')

r) sin α =0,8 s) cos α = 0,9 t) tan α = 2,5

u) cot α =-1 v) sin φ = 0,3 w) cos φ = -0,13

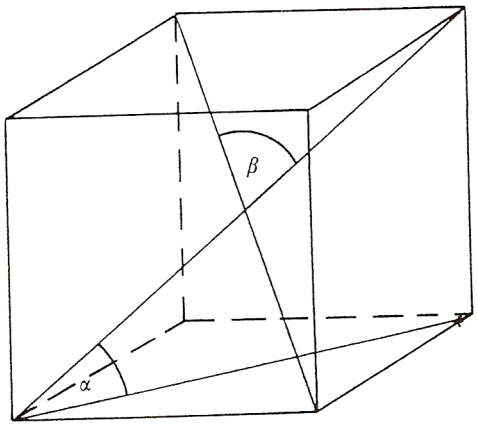
x) tan φ = -4 y) cot φ = 0,3 z) arcsin(x) = π /2

۵ – په یوه ولاړکونجیز دریګوډي کی لرو $\gamma = 90°$ او په دې برسیره :

a) a = 7 cm; b = 6cm

b) a = 16cm; = 66°45'

c) c = 5cm; a = 3cm



خیره ۲۲۳

پاتی ټوټی وشمیری

۶ – په مساوي پښیز دریګوډي کي (a = پښه ده) دی

a) a= 10cm ; α =80°40'

b) a= 12 cm ; h = 8cm

c) ß = 40°; a = 7cm

پاتی ټوټي وشمیري

۷ – د یوه پخکونجیز (α < 90°)

دریګوډي لپاره ساین وشمیری

۸ الف) کوساین د یوه پخ کونجیز

دریګوډي لپاره وشمیری (φ > 90°)

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب) په یوه ولاړکونجیز دریګوډي کوم فرمول لاس ته راځي؟

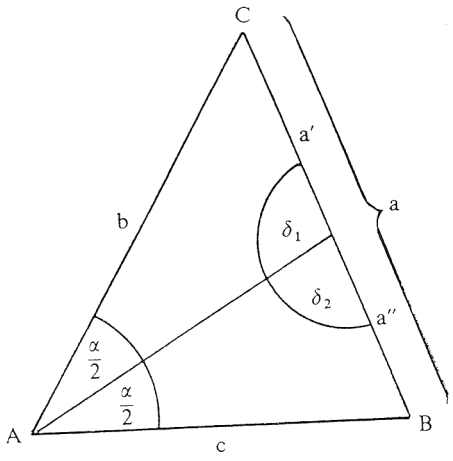
۹ – په یوه مکعب کی د یوه هوا نیمي او بنسټهواري ترمنځ کونج څومره لوي دی ؟
څیره .د دواړو هوا یا فضا یا بدن نیمیو ترمنځ کونج څومره لوي دی ؟

۱۰ – د دوه ګردیو وړانګی

$r_1 = 5$ cm , $r_2 = 4$ cm

دي او همداسی د منځټکو واټن $|M_1M_2| = 8$cm ورکړ شوی دی.
دد دواړو ګردیو د تماس
مماسونو غوڅکونجی وټاکی
او د کډې غوڅونی اوږدوالی .

۱۱ – په یوه دریګوډي کی د یوه کونجنیمی مخامخ اړخ په داسی ځان نیونه یا تناسب غوڅوي لکه په دې پرتي خواوې. دا غوښتنه د ساین جملی په مرسته حل (اوبی) کړی(څیره۲۲۴).



څیره ۲۲۴

۱۲ – که یوه بار ځای ته،
چې ۱،۵۰ مترہ جګ دی،
یوه زینه ورجګه شي
میلانکونج ≺ دې زیات ترزیات 33° وي، زینه دې څومره لویه وي؟

۱۳ – الف)د یوې پورته ختلی کوڅي جګوالي توپیردې څومره وي، که دا کوڅه ۱۶۰۰ مترہ اوږده او 12% جګه وي؟

ب) د ۱۵۴۰ پرتی لارې وهلو وروسته د جګوالي توپیر څومره دی ؟

پ) د یوه زوړندې پټیلار، چې ۱۷۰۰ مترہ اوږده ده، په سلو کی څومره لوي دی ، که دا د جګوالی توپیر ۵۰۰ مترہ ولري؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

۱۴ – یو د اوبو بیلر (کتله = ۱۰۰ کیلوګرامه) په یوه دړه پورته خیژول کیږي، چې میلانکونج $\measuredangle = 25°$ لري. د وزنزور په زوړندزور تختی سره غبرګ او نورمال یعنی ولاړ زور (د فشارزور) ولاړ تجزیه یا ټوټه کیږي، دواړه زوره څومره لوي دی ؟ (۱ کیلو ګرام = ۸۱ ، ۹ نیوټن $1\ kg = 9{,}81N$).

۱۵ – یو تلفونستن په څلور رسیو، چې هره یوه یې ۵۳ متره اوږده ده، درول کیږي. درسیو میلانکونج $60°$ دی په پښه باندې په کوم جګوالي باید رسی وړلی شي ؟

۱۶ – د یوې ۵۳ متره جګې ونې سیوری ۵ ، ۱۲ متره اوږد دی. په ځمکه لمروړانګې په کوم جګوالی یوبل سره مخمامخ کیږي.؟

۱۷ – د یوه ۵ متره جګ کتونټکي (لکه د یوه کور، په دوم منځل کی کړکی) ، څخه د یوه برج څوکه لیدل کیږي چې جګیدونکوج یې $\measuredangle = 18{,}5°$ او پښیټکی یې $\beta = 8°$ لوید کونج ، برج څومره جګ دی ؟ د لیدټکي څخه یې پروت لریوالی څومره دی ؟

۱۸ – الف) د پیزا (Pisa) کور برج ۴۷ متره جګ دی، او څوکه یې د پښی ټکي څخه ۴،۵۰ متره ور اوړي. دا برج څومره مایل دی ؟

ب) د یوه جومات برج چې ۱۵۰ متره جګ وي، لیدونکی د کوم کونج لاندې دا برج کتلی شي، که دا برج په ځمکي ټکي (یعنی د سترګي جګوالی د برج بنسټټکي سره برابر وي)، څخه وکتل شي، چې د برج له بنسټ څخه ۵۰۰ متره واټن ولري؟

پ) د ۵، ۱ کیلو متره لریوالی څخه یو بل برج د کوم کونج لاندې لیدل کیږي

– که جګوالی یې ۱۶۰ متره وي؟

– که جګوالی یې ۱۳۷ متره وي ؟

ت) د پراته کوم اوږدوالی لاندې د بنسټ څخه د ۱۲ درجی کونج لاندې

– د بل برج څوکه ښکارېږي چې جګوالی یې ۱۴۳ متره وي ؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

–د پاریس د ایفل برج ښکاریږي چی جګوالی یي ۳۰۰ متره دی ؟

۱۹ – د ښیپپس اهرام(CHeopspyramide) ۱۳۷ متره جګوالی لري او د بنسټ د یوه اړخ اوږدوالی یی ۲۳۰ متره دی چی بنسټ یی مربع شکل لري

الف) د اړخهواړ میلانکونج څومره دی ؟

ب) د څنګهواړ دریواړه دننی کونجونه څومره لوي دي؟

۲۰ – یو ژوری یا قبر –۸ ، ۱ متره ژور دی، بنسټسور یی ۵ ، ۲ متره دی، د پورته لور ته وازکونج ی دواړو لورو ته ۶۰ درجی دی

الف) دا کبر پخپل وازوالی یا سر کی څومره پراخ دی؟

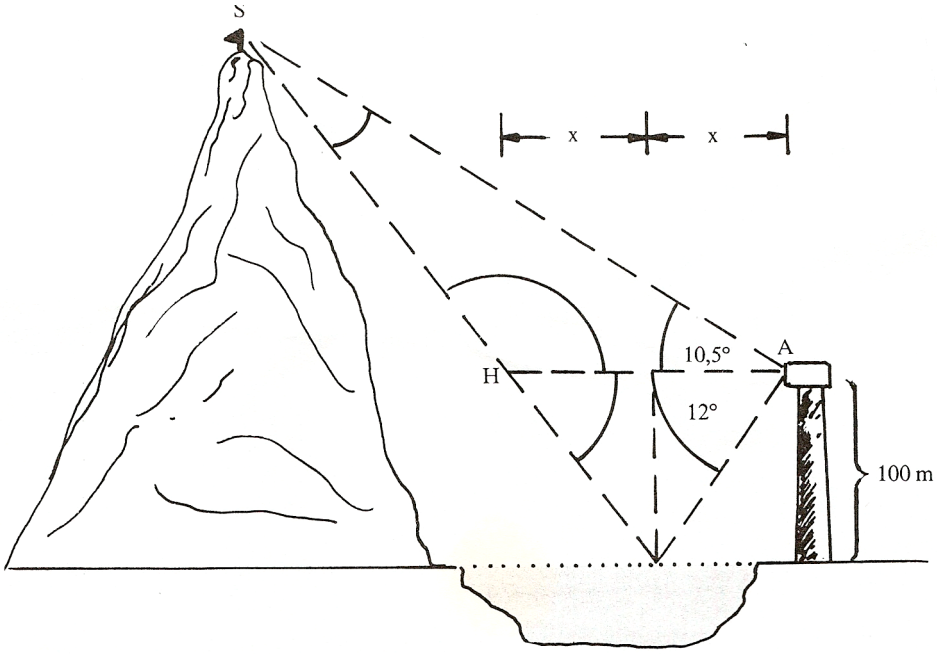
ب) که ۱۰ متره اوږد وي، نو بیا دا څومره اوبه ځایکوي ، که جګوالی یی ۵۰ ، ۱ متره وي؟

۲۱ – یو ډنډ په سر کی ۶ متره سرور دی او ۵ ، ۴ متره جګوالی لري د بحیرې لور ته 14° میلان لري، د دننه لور ته 28° میلان لري. د ډنډ بنسټ څومره سور لري؟ د هغی د نیمی هواره څومره ده؟

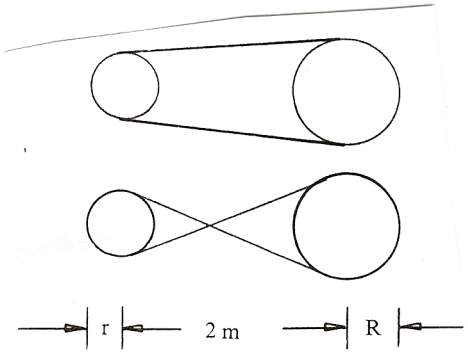
۲۲ – د ریفلډنډ Riffelsee څخه یو ښه لید د ماترهورن (ماترنښکر یا د ماترن د غره څوکه Matterhorn) دواړه په زیرمات ، سویس Zermatt / Schweiz کی دی) اچول کیږي که دا د یوه لیدټکي څخه چی ۱۰۰ متره جګ دی د ډنډ په لور ښکته وکتل شي، نو د غره د څوکي هندارونه د 12° پریوتکونج لاندې لیدل کیږي. د غره څوکه د یوپورته کونج 11° لاندې لیدل کیږي. د ریفلډنډ باندې د ماترنښکر څوکه څومره جګه پروته ده؟

څیره

(c) ketabton.com: The Digital Library



خيره ۲۲۵



خيره ۲۲۶

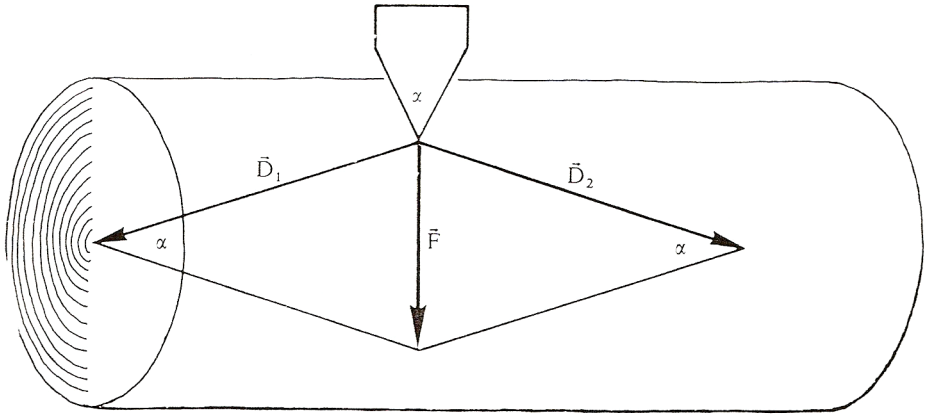
۲۳ – الف) يوه د کشولو کړی، چې په دوه دکښولو چيترو باندې راتاو ده، څومره اوږده ده، که لاندې اندازې ولري $r = 22\ cm$, $R = 35\ cm$, $|M_1M_2| = 2m$?

ب) دا کړی به څومره اوږدې وي که د اټيران په څير له چيتروګانو يا ټيکليو څخه ځيدلی وي ؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

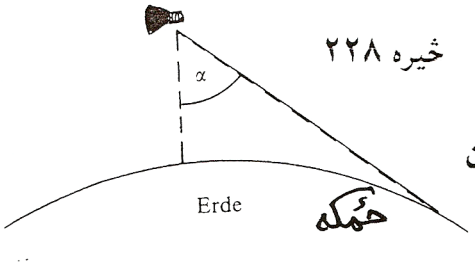
۲۴ الف) د ونی په سټه یو کایل)موږی) په څټك د D زور سره وهل کیږي. د فشار هغه زورونه D څومره لوي دي، کوم چی د سټې درځونه ، که د کایل یا تبرګي کونج $\alpha = 6°$ وي. (حیره ۱۹۴)؟

ب) په کومکایلکونج یا تبرګیکونج لرو: $|F|=|D|$ ؟



څیره ۲۲۷

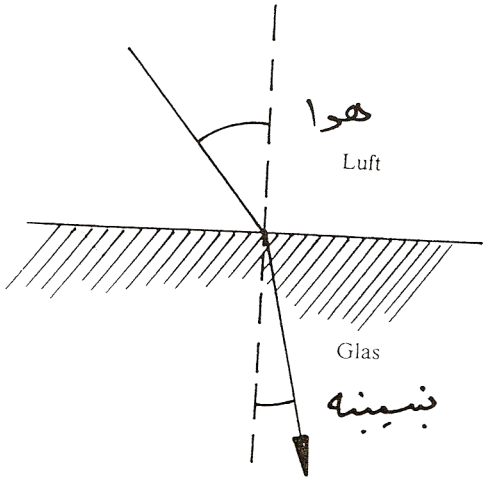
۲۵ – د یوه الوتماشین څخه ځمکه د یوه α کونج لاندې لیدل کیږي (څیره) دا الوتماشین څومره جګ الوزي ؟ (د ځمکی وړانګه : ۶۳۷۰ کیلومتره)



څیره ۲۲۸

۲۶ – یو ګادی د $v_{\alpha} = 120km/h$ سرعت سره روان دی، نو د باران څاڅکی په پټلی د تلنلور باندې په $\alpha = 115°$ کونج

(c) ketabton.com: The Digital Library



خيره ۲۲۹

د چيترو (مطلب د ګاډي د اوسپنی تېر يا ګاډيل دی) مخامخ ځغلي. له دې ورکړو څخه د باران د څاڅکو د لويدلو سرعت v_g وټاکی ؟

۲۷ – که د لمروړانګه په دوه مختلفو طبقو ولويږي، نو خپلی لور ته تغير يا بدلون ورکوي. د سنيليوس Snellius د ماتقاعدې له مخی کيدی شي چی د ماتيدو قانون وشميرل شي. دا قانون وايي، چی پروتوړانګه ، ماتوړانګه او ولاړکربنه يا عمود په بيليدونکی هواړې په يوه هواره پراته دي او برسيره پر دې لاندې اړيکي باور لري يا صدق کوي:

$$\sin \alpha \; / \; \sin \beta = n$$

که د رڼاوړانګه په يوه بنيښه (اوبو) پريوزي، نو $n = 1,5\ (1,33)$ دی وښايي، چی ماتکونجونه څومره لوي دي، کوم چی په لاندې پروتکونجونو اړه لري:

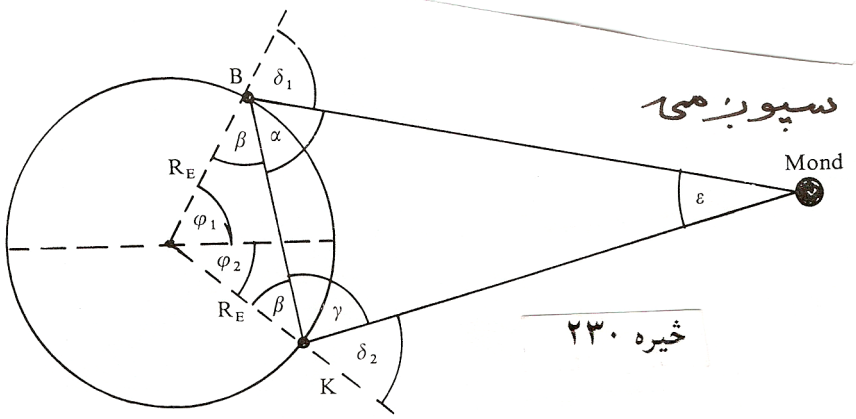
؟ $10,5°, 15,8°, 27,3°, 41,2°, 67,6°, 72,4°, 81,9°$

۲۸ – په ۱۸ ا–مه ميلادي پيړۍ کی د سپوږمی لريوالی تريګومتريکي وټاکل شو. په برلين کی (جغرافيوي اوږدوالی $\varphi_1 = 52,52°$) او لکه د بنو هيلو په کونج کی ($\varphi_2 = -33,93°$)، کوم چی په همغه اوږدګراد پراته دي، د سپوږمی سره په همغه وخت کی تړل کيږي. له دې لاس ته راغلل:

$\delta_1 = 32,08°$ او $\delta_2 = 55,72°$.

وشميری |BK| , ß , |KM| او له دې څخه d_{EM} .

(c) ketabton.com: The Digital Library



خيره ۲۳۰

۲۹ – لړئيدنی Schwingungen تل د وخت په اړه شميرل کيږي يعني د وخت t تر واک لاندې دي. دا د بلواک $y = a . (\sin (2 \pi /T)) .t + k)$ له لارې ورکړ شوي. دلته $(2 \pi / T) t = x$ هغه کونج دی ، کوم چې په T وخت کې وهلکيږي. $1 / T = f$ د يوه څرخون پريود يا راګرځيدنی وخت په ګوته کوي او د لړئيدنی دوام بلل کيږي» f فرکونځ frequenz بلل کيږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

۷- مربع مساوات (څلورۍ برابرونونه)

۷ . ۱ - سوچه څلورۍبرابرون

مساوات $x^2=25$ حل کړۍ

د ازماپښت سره حل $x1=5$ يا $x2=-5$ لاس ته راځي

ځکه چې $(x1)^2 = 5^2 = 25$ يا $(x2)^2=(-5)^2 = 25$

مساوات د ورته بڼه بدلون له لارې لاس ته راوړل کيږي.

$x^2=25$ په دواړو لورو ريښه ونيسۍ

$$\Leftrightarrow \sqrt{x^2} = \sqrt{25}$$

$\Leftrightarrow |x| = 5$ ارزښت حل کړۍ

(c) ketabton.com: The Digital Library

(Fall حالت ته وايي)

$$\text{Fall 1: } x \geq 0 \Rightarrow |x| = x = 5 \Rightarrow \underline{\underline{x_1 = 5}}$$

$$\text{Fall 2: } x < 0 \Rightarrow |x| = -x = 5 \Leftrightarrow x = -5 \Rightarrow \underline{\underline{x_2 = -5}}$$

ارزښت يا مطلقه ارزښت ته روښانه ونه

يو سړی ,€ 120 ګڼي، مور داسي هم وايو چې يو سړی ,€ 120 د پيسو ارزښت ګڼي.

يو سړی د ,€ 120 جزا پانه اخلي، مور وايو چې دی بايد د ,€ 120 پيسو ارزښت تاديه کړي يا ورکړي.

د اقتصادي تخنيک له مخې ګڼل د مثبت او جزا د منفي په معنا دي.

نو : ګڼل € 120+, د جزا پانه € 120-,

په دواړو حالتونو کې دا € 120 دي.

د يوه حقيقي ګڼ يا عدد ارزښت لرو، که دا مخنخبنه+ بدله شوه.

بيلګې:

$|4| = 4$ $|5{,}12| = 5{,}12$ $\left|\sqrt{3}\right| = \sqrt{3}$ $|\pi| = \pi$

$|-4| = 4$ $|-5{,}12| = 5{,}12$ $\left|-\sqrt{3}\right| = \sqrt{3}$ $|-\pi| = \pi$

دا دومه ساده هم نه دی، که مور د يوې اووښتوني x ارزښت غواړو وټاکو| x | = x تل د ټولو حقيقي ګڼونو يا اعدادو لپاره باور نه لري.

بيلګه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

ګومان $x = |x|$ فقط هلته ټیک دی، چې $x \geq 0$ وي.

د $x<0$ لپاره ناټیک دی..

موږ دا رزښت ټاکلو کې باید دوه حالتونه سره توپیر کړو:

لومړی حالت که $x \geq 0$ وي $|x| = x$

دویم حالت که $x<0$ وي $|x| = -x$

بیلګه:

$x = 5$ دا چې $x > 0$ دی باورلري $|x| = x$ ځکه چې $|5| = 5$ (لومړی حالت)

$x = -5$ داچې $x < 0$ دی باور لري $|x| = -x$ ځکه چې $|-5| = 5$ (دیم حالت)

د یوه حقیقي عدد ارزښت تل مثبت دی.

ارزښت د یوه عدد لویوالی ورکوي، بې له دې چې مخ نخښه په پام کې ونیل شي.

د حل بدیل I

(c) ketabton.com: The Digital Library

د بني $ax^2 = b$ يا $ax^2 = + c = 0$ برابرونونه سوچه مربعيز بلل كيږي..

دا د مناسب بڼه بدلون وروسته د ريښه نيوني له لارې حل كيږي.

په لاندې كې fall د حالت په معنا دی.

$$\begin{aligned} & 2x^2 - 8 = 0 && | +8 \\ \Leftrightarrow\ & 2x^2 = 8 && | :2 \\ \Leftrightarrow\ & x^2 = 4 && | \sqrt{\ } \\ \Leftrightarrow\ & \sqrt{x^2} = \sqrt{4} \\ \Leftrightarrow\ & |x| = 2 \end{aligned}$$

لومړی حالت	$x \geq 0 : \lvert x\rvert = x = 2 \Rightarrow \underline{\underline{x_1 = 2}}$
دويم حالت	$x < 0 : \lvert x\rvert = -x = 2 \Leftrightarrow x = -2 \Rightarrow \underline{\underline{x_2 = -2}}$

بيلګه:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2}x^2 = 9 && | \cdot 2 \\ \Leftrightarrow\ & x^2 = 18 && | \sqrt{\ } \\ \Leftrightarrow\ & \sqrt{x^2} = \sqrt{18} && | \\ \Leftrightarrow\ & |x| = \sqrt{18} \end{aligned}$$

لومړی حالت:	$x \geq 0 : \lvert x\rvert = x = \sqrt{18} \Rightarrow \underline{\underline{x_1 = \sqrt{18}}}$
دويم حالت:	$x < 0 : \lvert x\rvert = -x = \sqrt{18} \Leftrightarrow x = -\sqrt{18} \Rightarrow \underline{x_2 = -\sqrt{18}}$

د حل بديلII

د مساوات $x^2+2x=0$ حل

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ازمیلو له لاري لرو : x1=1یا x2=-2

ځکه چې $x_1^2 + 2x_1 = 0 \Leftrightarrow 0^2 + 2 \cdot 0 = 0$

یا $x_2^2 + 2x_2 = 0 \Leftrightarrow (-2)^2 + 2 \cdot (-2) = 4 - 4 = 0$

د نوکانو بندولو له لاري هم همدا نتیجه لاس ته راځي:

$$x^2 + 2x = 0 \Leftrightarrow \underbrace{x(x+2)}_{\text{Produkt}} = 0$$

Produkt ضرب

دوه امکانات (شونتیاوې) شتون لري، چې دا ضرب صفر شي:

لومړی حالت : $x = 0 \Rightarrow 0 \cdot (0+2) = 0 \cdot 2 = 0 \Rightarrow x_1 = 0$

دویم حالت: $(x+2) = 0 \Rightarrow x \cdot 0 = 0$ د په دې معنا چې

$$(x+2) = 0 \Leftrightarrow x = -2 \Rightarrow \underline{\underline{x_2 = -2}}$$

د صفر ضرب جمله:

یو ضرب صفر دی، که لږ ت رلږه د هغه یو ضریب صفر وي.

پام :

د بڼې یا مساوات سیستم تل کیدی شي د اووښتوني یا متحولې له نوکانو راوستنې له لاري حل شي.

بیلګه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

Probeازماپښت mitد...سره. ausklammern د نوکانو وباسئ،
Nullproduktصفر ضرب

$$
\begin{array}{lllll}
 & 3x^2 + 2x & = 0 & | \text{ x ausklammern} \\
\Leftrightarrow & x(3x + 2) & = 0 & | \text{Nullprodukt} \\
\text{Fall 1:} & x & = 0 & \Rightarrow \underline{\underline{x_1 = 0}} \\
\text{Fall 2:} & 3x + 2 & = 0 & | -2 \\
\Leftrightarrow & 3x & = -2 & | : 3 \\
\Leftrightarrow & x & = -\frac{2}{3} & \Rightarrow \underline{\underline{x_2 = -\frac{2}{3}}}
\end{array}
$$

بیلګه:

Probeازماپښت mitد سره. ausklammern د نوکانو وباسئ،
Nullproduktصفر ضرب

$$
\begin{array}{lllll}
 & \frac{2}{3}x^2 & = \frac{3}{4}x & | -\frac{3}{4}x \\
\Leftrightarrow & \frac{2}{3}x^2 - \frac{3}{4}x & = 0 & | \text{ x ausklammern} \\
\Leftrightarrow & x\left(\frac{2}{3}x - \frac{3}{4}\right) & = 0 & | \text{Nullprodukt} \\
\text{Fall 1:} & x & = 0 & \Rightarrow \underline{\underline{x_1 = 0}} \\
\text{Fall 2:} & \frac{2}{3}x - \frac{3}{4} & = 0 & | +\frac{3}{4} \\
\Leftrightarrow & \frac{2}{3}x & = \frac{3}{4} & | \cdot \frac{3}{2} \\
\Leftrightarrow & x & = \frac{9}{8} & \Rightarrow \underline{\underline{x_2 = \frac{9}{8}}}
\end{array}
$$

Probe: mit $x = \frac{9}{8}$

$$
\begin{array}{lll}
\frac{2}{3}x^2 & = & \frac{3}{4}x \\
\Leftrightarrow \quad \frac{2}{3}\cdot\left(\frac{9}{8}\right)^2 & = & \frac{3}{4}\cdot\frac{9}{8} \\
\Leftrightarrow \quad \frac{2}{3}\cdot\frac{9\cdot 9}{8\cdot 8} & = & \frac{3\cdot 9}{4\cdot 8} \\
\Leftrightarrow \quad \frac{27}{32} & = & \frac{27}{32}
\end{array}
$$

۷ . ۲ ــ د مربع مساوات عمومي بڼه

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$ax^2 + bx + c = 0$$

بیلګه:

$$2x^2 - 3x + 4 = 0; \quad -x^2 + x - 5 = 0; \quad \frac{3}{4}x^2 + \frac{1}{2}x - 8 = 0$$

د عملي شمیرنې لپاره زموږ مشوره داده، چې دا انځورونه ساده شي.

د دې لپاره د برابرون دواړه خواوې په a وېشو او په دې توګه په لاندې ډول د مربع مساوات نورمال بڼه لاس ته راوړو

$$\frac{ax^2}{a} + \frac{bx}{a} + \frac{c}{a} = \frac{0}{a} \quad \Leftrightarrow \quad x^2 + \underbrace{\frac{b}{a}}_{p}x + \underbrace{\frac{c}{a}}_{q} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x^2 + px + q = 0$$

۷ . ۳ - د مربع تکمیلوني په مرسته د حل تلنلار

بیلګه:

په نورمال بڼه راوړئ: $2x^2 - 16x - 40 = 0 \quad | : 2$

مربع تکمیلئ

$$\Leftrightarrow \quad x^2 - 8x - 20 = 0 \quad |$$

$$\Leftrightarrow \quad \underbrace{x^2 - 8x + 4^2}_{\text{2. binomische Formel}} - 4^2 - 20 = 0 \quad | + 4^2 + 20$$

$$\Leftrightarrow \quad (x-4)^2 = 36 \quad | \sqrt{\ }$$

$$\Leftrightarrow \quad |x-4| = 6$$

$$\text{Fall 1:} \quad (x-4) \geq 0 \Rightarrow x - 4 = 6 \quad | + 4$$

$$\Leftrightarrow \quad x = 10 \Rightarrow \underline{\underline{x_1 = 10}}$$

$$\text{Fall 2:} \quad (x-4) < 0 \Rightarrow -(x-4) = 6 \quad | \cdot (-1)$$

$$\Leftrightarrow \quad x - 4 = -6 \quad | + 4$$

$$\Leftrightarrow \quad x = -2 \Rightarrow \underline{\underline{x_2 = -2}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

په پورته کي Fall د حالت په معنا دی.

هر مربع مساوات د مربع تکميلوني له لارې يتا متود په مرسته حل کيدی شي.

د مربع تکميلوني ته يادونه:

دx ضريبونه نيميږي، مربع کيږي، جمعه کيږي او بېرته منفي کيږي.

د لومړي يا دويم بينوم فرمول له لارې بيا مربع جوړيږي.

۴. ۷ - د - p - q فرمول

که مربع مساوات په نورمال بڼه دا د مربع تکميليدني تلنلار وکارول شي، نو د - p - q - فرمول ته راځي، د کوم سره چې مربع مساوات نور هم ساده حل کيږي.

Oder يا $x^2+px+q=0$

$\Leftrightarrow x^2+px \quad +q=0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\Leftrightarrow \underbrace{x^2 + px + \left(\frac{p}{2}\right)^2}_{\text{1. binomische Formel}} - \left(\frac{p}{2}\right)^2 + q = 0$$

$$\Leftrightarrow \left(x + \frac{p}{2}\right)^2 - \left(\frac{p}{2}\right)^2 + q = 0$$

$$\Leftrightarrow \left(x + \frac{p}{2}\right)^2 = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q$$

$$\Leftrightarrow \left|x + \frac{p}{2}\right| = \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

$$\Leftrightarrow \left(x_1 + \frac{p}{2}\right) = \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q} \quad \text{oder} \quad -\left(x_2 + \frac{p}{2}\right) = \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

$$\Leftrightarrow \underline{\underline{x_1 = -\left(\frac{p}{2}\right) + \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}}} \quad \text{oder} \quad \underline{\underline{x_2 = -\left(\frac{p}{2}\right) - \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}}}$$

$$\underline{\underline{x_{1/2} = -\left(\frac{p}{2}\right) \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}}}$$

يا په لنډه بڼه ليکو:

$\sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$ دلته د ريښې لاندې ـ ځانګړې معنا لري.

دا ديسکريمينانت D بلل کيږي

له دې سره کېدی شي د حل فرمول په لنډ ډول وليکل شي

$$x_1 = -\left(\frac{p}{2}\right) + \sqrt{D} \qquad \text{يا} \qquad x_2 = -\left(\frac{p}{2}\right) - \sqrt{D}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

که وي	$D > 0 \Rightarrow L = \{x_1 ; x_2\}$	دوه حلتوکي(عناصر؟)
که وي	$D = 0 \Rightarrow L = \{x\}$	يو حالتوکی(ډبل حل)
که وي	$D < 0 \Rightarrow L = \{\ \}$	حلتوکی نه شته

د مربع مساوات د حل سره دي لومړی ديسکريمينانتي وټاکل –يا معلومه شي، چې د حلونو ګڼون يا تعداد لاس ته راوړو.

کله کله له دي سره شمېرکار کميږي.

بيلګه:

$$x^2 + 6x + 10 = 0 \Rightarrow p = 6 \quad q = 10$$

$$D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 3^2 - 10 = 9 - 10 = -1 \Rightarrow$$

له دي لاس ته راځي چې حل نه شته

بيلګه:

په لاندي کي also د ,,يعني,, او يا ,,نو,, په معنا دی

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$3x^2 - 5x + 2 = 0 \quad | : 3$$

$$\Leftrightarrow \quad x^2 - \frac{5}{3}x + \frac{2}{3} = 0 \qquad \Rightarrow p = -\frac{5}{3};\ q = \frac{2}{3} \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q$$

$$\text{also } D = \left(-\frac{5}{6}\right)^2 - \frac{2}{3} = \frac{25}{36} - \frac{2 \cdot 12}{3 \cdot 12} = \frac{25}{36} - \frac{24}{36} = \frac{1}{36} \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{\frac{1}{36}} = \frac{1}{6}$$

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} = \frac{5}{6} \pm \frac{1}{6} \quad \left| \begin{array}{l} \Rightarrow x_1 = \frac{5}{6} + \frac{1}{6} = \frac{6}{6} = 1 \\ \Rightarrow x_2 = \frac{5}{6} - \frac{1}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} \end{array} \right.$$

د مربع توابعو صفرځايونه

د دې لپاره چې د يوه مربع تابع صفرځايونه پيدا کړو، تل بايد يو مربع مساوات حل کړو.

که دا دوه حلتوکي لري، نو مبع تابع د ګراف دx – محور په دوه ټکو کې غوڅوي..

که يو حلتوکی لري، نو دا ګراف د x محور په يوه ټکي کې لمسوي(د خپل ککرټکي سره).

که حل ونه لري، نو ګراف د x محور پورته لور ته يا کښته لور ته ځغلي او غوڅټکی نه لري.

د حل کنترول

لکه په هر مساوات کې کېدی شي حل داسې کنترول شي، چې د حلتوکي په سرچينيز مساوات کې ځاپه ځای شي، يعنې کنترول وکړي.

په مربع مساواتو کې دا ساده دی، د ويتا د ريښې جملې سره.

د ويتا**Vieta** جمله :

(c) ketabton.com: The Digital Library

که مربعیز مساوات $x^2 + px + q = 0$ دوه حلونه ولري، نو باور لري:

$$-x_1 - x_2 = p \quad \text{او} \quad x_1 \cdot x_2 = q$$

دد مربع مساوات په نورمال بڼه کې په ساده ډول ایښوونې سره سړی دا ثبوتولی شي.

x1 او x2 سره جمعه کړئ

$$x_1 + x_2 = -\frac{p}{2} + \sqrt{D} + \left(-\frac{p}{2} - \sqrt{D}\right)$$
$$\Leftrightarrow x_1 + x_2 = -\frac{p}{2} + \sqrt{D} - \frac{p}{2} - \sqrt{D}$$
$$\Leftrightarrow x_1 + x_2 = -\frac{p}{2} - \frac{p}{2} = -p$$
$$\Leftrightarrow \underline{\underline{p = -x_1 - x_2}}$$

X1او x2 سره ضرب کړئ

$$x_1 \cdot x_2 = \left(-\frac{p}{2} + \sqrt{D}\right) \cdot \left(-\frac{p}{2} - \sqrt{D}\right)$$
$$\Leftrightarrow x_1 \cdot x_2 = \left(-\frac{p}{2}\right)^2 + \underbrace{\frac{p}{2} \cdot \sqrt{D} - \frac{p}{2} \cdot \sqrt{D}}_{0} - D$$
$$\Leftrightarrow x_1 \cdot x_2 = \left(-\frac{p}{2}\right)^2 - \left[\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q\right]$$
$$\Leftrightarrow x_1 \cdot x_2 = \left(-\frac{p}{2}\right)^2 - \left(\frac{p}{2}\right)^2 + q$$
$$\Leftrightarrow \underline{\underline{x_1 \cdot x_2 = q}}$$

بیلګه:

غوښتنه یا ثبوت:

(c) ketabton.com: The Digital Library

مربع مساوات $x^2+x-6=0$ او $x_1 = 2 \quad x_2 = -3$ حلونه لري.

$p = 1$ او $q = -6$

ازماښت

$$-x_1 - x_2 = -2 - (-3) = 1 = p$$
$$x_1 \cdot x_2 = 2 \cdot (-3) = -6 = q$$

برعکس یا په څټ د ویتا د جملې سره کیدی شي چې مربع مساوات جوړ کړو، کوم چې ټاکلي حلونه لري.

بیلګه:

یو څلوریز یا مربع مساوات څنګه باید وبریښي، چې د هغه حلډېرۍ $L = \{-2;1\}$ وي؟

$$p = -x_1 - x_2 = -(-2) - 1 = 1$$
$$q = x_1 \cdot x_2 = (-2) \cdot 1 = -2$$

له دې لاس ته راځي، چې $x^2+x-2=0$ اړونده مربع مساوات دی.

پام:

دا فقط یو مربع مساوات دی د دې حلډېرۍ سره.

د دې ټول ډېرځله هم همدا حل لري.

بیلګه: یو مربع مساوات دې څنګه وي، که د هغه حلډېرئ(حلسټ) $L = \{-2; 1\}$ وي؟

$$p = -x_1 - x_2 = -(-2) - 1 = 1$$
$$q = x_1 \cdot x_2 = (-2) \cdot 1 = -2$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\Rightarrow x^2 + x - 2 = 0$$

(له دې لاس ته راځي) د دې اړونده مربع مساوات دی.

یادونه:دا فقط یو مربع مساوات دی، د دې حل سره.

د دې ټول زیاتځله یا هم همدا حلډېرئ لري.

کړښیز ضریبونه(ځلووني) یا فاکتورونه:

ید بل امکان هم شته، چې مربع مساوات جوړکړای شو.

بېلګه:

$L = \{x_1 \mid x_2\}$ دې د یو مربع مساوات حل وي،

$\underbrace{(x - x_1)}_{\text{Faktor 1}} \cdot \underbrace{(x - x_2)}_{\text{Faktor 2}} = 0$ نو باور لري. (ضرب)

دا د یوه مربع مساوات کړښیزه بڼه ده.

یو شرب ټیک هلته صفر دی، چې لږ تر لږه یږ له دې دوه ضریبونو څخه صفر وي.

ضریب ۱ صفر دی: لاس ته راځي ضریب ۲ صف دی: لاس ته راځي	$\Rightarrow (x - x_1) = 0 \Leftrightarrow x = x_1$ $\Rightarrow (x - x_2) = 0 \Leftrightarrow x = x_2$

بیلګه: x1=3 یا x2=-2 دې د یوه مربع مساوات حلونه وی.

کړښیزه بڼه بدلون: (x-3)(x+2)=0

(c) ketabton.com: The Digital Library

مربع : $x^2 - x - 6 = 0$

کرښیز ضریبونه:

یو بل امکان هم شته،چې مربعمساوات جوړ کړو.

بیلګه:

L={x1;x2} دې د یوه مربع مساوات حلډېرئ وي.

نو باور لري: $\underbrace{(x - x_1)}_{\text{Faktor 1}} \cdot \underbrace{(x - x_2)}_{\text{Faktor 2}} = 0$ (faktor:ضریب)

دا د یوه مربع مساوات کرښیزه بڼه ده.

یو ضرب ټیک هله صفر دی، که لږ تر لږه یو له دواړو ضریبونو صفر وي.

ضریب ۱ صفر دی:

$$\Rightarrow (x - x_1) = 0 \Leftrightarrow x = x_1$$

ضریب ۲ صفر دی:

$$\Rightarrow (x - x_2) = 0 \Leftrightarrow x = x_2$$

بیلګه: x1=3 یا x2=-2 دې د یوه مربع مساوات حلونه وي.

کرښیزه بڼه: (x-3)(x+2)=0

مربع مساوات: $x^2-x-6=0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$p = -1 \quad q = -6 \Rightarrow D = (-0,5)^2 + 6 = 6,25$$
$$x_1 = 0,5 + \sqrt{6,25} = 3 \quad \text{oder} \quad x_2 = 0,5 - \sqrt{6,25} = -2$$

تولګه:

لومړۍ بڼه: $ax^2 + c = 0$

بڼه بدلون و $x^2 = ?$ ته او د ریښه نیونې له لارې حل

دویم بڼه یا ډول: $ax^2 + bx = 0$

د اووښتونې یا ماحولي x له نوکانو اپستلو له لارې حل.

$x(ax + b) = 0$ او د صفر ضرب جمله و کاروی.

دریمه بڼه: $ax^2 + bx + c = 0$

مساوات په نورمال بڼه راوړی

$x^2+px+q = 0$ او د P-q -فرمول سره حل کړی.

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \text{د} \quad D = \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q} \quad \text{سره}$$

د $D > 0$ لپاره دوه حلونه شتون لري. $L = \{x_1 ; x_2\}$

د $D = 0$ لپاره ډبل حل شتون لري $x_1 = x_2 \Rightarrow L = \{x_{1/2}\}$

د $D < 0$ لپاره حل شتون نه لري. $L = \{\ \} = \varnothing$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ویښتا د ریښې جمله(موخه د مربع مساواتو د حلونو جمله هم کېدی شي):

که مربع مساوات $ax^2 + bx = 0$ دوه حلوه ولري، نو باور لري:

$x_1 \cdot x_2 = q$ او $-x_1 - x_2 = p$

د یوه مربع مساوات کربنیزه بڼه:

$L = \{x_1 \mid x_2\}$ دې د یوه مربع مساوات حل وي.

$\underbrace{(x - x_1)}_{\text{Faktor 1}} \cdot \underbrace{(x - x_2)}_{\text{Faktor 2}} = 0$

نو باور لري: (ضرب)

یا $a(x - x_1)(x - x_1) = 0 \Leftrightarrow L = \{x_1 \mid x_2\}$

پوښتنې:

لاندې مربع مساوات حل کړی.
د دې لپاره اړونده هغه بڼه تلنلار و کاروی او د ځای په ځای کولو له لارې یې و ازمایی.

1. $4x^2 = 1$
2. $x^2 + 4x = 0$
3. $2x^2 - 16x + 14 = 0$
4. $(x + 2)^2 = 16$
5. $4x^2 - 16 = 0$
6. $x^2 - 8x + 7 = 0$
7. $x^2 + \pi x = 0$
8. $2(x + 3)^2 - 18 = 0$
9. $-x^2 + x = -\frac{1}{2}$
10. $3x^2 + 12x + 3 = 0$
11. $-x^2 + 8x - 8 = 0$
12. $4(x - 4)^2 = 32$

(c) ketabton.com: The Digital Library

13. $\frac{1}{12}x^2 - x = 0$ 14. $\frac{1}{4}x^2 + 2x - \frac{2}{5} = 0$

15. $\frac{3}{16}x^2 - \frac{3}{4}x = 0$ 16. $-\frac{3}{4}x^2 + 3x + 9 = 0$

17. $\frac{3}{2}x^2 - x - 4 = 0$ 18. $\frac{3}{4}x^2 - \frac{1}{3}x = 0$

19. $2x^2 - \frac{10}{3}x - \frac{4}{3} = 0$ 20. $\frac{2}{3}x^2 + 4x = 0$

بیلګه۱:

په لاندې کې Probe ازماینت.

$$8x^2 = 2 \mid :8 \Leftrightarrow x^2 = \frac{1}{4} \mid \sqrt{\ } \Leftrightarrow |x| = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x_{1/2} = \pm\frac{1}{2}$$

$$\text{Probe}: \quad x_1 = \frac{1}{2} \Rightarrow \quad 8\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^2 = 8\cdot\frac{1}{4} = 2 \quad x_2 = -\frac{1}{2} \Rightarrow \quad 8\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)^2 = 8\cdot\frac{1}{4} = 2$$

بیلګه ۲ :

$$2x^2 + 8x = 0 \Leftrightarrow x(2x+8) = 0 \Leftrightarrow x_1 = 0 \text{ (}$$

$$2x + 8 = 0 \mid -8 \Leftrightarrow 2x = -8 \mid :2 \Leftrightarrow x_2 = -4$$ (د صفرضرب جمله)

ازماینت:

$$x_1 = 0 \Rightarrow \quad 2\cdot 0 + 8\cdot 0 = 0 \quad x_2 = -4 \Rightarrow$$

$$2\cdot(-4)^2 + 8\cdot(-4) = 2\cdot 16 - 32 = 0$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

بیلګه۳ :

$$4x^2-32x+28=0|:4 \Leftrightarrow x^2-8x+7=0$$

$$\Rightarrow p=-8 \quad q=7 \quad D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q=16-7=9 \Rightarrow \sqrt{D}=\sqrt{9}=3$$

$$x_{1/2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D} \;\Big|\; \begin{matrix} x_1=4+3=7 \\ x_2=4-3=1 \end{matrix} \quad \text{Probe:} \quad \begin{matrix} 4\cdot 49-32\cdot 7+28=0 \\ 4\cdot 1-32\cdot 1+28=0 \end{matrix}$$

بیلګه ۴:

$$2(x+2)^2=32|:2 \Leftrightarrow (x+2)^2=16|\sqrt{\ } \Leftrightarrow |x+2|=4$$

$$\Leftrightarrow \begin{matrix} x+2=4 \Leftrightarrow x_1=2 \\ x+2=-4 \Leftrightarrow x_2=-6 \end{matrix} \quad \text{Probe:} \quad \begin{matrix} 2(2+2)^2=2\cdot 16=32 \\ 2(-6+2)^2=2\cdot 16=32 \end{matrix}$$

مربع مساوات ته پوښتنې

څلوریز (مربع) مساوات I

لومړی –

لاندې مربع مساوات په x پسې حل کړئ

الف- $4-x^2=0$ ب- $\frac{4}{5}(x^2-3)=0$ پ- $\frac{5}{4}-\frac{1}{2}x^2=-\frac{1}{4}x^2$

ت- $3x^2+8=5$ ټ- $\frac{1}{2}x^2-2t^2=0$ ث- $x^2-\frac{a^2}{2}=0$

دویم –

(c) ketabton.com: The Digital Library

جانان غواړي خپله بډآیې په دوه کاله کې دوه برابره کړي.

ګټه باید څومره وي، که ګټه هم ورسره په ګټه وي.

دریم –

200 باکتریاګانې په دوه ساعته کې 450 باکتریاو ته زیاتوي.

دا باکتریاوې په ساعت کې څو په سلو یعنې % کې زیاتیږي.
څلورم –

د یوه مربع دوه کونجټړې یا قطر 8 cm اوږد دی..

د مربع اړخ څومره اوږد دی؟

پنځم –

یو ولاړکوډیز یا مستطیل $60,75\ m^2$ سطحه لي.

د اړخونو اوږدوالی وټاکی، که

الف – یو اړخ درېواره دومره اوږد وې لکه دا بل.

ب – اړخونه یې په 3 m یو له بل توپیر لري.
شپږم –

دوه ګڼونه په 4 یو له بل توپیر لري. د دواړو عددونو ضرب 480 دی.

دواړه اعداد وټاکی. اوم –

دوه ګڼونه وټاکی، چې زیاتون یا جمع یې4,1 او ضرب یې 4 وي.
اتم –

دt په واکوالي کې حلونو ګڼون یا تعداد او ځای وټاکی

الف- $0 ; t \neq 0 = 1 + tx^2$ ب - $x^2 + t - 2 = 0$ پ- $\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2}t\right)x^2 + 2t = 0 ; t > 1$
نهم-

(c) ketabton.com: The Digital Library

مربع مساوات په x پسې حل کړی.

الف- $2x^2+2x-24=0$ ب- $-3x^2-5x+8=0$ پ- $\frac{1}{2}x^2-4x+8=0$

ت- $3-2x+\frac{1}{3}x^2=0$ ټ- $x(x+t)=1$ ث- $-x^2-\frac{3}{2}x-\frac{5}{4}=0$

ج- $(x+2)^2-2=0$ چ- $-x^2+4ax-4a^2=0$ ح- $2tx^2+tx-t=0\,;\,t\neq 0$

خ- $x^2-2tx+6t=3x$ څ- $x^2-4tx+3t^2=0$ ځ- $\frac{1}{4t}x^2-t=0\,;\,t\neq 0$

لسم –

ديسکريمينانتي Diskriminante وټاکي

الف- $ax^2+ax-2=0\,;\,a\neq 0$ ب- $(a+1)x^2-x+a=0\,;\,a\neq -1$

پ- $\frac{a^2}{2}x^2-4x=x^2-ax+1\,;\,a\neq 0$ ت- $(ax)^2-\sqrt{a}\cdot x+\frac{2}{a}=0\,;\,a>0$

يولسم –

وښايی، چې برابرون $x^2+ax-1=0$ د هر $a\in\mathbb{R}$ لپاره دوه حلونه لري.

دولسم –

د a په واکوالي کې د مساواتو حلونه وښايی يا وټاکی.

الف- $-ax^2+2ax-a+1=0\,;\,a>0$ ب- $x^2-2ax-6a=-3x$ پ- $x^2-ax+a=x$

ت- $-ax^2+2a^2x+3a^3=0$ ټ- $ax^2+2x-3=0$ ث- $-x^2+1{,}5ax-0{,}5a^2=0$

ج- $2x^2+x-3a=0$ چ- $-\frac{1}{a}\left(x^2-5x\right)=0\,;\,a\neq 0$ ح- $\frac{x^2}{3}-\frac{2}{3}ax-a^2=0$

ديارلسم –

وښايی چې $L=\left\{1+\sqrt{2-3t}\,;\,1-\sqrt{2-3t}\right\}$ د ټول $t\leq\frac{2}{3}$ لپاره

(c) ketabton.com: The Digital Library

د $x^2 - 2x + 3t - 1 = 0$ حلونه دي.

څوارلسم –

و ښایی چې t د کومو ارزښتونو لپاره $x = t$ د $x^2 - 5x + t = 0$ حل دی.

پنځلسم –

و ښایي : $x^2 - 2x - t^2 = 0$ د ټولو $t \in \mathbb{R}$ لپاره دوه حلونه ل ري.

پوښتنې

مربع مساوات II

لومړی: مربع مساوات x پسې حل کړئ.

الف- $8x^2 + 3x = 0$ ب - $x^2 - x = 0$ پ - $\frac{3}{2}x = \frac{1}{2}x^2$

ت - $-\frac{1}{5}x - \frac{1}{2}x^2 = 0$ ټ- $\frac{4}{5}(x^2 - 4x) = 0$ ث - $\frac{x^2}{2} + \frac{x}{2} = 0$

ج - $-\frac{1}{8}x^2 + 2tx = 0$ چ - $\frac{x^2}{t} - tx = 0\,;\, t \neq 0$ ح - $\frac{t}{2}x - tx^2 = 0\,;\, t \neq 0$

دویم: د a په واکوالي کې د حلونو تعداد یا ګڼون وټاکئ.

الف- $ax^2 - 6x = 0$ ب - $x^2 - 2x = (2 - a)x^2$

دریم: مساوات $4x^2=12x$ دي ورکړ شوی وي. سپینګل دواړه اړخونه د x سره ویشي او لاس ته د حل په څیر $x = 3$ راوړو. په دې هکله مو موقف څرګند کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

مربع مساوات ته پوښتنې

مربع مساوات III

لومړی: لاندې مربع مساوات د توټه وني (تجزیې)له لارې حل کړئ.

الف- $x^2+8x+16=0$ ب - $x^2+5x-24=0$ پ- $-2x^2+4x+30=0$

دویم:

الف - $(x+4)(x-5)=0$ ب- $(2x+7)(4x-1)=0$ پ- $(x+t)(x-2t)=0$

ت - $0,5x^2-3x+4=0$ ټ - $-0,5x^2-x+1,5=0$ ث - $\frac{1}{3a}(2x-x^2)=0\,;\,a\neq 0$

مربع - یا څلوریزمساوات IV

لومړی: بې له فرمول څخه یې حل کړئ.

الف- $(x-5)^2=49$ ب - $(3x+4)^2=1$ پ - $9-(2x+5)^2=0$

ت - $\frac{3}{4}(x-2)^2=12$ ټ - $\frac{1}{12}x^2=x$ ث - $\frac{4x}{t^2}(2t+x)=0\,;\,t\neq 0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ج - $(x-1)^2 - t = 0\,;\, t > 0$ چ - $2tx - (t-1)x^2 = 0\,;\, t \neq 1$ ح - $1{,}5(x-0{,}5a)^2 = 0$

دویم: لاندې برابرونونه یا مساوات حل کړئ

الف- $-2x(x-5) = 0$ **ب -** $-\frac{1}{2}(2x-1)(x-5) = 0$ **پ -** $1 - \frac{1}{(1-x)^2} = 0$ دریم: د a د کومو ارزښتونو لپاره مساوات (x+2)(x-a)=0 تیک یو حل لري؟

څلورم: د جبشمیري سره د تیک دوه لسمیزو سره حلډېرئ وشمیرئ.

الف- $436x^2 + 18x - 12 = 0$ **ب -** $x^2 + 6x - 1024 = 0$ **پ -** $x^2 + 92x - 9876 = 0$

ت - $119{,}6\pi + 9{,}6\pi x - 2\pi x^2 = 0$ **ټ -** $\sqrt{2}x^2 + 2\sqrt{2}x - 1 = 0$ **ث-** $0{,}025x^2 + 2x - 0{,}254 = 0$

پنځم: وښایئ: $(a+b)^{-1} = a^{-1} + b^{-1}$ د ټول $a,b \neq 0$ لپاره یو ناتیک حل لري.

مربع مساوات v

لومړی: لاندې مربع مساوات حل کړئ

الف- $\frac{x}{3} - x^2 = 0$ **ب -** $73 - 52s + 14s^2 = 25$ **پ -** $\frac{x^2}{a} - e^{-2} = 0$

ت - $\frac{1}{4}x^2 + 65x - 3600 = 0$ **ټ -** $2a^2 + 7a + 3 = 0$ **ث -** $8{,}5x = \frac{1}{16}x^2 + \frac{1}{2}x + 200$

دویم: مساوات $2x + \frac{2}{x} = 5$ ورکړشوي دي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف- تعریفورشو او حلډېرئ يې وټاکئ.

د مساوت په ښي لور د 5 په ځای کوم عدد باید ځای ونیسي، له کومې سره چې دا ناتغیره مساوات حل $2^{1/2}$ ولري؟

دریم: د پارامتر د کومې تاکنې لپاره مساوات ټیک یو حل لري؟

الف- $3x^2 + ax - a = 0$ **ب -** $ax^2 + \frac{a}{2}x - 1 = 0$ **پ -** $-\frac{1}{(1+x)^2} + \frac{1}{(a-x)^2} = 0$

څلورم: یو مربع مساوات وټاکئ.

الف- د حل $L = \{-5; 3\}$ سره، ب - له حل $L = \{-2,5\}$ سره. پ- چط کوم حل ونه لري. ت- چې د $x^2 - 5x - 24 = 0$ د حل سره برابر حل ولري.

پنځم: د ارزښت(مطلق) مساوات حل کړئ.

الف- $|(x+2)^2| = 2$ ب - $|x^2 - x + 3| = 1$ پ - $|x+1| = x^2$

شپږم: د ولاړکوډیز یا مستطیل د اړخونو اوږدوالی وټاکئ، که دا ولاړکوډیز

الف- یو چاپیریال د $U = 38\ m$ او یو مساحت د $A = 88\ m^2$ ولري.

ب- یو مساحت د $A = 16\ m^2$ ولري او د سور اوږدوالی یې 4/3 وي.

اوم: وښایئ: که د دوه حقیقي عددونو کمښت یا تفریق د ضرب په څلور څله زیات شي، نو سړی د دواړو حقیقي عددونو مربع زیاتون یا جمعه لاس ته راوړي.

اتم: د یوه دیوال په اوږدوالي یو ولاړکوډیز پټي د $A = 800\ m^2$ سطحې سره د یوه ټول $100\ m$ متره سیم سره راښندیږي. د اړخونو اوږدوالي څنګه ټاکل کیږي؟ کوم ماکسیمال یا خورا لویه سطحه له دې سره راښندیږي؟

نهم: د x د جوړښت ټوټو قیمت K(x) دی. یو جوړښت ټوټه یا برخه په E(x) پلورل کیږي. څومره جوړښت ټوټې باید تولید شي، چې د 200 € یوه ګټه لاس ته راوړل شي؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

$K(x) = x^2+100x+80$ (د ارزښت تابع یا فنکشن)

$E(x) = 160-2x$(د خرڅلاو تابع)

لسم: یوه فابریکه مواد تولیدوي، چې ارزښت یې په هره دانه 65 € دی. د x تولیدولو دانو ټول قیمت یا لګښت E(x) دی. کوم تعداد دا دانې باید تولید شي، چې ګټه تر لاس ته راشي؟ د څومره تعداد دانو سره یوه ګټه د 1500 € لاس ته راځي.

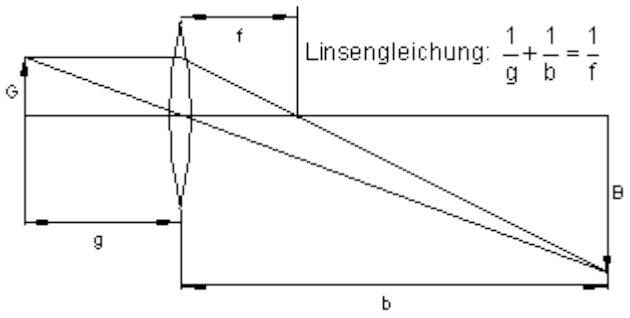
$K(x) = \frac{1}{5}x^2 + 20x + 1000$ (لګښت فنکشن)

یولسم: یو شی G د عدسې له لارې، چې د سوزونټکي ا وږدوالی یې f = 0,2 m دی په یو اوپټیکي څیره B باندې پریوځي یا څیره کیږي. د شي او څیرې ترمنځ واټن یې 1 m دی.

الف- دا شی G او همداسې څیره B یې د عدسې څخه څومره لرې دي؟

ب – عدسه باید ماکسیمال څومره د سوزونټکي واټن ولري؟

په لاندې څیره کې: Linsenglaeichung د عدسې مساوات.



۸ - ماتبرابرون یا د کسرونو مساوات

(c) ketabton.com: The Digital Library

۸ . ۱ - د ماتبرابرونونو حلونه یا اوبیونه

کسر مساوات –لکه کرښیز مساوات- د ورته بڼه بدلون له لارې حل کیدی شي. مګر مخ ته له دې دې تعریف-یا پیژندورشو وټاکل شي. بنسټپرئ IR ده، که بل څه نه وي ورکړ شوي. نو تعریفپرئ اووښتون ارزښتونه یا د متحولو ارزښتونه خوندي لري، د کومو لپاره چې مساوات باوري وي. د تعریفورشو لپاره دې تر څیړنې لاندې ونیول شي، چې ماتلاندې یا مخرج د کومو ارزښتونو لپاره صفر کیږي. ټیک دا ارزښتونه تعریف ورشو پورې اړه نه ل ري.

بیلګه:

$\frac{4+x}{x-2}=6$ له دې لاس ته راځي: $D=\mathbb{R}\setminus\{2\}$

ځکه چې ویش په صفر اجازه نه لري.

$$\begin{aligned}
&\frac{4+x}{x-2} = 6 && |\cdot(x-2)\\
\Leftrightarrow\ & 4+x = 6\cdot(x-2)\\
\Leftrightarrow\ & 4+x = 6x-12 && |-6x\\
\Leftrightarrow\ & 4-5x = -12 && |-4\\
\Leftrightarrow\ & -5x = -16 && |:(-5)\\
\Leftrightarrow\ & x = \frac{16}{5} && \text{da } x\in D \Rightarrow \underline{\underline{L=\left\{\frac{16}{5}\right\}}}
\end{aligned}$$

بیلګه:

$$\frac{5}{x+3}+\frac{1}{x-1}=0 \quad D=\mathbb{R}\setminus\{-3;1\}$$

ځکه چې د x=-3 لپاره لومړی مخرج د x=1 لپاره، دویم مخرج صفر کیږي.

اسلي ماهلاندې یا –مخرج: (x+3)(x-1)

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\begin{aligned}
&\frac{5(x-1)}{(x+3)(x-1)}+\frac{1(x+3)}{(x+3)(x-1)} = 0 \qquad |\cdot(x+3)(x-1)\\
\Leftrightarrow\ & 5(x-1)+(x+3) = 0\\
\Leftrightarrow\ & 5x-5+x+3 = 0\\
\Leftrightarrow\ & 6x-2 = 0 \qquad |+2\\
\Leftrightarrow\ & 6x = 2 \qquad |:6\\
\Leftrightarrow\ & x = \frac{2}{6}=\frac{1}{3} \quad \text{da } x\in D \Rightarrow L=\left\{\frac{1}{3}\right\}
\end{aligned}$$

بيلګه:

Hauptnenner د اصلي ماتلاندې يا مخرج په معنا

$$\frac{x}{x+1}+\frac{4}{x-1}=\frac{x}{x-1} \quad D=\mathbb{R}\setminus\{-1;1\} \quad \text{Hauptnenner: } (x+1)(x-1)$$

$$\begin{aligned}
&\frac{x(x-1)}{(x+1)(x-1)}+\frac{4(x+1)}{(x-1)(x+1)} = \frac{x(x+1)}{(x-1)(x+1)} \qquad |\cdot(x-1)(x+1)\\
\Leftrightarrow\ & x^2-x+4x+4 = x^2+x\\
\Leftrightarrow\ & 3x+4 = x \qquad -x\\
\Leftrightarrow\ & 2x+4 = 0 \qquad |-4\\
\Leftrightarrow\ & 2x = -4 \qquad |:2\\
\Leftrightarrow\ & x = -2 \quad \text{da } x\in D \Rightarrow L=\{-2\}
\end{aligned}$$

وروسته له دې چې په دواړو لورو يا خواوو مساوات په اصلي مخرج راړل شو يا واړول شو، پای ضرب مو د اصلي مخرج سره دې ته بيايي، چې نور کسرونه نور شتون نه لري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

بيلګه:

$$\frac{a-x}{b-x}-\frac{a-b}{a+b}=0 \quad D=\mathbb{R}\setminus\{x=b\};\ a+b\neq 0 \quad \text{Hauptnenner: } (b-x)(a+b)$$

$$\frac{(a-x)(a+b)}{(b-x)(a+b)}-\frac{(a-b)(b-x)}{(a+b)(b-x)} = 0 \qquad |\cdot(b-x)(a+b)$$

$$\Leftrightarrow (a-x)(a+b)-(a-b)(b-x) = 0$$

$$\Leftrightarrow a^2+ab-ax-bx-\left[ab-ax-b^2+bx\right] = 0$$

$$\Leftrightarrow a^2+\cancel{ab}-\cancel{ax}-bx-\cancel{ab}+\cancel{ax}+b^2-bx = 0$$

$$\Leftrightarrow a^2-2bx+b^2 = 0 \qquad |-a^2-b^2$$

$$\Leftrightarrow -2bx = -a^2-b^2 \qquad |:(-2b)$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{a^2+b^2}{2b} \qquad \Rightarrow L=\left\{\frac{a^2+b^2}{2b}\right\};\ b\neq 0$$

دا چې ښئ لور فقط له صفر ارزښتونو جوړه ده، نو کينه لور په اصلي مخرج راوړل کيږي. دأله مخرج سره ضرب مو دلته هم دې ته لاربنودوي، چې نور کسرونه شتون نه لري. مګر په پام کې دې ونيول شي، چې ماتکربنه په نوکانو کې نيول کيږي. که د کسرکربنې يا ماتکربنې مخ ته کميزه يا منفي مخنخبنه شتون ولري، نو د کسر له منځه تلنې وروسته دې اړونده صورت يا ماتباندې په يوه منفي نوک کې کيښوی شي.

د په ځټ- يا معکوس ارزښت جوړولو سره چلول:

په لاندې کې: Kehrwertbildung معکوس ارزښت جوړونه، HN اصلي مخرج.

په ځنو حالتونو کيدی شي شميرنه د د په ځټ – يا معکوس ارزښت جوړونې له لارې ساده کړای شي.

دا په ځانګړې توګه هلته باور لري، چې د مسرونو صورت فقط له عددونو جوړ وي.

$$\frac{2}{x+1}=\frac{4}{x-2} \quad |\text{Kehrwertbildung } D=\mathbb{R}\setminus\{-1;2\}$$

$$\Leftrightarrow \frac{x+1}{2}=\frac{x-2}{4} \quad HN=4$$

$$\Leftrightarrow \frac{2x+2}{4}=\frac{x-2}{4} \quad |\cdot 4$$

$$\Leftrightarrow 2x+2=x-2 \Leftrightarrow x=-4 \Rightarrow L=\{-4\}\in D$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ضرب سره چلول د اتيران(صليب) له لاري:

شميرنه کيدی شي
Multiplikation über Kreuz د
چليبا يا اتيران ضرب له لاري هم
لنډه شي.

$$\frac{4}{x+2}=\frac{3}{5x-4}\Rightarrow D=\mathbb{R}\setminus\left\{-2;\frac{4}{5}\right\}$$

$$\frac{4}{x+2}=\frac{3}{5x-4}\ |\text{Multiplikation über Kreuz}$$

$$\Leftrightarrow 4(5x-4)=3(x+2)$$

$$\Leftrightarrow 20x-16=3x+6\ |-3x+16$$

$$\Leftrightarrow 17x=22\ |\ 17\Leftrightarrow x=\frac{22}{17}$$

$$\Rightarrow L=\left\{\frac{22}{17}\right\}$$

دلته د لومړي مات يا کسر
مخرج(ماتلاندې) د دويم کسر له
صورت سره ضربيږي او د دويم
مخرج د لومړي کسر له صورت
سره ضربيږي.

مګر دا ټيک هلته شونی دی، چې
کسرمساوات دا ترځنګ بڼه
ولري.

د اتيرا – يا چليپا ضرب د باوريوالي لپاره ساده ښوونه:

غوښتنه يا ثبوت: $\frac{2}{x+1}=\frac{4}{x-2}\Leftrightarrow\frac{x+1}{2}=\frac{x-2}{4}$

ښوونه د يوه ساده ورته بڼې بدلون له لاري سرته رسوو.

$$\frac{2}{x+1}=\frac{4}{x-2}\ |\cdot(x+1)\Leftrightarrow 2=\frac{4(x+1)}{x-2}\ |\cdot(x-2)$$

$$\Leftrightarrow 2(x-2)=4(x+1)\ |:8\Leftrightarrow\frac{1}{4}(x-2)=\frac{1}{2}(x+1)$$

$$\Leftrightarrow\frac{x-2}{4}=\frac{x+1}{2}\Leftrightarrow\frac{x+1}{2}=\frac{x-2}{4}\ \text{q.e.d (was zu beweisen war)}$$

خکه چې د ښوولو وو q.e.d (was zu beweisen war)

بيلګه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

په لاندې کې: Definitionsmenge تعریفورشو یا-ست،

Kehrwertbildung د معکوس ارزښت جوړونه.

$$\frac{1}{x}+\frac{2}{x-2}=0 \quad \Rightarrow \text{Definitionsmenge: } D=\mathbb{R}\setminus\{0;2\}$$

$$\frac{1}{x}+\frac{2}{x-2}=0\,|-\frac{2}{x-2} \Leftrightarrow \frac{1}{x}=-\frac{2}{x-2}\,|\ \text{Kehrwertbildung}$$

$$\Leftrightarrow x=-\frac{x-2}{2}\,|\cdot 2 \Leftrightarrow 2x=-(x-2) \Leftrightarrow 2x=-x+2\,|+x$$

$$\Leftrightarrow 3x=2\,|:3 \Leftrightarrow x=\frac{2}{3} \text{ da } x\in D \Rightarrow \underline{\underline{L=\left\{\frac{2}{3}\right\}}}$$

$$\frac{x^2+4x+3}{x+3}=x-2 \quad \Rightarrow \text{Definitionsmenge: } D=\mathbb{R}\setminus\{-3\}$$

Hauptnenner : $x+3$

$$\frac{x^2+4x+3}{x+3}=\frac{(x-2)(x+3)}{x+3}\,|\cdot(x+3)$$

$$\Leftrightarrow x^2+4x+3=x^2+3x-2x-6 \Leftrightarrow x^2+4x+3=x^2+x-6\,|-x^2$$

$$\Leftrightarrow 4x+3=x-6\,|-x \Leftrightarrow 3x+3=-6\,|-3$$

$$\Leftrightarrow 3x=-9\,|:3 \Leftrightarrow x=-3 \text{ da } x\notin D \Rightarrow \underline{\underline{L=\{\ \}}}$$

بیلګه:

دا بیلګه په ګوته کوي، چې د تعریفورشو ټاکل ځومره غوره دي. ورته بڼه بدلون مو په رښتیا یوې نتیجې ته بیایي، مګر وتونمساوات د دې ارزښت لپاره تعریف نه دی.

بیلګه:

Trikچلول ته وایي

$$\frac{x^2}{x^2-1}-\frac{x-1}{x+1}=\frac{1-2x}{1-x^2} \Rightarrow D=\mathbb{R}\setminus\{-1;1\}$$

$$\text{Trick}: \frac{1-2x}{1-x^2}=-\frac{1-2x}{x^2-1}=\frac{2x-1}{x^2-1}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

له دې سره اصلي مخرج $x^2-1=(x+1)(x-1)$ دی. د بینوم دریمې جملې په بنسټ.

$$\Leftrightarrow \frac{x^2}{x^2-1}-\underbrace{\frac{(x-1)(x-1)}{(x+1)(x-1)}}_{x^2-1}=\frac{2x-1}{x^2-1}\mid\cdot\left(x^2-1\right)$$

$$\Leftrightarrow x^2-\underbrace{(x-1)(x-1)}_{\text{2. binomische Formel}}=2x-1\Leftrightarrow x^2-\left(x^2-2x+1\right)=2x-1$$

$$\Leftrightarrow x^2-x^2+2x-1=2x-1\Leftrightarrow 2x-1=2x-1$$

دا مساوات د هر $x\in D$ لپاره پوره دی: له دې لاس ته راځي: $L=D=\mathbb{R}\setminus\{-1;1\}$

دا مساوات ناپای زیات حلونه لري، ځکه چې مساوات شرایط د تعریفورشو د هر x لپاره پوره دي.

ماتمساواتو(کسرمساواتو) ته پوښتنې

ماتمساوات

لومړی: تعریفورشو وټاکئ او مساوات حل کړئ.

الف- $\frac{2}{x}+3=\frac{5}{2}$ **ب -** $\frac{2}{3x-4}-\frac{1}{20}=\frac{5}{6x-8}$ **پ -** $\frac{2}{x-1}-\frac{4}{x+1}=\frac{1}{x-1}$

ت - $\frac{2+x}{x-1}=\frac{3+2x}{x+1}-1$ **ټ -** $\frac{x^2+4x+3}{x+3}=x-2$ **ث -** $\frac{-3x+6}{2x-4}+\frac{x}{x-2}=-\frac{7}{6}$

ج - $\frac{4}{x-1}+\frac{1}{5}=\frac{3}{1-x}+\frac{8}{5}$ **چ -** $x+\frac{2x}{x-1}=0$ **ح -** $\frac{32}{8x+16}=\frac{5x}{2x+4}$

خ- $\frac{x^2}{x^2-1}-\frac{x-1}{x+1}=\frac{1-2x}{1-x^2}$ **څ –** $\frac{5x-5}{x+1}+2=\frac{6x-3}{2x-1}+4$ **خ -** $\frac{x}{x-2}-\frac{1}{2}=\frac{3}{2x-4}$

د – $\frac{3-x}{x+1}-4=0$ **ډ -** $\frac{1}{x}+\frac{2}{x-2}=0$ **ذ -** $3u^2+6u=\frac{4}{3}+\frac{8}{3u}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دویم: ایا غوښتنه ټیک ده؟

$\frac{2x^2+4x-30}{2x-6}=x+5$ د ټول $x\in\mathbb{R}$ لپاره

دریم: تعریفورشو وټاکئ او ساواتت حل کړئ.

الف - $2x+(4-2u)\frac{u+3}{u-1}=-2u+6$ ب - $ux+(u+3)\frac{u}{u-3}=-u$

څلورم: وښایئ:

$(a+1)^{-1}=a^{-1}+1;a\in D$ حل نه لري.

پنځم: مساواتسیستم حل کړئ:

$I:\ \frac{3}{x-23}=\frac{-2}{y+2}$ $II:\ \frac{x-4}{y+2}=\frac{x-2}{y+5}$

شپږم: یوه لارئ $405\ m^3$بار زخیره ځای ته په x تلنو وړي. یوه ستره لارئ د دې لپاره ۹ کمو تلنو ته اړتیا لري. دواړه لارئ د دې بار لپاره په ګډه ۲۰ تلنو ته اړتیا لري. هره لارئ ځانله څومره تلنو ته اړتیا لري او هره یوه د څومره د بارولو توان لري؟

اوم: کوم طبیعي عدد(عددونه) کیدی شي د صورت ته ورزیات کړي او په همدې وخت کې د مخرج څخه کم کړي، چې 2- ترې لاس ته راوړي؟

اتم: مساوات $\frac{6-2x}{x^2-9}=\frac{3}{2}$ ورکړشوي دي.

الف- تعریف ورشو او حلورشو یا حلډبرئ یې وټاکئ.

ب- د 3/2 په ځای بل عدد داسې ولیکې، چې پرته له دې دا بې تغیره یا تغیر نه خوړونکی مساوات $x = -1$ حل ولري.

د کسرمساواتو د تعریفورشو لپاره بیلګه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

بیلګه۱:

$\frac{2}{x}+7=3$: له دې لاس ته راځي $D=\mathbb{R}\setminus\{0\}$ تعریف ورشو:

د کسرمساوات د متحولې ټولو ارزښتونو لپاره باور لري، پرته له صفر.

بیلګه ۲ :

$\frac{3}{x-7}=2$ له دې لاس ته راځي تعریف ورشو: $D=\mathbb{R}\setminus\{7\}$ ، ځکه چې

$x-7=0\Leftrightarrow x=7$

د کسر مساوات باور لري د ټولو متحولو x ارزښتونو لپاره پرته له 7 . ځکه چې د x = 7 لپاره مخرج صفرکیږي.

بیلګه۳:

$\frac{4}{x+2}+\frac{3}{5x-4}=1$ له دې لاس ته راځي: $D=\mathbb{R}\setminus\left\{-2;\frac{4}{5}\right\}$

ځکه چې $x+2=0\Leftrightarrow x=-2$ او $5x-4=0\,|+4\Leftrightarrow 5x=4\,|:5\Leftrightarrow x=\frac{4}{5}$

په لومړي کسر کې مخرج د x=-2 لپاره صفر کیږي.

په دویم کسر یا مات کې د x=4/5 لپاره مخرج یا ماتلاندې صفر کیږي.

په صلیب یا اټیران باندې د ضرب له لارې چلول :

$\frac{4}{x+2}=\frac{3}{5x-4}\,|$ د اټیران یا چلیپا یا صلیب له لارې ضرب

$\Leftrightarrow 4(5x-4)=3(x+2)$:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\Leftrightarrow 20x-16=3x+6\,|\,-3x+16 \Leftrightarrow 17x=22\,|\,17 \Leftrightarrow x=\frac{22}{17} \Rightarrow L=\underline{\underline{\left\{\frac{22}{17}\right\}}}$$

پوښتنې

کسر نابرابرونونه

کسر نامساوات ا

لومړی: تعریفډېرئ وټاکئ او نامساوات حل کړي

الف- $\frac{3}{x+4}<0$ **ب -** $\frac{1}{2x}>\frac{1}{3x}-2$ **پ -** $\frac{3-x}{x-2}>\frac{x+4}{2(x-2)}$

ت - $4-\frac{3+2x}{1-x}\geq 0$ **ټ -** $\frac{x-2}{x-5}\geq 0$ **ث -** $\frac{1}{x+1}-\frac{1}{x}\leq 0$

ج - $\frac{x}{x-1}<1$ **چ -** $\frac{3-2x}{5x+2}\leq 1$ **ح -** $\frac{x-2}{x^2}\geq 0$

دویم: کوم طبیعي عدد(اعداد) د 2/5صورت ته ورزیات کړي او په همدې وخت کي له مخرج څخه کم کړي، چې د کسر ارزښت له څلورو لوي وي؟

دریم: وښایئ: د $ux^3-(4u+1)x^2=0$ حل د $u>0$ لپاره په انتروال $\left[\frac{1}{2};2\right]$ کي نه دی پروت.

څلورم: وښایئ:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$\frac{-1-8u}{-2u} > 4$ لپاره باور لري: د $u > 0$

نامساوات په ورته توګه لکه مساوات د ورته بڼه بدلون له لارې حل کيږي. د لته دې په پام کې وي، چې د کمیز ګڼ یا عدد سره د ضرب له لارې یا د وېش له لارې اړیک نخښه بدلیږي یا معکوسه کیږي. که چېرې یو نامساوات د یو عدد سره ضربیږي،نو باید د حالت توپیر وشي. لومړی حالت، که د اووښتوني یا متحولې ارزښت زیاتیز وي، دویم حالت که د متحولې ارزښت کمیز وي.

بیلګه: په لاندې کې Fall د حالت په معنا دی.

$$-x+2>1\,|-2 \Leftrightarrow -x>-1\,|\cdot(-1) \Leftrightarrow x<1$$

$$\frac{1}{x}<4 \Rightarrow D=\mathbb{R}\setminus\{0\}$$

Fall I: $x>0$

$$\frac{1}{x}<4\,|\cdot x \Leftrightarrow 1<4x\,|:4$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{4}<x \Leftrightarrow x>\frac{1}{4}$$

Fall II: $x<0$

$$\frac{1}{x}<4\,|\cdot x \Leftrightarrow 1>4x\,|:4$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{4}>x \Leftrightarrow x<\frac{1}{4} \qquad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow L=\left\{x \mid x<0 \text{ oder } x>\frac{1}{4}\right\}$$

له شرایطو

$x<0$ und $x<\frac{1}{4} \Rightarrow x<0$

له شرایطو

$x>0$ und $x>\frac{1}{4} \Rightarrow x>\frac{1}{4}$

په پورته کې und د او په معنا دی.

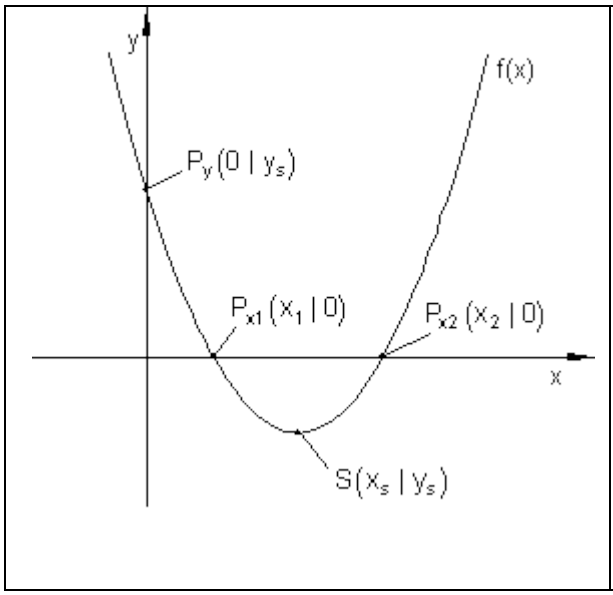
(c) ketabton.com: The Digital Library

د مربع توابعو د محورونو غوځتكي

د محورونو غوځتكي

په څنګ څېره کې د ګراف کتلو کې یوځو ټکي په ځانګړې توګه پام ته راځي **د y -محور سره**	

(c) ketabton.com: The Digital Library



غوڅتکی $P_y(0 \mid y_2)$

د x - محور سره غوڅتکي

$P_{x1}(x_1 \mid 0)$ **او**

$P_{x2}(x_2 \mid 0)$

ککرتکی $S(x_s \mid y_s)$

څیرنبیلګه:

د څیرنبیلګي په توګه دا $f(x) = x^2-6x+5$ تابع په چوپړکي لرو.

د **y** -محور سره غوڅتکی

ګراف د**y** –محور په P_y تکي کې غوڅوي.

د هر تکی لپاره، چې د**y** محور باندې پروت دی ، د **x** کواوردینات صفر دی.

د P_y لپاره شرطونه : $f(0)$

$$f(x) = x^2 - 6x + 5 \Rightarrow f(0) = 0^2 - 6 \cdot 0 + 5 = 5 \Rightarrow P_y(0 \mid 5)$$

په دې حالت کې به توانیدلي وی، چې د y -کواوردینات سیده د تابع مساوات څخه ولولو.

بیلګه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$f(x) = (x-3)^3 - 4$ (ککرټکی یا د رأس ټکی)$S(3;4)$

$$P_y(0 \mid y_y) \Rightarrow y_s = f(0) = (0-3)^2 - 4 = 9 - 4 = 5 \Rightarrow \underline{\underline{P_y(0 \mid 5)}}$$

د **x** محور سره غوڅټکی

ګراف د x محور د P_{x1} اوP_{x2} په ټکو کې غوڅوي.

د هر ټکي لپاره، چې د x په محور پروت دی، د y کواوردینات صفر دی.

د لپاره شرایط:

دا سې $f(x) = (x-3)^3 - 4 = 0$ ایښونه مو مربع مساوات $(x-3)^3 - 4 = 0$ ته بیایي:

د مربع تکمیلیدوله لارې حل یا ښوونه:

$$x^2 - 6x + 3^2 - 3^2 + 5 = 0 \Leftrightarrow (x-3)^2 - 9 + 5 = 0 \Leftrightarrow (x-3)^2 - 4 = 0$$
$$\Leftrightarrow (x-3)^2 = 4 \mid \sqrt{\ } \Leftrightarrow |x-3| = \sqrt{4}$$
$$\Leftrightarrow x - 3 = \pm\sqrt{4}$$
$$\Rightarrow x_1 = \sqrt{4} + 3 = 2 + 3 = 5 \quad \vee \quad x_2 = -\sqrt{4} + 3 = -2 + 3 = 1$$
$$\underline{\underline{P_{x1}(5 \mid 0) ; P_{x2}(1 \mid 0)}}$$

تمرینونه :

د مربع تکمیلیدنو له الرې د صفرځای ټاکنه
د یوه پارابول (2-مه درجه ټول راشنل تابع) د تابع مساوات ورکړل شوي دی. د لاندز پارابول لپاره صفرځایونه او د محورونو غوڅټکي وټاکی.
د ککرټکي په مرسته ګراف و کاږی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

اول - $f(x)=x^2+4x-5 \quad S(-2|-9)$ دويم - $f(x)=-x^2-x+6 \quad S\left(-\frac{1}{2}|\frac{25}{4}\right)$

دريم - $f(x)=-x^2-4x-4 \quad S(-2|0)$

څلورم - $f(x)=\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{2}x-6 \quad S\left(-\frac{1}{2}|-\frac{49}{8}\right)$

پنځم - $f(x)=\frac{1}{2}x^2-4x+5 \quad S(4|-3)$ شپږم - $f(x)=x^2-4x+5 \quad S(2|1)$

اوم - $f(x)=\frac{1}{4}x^2+x-1 \quad S(-2|-2)$ اتم - $f(x)=4x^2+x-5 \quad S\left(-\frac{1}{8}|-\frac{81}{16}\right)$

نهم - $f(x)=-4x^2-x+5 \quad S\left(-\frac{1}{8}|\frac{81}{16}\right)$ لسم - $f(x)=\frac{1}{3}x^2-\frac{2}{3}x-2 \quad S\left(1|-\frac{7}{3}\right)$

ارزښت (مطلقه ارزښت)

يادونه:

يو کس € 120 ګټي، مور هم وايو چې هغه د€ 120 ارزښت ګټي. يو کس د 120 €جزاپانه تر ګوتو کوي، مور وايو هغه بايد د € 120 د پيسو جزا ورکړي.

په دواړو حالتونو کې مطلب يا موخه € 120 دي.

د اقتصادي تخنيک له مخې ګټه د مثبت(زياتيز) او جريمه د منفی(کميز) په معنادی.

د يوه عدد ارزښت يا مطلقه ارزښت د شمير پوهنې له مخې تل مثبت دی.

د دې لپاره چې د يوې متحولې ارزښت وشميرلی شو، نو يو د شميرلو قانون ته اړ يو.

د شميرلو قانو: $\lvert x\rvert=\begin{cases}x\\-x\end{cases}$	که $x\geq 0$ وي. که $x<0$ وي.

بيلګه:

د مطلقه ارزښت مساوات $|x+2|=\sqrt{3}$ دې حل کړای شي.

د شميرنې قانون:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$\lvert x+2\rvert = \begin{cases} x+2 \\ -(x+2) \end{cases}$	که $x+2 \geq 0$ وي که $x+2 < 0$ وي

دا مو د حالت توپير ته بيايي:

لومړی حالت: که $x+2 \geq 0$ وي، نو لاس ته راځي

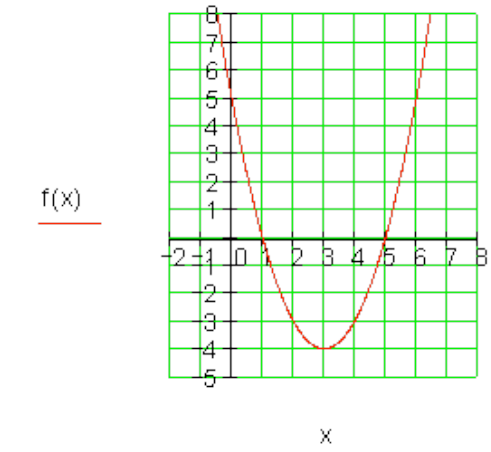
$$x+2 = \sqrt{3} \Leftrightarrow x_1 = -2+\sqrt{3}$$

دويم حالت: که $x+2 < 0$ وي، نو لاس ته راځي

$$-(x+2) = \sqrt{3} \Leftrightarrow x+2 = -\sqrt{3} \Leftrightarrow x_2 = -2-\sqrt{3}$$

حل په لنده بڼه:

$$\lvert x+2\rvert = \sqrt{3} \Rightarrow x+2 = \pm\sqrt{3}$$ د نورو څېړنو لپاره د بيلګې ګراف کاږو:

$f(x) := x^2 - 6x + 5$  	دا کښته لور ته واز پارابول دی، چې ککړتکی يې په ټکی $S(3 \mid -4)$ راکښل شوی دی. د y محور سره يې عوځټکی $P_y(0 \mid 5)$ دی. د x محور سره يې غوځټکي $P_{x1}(1 \mid 0)$ او $P_{x2}(5 \mid 0)$ دي. د محور سره غوځټکي يې د تابع f(x) صفرځايونه بولو، چځه چې هلته باور لري: f (1) = 0 او f (5) = 0

د تعريف او ارزښت ستړی(ډېړی)

زيات وخت د تابع تلنه په يوه ټاکلي ورشو يا ساحه کې تر څېړنې نيول کيږي.

دا مو تعريفډېړی او ارزښت ډېړی ته لارښودوي.

ځمونږ د بيلګې تابع دې فقط له $x = -1$ تر $x = +6$ د x ارزښتونو په ورشو کې په هلته رامنځ ته کېدونکو تابع ارزښتونو وځېړل شي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

تعریف ست(-ډېرۍ): $D = \{x \mid -1 \le x \le 6\}_{\mathbb{R}}$ په دې معنا چې له x=-1 تر x=6 پورې

دتابع خورا کوچنی ارزښت(مینیموم) ککړتکی دی.، ځکه چې پارابول پورته لور ته واز دی، پس x min=-4 .

اوس د انټروال پولې x=-1 او x=6 څېړل کیږي.

$$f(-1) = (-1)^2 - 6\cdot(-1) + 5 = 1 + 6 + 5 = 12$$
$$f(6) = 6^2 - 6\cdot 6 + 5 = 36 - 36 + 5 = 5$$

له دې سره ارزښت ست دی:

$$W = \{y \mid -4 \le y \le 12\}_{\mathbb{R}}$$

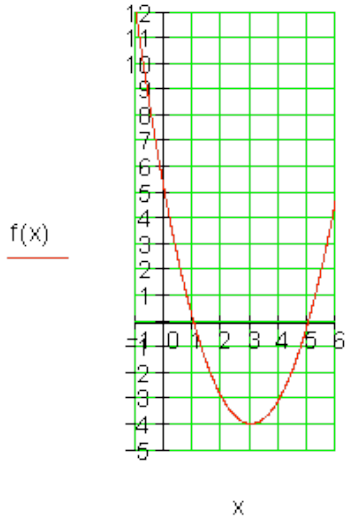
د ارزښت ډېرۍ یا -ست تل د تعریف ست له لارې ورکول کیږي.

د نورې څېړنې لپاره ځموږ د بیلګې تاب ګراف ترڅېړنې لاندې نیسو.

دا ترڅنګ څېره ټیک د تابع ګراف برخه ښایي، چې د تعریفست سره د مخه ورړ شوې ده.

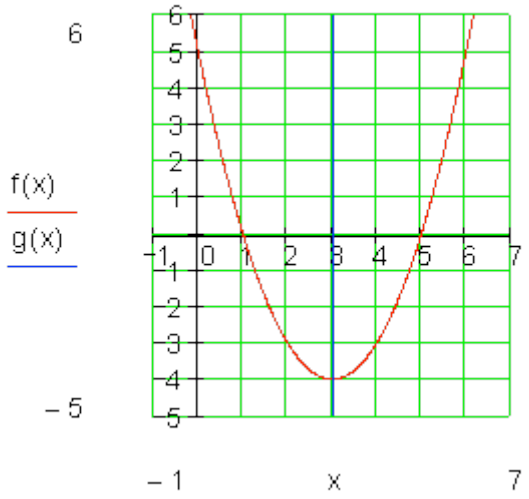
$$D = \{x \mid -1 \le x \le 6\}_{\mathbb{R}}$$
$$W = \{y \mid -4 \le y \le 12\}_{\mathbb{R}}$$

$f(x) := x^2 - 6x + 5$



د سیومتري څېړنه:

(c) ketabton.com: The Digital Library



دا څيره شوی پارابول نسبت و محورونو ته سيومتريک دی، چې د y محور سره غبرګ د ککرټکي څخه تيريږي، دی: دلته .

دا د ټولو پارابولونو لپاره اعتبار لري. د سيومتري محور مساوات چې د ککرټکي S(x_s | y_s) څخه تيږي دی: $x = x_s$ دلته $x = 3$.

صفرځايونه هم سيومتري محور ته سيومتريک دي. دا په دې معنا، چې د معلومو صفرځايونو څخه د ککرئ ټکي x ارزښتونه شميرل کيدی شي.

له صفرځايونو څخه د ککرئټکي شميرنه

صفرځايونه : x1;x2 څرګنددي. له دې لاس ته راځي:

$$\Rightarrow x_s = \frac{x_1 + x_2}{2} \Rightarrow S(x_s \mid f(x_s))$$

زمونږ د بيلګې لپاره باور لري:

$$x_1 = 1; x_2 = 5 \Rightarrow x_s = \frac{1+5}{2} = 3 \Rightarrow S(3 \mid f(3))$$

که د مربع تابع صفرځايونه معلوم وي، نو د دې اريتميتيکي منځ د ککرئ ټکي د x کواوردينات دی.

د **p - q**- فرمول پيداکونه

د يوه مربع تابع د صفرځايونو پيداکولو امکانات د مربع تکميليدنو له امله د مربع مساوات د حل له لارې صورت نيسي. د دې لپاره يو د حل فرمول هم منځ ته راوړی شو.

مربع مساوات $x^2-6x+5=0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

مو د مربع مساوات نورمالبني ته بيايي:
د $x^2-6x+5=0$ حل د مربع تکميليدني له لاري.

$$\Leftrightarrow x^2+px+\left(\frac{p}{2}\right)^2-\left(\frac{p}{2}\right)^2+q=0$$

$$\Leftrightarrow \left(x+\frac{p}{2}\right)^2=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q \quad \Leftrightarrow \quad \left|x+\frac{p}{2}\right|=\sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2-q} \quad \Leftrightarrow \quad x+\frac{p}{2}=\pm\sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2-q}$$

$$\Leftrightarrow \underline{\underline{x_1=-\left(\frac{p}{2}\right)+\sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2-q}}} \qquad \underline{\underline{x_2=-\left(\frac{p}{2}\right)-\sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2-q}}}$$

د ريښي لاندې افاده(وينه) دېسکريمينانت بلل کيږي.

$$\text{Diskriminante} = D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q$$ دېسکريمينات =

د p-q -فرمول: $\underline{\underline{x_{1/2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D}}}$

زمونږ د بيلګې تابع صفرځايونه دي اوس د p - q -فرمول په مرسته وشميرل شي.

$$x^2-6x+5=0 \Rightarrow p=-6\,;\ q=5$$

لومړی دي دېسکريمينات وشميرل شي:

$$D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q=(-3)^2-5=9-5=4$$

$$x_{1/2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D}=3\pm\sqrt{4} \Rightarrow x_1=3+2=\underline{\underline{5}} \vee x_2=3-2=\underline{\underline{1}}$$

دېسکريمينانت او د حلونو ست

مربع مساوات تل حلونه نه دي.

بيلګه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$x^2 - 6x + 10 = 0 \Rightarrow p = -6\ ;\ q = 10$$

$$\Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = (-3)^2 - 10 = -1$$

p-q- فرمول

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} = 3 \pm \sqrt{-1} \Rightarrow$$

:

حل نه لري.

که دېسکریمینات منفی(کمیزه) مخنخبنه ولري، نو مساوات حلور نه دي، ځکه چې ریښې فقط د مثبت ارزښتونو لپاره تعریف دي.

مربع مساوات کې دی شي چې فقط یو حل هم ولري.

بېلګه:

$$x^2 - 6x + 9 = 0 \Rightarrow p = -6\ ;\ q = 9$$

$$\Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = (-3)^2 - 9 = 0$$

p-q- فرمول: $x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} = 3 \pm \sqrt{0} = 3$: فقط یو حل.

ټولګه:

دېسکریمینانت D د یوه مربع مساوات د حلونو تعداد ټاکي

$$x_1 = -\left(\frac{p}{2}\right) + \sqrt{D} \quad \vee \quad x_2 = -\left(\frac{p}{2}\right) - \sqrt{D}$$

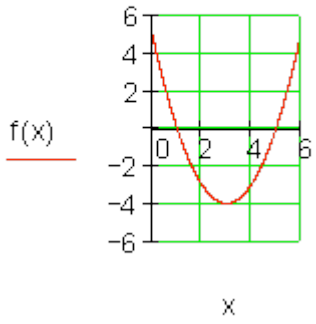
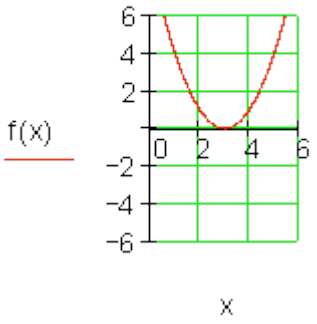
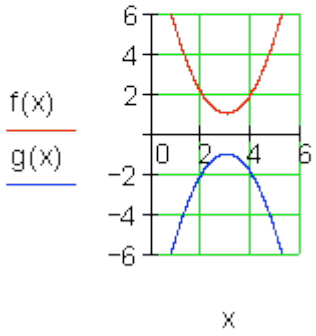
$D > 0 \Rightarrow L = \{x_1\ ;\ x_2\}$	د دوه حلونو
$D = 0 \Rightarrow L = \{x\}$	ډېرۍ(ستې)
$D < 0 \Rightarrow L = \{\ \}$	د یوه حل ستې
	د حلونو ستې نه شته

د حلونو ستې او د تابع ګراف

(c) ketabton.com: The Digital Library

د یوه مربع تابع د ګراف تلنه د مربع مساوات د حلونو ستِ باندې څه معنا لري؟
زمونږ په بیلګه مونږ مربع مساوات لروده د دوه ، هیڅ او فقط یوه حل سره.

مونږ د دې اړونده تابع ګراف رسموو.

$f(x) := x^2 - 6x + 5$  دوه صفرځایونه	$f(x) := x^2 - 6x + 9$  یو صفرځای	$f(x) := x^2 - 6x + 10$ $g(x) := -x^2 + 6x - 10$  حل نه شته

که دوه صفرځایونه شتون ولري، نو د تابع ګراف دx محور دوه واره غوڅوي.
د یوه صفرځای سره د تابع ګراف دx محور په ککرټکي کې لمسوي.
که صفرځای مو مخ ته نه پروت، نو د پورته لور ته واز پارابول ککر ټکی د x محور پورته لور ته پروت دی، کښته لور ته واز پارابول ککر ټکی د x محور کښته لور ته پروت دی.

د ویتا Vieta جمله:

جمله:
x_1 او x_2 د مربع مساوات x^2+px+q حلونه دي، نو د ویتا د ریښې جمله باور لري:
$x_1 + x_2 = -p$ او $x_1 \cdot x_2 = q$.

ښوونه (ثبوت): ثبوت د سږده شمیرنې له لارې صورت نیسي:

x1 او x2 سره ضرب کړی	x1 او x2 سره جمعه کړی

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$x_1 + x_2 = -\frac{p}{2} + \sqrt{D} + \left(-\frac{p}{2} - \sqrt{D}\right)$$

$$\Leftrightarrow x_1 + x_2 = -\frac{p}{2} + \sqrt{D} - \frac{p}{2} - \sqrt{D}$$

$$\Leftrightarrow x_1 + x_2 = -\frac{p}{2} - \frac{p}{2} = -p$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{x_1 + x_2 = -p}}$$

$$x_1 \cdot x_2 = \underbrace{\left(-\frac{p}{2} + \sqrt{D}\right) \cdot \left(-\frac{p}{2} - \sqrt{D}\right)}_{\text{3. Binomische Formel}}$$

$$\Leftrightarrow \left(-\frac{p}{2}\right)^2 - \left(\sqrt{D}\right)^2 = \left(-\frac{p}{2}\right)^2 - D$$

$$\Leftrightarrow \left(-\frac{p}{2}\right)^2 - \left[\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q\right] = q$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{x_1 \cdot x_2 = q}}$$

دا جمله د حل د کنترول لپاره ښه د کار (استعمال) وړ ده.

بیلګه:

$$x^2 - 6x + 5 = 0 \Rightarrow p = -6\,;\, q = 5$$

حل: $x_1 = 5\,;\, x_2 = 1$

$$x_1 + x_2 = 5 + 1 = 6 = -p\,(w)$$

$$x_1 \cdot x_2 = 5 \cdot 1 = 5 = q\,(w)$$

صفرځایونه او کرښیز ضریبونه(فاکتورونه)

د ویتا جملې له مخې باور لري:

$$\because x_1 + x_2 = -p \quad \wedge \quad x_1 \cdot x_2 = q$$

په نورمال بڼه یې د $p = -x_1 - x_2$ سره کیږدی

$$x^2 + px + q = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 + (-x_1 - x_2) \cdot x + x_1 \cdot x_2 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - x_1 x - x_2 x + x_1 x_2 = 0$$

$$\Leftrightarrow x(x - x_1) - x_2(x - x_1) = 0 \Leftrightarrow \underbrace{(x - x_1)}_{\text{Linearfaktor}}\ \underbrace{(x - x_2)}_{\text{Linearfaktor}} = 0$$

د پورته پښتو: کرښیز ضریبونه

(c) ketabton.com: The Digital Library

یو مربع مساوات چې صفرځایونه یې معلوم وي، کېدی شي د کرښیزو ضریبونو په ضرب سره ولیکل شي.

جمله:

د صفرضرب جمله:

یو ضرب ټیک هلته صفر دی، چې لږ تر لږه یو ضریب یې صفر وي.

دا زمونږ د مربع تابع د مربع مساوات لپاره په دې معنا دی:

$$x^2 - 6x + 5 = 0 \Rightarrow p = -6\,;\, q = 5$$

حل: $x_1 = 5\,;\, x_2 = 1$

$$x^2 - 6x + 5 = 0 \Leftrightarrow (x-5)(x-1) = 0$$

اوس پخپله کولی شو، چې مربع مساوات د مخه ورکړشوي صفرځایونو سره جوړ کړو:

یو مربع مساوات دي د صفر ځایونو $x_1 = -2$ او $x_2 = 3$ سره دي منځ ته راوړل شي، چې کښته لور ته واز وي او ضریب ¾ ولري.

$$x_1 = -2\,;\, x_2 = 3$$

$$f(x) = -\frac{3}{4}(x+2)(x-3)$$

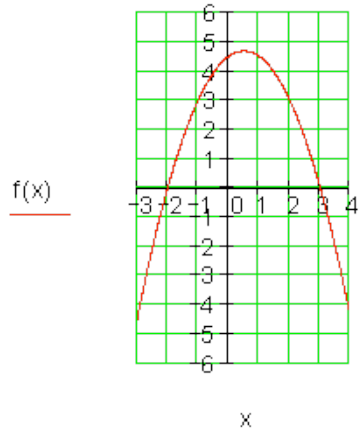
$$= -\frac{3}{4}\left(x^2 - x - 6\right) = \underline{\underline{-\frac{3}{4}x^2 + \frac{3}{4}x + \frac{9}{2}}}$$

$$x_s = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{-2+3}{2} = \frac{1}{2}$$

$$y_s = f\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{3}{4}\cdot\frac{1}{4} + \frac{3}{4}\cdot\frac{1}{2} + \frac{9}{2} = \frac{75}{16}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{S\left(\frac{1}{2} \mid \frac{75}{16}\right)}}$$

$$f(x) := \frac{-3}{4}x^2 + \frac{3}{4}x + \frac{9}{2}$$



بیلګه

د صفرځایونو ټاکلو لپاره د مربع تکمیلیدنې له لارې مفصله بیلګه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

په ټولیزه بڼه د پارابول تابع مساوات

$$f(x)=-\frac{1}{2}x^2-2x+6$$

د صفرځایونو لپاره شرطونه

$$f(x)=0 \Leftrightarrow -\frac{1}{2}x^2-2x+6=0$$

$-\frac{1}{2}x^2-2x+6=0$ مربع مساوات

باید اوس د مربع تکمیلیدنې له لارې حل شي.

په نورمال بڼه راوړل	$-\frac{1}{2}x^2-2x+6=0 \mid :\left(-\frac{1}{2}\right)$
نورمالمربع مساوات	$\Leftrightarrow x^2+4x-12=0$
مربع تکمیلونه	$\Leftrightarrow x^2+4x+\left(\frac{4}{2}\right)^2-\left(\frac{4}{2}\right)^2-12=0$

$$\Leftrightarrow \underbrace{x^2+4x+4}_{\text{1. binomische Formel}} \underbrace{-4-12}_{-16}=0$$

$$\Leftrightarrow (x+2)^2-16=0 \mid +16$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\Leftrightarrow (x+2)^2 = 16 \mid \sqrt{\ }$$
$$\Leftrightarrow |x+2| = \sqrt{16} = 4$$

ریښه وېستنه یا ریښه نیونه

ارزښت حل کړی

لومړی حالت دویم حالت	$x+2=4 \mid -2 \Leftrightarrow x=2 \Rightarrow x_1=2$ $x+2=-4 \mid -2 \Leftrightarrow x=-6 \Rightarrow x_2=-6$

صفرځایونه: $\boxed{x_1=2}$ $\boxed{x_2=-6}$ همداسې

د x محور سره غوټکی: $\boxed{P_{x1}(2 \mid 0)}$ $\boxed{P_{x2}(-6 \mid 0)}$ همداسې

دy محور سره غوټکی شرطونه:

$$y_s = f(0) = -\frac{1}{2} \cdot 0^2 - 2 \cdot 0 + 6 = 6 \Rightarrow \boxed{P_y(0 \mid 6)}$$

پوښتنې

پارابولونه د ورکړ شوو شرطونو سره

لومړی – د تابع $f(x) = x^2 + a_1x + a_0$ د ضریبونو لپاره باید کوم شرایط پوره شي، له کومو سره چې تابع f(x) صفرځایونه ونه لري؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

دویم – د f(x) او g(x) برعکس ځایونه د x په واکوالي (تابعیت) کي و څیړی، که باور ولري:

$$f(x) = -x^2 + 1;\ x \in \mathbb{R} \quad \text{او} \quad g(x) = ax^2 - a;\ x \in \mathbb{R};\ a \in \mathbb{R}^*$$

دریم – د f(x) او g(x) مربع توابع په لاندي توګه ورکړ شوي دي:

$$f(x) = -x^2 - 3x;\ x \in \mathbb{R} \quad \text{او} \quad g(x) = 0,5x(x+3);\ x \in \mathbb{R}$$

الف – په کواوردینات – یا پروتولاړ سیستم کي د f(x) او g(x) ګرافونه و کاږي. بې له شمیرني دلیل رواړی، چې ولي f(x) او g(x) د x په محور سره غوڅوي..

S(.1,5;2,25) د f(x) ککره (رأس) دی.

د g(x) ککره ورکړی.

ب – کرښه x=u د سره د 0> u >3- لپاره f(x) په ټکي P او g(x) په ټکي Q کي غوڅوي.

د P او Q کواوردیناتونه و ټاکی.

پ – د PQ بنده کرښه د یوه مستطیل یا ولاړګوډیز یو اړخ (ضلع) دی، چې په دواړو پارابولونو کي دننه ده. د مستطیل منځ یا سطحه د u = -1 لپاره او چاپیریال U د u په واکوالي کي وټاکی.

ت – پارابول g(x) د y په لور داسې و کښوي، چې دا راکښل شوی پارابول د f(x) ګراف لمس کړي. د لمسټکي کواوردینات وشمیری.

ټ - a داسې وټاکی چې f(a) – f(a+1) = 0 باور ولري.

څلورم – یو مربع تابع f(x) ورکړ شوی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

a داسي وټاکی، چې پارابول g(x) د f(x) ګراف لمس کړي.

پنځم – وښایی، چې دa داسي ارزښت نه شته، چې د f(x) ګراف نورمال پارابول لمس کړي.

$f(x) = ax^2 + 1$

شپږم – یو پارابول د تابع مساوات f(x) سره په S(0|6) کي یوه ککره لري او د x محور په ټکي $t P_x\left(2\sqrt{3} \mid 0\right)$ کي غوڅوي.

د تابع مساوات وټاکئ او ګراف یې رسم کړئ.

اوم – د ویمي درجي ټول کسري (راشنل) تابع f(x)کواوردینات محورونه په ټکو $P_{x_1}(k \mid 0); P_{x_2}(-2 \mid 0)$ او $P_y(0 \mid -k)$ کي غوڅوي.

دf(x) تابع مساوات وټاکئ.

اتم – ضریبونه a1 اوa2 داسي پیدا کړئ، چې تابع $f(x) = a2x^2 + a1x + 3$ په x = -1 او x=0,5 ځایونو کي همغه تابع ارزښت ولري لکه تابع $g(x) = 2x - 1$.

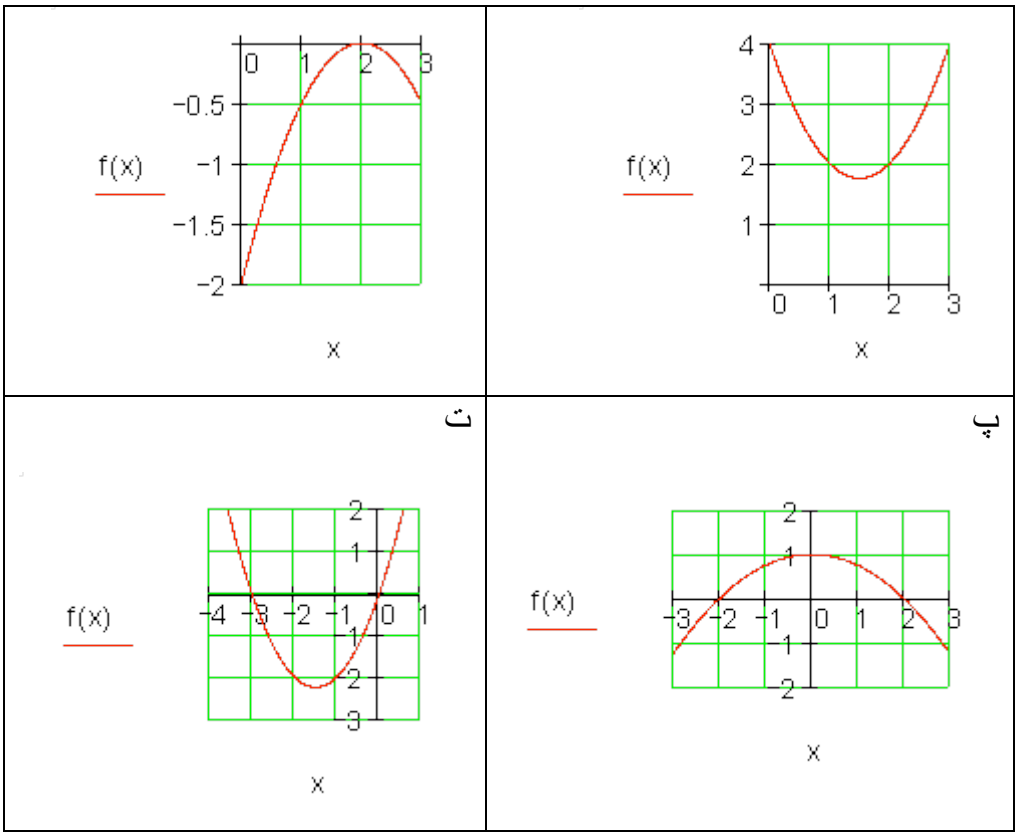
پوښتنې

پارابولونه د ورکړو شرطونو سره II

لومړی- د ځیرنو څخه د تابع مساوات و ټاکئ..

الف	ب –

(c) ketabton.com: The Digital Library



دويم – د يوه مربع تابع $f(x) = 3x^2 - bx + b$ کراف د x محور په x=-3کي غوڅوي. د تابع ترم وټاکی.

دريم - يو مربع مساوات صفرځايونه 2- او 3 لري او خورا کوچني تابع ارزښت 1- لري. f(x) وټاکی.

څلورم – د مربع تابع $f(x) = x^2 + a_1x + a_0$ د ضريبونو a_1 او a_0 په هکله کومي ويناوي (د رياضي منطق وګورئ) کېدی شي؟

الف – f(x)يو صفرځای x = 0 لري.

ب – د f(x) صفرځايونه په مخنښه کي يو له بل توپير لري.

پنځم – د يوه مربع $f(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0$ تابع لپاره f(0)=5 او f(1)=2 باورلري

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف – د a_2 او a_1 ترمنځ کومې اړیکې پرتې دي؟

ب – د a_2 او a_1 د کومو ارزښتونو لپاره $x = 3$ صفرځای دی؟

شپږم – پارابولونه د ورکړشوو شرایطو له اړخه

الف – د شمیرنې له لارې وښایی، چې د مساوات $f(x) = x^2 - 1,5x + 2$ سره پارابول د x محور سره غوڅتکی نه لري.

ب – د a_2 (د صفر سره نابرابر) د کوم ارزښت سره پارابول د مساوات $f(x) = a_2x^2 - 1,5x + 2$ سره یو ټکی، نه کوم ټکی یا دوه ټکي د x محور سره لري؟

اوم – د تابع $f(x) = x^2 + a_1x + a_0$ د ضریبونو لپاره باید کوم شرطونه پوره وي، چې د هغو له مخې $f(x)$ کوم صفرځای ونه لري؟

اتم – د تابع $f(x)$ خورالوی یا همداسې خورا کوچنې ارزښتونه وټاکی.

الف - $f(x) = (x-2)^2 - 2x - 2$ ب - $f(x) = -0,5x^2 + 0,5x - 6$

$f\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{47}{8}$ خورا لوې ارزښت دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ډاکتر ماخان شینواري لیکنې:

1988 Vienna (Austria):

لومړی:

H.K. Kaiser , M. Shinwari : Aproximation compact pological algebra : contributions to general algebra 6 ; Page 117 – 122

1987 Vienna (Austria):

دویم:

Diss . Uni. Interpolation und Aproximation durch Polynime in Universalen Algebren . Wien

Dissertation at the Interpolation and Aproximation by Polynome in universal Algebras, University of Vienna/Austria

لاندې د شمیرپوهنې پښتوټول کتابونه په المان کې د ،، افغانستان کلتوري ودې ټولنه،،له خوا چاپ شوي دي

2000 Bonn (Germany):

دریم: د شمیرپوهنې ستر کتاب : د شمیرپوهنې برسیره د انجنري، فزیک او اقتصاد لپاره ، همداسې د ښوونکو او زده کوونکو لپاره (دا کتاب په ۹۰۰ مخونو کې چاپ او دا نوې لیکنه به یې ځنو ځایونو غزېدلې او ځنې ځایونه تري لرې شوي دي)

2003 Bonn (Germany):

څلورم: ځمککچپوهنه(هندسه) ، په سلو، زرو کې شمیرنه، د ګټې – او کټې د کټې شمیرنه ، د اختمالوالي شمېرنه کتاب د ښوونځي ټولې اړتیاوې پوره کوي

(c) ketabton.com: The Digital Library

2003 Bonn (Germany):

پنځم: الجبرونه (د الجبر بنسټونه دي)

2003 Bonn (Germany):

شپږم: د شمیرپوهنې انګرېزي – پښتو ډکشنري.

2003 Bonn (Germany):

اووم: د شمیرپوهنې المانې ـ پښتو- او پښتو المانې ډکشنري

Mathematical dictionary German/ Pashto and Pashto/German

2003 Bonn (Germany):

اتم: دفرنځیال برابرون (دا کتاب په دې څانګه کې یو پیل دی، ساده لیکل شوی)

Differential equation Translation; An Introduction

Bonn (Germany): 2003

نهم: د شمیر پوهنې فرمولونو ټولګه

Mathematical Formulas

2003 Bonn (Germany):

لسم: شمیرپوهنه له عربي په پښتو

1997 Bonn (Germany):

یوولسم: د افغانستان په هکله سپینې خبرې: په المان کې

،،د افغانستان روغې او بیا ابادولو ټولنه،، له خو

(c) ketabton.com: The Digital Library

یادونه: له ۲۰۰۰ کال دمخه ډاکتر ماخان شینواري د ،،د افغانستان روغې او بیا ابادولو ټولنه،، له خوا دري ساسي مجلې هم را وستلي.

د ډاکتر ماخان ،،میرې،، شینواري لیکنې او ژباړې چې په چاپیدو یې پیل کیږي

2012 Bonn; Germany; Kabul Afghanistan

ژباړې:

: *Prof. Brinkmann. (From Brinkmann.du.de)*

لاندې د برینکمن لیکنې چې له پرینکمن ن ج څخه ژباړل شوي دي.

۱ - شمیرپوهنه د ښوونځي لپاره لومړی ټوک

۲ – شمیرپوهنه د ښوونځي لپاره دویم ټوک

۳ – شمیرپوهنه د ښوونځي لپاره دریم ټوک

۴ - د احتمالوالي شمیرنه د ښوونځي لپاره

۵ – احصایه یا ستاتیستیک دښوونځي لپاره

لاندې کتابونه د شتوتګارت د پوهنتون د استادانو د لکچرونو څخه چې د شتوتګارت پوهنتون ن ج څخه خپاره شوي را ژباړل شوي.

۶ – انالیزی ۱

۷ – انالیزې ۲

۸ – کرښیز الجبر

۹ - د شمیرپوهنې بنسټونه

۱۰ - د فرمولونو ټولګه

(c) ketabton.com: The Digital Library

۱۱ – فنکشنل انالیز

۱۲ – وکتور شمیرنه

نوري ژباړې

۱۳ – له www./grundstudium.info/linearealgebra څخه:کرښیز الجبر

۱۴ – Georg Gutenbrunner ګټونپوهنه یا د اعدادو تیوري

زما لیکنې

Bonn (Germany):

۱۵ - د شمیرپوهنې ستر کتاب دویم چاپ د پوره تغیراتو سره : دا کتاب د شمیرپوهنې برخې برسیره د

انجنري، فزیک او اقتصاد لپاره ، همداسې د ښوونکو او زدهکوونکو لپاره پوره ګټور دی. په کتاب کې د اړتیا سره زیاتونه او کونه راغلې

۱۶ - ځمککچپوهنه (هندسه) دویم چاپ د پوره تغیراتو سره

۱۷ – الجبر بنسټونه دویم چاپ له تغیراتو سره

۱۸ - ډېرې پوهنه یا ستې تیوري

۱۹ – د شمیرپوهنې سم اند (منطق ریاضي)

۲۰ - د یو څو شمیرپوهانو ژوندلیک

۲۱ – د شمیر پوهنې ګډې وډې لیکنې

۲۲- داهم ژباړه ده، خو لیکونکی یې متآسفانه راڅخه نابلد شوی: د مشتق او انتیګرال شمیرنو ته تمرینونه او اوبیونې یا حلونه یې

۲۳ – د شمیرپوهنې انګریزې پښتو او عربي + درې ډکشنري

(c) ketabton.com: The Digital Library

۲۴ – د شمیرپوهنې پښتو انګرېزي ډکشنري

۲۵ – د شمیرپوهنې پښتو ډکشنري د شمیرپوهنیزو وییونو په پښتو روښانه ونه

۲۶ - د زړه له کومې(دا هغه لیکنې دي، چې ځنې یې په نړیول جالونو کې خپرې شوي دي.)

۲۷ – د افغانستان په هکله سپینې خبرې، چې وبه غزیږي.

نوري لیکنې، چې په ژباړه یې پیل شوی، خو لا پوره نه دي

– د شتوتکارت پوهنتون لکچرنوټونو څخه ، چې د شتوتګارت پوهنتون ن ج څخه خپریږي:

د ګروپونو تیوري

- د ښوونځي لپاره فزیک د برینکمن لیکنه

له پنځم ټولګي څخه تر اووم ټولګي پورې ژباړل شوی (دا چې زما دویم مسلک فزیک دی، دا لیکنې ژباړم. دا هم د دې لیکوال یوه ډېره ښه لیکنه ده، چې -د شمیرپوهنې په څیر- دلته هم زیات تمرینونه د حل یا اوبیونې سره په کې راغلي او ماته زیات ګټور برېښي)

دا لاندې د ښوونځي کتابونه دا اوس پای ته ورسیدل:

شمیرپوهنه د اوم ټولګي له پاره

شمیرپوهنه د اتم ټولګي له پاره

شمیرپوهنه د نهم ټولګي له پاره

شمیرپوهنه د لسم ټولګي له پاره

شمیرپوهنه د یولسم ټولګي له پاره

شمیرپوهنه د دولسم ټولګي له پاره

ریاضي برای صنف دوازده

(c) ketabton.com: The Digital Library

د لیکوال ژوند ته لنډه کتنه

ماخان په اولني نوم میږي شینواری د اروابنادي پستو او اروابناد نوررحمان زوي په ۱۳۲۰ ؟ ه لمریز کي د شینوارو هسکه مینه کي دې نړۍ ته سترګي راغړولي.

د هسکي مینې د لومړني ښوونځي (د لومړنیو زده کوونکو څخه) څخه وروسته د رحمان بابا لیسه له ۱۹۵۴ تر ۱۹۶۵ پورې(ښوونځي له لومړي ټولګي پیل او د دویم ټولګي څخه ګام او پای).

د ۱۹۶۶ تر سپتبر د کابل طب پوهنځی. له ۱۹۶۶ سپتمبر څخه د اتریش برس، چې هلته یې د شمیرپوهنې ډاکتري په پوره ستونځو تر لاسه کړه.

د۱۹۹۸۷ ش ک تر ۱۹۸۸ د فبروري تر پای د دباندنیو چارو وزارت کي مامور.

د ۱۹۸۸ مارچ څخه تر ۱۹۹۲ جون پورې په بن کي د افغانستان جمهوریت سفارت شارژد افیر(صفر نه وو).

له هغې وروسته په جرمني کي سیاسي پناه. له ۲۰۰۸ مارچ څخه د ۲۰۰۹ دسمبر پورې د د ریاضي څانګه کي د پوهنې وزارت درسي نساب کي دنده.

ماخان میږي په ۱۹۷۲ کي له لرې د میرمن ښاپیرۍ سره واده شوی، چې د واده خبر ورته اتریش ته راغی.

ده د میرمن ښاپیرۍ سره په ۱۹۶۳ ز ک کي کوزده کړې وه.

دوي ته لوي څښتن په اتریش ویانا کي د مای په شلم ۱۹۷۹ ز ک دوه بچیان وښبنل، چې څانګه او اباسین نومیږي. څانګه په المان کي د پوهنتون علمي همکاره وه او د حقوقو ډاکتره ده او اباسین ملي اقتصاد او ټولنیزه سایکولوژي لوستلي.

Get more e-books from www.ketabton.com
Ketabton.com: The Digital Library